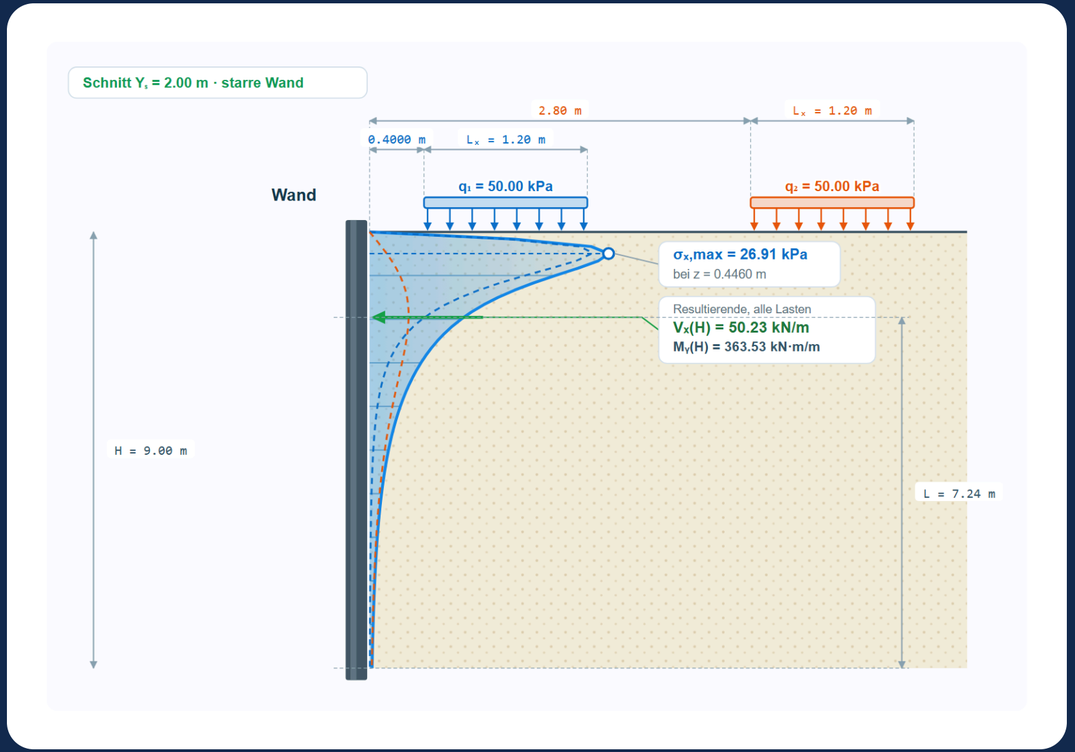
Geotechnische Vorlesung · Auflasten

Flächenlasten (Auflasten)

Vorlesung: Rechteckflächenlasten in Wandnähe; das einleitende Beispiel wird in der Tiefe des größten Drucks von Hand gelöst, die übrigen Themen werden mit Tabellen behandelt.

- Boussinesq σx
- Rechteckintegration
- Starre Wand ψ = 2
- Querkraft und Moment
- Handrechnung möglich



Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Der seitliche Druck einer rechteckigen Flächenlast auf die Wand: Die Last ist die Summe von Einzellasten **dP = q·dA**, und die Wirkung jeder einzelnen wird mit der Boussinesq-Lösung ermittelt

Die Größen x_1, x_2, y_1, y_2, die Lage und Abmessung im Grundriss festlegen, sowie eine Integration, die **längs der Wand exakt und senkrecht zur Wand numerisch** erfolgt

Den Unterschied zwischen einer **starren Wand** ($\psi = 2$) und einem **halbunendlichen Medium** ($\psi = 1$)

Die Ermittlung der **Querkraft V_x** und des **Biegemoments M_y** aus dem Druckprofil

Den Einfluss der Schnittlage, des Abstands der Last von der Wand und der **Querdehnzahl**

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Formel und Begründung

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispiel: H = 9 m, μ = 0.5, Schnitt Y_s = 2 m; zwei Rechtecke mit 1.2 × 3.6 m, q = 50 kPa, X_0 = 1.0 und 3.4 m; starre Wand.

Rechteckige Lasten auf die Wand

THEORIE

Eine rechteckige Flächenlast an der Oberfläche ist ein stetiges Feld vertikaler Einzellasten **dP = q·dA**

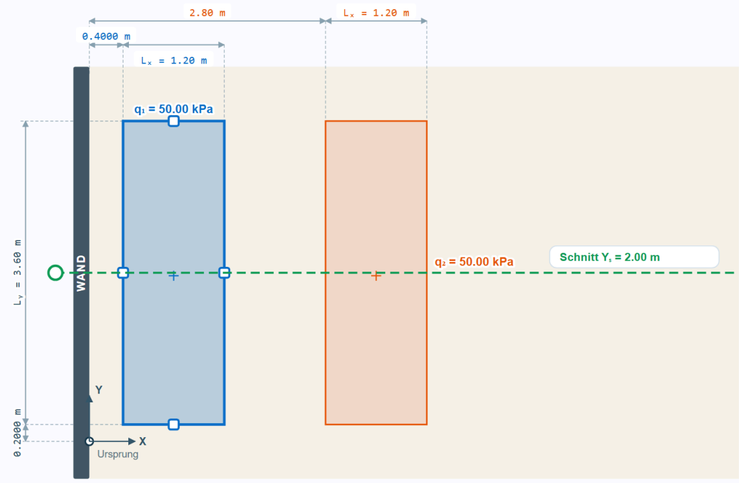
Die von jeder einzelnen Last am gewählten vertikalen Schnitt der Wand hervorgerufene **horizontale Spannung** wird aus der Boussinesq-Lösung ermittelt, und die Beiträge der einzelnen Rechtecke werden summiert

Durch Integration des Druckprofils entlang der Wand erhält man die **Querkraft** und das **Biegemoment**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X wird von der Wandfläche aus gemessen; Y entlang der Wand vom Ursprung

X_0, Y_0: Koordinaten des Schwerpunkts senkrecht zur Wand und entlang der Wand

L_x, L_y: Seiten; **Y_s**: Koordinate des Schnitts

Das Rechteck liegt hinter der Wandfläche: $x_1 \geq 0$

Boussinesq σ_x in der Wandebene

THEORIE

Für ein Element dP an einem Punkt des Schnitts in der Tiefe z und an der Lage **(x, y)** im Grundriss ergibt sich die zur Wand senkrechte **horizontale Normalspannung** wie folgt

$r^2 = x^2 + y^2$ und $R^2 = r^2 + z^2$; $dP = q \cdot dx \cdot dy$

Die horizontale Spannung hängt von der **Querdehnzahl μ** ab; für μ = 0.5 ist der Term mit dem Faktor (1 – 2μ) null

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

Geschlossene Lösung entlang der Wand: G

THEORIE

Der Ersatz des Rechtecks durch ein endliches Netz aus Einzellasten **konvergiert nahe der Wand langsam**, wo sich die Spannung am stärksten ändert

Längs der Wand (y-Richtung) besitzt das Integral eine **geschlossene Form**; das verbleibende Integral senkrecht zur Wand (x-Richtung) wird mit einer engen Toleranz **adaptiv** berechnet

$$G(x,y,z) = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\, y\,(2y^2+3a^2)}{a^4 R^3} - (1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right] \qquad a^2 = x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z) = \psi \sum_{\text{Lasten}} q \int_{x_1}^{x_2} \left[G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)\right] dx$$

Ein sehr langes Rechteck liefert unabhängig von μ die Lösung der **Streifenlast bei ebener Verformung**; die Berechnungsroutine wird mit diesem Nachweis geprüft

Wandeinfluss: ψ

THEORIE

Eine glatte, unbewegliche Wand wird durch die **Spiegelung** jeder Last bezüglich der Wandfläche dargestellt: Die Spiegelung setzt die Verschiebung normal zur Wand und die Schubspannung in dieser Ebene zu null

Daher ist der auf die Wand wirkende Druck unabhängig von μ **genau doppelt so groß** wie die Spannung im halbunendlichen Medium

Eine Wand, die sich so weit durchbiegt, dass der Boden aufgelockert wird, liegt näher am Wert für das halbunendliche Medium

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2\ (\text{starre Wand, Standard}) \qquad \psi = 1\ (\text{halbunendlicher Halbraum})$$

Integration des Profils entlang der Wand

THEORIE

Das Druckprofil wird entlang der Wand **pro Längeneinheit** des Schnitts im Querschnitt integriert, einmal für die Querkraft und zweimal für das Biegemoment

Beide werden zwischen den Zeilen der Tiefentabelle **adaptiv** integriert; die Zeilenzahl n_z bestimmt lediglich, wie viel des Profils aufgelistet wird.

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t) \, \sigma_x \, dt$$

Sechs Schritte und ein einleitendes Beispiel

THEORIE

1 · Wand und Schnitt: H, μ und Y_s werden eingegeben

2 · Für jedes Rechteck: q, X_0, Y_0, L_x, L_y; x_1, x_2, y_1, y_2 werden berechnet

3 · Spannung aus Einzellast: r, R und σ_x für dP = q·dx·dy

4 · Integration der Fläche: in y-Richtung exakt mit G, in x-Richtung numerisch

5 · Superposition und ψ: Jedes Rechteck wird in der Tiefe z summiert und bei starrer Wand mit zwei multipliziert

6 · Integration entlang der Wand: $\sigma_x(z)$, dann $V_x(z)$ und $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \mathrm{m}^2 \qquad P = 432\ \mathrm{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \mathrm{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

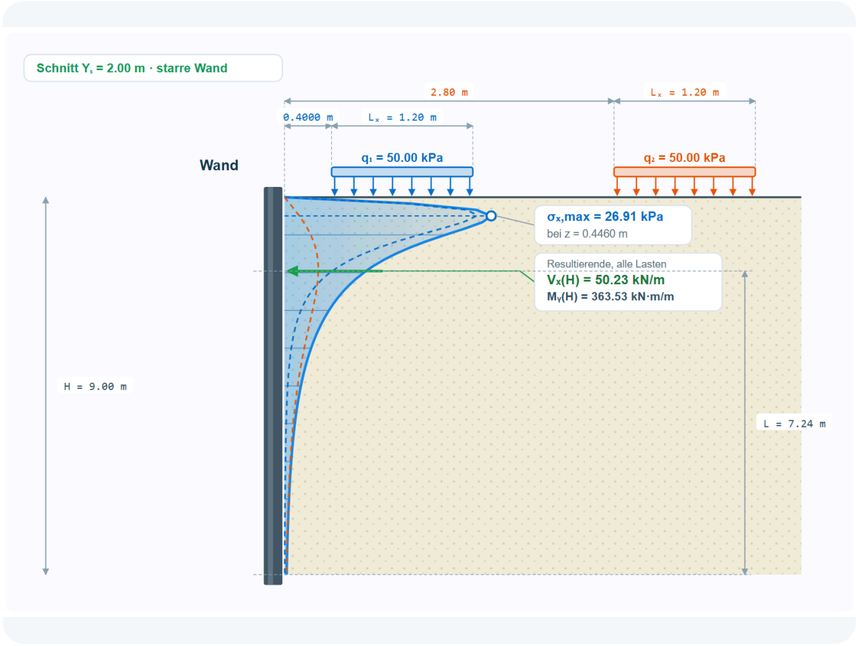
Lage, Abstand und Querdehnzahl ν

THEORIE

Das Verfahren erhält die **dreidimensionale Lage und Größe** jeder Last: Das Verschieben eines Rechtecks entlang der Wand oder von der Wand weg, die Änderung seiner Größe, das Verschieben des Schnitts oder die Änderung von μ verändert das Druckprofil

Der Druck erreicht seinen Größtwert **in Schnitten, die vor einer Last verlaufen**, und nimmt mit dem Abstand im Grundriss rasch ab; wenn die Lasten kurz gegenüber ihrem Abstand zur Wand sind, werden **mehrere Schnitte** nachgewiesen

Liegt μ unter 0.5, so können im oberflächennahen Bereich **Zugordinaten** auftreten; diese werden mit ihrem Vorzeichen angegeben



Aufgabe

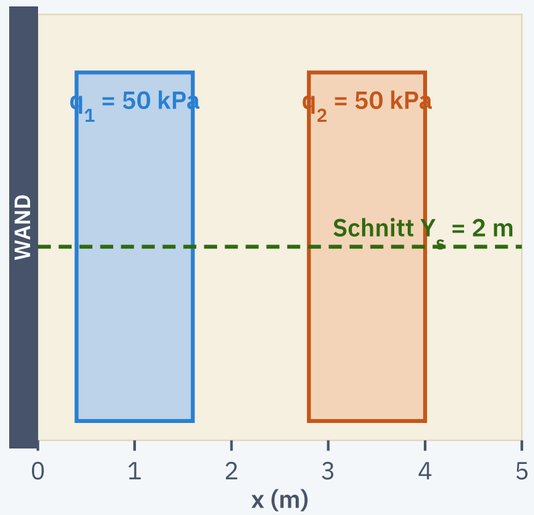
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Schnitt	$H = 9.0$ **m;** $\mu = 0.5$**; Schnitt** $Y_s = 2.0$ **m; starre Wand (**$\psi = 2$**)**
Rechteck 1	$q = 50$ **kPa;** $L_x = 1.2$ **m,** $L_y = 3.6$ **m;** $X_0 = 1.0$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**
Rechteck 2	$q = 50$ **kPa;** 1.2×3.6 **m;** $X_0 = 3.4$ **m,** $Y_0 = 2.0$ **m**

GESUCHT

Der σ_x-Beitrag jedes Rechtecks in der Tiefe **z = 0.446 m** (von Hand mit **Simpson**) und das Gesamt-σ_x; Vergleich mit dem Ergebnis des Moduls. Diese Tiefe ist die Tiefe, in der die Pressung am größten ist.



Lösung (1/4)

LÖSUNG

1 Lage der Rechtecke bezogen auf den Schnitt (x von der Wand, y vom Schnitt gemessen)

$$\text{Rechteck 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{Rechteck 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 Fläche und gesamte vertikale Last (für jede)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

Der Schnitt verläuft genau durch die Mitte beider Rechtecke: $\mathbf{y_1 = -y_2}$. Rechteck 1 beginnt 0.4 m von der Wand entfernt, Rechteck 2 in 2.8 m Entfernung.

Lösung (2/4)

LÖSUNG

3 μ = 0.5: (1 − 2μ) = 0, der zweite Term von G entfällt; da $y_1 = -y_2$, gilt $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 Simpson-Regel senkrecht zur Wand (n gerade Anzahl von Intervallen, $h = (x_2 - x_1)/n$); $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

Rechteck 1 (x = 0.4 – 1.6 m) liegt nahe der Wand, wo sich der Integrand schnell ändert: **n = 8** Intervalle; für Rechteck 2 (x = 2.8 – 4.0 m) genügt **n = 4**.

Lösung (3/4)

LÖSUNG

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				Σ c·f =		**4.99412**

5 σ_x für Rechteck 1 (h = 0.15 m)

$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\,\frac{0.15}{3}\,(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \mathrm{kPa}$$

Simpson (8 Intervalle): **24.97 kPa**. Die adaptive Integration des Moduls ergibt 24.98 kPa; Unterschied 0.03 %.

Lösung (4/4)

LÖSUNG

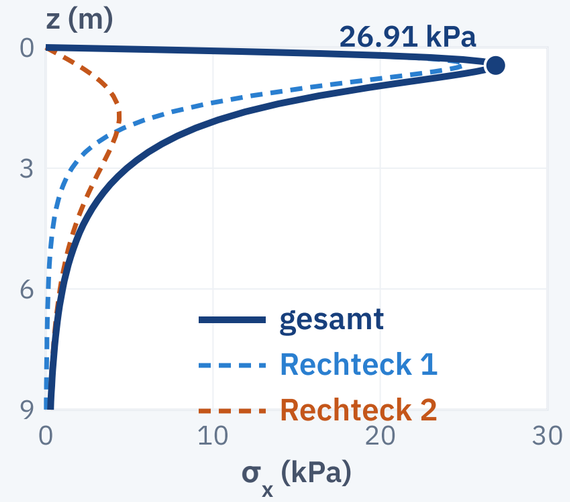
i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	2.800	8.0389	3.3584	0.02504	1	0.02504
1	3.100	9.8089	3.6123	0.01944	4	0.07777
2	3.400	11.7589	3.8728	0.01536	2	0.03071
3	3.700	13.8889	4.1387	0.01232	4	0.04927
4	4.000	16.1989	4.4090	0.01001	1	0.01001
				Σ c·f =		**0.19281**

6 σ_x für Rechteck 2 (h = 0.30 m) und Superposition

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90}\ \text{kPa}$$

Von Hand: **24.97 + 1.93 = 26.90 kPa**. Modul: 24.98 + 1.93 = **26.91 kPa** (z = 0.446 m); identisch mit dem Beispiel auf der Seite.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

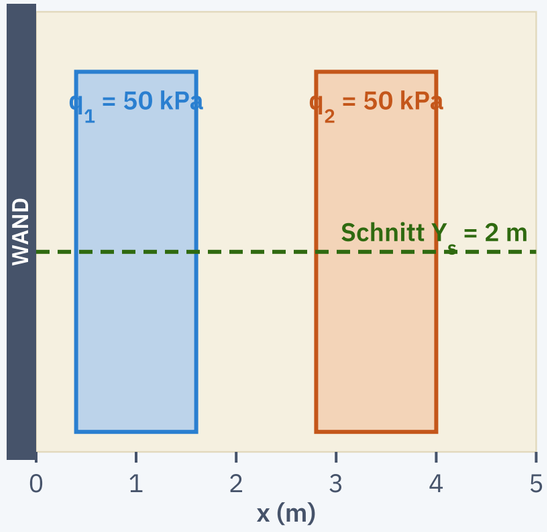
BEISPIEL

Gegeben

Modell	**Die beiden Rechtecke aus Beispiel 1; $H = 9.0$ m; $n_z = 20$ (Zeilenabstand $H/20 = 0.45$ m)**
Verfahren	**starre Wand ($\psi = 2$); $V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$, $M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$**

GESUCHT

Für jede Zeile **σ_x** (die getrennten Beiträge der beiden Rechtecke und ihre Summe), **$V_x(z)$** und **$M_y(z)$**; an der Sohle **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** und die Tiefe der Resultierenden.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

z (m)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	σ_x (kPa)	V_x (kN/m)	M_y (kN·m/m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.45	**24.96**	**1.94**	**26.91**	**8.45**	**1.45**
0.90	17.46	3.43	20.89	19.44	7.84
1.35	10.24	4.23	14.47	27.30	18.46
1.80	5.91	4.39	10.31	32.80	32.06
2.25	3.49	4.13	7.62	36.80	47.76
2.70	2.13	3.65	5.78	39.79	65.02
3.15	1.35	3.10	4.45	42.08	83.47
3.60	0.89	2.58	3.46	43.85	102.82
4.05	0.60	2.11	2.71	45.23	122.87
4.50	0.42	1.71	2.13	46.31	143.48
4.95	0.30	1.39	1.69	47.17	164.52
5.40	0.22	1.13	1.35	47.85	185.91
5.85	0.16	0.92	1.08	48.40	207.57
6.30	0.13	0.75	0.88	48.84	229.45
6.75	0.10	0.62	0.72	49.19	251.51
7.20	0.08	0.51	0.59	49.48	273.71
7.65	0.06	0.42	0.49	49.72	296.03
8.10	0.05	0.36	0.40	49.92	318.46
8.55	0.04	0.30	0.34	50.09	340.96
9.00	0.03	0.25	0.28	50.23	363.53

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Querkraft und Moment an der Sohle (letzte Zeile der Tabelle)

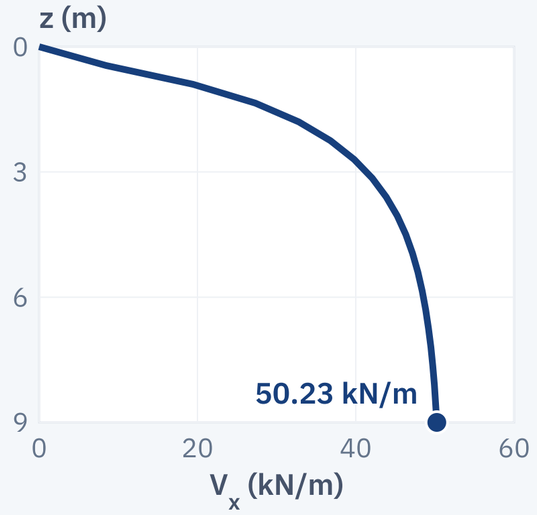
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

2 Wirkungslinie der Resultierenden: Hebelarm und deren Tiefe

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \mathrm{m}\ \ (\text{von der Sohle})$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}\ \ (\text{vom Baugrund})$$



Die Resultierende beträgt **50.23 kN/m** und wirkt **1.76 m** unter der Geländeoberfläche. **92%** der Kraft stammen aus den oberen 4.5 m (halbe Wandhöhe): $V_X(4.5)$ = 46.31 kN/m.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

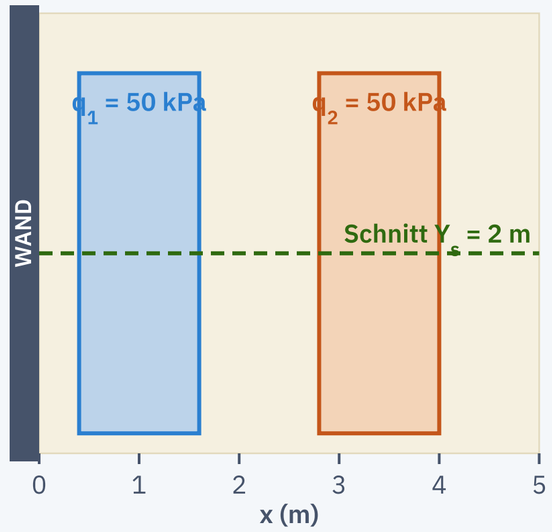
BEISPIEL

Gegeben

Modell	**Die Rechtecke aus Beispiel 1; jedes für sich, dann beide zusammen**
Verfahren	**starre Wand ($\psi = 2$) und halbunendliches Medium ($\psi = 1$)**

GESUCHT

Für jedes Rechteck **einzeln** und gemeinsam **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$** und **z_R**; dieselben Größen im Halbraum.



Lösung

LÖSUNG

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)	$V_x(H)$, ψ = 1	$M_y(H)$, ψ = 1
Rechteck 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
Rechteck 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
Beides zusammen	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 V und M werden summiert; die Tiefe der Resultierenden ist das kraftgewichtete Mittel

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \mathrm{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \mathrm{kN \cdot m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \mathrm{m}$$

Die Werte für den Halbraum betragen **genau die Hälfte** derjenigen der starren Wand (V_x 25.12, M_y 181.77), während z_R unverändert bleibt. Der Gesamtdruckhöchstwert (26.91 kPa) ist kleiner als die Summe der beiden Einzelhöchstwerte (29.44): Die Spitzen treten in unterschiedlichen Tiefen auf (0.42 und 1.72 m).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

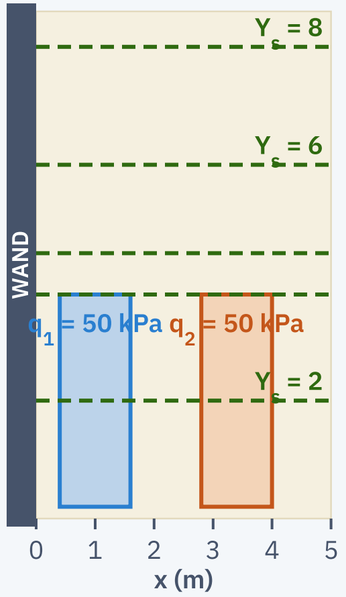
BEISPIEL

Gegeben

Modell	**Die beiden Rechtecke aus Beispiel 1 ($Y_0 = 2.0$ m, $L_y = 3.6$ m: die Lasten liegen zwischen $y = 0.2$ – 3.8 m)**
Schnitte	$Y_s = 2.0; 3.0; 3.8; 4.5; 6.0; 8.0$ m

GESUCHT

Für jeden Schnitt $\sigma_{x,max}$ und dessen Tiefe, $V_x(H)$, $M_y(H)$ und z_R; die Lage des Schnitts gegenüber der Last.



Lösung

LÖSUNG

Schnitt Y_s (m)	Nach Last	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	in der Mitte der Last	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	innerhalb der Last	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	am Rand der Last	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	außerhalb, 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	außerhalb, 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	außerhalb, 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

Der Druck ist im **Schnitt in der Lastmitte** am größten (26.91 kPa) und nimmt mit dem Abstand im Grundriss rasch ab: Bei Y_s = 6 m fällt V_x auf etwa ein Siebtel, bei 8 m auf etwa ein Zwanzigstel. Der Schnitt bei Y_s = 3.8 m ist **symmetrisch** zum Schnitt bei y = 0.2 m (Y_0 ± 1.8 m): Die Ergebnisse sind gleich (V_x = 31.31 kN/m). Sind die Lasten im Verhältnis zur Wand kurz, werden mehrere Schnitte geprüft.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

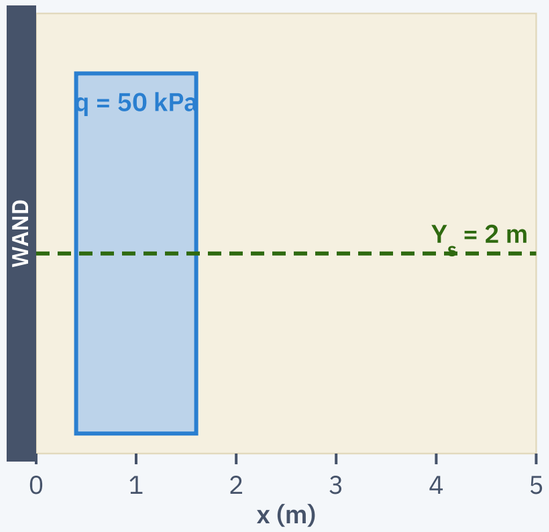
BEISPIEL

Gegeben

Modell	**einzelnes Rechteck: $q = 50$ kPa, 1.2×3.6 m, $Y_0 = 2.0$ m; $\mu = 0.5$; $H = 9.0$ m; starre Wand**
Lage	**$X_0 = 0.6; 1.0; 1.6; 2.6; 4.6$ m, d. h. der nahe Rand $x_1 = 0; 0.4; 1.0; 2.0; 4.0$ m**

GESUCHT

Für jede Lage $\sigma_{x,max}$ und deren Tiefe, $V_x(H)$, $M_y(H)$ und z_R.



Lösung

LÖSUNG

Nahe Kante x_1 (m)	X_0 (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
0.0	0.6	50.00	0.000	35.77	295.98	0.726
0.4	1.0	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140
1.0	1.6	14.01	0.791	28.40	208.03	1.675
2.0	2.6	6.89	1.315	21.32	139.72	2.445
4.0	4.6	2.56	2.315	12.59	67.76	3.617

Je weiter die Last von der Wand entfernt ist, desto **kleiner und tiefer** wird der größte Erddruck: 50.00 kPa (an der Geländeoberfläche) → 2.56 kPa (2.32 m). Bei einer unmittelbar an der Wand anliegenden Last (x_1 = 0) liegt der größte Erddruck an der Geländeoberfläche und ist gleich **q = 50 kPa**. V_x dagegen nimmt langsamer ab (35.77 → 12.59 kN/m); z_R wird tiefer.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

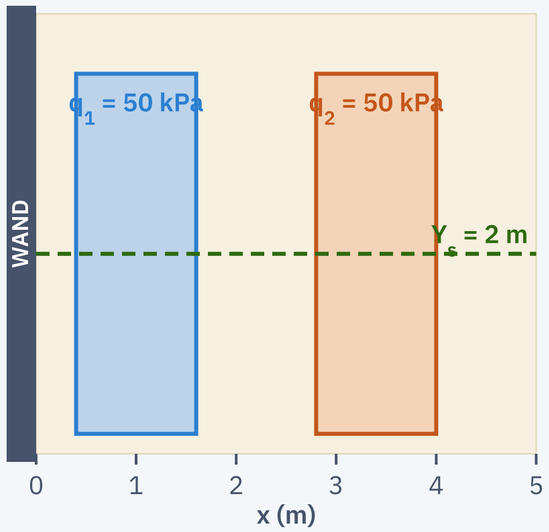
BEISPIEL

Gegeben

Modell	**Die beiden Rechtecke aus Beispiel 1; $H = 9.0$ m; $Y_s = 2.0$ m; starre Wand**
Veränderlich	$\mu = 0.5; 0.4; 0.3; 0.2$

GESUCHT

Für jedes μ: **$\sigma_{x,max}$**, **$V_x(H)$**, **$M_y(H)$**; die Ordinate an der Geländeoberfläche $\sigma_x(0)$ und die **manuelle** Bestimmung dieser Ordinate.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

μ	1 – 2μ	$\sigma_x(0)$ (kPa)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)
0.5	0.0	0.00	26.91	0.446	50.23	363.53
0.4	0.2	−4.18	23.54	0.459	41.47	303.91
0.3	0.4	−8.36	20.19	0.473	32.72	244.28
0.2	0.6	−12.54	16.88	0.489	23.96	184.66

Mit abnehmendem μ werden Druck und Kraft **deutlich kleiner**: für μ = 0.3 ergibt sich V_x = 32.72 kN/m, 35% weniger als bei μ = 0.5. An der Oberfläche entsteht eine **negative (Zug-)Ordinate**; V_x und M_y werden aus dem vorzeichenbehafteten Profil integriert.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Für z = 0, R = r, (1 – z/R) = 1: Es bleibt nur der zweite Term von G, und es gilt ∫ y/(x² + y²) dx = tan⁻¹(x/y)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 Rechteck 1 (x = 0.4 – 1.6 m), Rechteck 2 (x = 2.8 – 4.0 m); für μ = 0.4 ist 1 – 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234\ \text{kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945\ \text{kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18}\ \text{kPa}$$

Von Hand –4.18 kPa; Modul –4.18 kPa. Die Ordinaten an der Oberfläche sind proportional zu **(1 – 2μ)**: null bei μ = 0.5, –12.54 kPa bei μ = 0.2.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

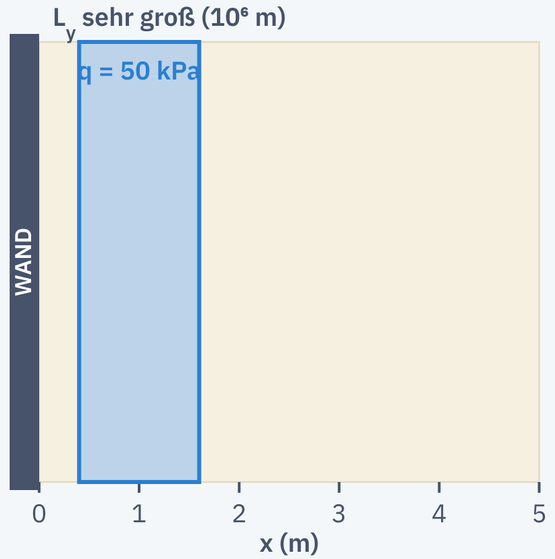
BEISPIEL

Gegeben

Modell	**einzelnes Rechteck:** $q = 50$ **kPa,** $x_1 = 0.4$ **m,** $x_2 = 1.6$ **m (**$L_x = 1.2$ **m),** $L_y = 10^6$ **m;** $H = 9.0$ **m; starre Wand**
Querdehnzahl v	$\mu = 0.5$ **und** $\mu = 0.2$

GESUCHT

Mit der Formel für die **Streifenlast** (von Hand) **σ_x** bei z = 0.5; 1; 2; 4 m; Vergleich mit dem Flächenmodul; **$V_x(H)$**.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Streifenlast (ebener Verzerrungszustand), starre Wand: $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$, $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$

$$\sigma_x = \psi \frac{q}{\pi} (\beta - \sin\beta \cos 2\alpha) \qquad z = 1.0 \text{ m}:$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \quad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi} (0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927) = \mathbf{16.777}\ \text{kPa}$$

Die Streifenformel ergibt **16.777 kPa**; das Flächenmodul ($L_y = 10^6$ m) liefert denselben Wert: Eine sehr lange Rechteckfläche geht in eine Streifenlast über. Der Vergleich für vier Tiefen folgt auf der nächsten Seite.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x, Streifenformel (kPa)	Flächenmodul, μ = 0.5	Flächenmodul, μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 Querkraft: geschlossene Lösung für den Streifen; das Flächenmodul liefert denselben Wert

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1}\frac{x_2}{H} - \tan^{-1}\frac{x_1}{H}\right] = \mathbf{37.68}\ \mathrm{kN/m}$$

Mit der Streifenformel stimmt das Flächenmodul bei μ = 0.5 **exakt** überein, bei μ = 0.2 höchstens mit einer Abweichung von 10^{-4} kPa: für ein sehr langes Rechteck ist das Ergebnis unabhängig von μ. V_X(H) = 37.68 kN/m.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: geschlossene Lösung (G) entlang der Wand, adaptive numerische Integration senkrecht zur Wand; **$\psi = 2$** starre Wand, **$\psi = 1$** halbunendliches Medium

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$, **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**; die Tiefe der Resultierenden $z_R = H - M_y/V_x$

Eingangsbeispiel ($z = 0.446$ m): $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (größter Druck); $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**, $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**, $z_R = 1.76$ m

Der Druck ist am größten, wenn der **Schnitt** durch die Lastmitte verläuft; der Abstand und **der Abstand der Last von der Wand** verringern den Druck rasch; bei einer unmittelbar an die Wand angrenzenden Last gilt an der Oberfläche $\sigma_x = q$

Die **Querdehnzahl** verändert das Ergebnis stark ($\mu = 0.3$: V_x ist um etwa 35 % zu klein); für $\mu < 0.5$ ergibt sich eine Zugordinate an der Oberfläche; eine sehr lange rechteckige Streifenlast ergibt

Literatur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; diese Seite folgt diesem Werk.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der moduleigenen Berechnungsengine erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Eröffnungsbeispiel des Moduls ist eine Wand aus zwei Rechtecken (H = 9 m, μ = 0.5, Y_s = 2 m).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie Ihre eigenen Rechtecklasten, die Schnittlage, die Querdehnzahl und die Wandhöhe in GeoTerva ein; das Modul liefert das Druckprofil, die Querkraft und das Moment, den getrennten Beitrag jeder Last, die drei Ansichten, die schrittweise Lösung und den Bericht zusammen.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com