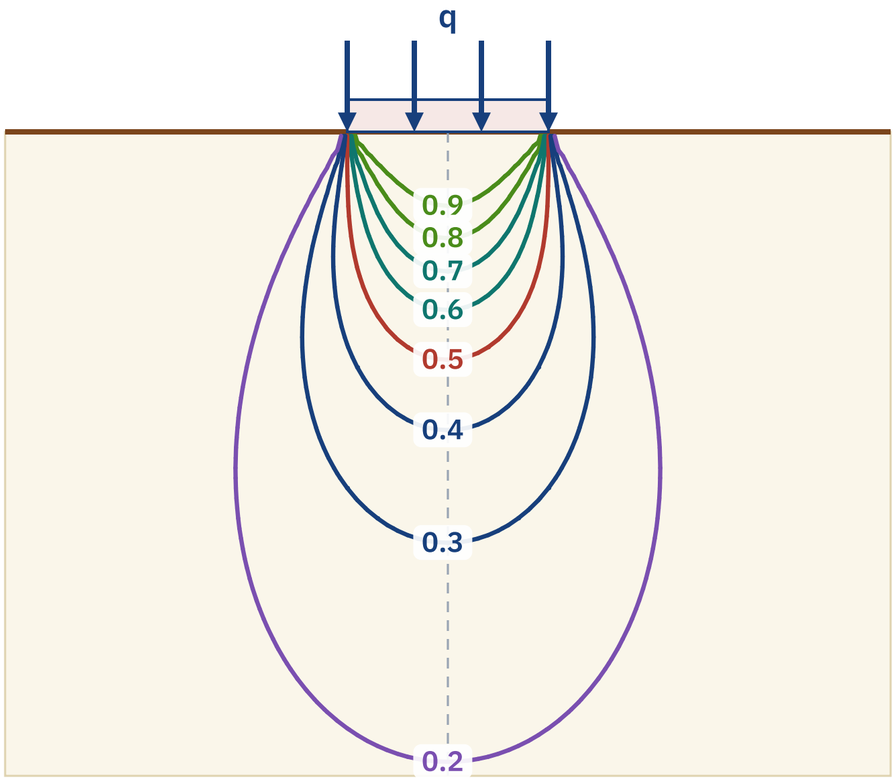
Презентация к лекции по геотехнике · Напряжения в грунтовом массиве

Напряжение под вертикальной полосовой нагрузкой

Лекция: гибкая, бесконечно длинная вертикальная полосовая нагрузка; одна точка вручную, профили по глубине и по горизонтали, суперпозиция.

- Интеграл линейной нагрузки
- Угловая форма
- Луковица напряжений
- Суперпозиция
- Решается вручную



Что мы изучим на этой лекции?

Приращение вертикальных напряжений под **полосовой нагрузкой**: гибкая полоса бесконечной длины шириной B, несущая равномерное давление q; **интеграл линейной нагрузки по ширине**

Замкнутая форма с **арктангенсами** и **форма через углы**; **поправка π**, добавляемая к первому арктангенсу при x < B/2

Что напряжение зависит только от **x/B** и **z/B** и никогда не превышает q; **луковицу напряжений** и таблицу коэффициентов влияния

Расчёт одной точки **вручную от начала до конца**; профили по глубине и по горизонтали в таблицах; несколько полос — **методом суперпозиции**

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: формула и обоснование

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример: q = 100 kN/m², B = 4 m; точка A на расстоянии x = 1 m в сторону от оси, на глубине z = 1 m.

Полосовая нагрузка: конечная ширина, бесконечная длина

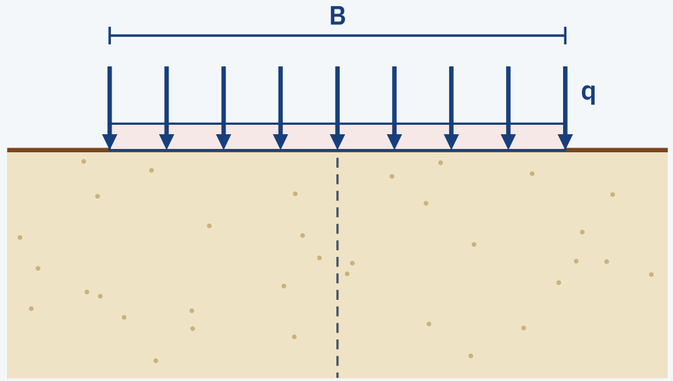
ТЕОРИЯ

Длинный фундамент, верх дороги или насыпи, подошва стены: многие нагрузки протяжённы в одном направлении и имеют конечную ширину в другом. Их моделирует **полосовая нагрузка**

Гибкая полоса: шириной B, бесконечной длины, равномерное вертикальное давление q. Напряжение одинаково в каждом сечении; задача является задачей **плоской деформации** (двумерной)

Какой бы ни была осадка, давление по ширине остаётся равным q; жёсткий фундамент перераспределил бы это давление

Грунт — **однородное, изотропное, линейно-упругое** полупространство. $\Delta\sigma_z$ — лишь приращение от нагрузки; бытовое давление добавляется отдельно



Разрез: полоса бесконечно протяжена в направлении y; напряжение в каждом сечении одинаково (плоская деформация)

От линейной нагрузки к полосовой

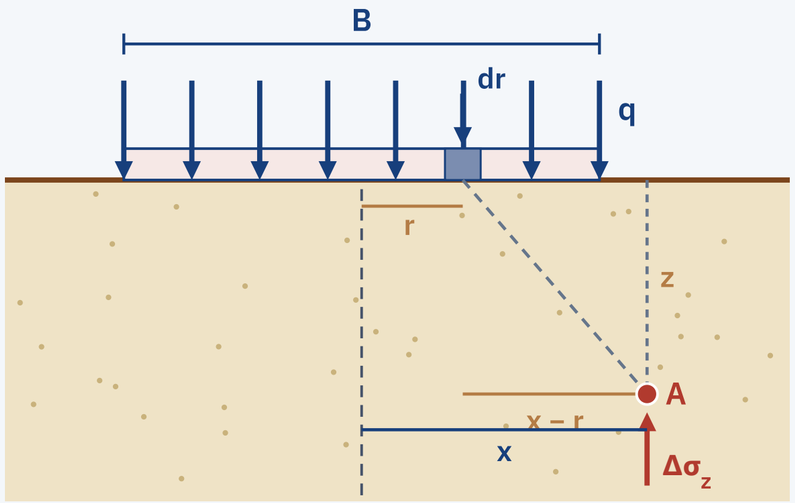
ТЕОРИЯ

Элементарная полоса шириной dr несёт нагрузку **q dr** на единицу длины и действует как **линейная нагрузка**; её горизонтальное расстояние до точки A равно x − r

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,z^3}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

Вся полоса — это сумма этих линейных нагрузок при r = −B/2 … +B/2

$$\Delta\sigma_z = \int_{-B/2}^{+B/2} \frac{2q}{\pi}\,\frac{z^3}{[(x-r)^2+z^2]^2}\,dr$$



Замкнутая форма интеграла

ТЕОРИЯ

Принимается u = x − r; **первообразная** для 1/(u² + z²)² равна (q/π)[tan⁻¹(u/z) + z u/(u² + z²)]. При вычислении интеграла на пределах u = x − B/2 и u = x + B/2 получается **форма через арктангенс**

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left\{\tan^{-1}\frac{z}{x-B/2} - \tan^{-1}\frac{z}{x+B/2} - \frac{B\,z\,[\,x^2 - z^2 - B^2/4\,]}{[\,x^2 + z^2 - B^2/4\,]^2 + B^2 z^2}\right\}$$

Арктангенсы выражены в **радианах**; $\Delta\sigma_z$ одинаково в положениях +x и −x (полоса симметрична относительно своей оси)

Уравнение в записанном виде справедливо при x ≥ B/2. При 0 ≤ x < B/2 первый арктангенс становится отрицательным и заменяется на **π + tan⁻¹[z/(x − B/2)]**; ровно при x = B/2 он равен π/2

Численная проверка (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1): численный интеграл решения для линейной нагрузки по ширине полосы равен **90.2232 kPa**, решение в замкнутом виде — **90.2232 kPa**

Напряжение зависит только от углов

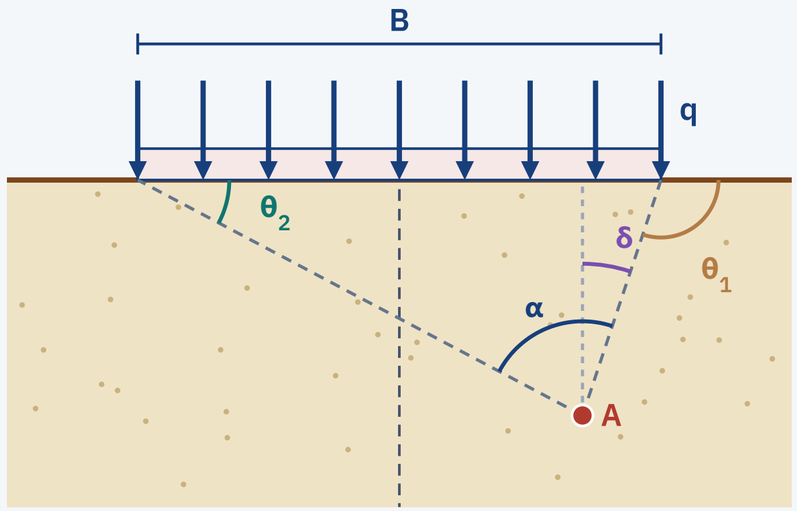
ТЕОРИЯ

Тот же результат записывается через углы, показанные на рисунке. θ отсчитывается от поверхности; α = $\theta_1 - \theta_2$ — угол, под которым полоса видна из точки A. **δ** — угол между вертикалью и прямой, проведённой из A к кромке +B/2: δ = 90° − θ_1 (под полосой отрицателен)

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\,\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$F(u) = \tan^{-1}\frac{u}{z} + \frac{zu}{u^2+z^2} = \varphi + \tfrac{1}{2}\sin 2\varphi \quad (u = z\tan\varphi)$$

Напряжение зависит только от **x/B и z/B** и **не превышает q**: на поверхности под полосой α = π и $\Delta\sigma_z$ = q; рядом с полосой α = 0



Под осью и под краем

ТЕОРИЯ

Под осью (x = 0; b = B/2) уравнение содержит один член; **под краем** (x = b) первый арктангенс равен π/2, и на поверхности $\Delta\sigma_z = q/2$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=0} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right]$$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=b} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{z}{B} + \frac{Bz}{B^2+z^2}\right]$$

2z/B	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	6.0
Под осью (2x/B = 0)	0.959	0.818	0.550	0.396	0.306	0.208
Под краем (2x/B = 1)	0.497	0.480	0.409	0.334	0.275	0.198

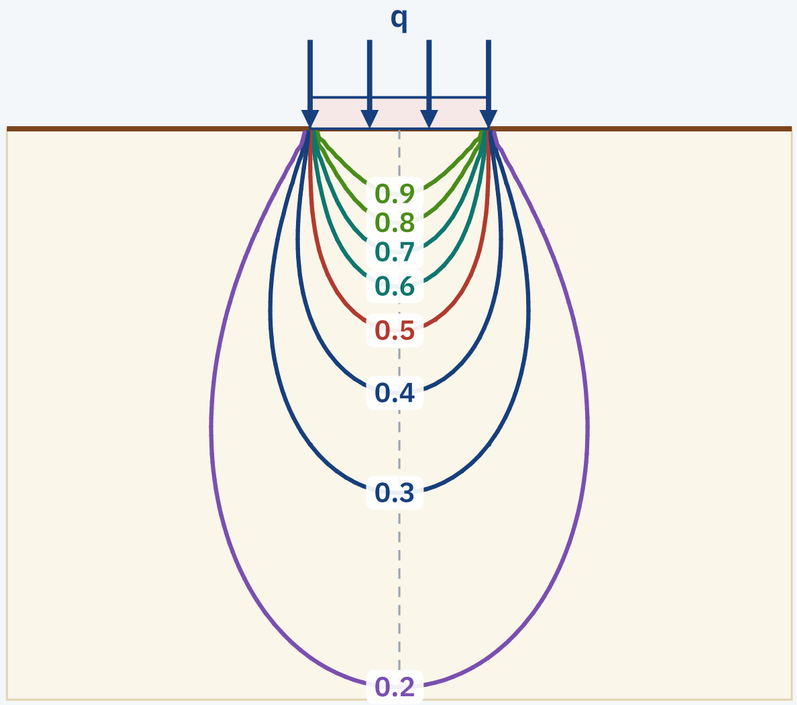
Изолинии: $\Delta\sigma_z/q$

ТЕОРИЯ

Под осью напряжение падает до половины q на глубине около **z = 1.1B**, до одной пятой — на **3.1B** и лишь на **6.3B** — до одной десятой

Изолинии 0.6 – 0.9 сгущаются под полосой в приповерхностной зоне: известная **луковица давления**

При делении расстояний на B кривые **одинаковы для любой полосы**: единая диаграмма в координатах x/B и z/B справедлива для любых q и B



Значения $\Delta\sigma_z/q$

ТЕОРИЯ

2z/B \ 2x/B	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.0	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.959	0.902	0.497	0.089	0.019	0.006	0.003
1.0	0.818	0.735	0.480	0.214	0.084	0.036	0.017
1.5	0.668	0.607	0.448	0.271	0.146	0.077	0.042
2.0	0.550	0.510	0.409	0.288	0.185	0.114	0.071
2.5	0.462	0.436	0.370	0.285	0.205	0.141	0.095
3.0	0.396	0.379	0.334	0.274	0.211	0.157	0.114
3.5	0.345	0.334	0.302	0.258	0.210	0.165	0.127
4.0	0.306	0.298	0.275	0.242	0.205	0.168	0.134
5.0	0.248	0.244	0.231	0.212	0.188	0.164	0.139
6.0	0.208	0.206	0.198	0.186	0.171	0.154	0.136

$\Delta\sigma_z = q \cdot$ (значение из таблицы). Каждое значение таблицы получено из одного и того же уравнения; строка z = 0 — поверхность (1 под полосой, 0.5 на краю, 0 за её пределами).

Суперпозиция

ТЕОРИЯ

Поскольку грунт **упругий**, напряжение от каждой полосы находится отдельно, и результаты суммируются. Каждая полоса задаётся собственными q, B и осевой линией; в модуле вводится не более восьми полос

Полосы **не могут перекрываться**: две полосы могут смыкаться по краю. Напряжение от каждой полосы находится **при её собственном x**, то есть по расстоянию от точки A до осевой линии этой полосы

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

$\Delta\sigma_{z(k)}$ вычисляется по приведённому выше уравнению (q_k, B_k, x_k, z); в силу симметрии нужен только $|x_k|$

Условие

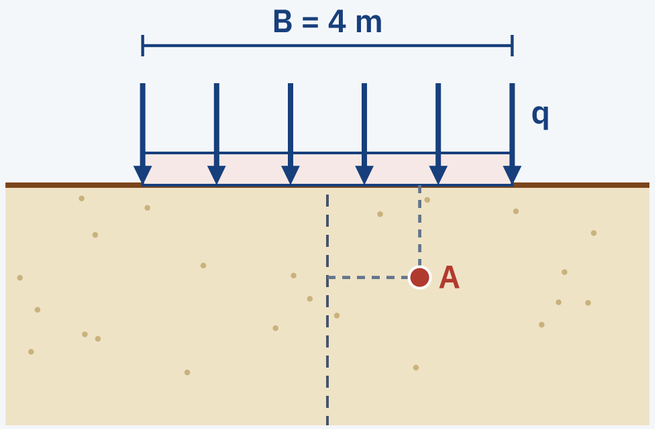
ПРИМЕР

Дано

Полосовая нагрузка	**Гибкая, вертикальная: $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m); осевая линия $x = 0$**
Точка A	**На $x = 1$ m в стороне от осевой линии, на глубине $z = 1$ m (под полосой)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$\Delta\sigma_z$ и **$\Delta\sigma_z/q$**: сначала по замкнутой (арктангенсной) форме, затем проверка по **форме через углы**.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 Полуширина и расстояния от точки A до краёв

$$b = \frac{B}{2} = 2\ \text{m} \qquad x - b = 1 - 2 = -1\ \text{m} \qquad x + b = 1 + 2 = 3\ \text{m}$$

$$\frac{2x}{B} = 0.5 \qquad \frac{2z}{B} = 0.5$$

2 Так как x < B/2, первый арктангенс отрицателен; добавляется π

$$\tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{1}{-1} = -0.7854 \;\Rightarrow\; A_1 = \pi + (-0.7854) = \mathbf{2.3562}$$

$$A_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = \tan^{-1}\frac{1}{3} = \mathbf{0.3218}$$

Точка A лежит **под** полосой (|x| = 1 m < B/2 = 2 m). Поэтому необходима поправка π для первого арктангенса; A_1 = 2.3562 и A_2 = 0.3218 rad.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

3 Третье (алгебраическое) слагаемое

$$T = \frac{B\,z\,(x^2 - z^2 - b^2)}{(x^2 + z^2 - b^2)^2 + B^2 z^2} = \frac{4(1)(1 - 1 - 4)}{(1 + 1 - 4)^2 + 16(1)} = \frac{-16}{20} = \mathbf{-0.8000}$$

4 Значение влияния и напряжение

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[2.3562 - 0.3218 - (-0.8)\right] = \mathbf{0.9022}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.9022\,(100) = \mathbf{90.22}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa: напряжение в точке A составляет **90.2**% давления на поверхности ($\Delta\sigma_z$/q = 0.9022). Напряжение не превышает q = 100 kPa.

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

5 Углы: θ отсчитывается от поверхности, δ — от вертикали

$$\theta_1 = 135.00^\circ \quad (x - b < 0) \qquad \theta_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = 18.43^\circ$$

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = 116.57^\circ = 2.0344 \text{ rad}$$

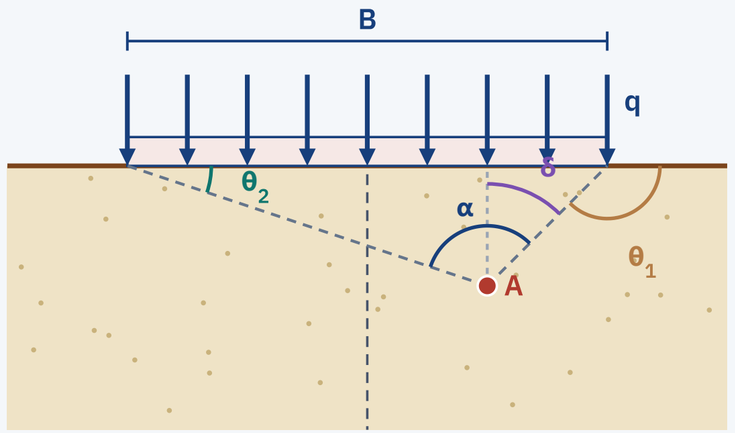
$$\delta = 90^\circ - \theta_1 = -\mathbf{45}^\circ$$

6 Угловая форма

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}\left[2.0344 + (0.8944)\cos(26.57^\circ)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}(2.8344) = \mathbf{90.22} \text{ kPa}$$



Обе формы дают **один и тот же результат**: $\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa. Модуль даёт то же значение; угловая форма показывает, что напряжение зависит только от углов, то есть от x/B и z/B.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

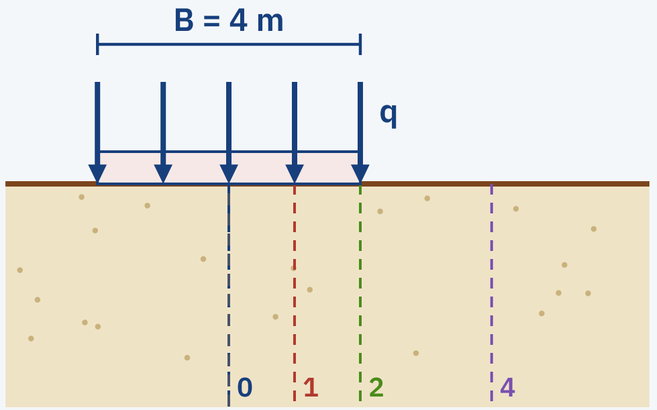
ПРИМЕР

Дано

Полосовая нагрузка	$q = 100$ **kN/m²,** $B = 4$ **m, осевая линия** $x = 0$ **(полоса из примера 1)**
Прямые	$x = 0$ **(ось),** $x = 1$ **m (прямая точки A),** $x = 2$ **m (край),** $x = 4$ **m (2 m за краем)**
Глубина	$z = 0.5$ **...** 12 **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Изменение $\Delta\sigma_z$ с глубиной вдоль каждой прямой; глубины под осью, на которых напряжение составляет **q/2, q/5, q/10**.

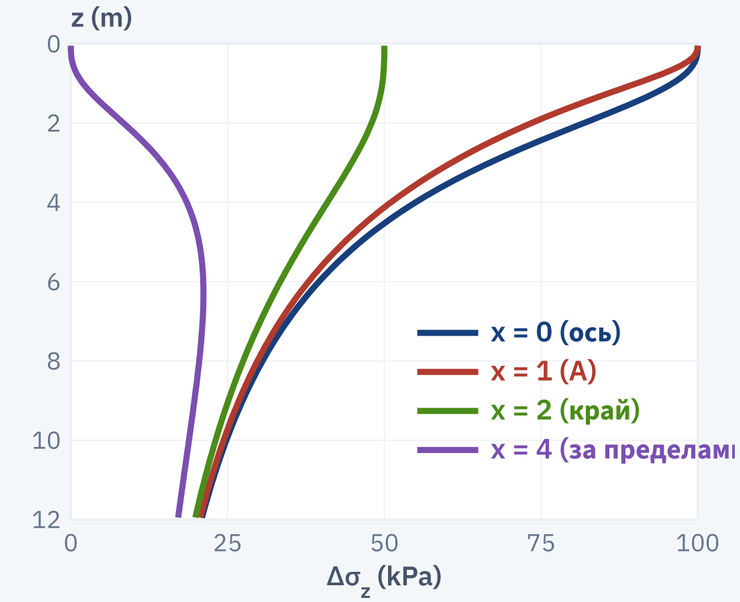


Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	2z/B	x = 0 (ось)	x = 1 m (A)	x = 2 m (край)	x = 4 m (снаружи)
0.5	0.250	99.38	97.88	49.96	0.30
1.0	0.500	95.95	**90.22**	49.69	1.93
1.5	0.750	89.59	81.38	49.04	4.90
2.0	1.000	81.83	73.47	47.97	8.39
3.0	1.500	66.82	60.71	44.80	14.57
4.0	2.000	54.98	51.05	40.92	18.48
5.0	2.500	46.18	43.65	37.00	20.45
6.0	3.000	39.58	37.91	33.41	21.12
8.0	4.000	30.58	29.76	27.49	20.47
10.0	5.000	24.81	24.36	23.09	18.84
12.0	6.000	20.84	20.57	19.79	17.07

Под осью напряжение медленно уменьшается от поверхности вглубь (20.8 kPa при z = 12 m); **под краем** на поверхности оно очень близко к q/2 (50.0 kPa), затем уменьшается; **вне нагрузки**, на прямой, напряжение сначала возрастает, достигает максимума при z ≈ 6 m (21.1 kPa) и затем уменьшается.



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

1 Под осью уравнение сводится к одному слагаемому (x = 0, b = B/2 = 2 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] \qquad z = 1.132B = 4.53\ \text{m} \Rightarrow \frac{2}{\pi}[0.4159 + 0.3695] = \mathbf{0.500}$$

2 Значения уравнения на трёх глубинах

Значение влияния	z/B	z (m)	$\tan^{-1}(b/z)$	$bz/(b^2+z^2)$	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
q/2	1.132	4.53	0.4159	0.3695	**0.500**	50.00
q/5	3.130	12.52	0.1584	0.1558	**0.200**	20.00
q/10	6.340	25.36	0.0787	0.0784	**0.100**	10.00

Под осью напряжение снижается до q/2 при **z = 1.13B = 4.5 m**, до q/5 при **3.13B = 12.5 m** и до q/10 при **6.34B = 25.4 m**: грунт остаётся нагруженным до глубины, равной нескольким ширинам полосы.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

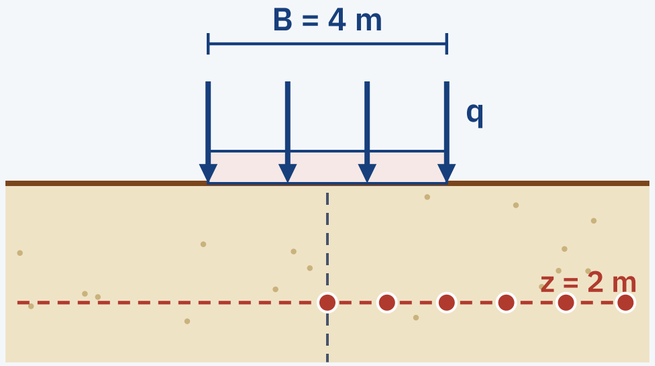
ПРИМЕР

Дано

Полосовая нагрузка	$q = 100$ **kN/m²,** $B = 4$ **m,** $x = 0$ **(**$b = 2$ **m)**
Прямая	**горизонтальная прямая на глубине** $z = 2$ **m; точки** $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ **m**
Ручной расчёт	**под краем** $x = b = 2$ **m и вне полосы** $x = 3$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Вычислить $\Delta\sigma_z$ вручную **под краем** (x = B/2) и **вне полосы** (x = 3 m); весь горизонтальный профиль при z = 2 m; сравнение x = −3 m с x = +3 m.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 x = b = 2 m, z = 2 m: первый арктангенс в точности равен π/2

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{2}{0} = \frac{\pi}{2} = 1.5708 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4} = 0.4636$$

$$T = \frac{4(2)(4-4-4)}{(4+4-4)^2+16(4)} = \frac{-32}{80} = -0.4$$

2 Значение влияния и напряжение

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.5708 - 0.4636 - (-0.4)\right] = \mathbf{0.4797}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.4797\,(100) = \mathbf{47.97}\ \text{kPa}$$

Под краем напряжение снижается от значения q/2 на поверхности до **47.97 kPa** (48.0% от q) на глубине z = 2 m. Точно на краю первый арктангенс равен π/2; поправка на π не требуется.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

3 x = 3 m > b: оба арктангенса берутся непосредственно (x − b = 1, x + b = 5)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805$$

$$T = \frac{4(2)(9-4-4)}{(9+4-4)^2+16(4)} = \frac{8}{145} = 0.0552$$

4 Значение влияния и напряжение

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.1071 - 0.3805 - 0.0552\right] = \mathbf{0.2137}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

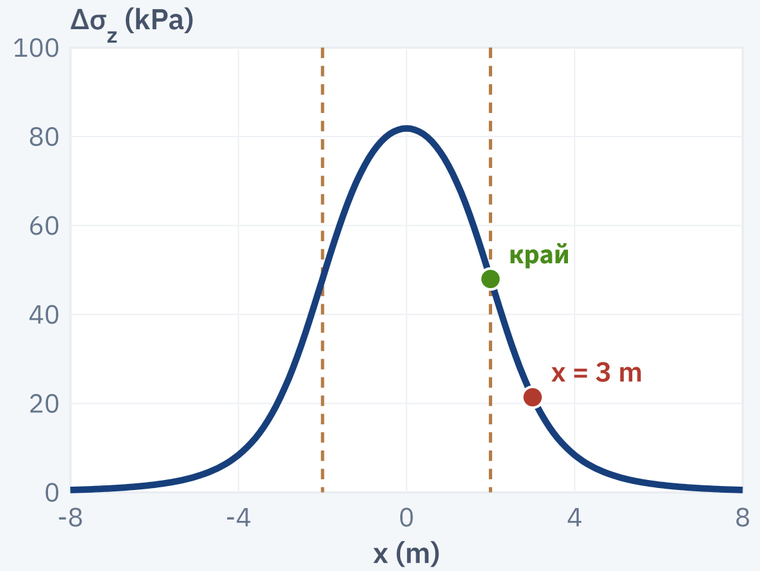
На расстоянии **1 m за пределами** полосы (x = 3 m) напряжение равно 21.37 kPa; в этой точке нагрузки нет, но грунт воспринимает напряжение. Из симметрии для x = −3 m также получается **21.37 kPa** (модуль даёт то же значение).

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

x (m)	2x/B	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	$\Delta\sigma_z/q$	Положение
0	0.00	81.83	0.8183	ось
1	0.50	73.47	0.7347	под полосой
2	1.00	47.97	0.4797	край
3	1.50	21.37	0.2137	снаружи
4	2.00	8.39	0.0839	снаружи
5	2.50	3.58	0.0358	снаружи
6	3.00	1.72	0.0172	снаружи
8	4.00	0.53	0.0053	снаружи

Напряжение максимально на оси (81.8 kPa), на краю снижается до 48.0 kPa (около половины q) и быстро затухает за пределами полосы: 0.53 kPa при x = 8 m. Профиль **симметричен** относительно оси x = 0.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

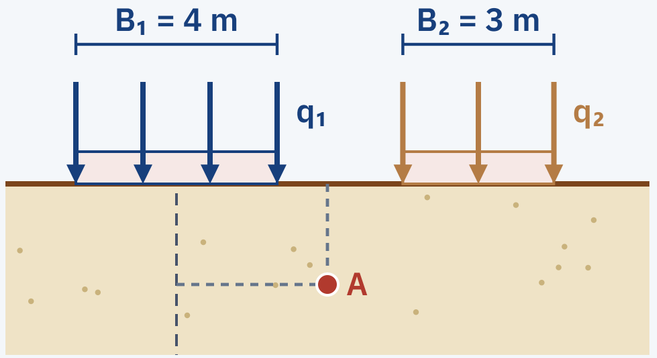
ПРИМЕР

Дано

1-я полоса	$q_1 = 100$ **kN/m²,** $B_1 = 4$ **m, осевая линия** $x_{c1} = 0$ **(–2 … 2 m)**
2-я полоса	$q_2 = 60$ **kN/m²,** $B_2 = 3$ **m, осевая линия** $x_{c2} = 6$ **m (4.5 … 7.5 m)**
Точка A	$x = 3$ **m,** $z = 2$ **m (между двумя полосами)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Напряжение в A от каждой полосы и **суммарное $\Delta\sigma_z$**; изменение напряжения с глубиной под A.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Полоса 1: $x_1 = 3 - 0 = 3$ m, $b = 2$ m ($x > b$)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805 \quad T = \frac{4(2)(1)}{9^2+64} = 0.0552$$

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{100}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

2 Полоса 2: $x_2 = 3 - 6 = -3$ m ($|x_2| = 3$ m), $b = 1.5$ m

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1.5} = 0.9273 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4.5} = 0.4182 \quad T = \frac{3(2)(2.75)}{(10.75)^2+36} = 0.1089$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{60}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.1274\,(60) = \mathbf{7.64}\ \text{kPa}$$

3 Суперпозиция

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 21.37 + 7.64 = \mathbf{29.02}\ \text{kPa}$$

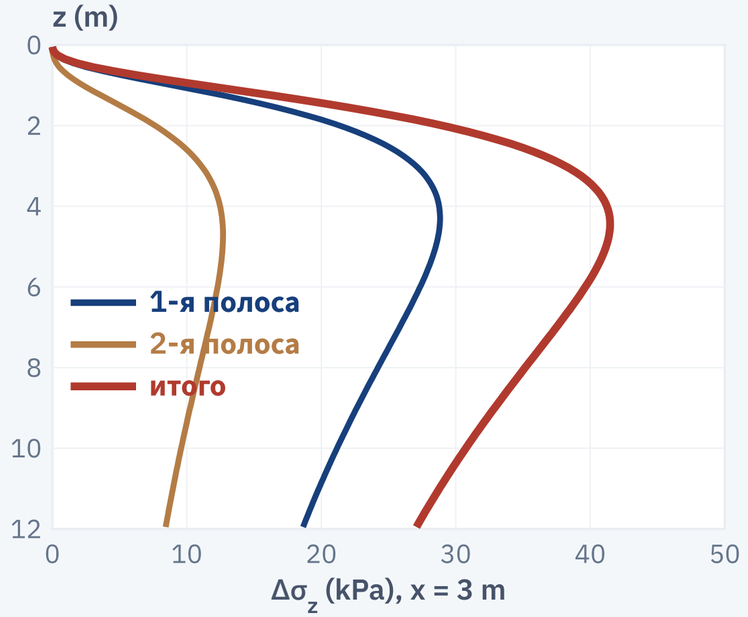
Суммарное **$\Delta\sigma_z$ = 29.02 kPa**; модуль даёт то же значение. Доля 2-й полосы составляет 26 % суммы.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	1-я полоса (kPa)	2-я полоса (kPa)	Итого (kPa)	доля 2-й полосы
1	8.92	2.28	**11.21**	20 %
2	21.37	7.64	**29.02**	26 %
3	27.05	11.09	**38.14**	29 %
4	28.76	12.47	**41.24**	30 %
6	27.35	12.28	**39.63**	31 %
8	24.21	10.95	**35.16**	31 %
12	18.59	8.41	**26.99**	31 %

Под A полное напряжение максимально при z ≈ 4.5 m (41.5 kPa), а затем убывает. В приповерхностном слое преобладает полоса 1; на глубине вклады двух полос сближаются (при z = 12 m доля полосы 2 составляет 31%).



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

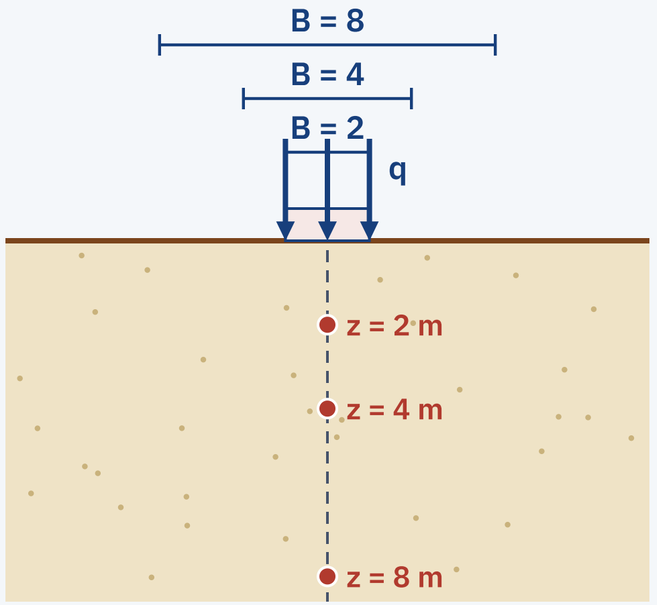
ПРИМЕР

Дано

Влияние ширины	**то же** $q = 100$ **kN/m²;** $B = 2,\ 4,\ 8$ **m; под осью** $z = 2,\ 4,\ 8$ **m**
Узкая полоса	**интенсивность нагрузки** $P = qB = 100$ **kN/m постоянна;** $B = 2,\ 1,\ 0.5,\ 0.1$ **m; точка** $x = 2$ **m,** $z = 2$ **m**
Сравнение	**линейная нагрузка:** $\Delta\sigma_z = 2Pz^3/[\pi(x^2 + z^2)^2]$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Показать, что напряжение одинаково при одном и том же **z/B**; увидеть, что по мере сужения полосы результат приближается к значению для **линейной нагрузки**.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Под осью, B = 2 m, z = 2 m (z/B = 1; b = 1 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1}{2} + \frac{1(2)}{1+4}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4\right] = 0.5498 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \mathbf{54.98}\ \text{kPa}$$

2 Три ширины, три глубины (под осью, kPa)

B (m)	z = 2 m	z = 4 m	z = 8 m
2	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)	15.75 (z/B = 4.00)
4	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)
8	95.95 (z/B = 0.25)	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)

Напряжение зависит **только от z/B**: B = 2 m, z = 2 m; B = 4 m, z = 4 m и B = 8 m, z = 8 m всегда дают **54.98 kPa**. При том же q **широкая полоса действует глубже**: при z = 8 m для B = 2 m — 15.8 kPa, для B = 8 m — 55.0 kPa.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Решение для линейной нагрузки (P = 100 kN/m; x = 2 m, z = 2 m)

$$\Delta\sigma_z = \frac{2Pz^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(100)(2)^3}{\pi(4+4)^2} = \frac{1{,}600}{201.06} = \mathbf{7.958}\ \text{kPa}$$

4 Всё более узкие полосы при том же P = qB (замкнутая форма, та же точка)

B (m)	q = P/B (kPa)	$\Delta\sigma_z$ (полоса, kPa)	Отличие от линейной нагрузки
2.0	50	9.242	%16.1
1.0	100	8.287	%4.1
0.5	200	8.041	%1.0
0.1	1,000	7.961	%0.0
→ **0**	→ **∞**	**7.958** (линейная нагрузка)	0

По мере уменьшения B решение для полосы приближается от **9.24 kPa** к значению для линейной нагрузки **7.96 kPa**; при B = 0.1 m разница составляет лишь 0.04%. Линейная нагрузка — предел полосовой нагрузки при B → 0.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

Замкнутая форма: $\Delta\sigma_z = (q/\pi)\{\tan^{-1}[z/(x - B/2)] - \tan^{-1}[z/(x + B/2)] - Bz[x^2 - z^2 - B^2/4] / ([x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2z^2)\}$; при $x < B/2$ к первому арктангенсу прибавляется π

Угловая форма: $\Delta\sigma_z = (q/\pi)[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)]$; $\alpha = \theta_1 - \theta_2$, $\delta = 90° - \theta_1$. Напряжение зависит только от **x/B и z/B** и не превышает q; на поверхности оно равно q под полосой, q/2 на краю и 0 вне её

Пример ($q = 100$ kN/m², $B = 4$ m; A: $x = 1$, $z = 1$ m): A_1 2.3562, A_2 0.3218, T -0.8 → $\Delta\sigma_z/q$ = **0.9022**; **$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa**; запись через углы даёт то же значение

Луковица напряжений: под осью q/2, q/5, q/10 достигаются на глубинах 1.13B, 3.13B, 6.34B. **Суперпозиция**: каждая полоса — со своим значением x; в примере с двумя полосами 21.37 + 7.64 = **29.02 kPa**

Пределы: одинаковое z/B даёт одинаковое напряжение; при $B \to 0$ и постоянном $P = qB$ полоса приближается к решению для линейной нагрузки

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Модуль открывается с q = 100 kN/m², B = 4 m и точкой A (x = 1 m, z = 1 m).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva собственные полосы (q, B, осевая линия) и точку A; модуль одновременно выдаёт напряжение, изолинии напряжений, профиль по глубине, пошаговое решение и отчёт.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.