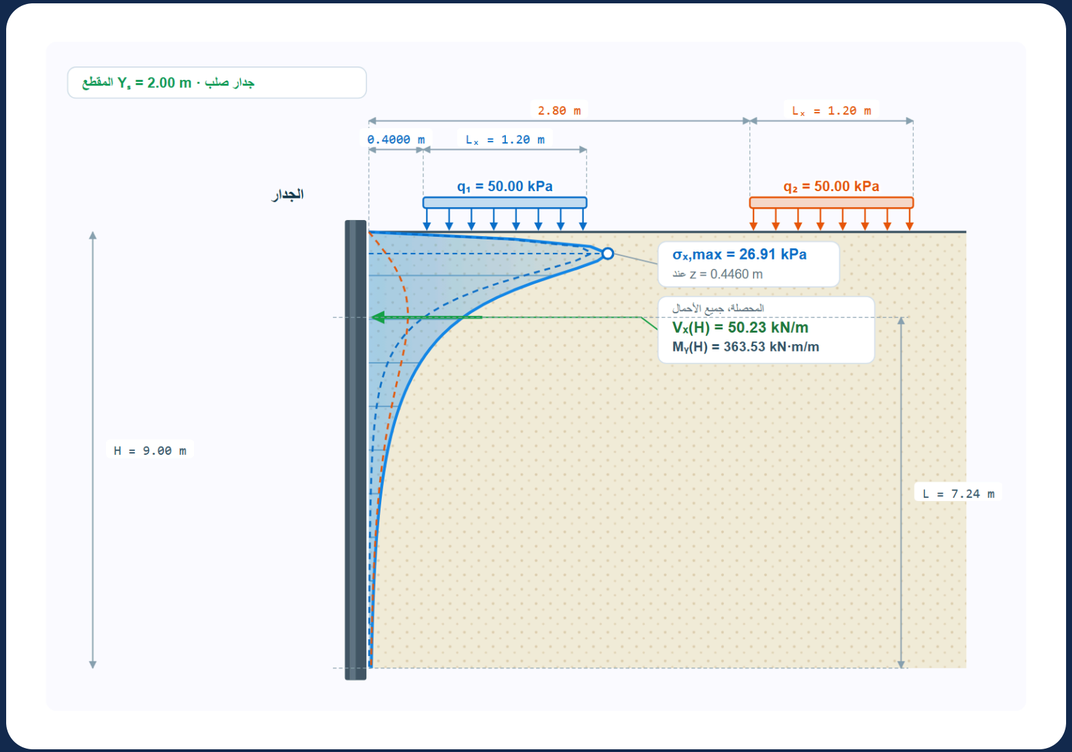


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الأحمال الإضافية

الأحمال الإضافية المساحية

المحاضرة: أحمال السطح المستطيلة قرب الجدار؛ يحل المثال الابتدائي يدوياً عند عمق أكبر ضغط، وتعرض بقية الموضوعات بالجداول.

- Boussinesq σx
- تكامل المستطيل
- جدار جاسئ ψ = 2
- قوة القص والعزم
- قابل للحل يدوياً

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

الضغط الجانبي على الجدار الناتج عن حمل سطحي مستطيل: الحمل هو مجموع أحمال منفردة **dP = q·dA**، ويوجد أثر كل منها من حل Boussinesq

الكميات x_1, x_2, y_1, y_2 التي تعطي الموضع والأبعاد في المسقط الأفقي، والتكامل **الدقيق على طول الجدار والعددي في الاتجاه العمودي على الجدار**

الفرق بين **الجدار الجاسئ** ($\psi = 2$) و **الوسط شبه اللانهائي** ($\psi = 1$)

إيجاد قيم **قوة القص** V_x و**عزم الانحناء** M_y من مخطط الضغط

تأثير موضع المقطع وبعد الحمل عن الجدار و**نسبة بواسون**

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات:**

1 · **النظرية**: المعادلة ومبرراتها

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

مثال: $\mu = 0.5$، $H = 9$ m، المقطع $Y_s = 2$ m؛ مستطيلان بأبعاد $1.2 \times X_0 = 1.0$، $q = 50$ kPa، 3.6 m و 3.4 m؛ جدار صلب.

الأحمال المستطيلة المؤثرة على الجدار

النظرية

الحمل الإضافي السطحي المستطيل هو مجال مستمر من الأحمال النقطية الرأسية **dP = q·dA**

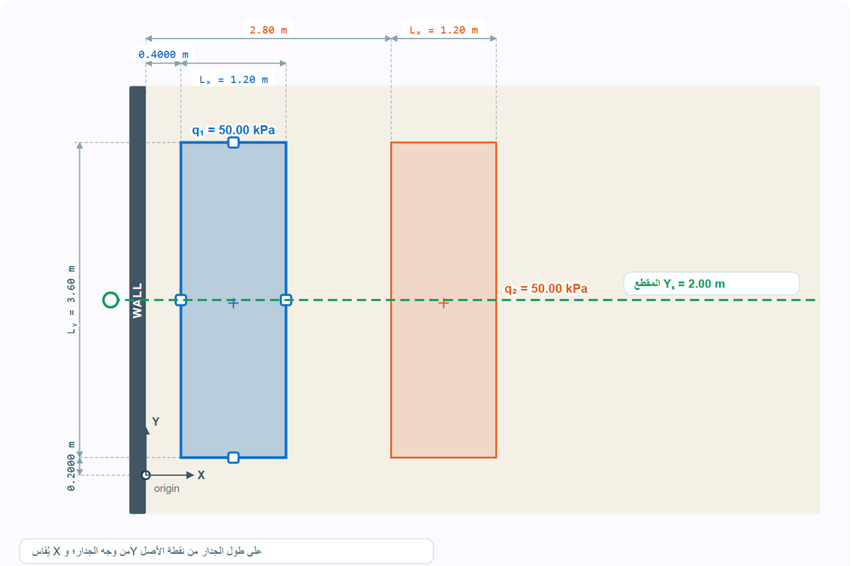
يوجد **الإجهاد الأفقي** الذي ينشئه كل حمل منفرد في المقطع الرأسي المختار من الجدار من حل Boussinesq، وتجمع مساهمات كل مستطيل

بتكامل مخطط الضغط على امتداد الجدار نحصل على **قوة القص** و**عزم الانحناء**

$$A = L_x L_y \qquad P = qA$$

$$x_1 = X_0 - \frac{L_x}{2} \quad x_2 = X_0 + \frac{L_x}{2}$$

$$y_1 = Y_0 - \frac{L_y}{2} - Y_s \quad y_2 = Y_0 + \frac{L_y}{2} - Y_s$$



X_0، Y_0: إحداثيا مركز الثقل في الاتجاه العمودي على الجدار وعلى امتداد الجدار

L_x، L_y: الضلعان؛ Y_s: إحداثي المقطع

يقع المستطيل خلف وجه الجدار: $x_1 \geq 0$

Boussinesq σ_x في مستوى الجدار

النظرية

فيما يلي **الإجهاد الأفقي الناظمي** على الجدار الناتج عن العنصر dP الواقع عند الموضع **(x, y)** في المسقط الأفقي بالنسبة إلى نقطة من المقطع على العمق z

$r^2 = x^2 + y^2$ و $R^2 = r^2 + z^2$؛ $dP = q \cdot dx \cdot dy$

يعتمد الإجهاد الأفقي على **نسبة بواسون μ**؛ فعند μ = 0.5 يكون الحد المضروب في المعامل (1 − 2μ) مساوياً للصفر

$$\sigma_x = \frac{dP}{2\pi}\left[\frac{3x^2 z}{R^5} - (1-2\mu)\left(\frac{x^2-y^2}{r^2 R(R+z)} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3}\right)\right]$$

$$r^2 = x^2 + y^2 \qquad R^2 = r^2 + z^2 \qquad dP = q\,dx\,dy$$

حل مغلق على طول الجدار: G

النظرية

استبدال المستطيل بشبكة محدودة من الأحمال النقطية **يتقارب ببطء قرب الجدار** حيث يتغير الإجهاد بأسرع ما يكون

للتكامل على امتداد الجدار (في اتجاه y) **صيغة مغلقة**؛ أما التكامل المتبقي في الاتجاه العمودي على الجدار (x) فيحسب **بصورة تكيفية** بحد تسامح صارم

$$G(x,y,z)=\frac{1}{2\pi}\left[\frac{x^2 z\,y\,(2y^2+3a^2)}{a^4R^3}-(1-2\mu)\frac{y\,(1-z/R)}{r^2}\right]\qquad a^2=x^2+z^2$$

$$\sigma_x(z)=\psi\sum_{\text{الأحمال}} q\int_{x_1}^{x_2}\left[G(x,y_2,z)-G(x,y_1,z)\right]dx$$

المستطيل الطويل جداً يعطي، أياً كانت قيمة μ، حل **الحمل الشريطي في حالة الانفعال المستوي**؛ ويختبر المحرك الحسابي بهذا التحقق

النظرية

تأثير الجدار: ψ

يمثل الجدار الأملس الذي لا يتحرك **بعكس** كل حمل بالنسبة إلى وجه الجدار: فالانعكاس يجعل الإزاحة العمودية على الجدار وإجهاد القص على ذلك المستوى مساويين للصفر

ولهذا يساوي الضغط المؤثر على الجدار، أياً كانت μ، **بالضبط ضعف** إجهاد الوسط شبه اللانهائي

الجدار الذي ينحرف بما يكفي لإرخاء التربة أقرب إلى قيمة الوسط شبه اللانهائي

$$\sigma_{wall} = \psi\,\sigma_x \qquad \psi = 2 \text{ (جدار صلب، افتراضي)} \qquad \psi = 1 \text{ (وسط شبه لانهائي)}$$

النظرية

تكامل المقطع الجانبي على طول الجدار

يكامل منحنى توزيع الضغط على امتداد الجدار، لكل **وحدة طول** من الجدار في المقطع، مرة واحدة للحصول على قوة القص ومرتين للحصول على عزم الانحناء

يُجرى تكامل كل منهما **تكيفياً** بين صفوف جدول العمق؛ ولا يحدد عدد الصفوف n_z إلا مقدار ما يُعرض من القطاع في القائمة

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt$$

$$M_y(z) = \int_0^z V_x \, dt = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$$

النظرية

ست خطوات والمثال الابتدائي

1 · الجدار والمقطع: تُدخل H وμ وY_s

2 · لكل مستطيل: L_y ،L_x ،Y_0 ،X_0 ،q؛ وتحسب y_2 ،y_1 ،x_2 ،x_1

3 · إجهاد الحمل النقطي: r و R و σ_x من أجل $dP = q \cdot dx \cdot dy$

4 · تكامل المساحة: دقيق باستخدام G في اتجاه y، وعددي في اتجاه x

5 · التراكب و ψ: يجمع كل مستطيل عند العمق z، ويضرب في اثنين في الجدار الجاسئ

6 · التكامل على طول الجدار: $\sigma_x(z)$، ثم $V_x(z)$ و $M_y(z)$

$$A = 2 \times 1.2 \times 3.6 = 8.64\ \text{m}^2 \qquad P = 432\ \text{kN} \qquad \sigma_x = 24.98 + 1.93 = 26.91\ \text{kPa}$$

$$V_x(H) = 50.23\ \text{kN/m} \qquad M_y(H) = 363.53\ \text{kN} \cdot \text{m/m}$$

الموضع والمسافة ونسبة بواسون

النظرية

تحافظ الطريقة على **الموضع والأبعاد في الفراغ ثلاثي الأبعاد** لكل حمل: فنقل مستطيل على امتداد الجدار أو بعيداً عنه، أو تغيير أبعاده، أو إزاحة المقطع، أو تغيير μ، يغير مخطط الضغط

يبلغ الضغط قيمته العظمى **في المقاطع المارة أمام** الحمل ويتناقص بسرعة مع المسافة في المسقط الأفقي؛ وعندما تكون الأحمال قصيرة بالنسبة إلى بعدها عن الجدار **يتحقق من عدة مقاطع**

عندما تقل μ عن 0.5 قد تظهر **إحداثيات شد** في المنطقة القريبة من السطح؛ وتعطى بإشاراتها



المسألة

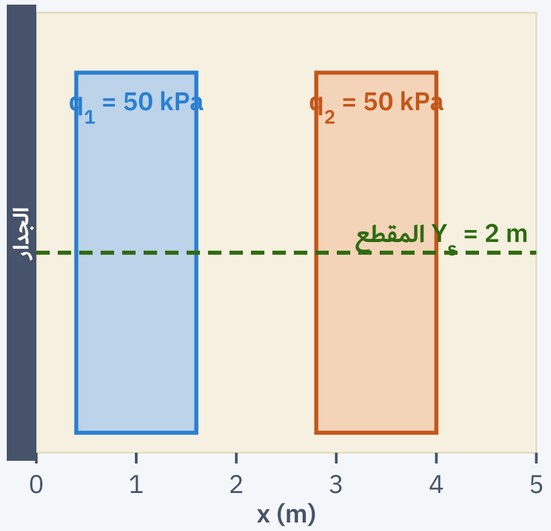
مثال

المعطيات

الجدار والمقطع	$H = 9.0$ m؛ $\mu = 0.5$؛ المقطع $Y_s = 2.0$ m؛ جدار جاسئ ($\psi = 2$)
المستطيل 1	$q = 50$ kPa؛ $L_x = 1.2$ m، $L_y = 3.6$ m؛ $X_0 = 1.0$ m، $Y_0 = 2.0$ m
المستطيل 2	$q = 50$ kPa؛ 1.2×3.6 m؛ $X_0 = 3.4$ m، $Y_0 = 2.0$ m

المطلوب

مساهمة كل مستطيل في σ_x عند العمق **z = 0.446 m** (يدوياً بطريقة **Simpson**) والمجموع **σ_x**؛ ومقارنتها بنتيجة الوحدة. وهذا العمق هو العمق الذي يبلغ عنده الضغط أكبر قيمة.



الحل (1/4)

الحل

1 موضع المستطيلات بالنسبة إلى المقطع (يقاس x من الجدار و y من المقطع)

$$\text{مستطيل 1: } x_1 = 1.0 - 0.6 = 0.4\ \text{m} \quad x_2 = 1.0 + 0.6 = 1.6\ \text{m}$$

$$\text{مستطيل 2: } x_1 = 3.4 - 0.6 = 2.8\ \text{m} \quad x_2 = 3.4 + 0.6 = 4.0\ \text{m}$$

$$y_1 = 2.0 - 1.8 - 2.0 = -1.8\ \text{m} \quad y_2 = 2.0 + 1.8 - 2.0 = +1.8\ \text{m}$$

2 المساحة والحمل الرأسي الكلي (لكل منها)

$$A = L_x L_y = 1.2 \times 3.6 = 4.32\ \text{m}^2 \qquad P = qA = 50 \times 4.32 = 216\ \text{kN} \qquad \Sigma P = 432\ \text{kN}$$

يمر المقطع تماماً بمنتصف المستطيلين: $y_1 = -y_2$. يبدأ المستطيل 1 على بعد 0.4 m من الجدار، أما المستطيل 2 فيبدأ على بعد 2.8 m.

الحل (2/4)

الحل

3 عند $\mu = 0.5$: $(1 - 2\mu) = 0$، فيسقط الحد الثاني من G؛ وبما أن $y_1 = -y_2$ فإن $G(x, y_2) - G(x, y_1) = 2G(x, y_2)$

$$f(x) = G(x, y_2, z) - G(x, y_1, z) = \frac{x^2\, z\, y_2\, (2y_2^2 + 3a^2)}{\pi\, a^4 R^3}$$

$$z\, y_2 = 0.8028 \qquad 2y_2^2 = 6.48 \qquad a^2 = x^2 + 0.1989 \qquad R^2 = x^2 + 3.4389$$

4 قاعدة Simpson في الاتجاه العمودي على الجدار (n فترة زوجية، $h = (x_2 - x_1)/n$؛ $\sigma_x = \psi\, q \int f\, dx$)

$$\int_{x_1}^{x_2} f\, dx \approx \frac{h}{3}\left[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \cdots + 4f_{n-1} + f_n\right]$$

$$\sigma_x = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i\, f_i \qquad (c_i = 1, 4, 2, 4, \ldots, 4, 1)$$

يقع المستطيل 1 ($x = 0.4 - 1.6$ m) قرب الجدار حيث تتغير الدالة تحت التكامل بسرعة: عدد الفترات **n = 8**؛ وللمستطيل 2 ($x = 2.8 - 4.0$ m) يكفي **n = 4**.

الحل (3/4)

الحل

i	x (m)	a² (m²)	R (m)	f(x) (1/m)	c	c·f
0	0.400	0.3589	1.8971	0.35129	1	0.35129
1	0.550	0.5014	1.9343	0.33921	4	1.35683
2	0.700	0.6889	1.9821	0.28954	2	0.57909
3	0.850	0.9214	2.0400	0.23681	4	0.94723
4	1.000	1.1989	2.1069	0.19155	2	0.38310
5	1.150	1.5214	2.1821	0.15520	4	0.62080
6	1.300	1.8889	2.2647	0.12657	2	0.25315
7	1.450	2.3014	2.3540	0.10408	4	0.41632
8	1.600	2.7589	2.4493	0.08632	1	0.08632
				= Σ c·f		**4.99412**

5 σ_x للمستطيل 1 (h = 0.15 m)

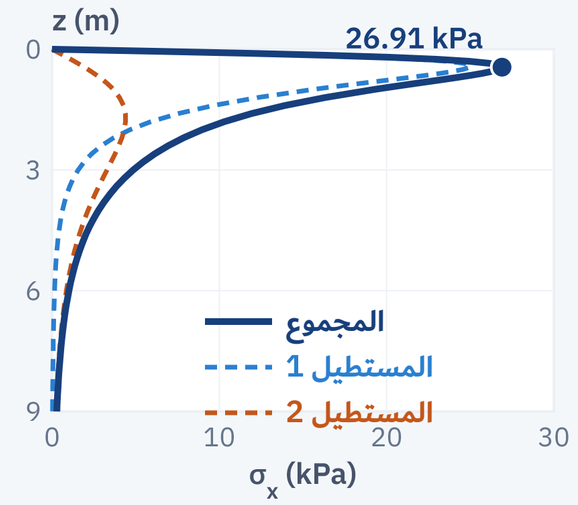
$$\sigma_{x,1} = \psi\, q\, \frac{h}{3} \sum c_i f_i = 2(50)\frac{0.15}{3}(4.99412) = \mathbf{24.97}\ \text{kPa}$$

Simpson (8 فترات): **24.97 kPa**. يعطي التكامل التكيفي في الوحدة 24.98 kPa؛ والفرق 0.03%.

الحل (4/4)

الحل

c·f	c	f(x) (1/m)	R (m)	a² (m²)	x (m)	i
0.02504	1	0.02504	3.3584	8.0389	2.800	0
0.07777	4	0.01944	3.6123	9.8089	3.100	1
0.03071	2	0.01536	3.8728	11.7589	3.400	2
0.04927	4	0.01232	4.1387	13.8889	3.700	3
0.01001	1	0.01001	4.4090	16.1989	4.000	4
0.19281		= Σ c·f				



6 σ_x للمستطيل 2 (h = 0.30 m) والتراكب

$$\sigma_{x,2} = 2(50)\frac{0.30}{3}(0.19281) = 1.93 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x = \sigma_{x,1} + \sigma_{x,2} = 24.97 + 1.93 = \mathbf{26.90} \text{ kPa}$$

يدوياً: **26.90 kPa = 1.93 + 24.97**. الوحدة: 1.93 + 24.98 = 26.91 kPa (z = 0.446 m)؛ وهي مطابقة للمثال الوارد في الصفحة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

النموذج

المستطيلان في المثال 1؛ $H = 9.0$ m؛ $n_z = 20$

(المسافة بين الصفوف $H/20 = 0.45$ m**)**

الطريقة

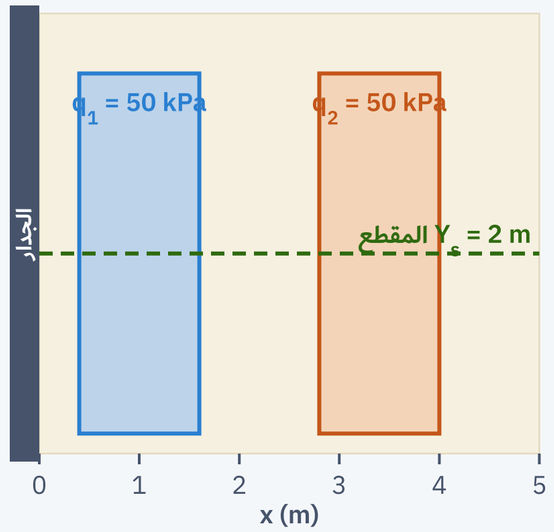
جدار صلب ($\psi = 2$**)؛**

$$V_x(z) = \int_0^z \sigma_x \, dt \text{،}$$

$$M_y(z) = \int_0^z (z - t)\, \sigma_x \, dt$$

المطلوب

في كل صف: σ_x (المساهمة المنفصلة للمستطيلين ومجموعهما)، و $V_x(z)$ و $M_y(z)$؛ وعند قاعدة الجدار $V_x(H)$ و $M_y(H)$ وعمق المحصلة.



الحل (1/2)

الحل

M_y (kN·m/m)	V_x (kN/m)	σ_x (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	z (m)
164.52	47.17	1.69	1.39	0.30	4.95
185.91	47.85	1.35	1.13	0.22	5.40
207.57	48.40	1.08	0.92	0.16	5.85
229.45	48.84	0.88	0.75	0.13	6.30
251.51	49.19	0.72	0.62	0.10	6.75
273.71	49.48	0.59	0.51	0.08	7.20
296.03	49.72	0.49	0.42	0.06	7.65
318.46	49.92	0.40	0.36	0.05	8.10
340.96	50.09	0.34	0.30	0.04	8.55
363.53	50.23	0.28	0.25	0.03	9.00

M_y (kN·m/m)	V_x (kN/m)	σ_x (kPa)	$\sigma_{x,2}$ (kPa)	$\sigma_{x,1}$ (kPa)	z (m)
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.45	**8.45**	**26.91**	**1.94**	**24.96**	**0.45**
7.84	19.44	20.89	3.43	17.46	0.90
18.46	27.30	14.47	4.23	10.24	1.35
32.06	32.80	10.31	4.39	5.91	1.80
47.76	36.80	7.62	4.13	3.49	2.25
65.02	39.79	5.78	3.65	2.13	2.70
83.47	42.08	4.45	3.10	1.35	3.15
102.82	43.85	3.46	2.58	0.89	3.60
122.87	45.23	2.71	2.11	0.60	4.05
143.48	46.31	2.13	1.71	0.42	4.50

الحل (2/2)

الحل

1 قوة القص والعزم عند القاعدة (الصف الأخير من الجدول)

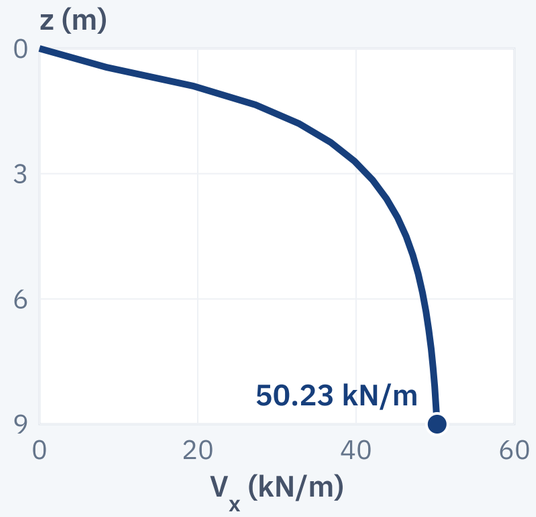
$$V_x(H) = \int_0^H \sigma_x \, dz = \mathbf{50.23}\ \text{kN/m}$$

$$M_y(H) = \int_0^H (H - t)\, \sigma_x \, dt = \mathbf{363.53}\ \text{kN} \cdot \text{m/m}$$

2 خط عمل المحصلة: ذراع العزم وعمقه

$$L = \frac{M_y(H)}{V_x(H)} = \frac{363.53}{50.23} = \mathbf{7.237}\ \text{m} \quad \text{(من القاعدة)}$$

$$z_R = H - L = 9.0 - 7.237 = \mathbf{1.763}\ \text{m} \quad \text{(من سطح الأرض)}$$



تبلغ المحصلة **50.23 kN/m** وتؤثر على عمق **1.76 m** تحت سطح الأرض. ويأتي **92%** من القوة من أعلى 4.5 m (نصف ارتفاع الجدار): $V_x(4.5)$ = 46.31 kN/m.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

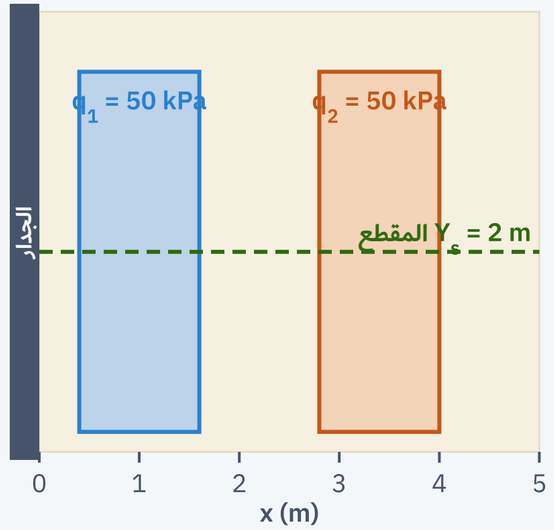
مثال

المعطيات

النموذج	**المستطيلان في المثال 1؛ كل منهما منفرداً، ثم كلاهما معاً**
الطرق	**جدار جاسئ ($\psi = 2$) ووسط نصف لانهائي ($\psi = 1$)**

المطلوب

لكل مستطيل **على حدة** ومجتمعة: $\sigma_{x,max}$ و $V_x(H)$ و $M_y(H)$ و z_R؛ والكميات نفسها في الوسط شبه اللانهائي.



الحل

الحل

	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)	$V_x(H)$, ψ = 1	$M_y(H)$, ψ = 1
المستطيل 1	25.03	0.419	33.14	260.49	1.140	16.57	130.25
المستطيل 2	4.40	1.717	17.09	103.04	2.971	8.55	51.52
كلاهما معاً	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763	25.12	181.77

1 تُجمع V و M؛ وعمق المحصلة هو المتوسط الموزون بالقوى

$$V_x = 33.14 + 17.09 = \mathbf{50.23}\ \text{kN/m} \qquad M_y = 260.49 + 103.04 = \mathbf{363.53}\ \text{kN}\cdot\text{m/m}$$

$$z_R = \frac{V_1 z_{R,1} + V_2 z_{R,2}}{V_1 + V_2} = \frac{33.14(1.140) + 17.09(2.971)}{50.23} = \mathbf{1.763}\ \text{m}$$

قيم الوسط شبه اللانهائي هي **النصف تماما** من قيم الجدار الصلب (M_y 181.77، V_x 25.12)، بينما تبقى z_R دون تغيير. والضغط الأقصى الكلي (26.91 kPa) أصغر من مجموع القيمتين العظميين المنفصلتين (29.44)، إذ تقع الذروتان على عمقين مختلفين (0.42 و 1.72 m).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

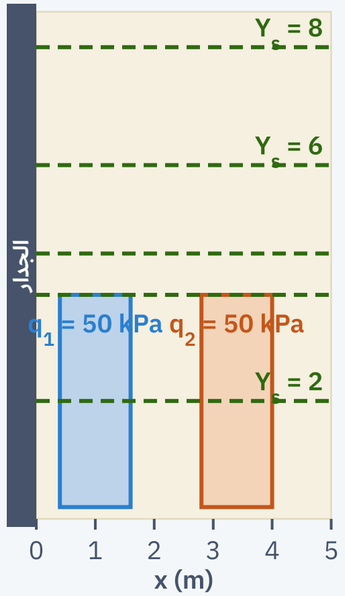
مثال

المطلوب

لكل مقطع: $\sigma_{x,max}$ وعمقه، و $V_x(H)$، و $M_y(H)$، و z_R؛ وموضع المقطع بالنسبة إلى الحمل.

المعطيات

النموذج	المستطيلان في المثال 1 ($Y_0 = 2.0$ m، $L_y = 3.6$ m) تقع الأحمال بين $y = 0.2$ m – 3.8 m) :
المقاطع	$Y_s = 2.0$؛ 3.0؛ 3.8؛ 4.5؛ 6.0؛ 8.0 m



الحل

الحل

مقطع Y_s (m)	حسب الحمل	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	z (m)	$V_x(H)$ (kN/m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	z_R (m)
2.0	في منتصف الحمل	26.91	0.446	50.23	363.53	1.763
3.0	داخل منطقة الحمل	25.04	0.428	45.78	330.75	1.775
3.8	عند حافة الحمل	14.13	0.467	31.31	217.96	2.038
4.5	خارجه، 0.7 m	5.00	0.998	17.39	110.14	2.667
6.0	خارجها، 2.2 m	1.39	2.112	6.77	36.89	3.549
8.0	خارجها، 4.2 m	0.41	3.094	2.44	11.53	4.270

يبلغ الضغط أقصاه في المقطع **الواقع عند مركز الحمل** (26.91 kPa) ويتناقص بسرعة مع البعد في المسقط الأفقي: عند Y_s = 6 m تنخفض V_x إلى نحو جزء من سبعة من قيمتها، وعند 8 m إلى نحو جزء من عشرين. والمقطع Y_s = 3.8 m **متماثل** مع المقطع (Y_0 ± 1.8 m) عند y = 0.2 m: فالنتائج واحدة (V_x = 31.31 kN/m). وإذا كانت الأحمال قصيرة نسبة إلى الجدار فيتحقق من عدة مقاطع.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

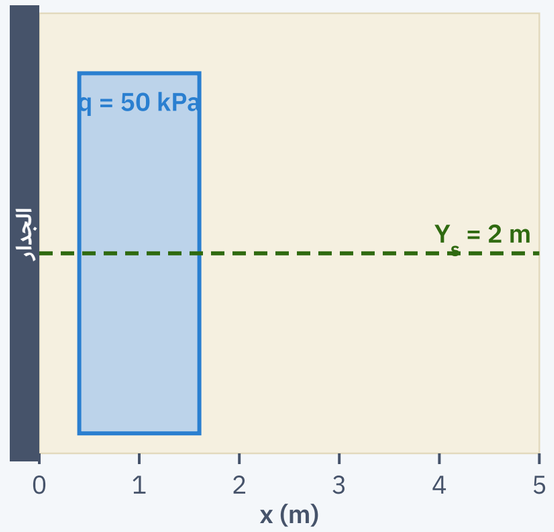
مثال

المعطيات

النموذج	**مستطيل واحد:** $q = 50$ kPa، 1.2×3.6 m، $Y_0 = 2.0$ m؛ $\mu = 0.5$؛ $H = 9.0$ m؛ **جدار جاسئ**
الموضع	$X_0 = 0.6$؛ 1.0؛ 1.6؛ 2.6؛ 4.6 m، **أي أن الحافة القريبة** $x_1 = 0$؛ 0.4؛ 1.0؛ 2.0؛ 4.0 m

المطلوب

لكل موضع: $\sigma_{x,max}$ وعمقها، و $V_x(H)$ و $M_y(H)$ و z_R.



الحل

الحل

z_R (m)	$M_y(H)$ (kN·m/m)	$V_x(H)$ (kN/m)	z (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	X_0 (m)	الحافة القريبة x_1 (m)
0.726	295.98	35.77	0.000	50.00	0.6	0.0
1.140	260.49	33.14	0.419	25.03	1.0	0.4
1.675	208.03	28.40	0.791	14.01	1.6	1.0
2.445	139.72	21.32	1.315	6.89	2.6	2.0
3.617	67.76	12.59	2.315	2.56	4.6	4.0

كلما ابتعد الحمل عن الجدار **يتناقص أقصى ضغط ويزداد عمقه**: من 50.00 kPa (عند السطح) إلى 2.56 kPa (عند 2.32 m). وفي حالة الحمل المجاور للجدار ($x_1 = 0$) يكون أقصى ضغط عند السطح ويساوي **q = 50 kPa**. أما V_X فتنخفض ببطء أكبر (من 35.77 إلى 12.59 kN/m)؛ وتزداد z_R عمقاً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

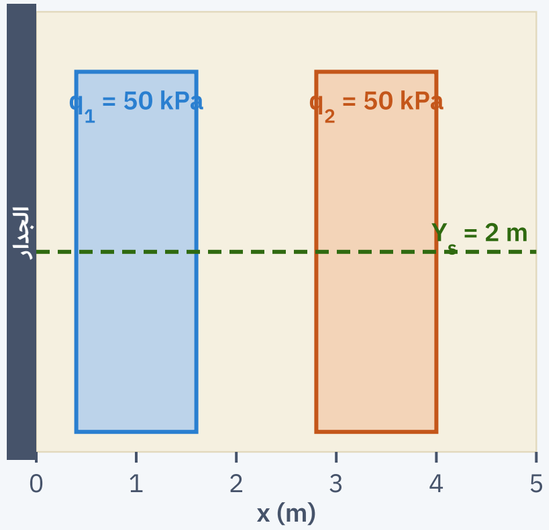
مثال

المعطيات

النموذج	**المستطيلان في المثال 1؛** $H = 9.0$ **m؛** $Y_s = 2.0$ **m؛ جدار جامد**
المتغير	$\mu = 0.5$;0.4 ;0.3 ;0.2

المطلوب

لكل قيمة من μ: $\sigma_{x,max}$، $V_x(H)$، $M_y(H)$؛ والإحداثي الصادي عند سطح الأرض $\sigma_x(0)$ مع إيجاد هذا الإحداثي **يدوياً**.



الحل (1/2)

الحل

$M_y(H)$ (kN·m/m)	$V_x(H)$ (kN/m)	z (m)	$\sigma_{x,max}$ (kPa)	$\sigma_x(0)$ (kPa)	2μ − 1	μ
363.53	50.23	0.446	26.91	0.00	0.0	0.5
303.91	41.47	0.459	23.54	4.18−	0.2	0.4
244.28	32.72	0.473	20.19	8.36−	0.4	0.3
184.66	23.96	0.489	16.88	12.54−	0.6	0.2

كلما قلت μ **انخفض الضغط والقوة انخفاضاً واضحاً**: فعند μ = 0.3 تكون V_x = 32.72 kN/m، أي أقل بنسبة 35% مما هي عليه عند μ = 0.5. وينشأ عند السطح **إحداثي سالب (شد)**؛ وتحسب V_x و M_y بالتكامل من المخطط ذي الإشارات.

الحل (2/2)

الحل

1 عند z = 0: R = r، (1 − z/R) = 1 يبقى الحد الثاني فقط من G ويصبح ∫ dx = tan⁻¹(x/y) y/(x² + y²)

$$\sigma_x(0) = -\psi\, q\, \frac{(1-2\mu)}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{x_2}{y_2} - \tan^{-1}\frac{x_1}{y_2}\right] \qquad (y_1 = -y_2)$$

2 المستطيل 1 (x = 0.4 – 1.6 m)، المستطيل 2 (x = 2.8 – 4.0 m)؛ من أجل μ = 0.4 يكون 1 − 2μ = 0.2

$$\sigma_{x,1}(0) = -2(50)\frac{0.2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1.6}{1.8} - \tan^{-1}\frac{0.4}{1.8}\right] = -6.366(0.5080) = -3.234 \text{ kPa}$$

$$\sigma_{x,2}(0) = -6.366\left[\tan^{-1}\frac{4.0}{1.8} - \tan^{-1}\frac{2.8}{1.8}\right] = -6.366(0.1485) = -0.945 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x(0) = -3.234 + -0.945 = \mathbf{-4.18} \text{ kPa}$$

يدوياً −4.18 kPa؛ والوحدة −4.18 kPa. تتناسب إحداثية السطح مع **(1 − 2μ)**: صفر عند μ = 0.5، و −12.54 kPa عند μ = 0.2.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

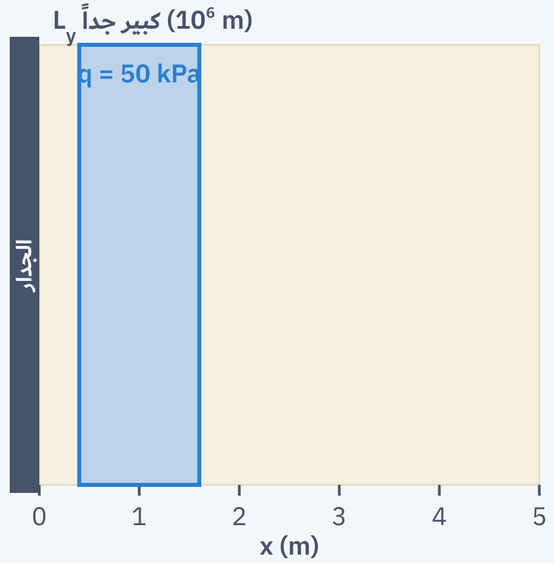
مثال

المعطيات

النموذج	**مستطيل واحد:** $q = 50$ **kPa**، $x_1 = 0.4$ **m**، $x_2 = 1.6$ **m** ($L_x = 1.2$ **m**)، $L_y = 10^6$ **m**؛ **جدار جاسئ**؛ $H = 9.0$ **m**
نسبة بواسون	$\mu = 0.5$ و $\mu = 0.2$

المطلوب

σ_x بصيغة **الحمل الشريطي** (يدوياً) عند $z = 0.5$ و 1 و 2 و 4 m؛ المقارنة مع وحدة الحمل المساحي؛ $V_x(H)$.



الحل (1/2)

الحل

1 الحمل الشريطي (انفعال مستوٍ)، الجدار الجاسئ: $\alpha = \tan^{-1}(x_1/z) + \beta/2$، $\beta = \tan^{-1}(x_2/z) - \tan^{-1}(x_1/z)$

$$z = 1.0 \text{ m}: \qquad \sigma_x = \psi \frac{q}{\pi}\left(\beta - \sin\beta\cos 2\alpha\right)$$

$$\beta = \tan^{-1} 1.6 - \tan^{-1} 0.4 = 0.6317 \qquad \alpha = 0.3805 + \frac{0.6317}{2} = 0.6964$$

$$\sigma_x = 2\frac{50}{\pi}\left(0.6317 - \sin 0.6317 \cos 1.3927\right) = \mathbf{16.777}\ \text{kPa}$$

تعطي معادلة الشريط **16.777 kPa**؛ وتحصل وحدة الحمل المساحي ($L_y = 10^6$ m) على القيمة نفسها: إذ يتحول المستطيل الطويل جداً إلى حمل شريطي. والمقارنة عند أربعة أعماق في الصفحة التالية.

الحل (2/2)

الحل

z (m)	β (rad)	α (rad)	σ_x، معادلة الشريط (kPa)	معامل المساحة، μ = 0.5	معامل المساحة، μ = 0.2
0.5	0.5932	0.9713	**25.346**	25.346	25.346
1.0	0.6317	0.6964	**16.777**	16.777	16.777
2.0	0.4773	0.4361	**5.788**	5.788	5.788
4.0	0.2808	0.2401	**1.115**	1.115	1.115

2 قوة القص: صيغة مغلقة للشريط؛ وتعطي وحدة المساحة القيمة نفسها

$$V_x(H) = \psi \frac{q}{\pi} H \left[\tan^{-1}\frac{x_2}{H} - \tan^{-1}\frac{x_1}{H}\right] = \mathbf{37.68}\ \text{kN/m}$$

تتطابق وحدة المساحة مع صيغة الشريط **تماماً** عند μ = 0.5، وبفرق لا يتجاوز 10^{-4} kPa عند μ = 0.2: ففي المستطيل الطويل جداً تكون النتيجة مستقلة عن $V_x(H)$ = 37.68 kN/m. μ.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية · القسم 3 ←

النقاط الرئيسية

$\sigma_x(z) = \psi \Sigma q \int [G(x,y_2,z) - G(x,y_1,z)]\, dx$: حل مغلق (G) على طول الجدار، وتكامل عددي تكيفي في الاتجاه العمودي على الجدار؛ **$\psi = 2$** للجدار الجاسئ، و**$\psi = 1$** للوسط شبه اللانهائي

$V_x(z) = \int \sigma_x\, dt$، **$M_y(z) = \int (z - t)\, \sigma_x\, dt$**؛ وعمق المحصلة $z_R = H - M_y/V_x$

المثال الابتدائي ($z = 0.446$ m): $\sigma_x = 24.98 + 1.93 =$ **26.91 kPa** (أكبر ضغط)؛ $M_y(H) =$ **363.53 kN·m/m**، $V_x(H) =$ **50.23 kN/m**، $z_R = 1.76$ m

يبلغ الضغط أقصاه عندما يمر **المقطع** بمنتصف الحمل؛ ويؤدي البعد، وكذلك **بعد الحمل عن الجدار**، إلى انخفاض سريع في الضغط؛ وفي حالة الحمل الملاصق للجدار يكون $\sigma_x = q$ عند السطح

نسبة بواسون تغير النتيجة كثيرا (عند $\mu = 0.3$ تكون V_x ناقصة بنحو 35%)؛ وعند $\mu < 0.5$ توجد إحداثية شد عند السطح؛ وتعطي حمل الشريط المستطيل الطويل جدا

المراجع

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning؛ تتبع هذه الصفحة هذا المرجع.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Mindlin, R.D. (1936). Discussion: Pressure distribution on retaining walls. Proc. 1st Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Harvard, Vol. III, 155–156.

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية مستخرجة بمحرك الحساب الخاص بالوحدة؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. والمثال الابتدائي للوحدة هو جدار ذو مستطيلين ($H = 9$ m، $\mu = 0.5$، $Y_s = 2$ m).

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل في GeoTerva الأحمال المستطيلة الخاصة بك وموضع المقطع ونسبة بواسون وارتفاع الجدار؛ وتعطي الوحدة معاً مخطط الضغط وقوة القص والعزم ومساهمة كل حمل على حدة والعروض الثلاثة والحل خطوة بخطوة والتقرير.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.