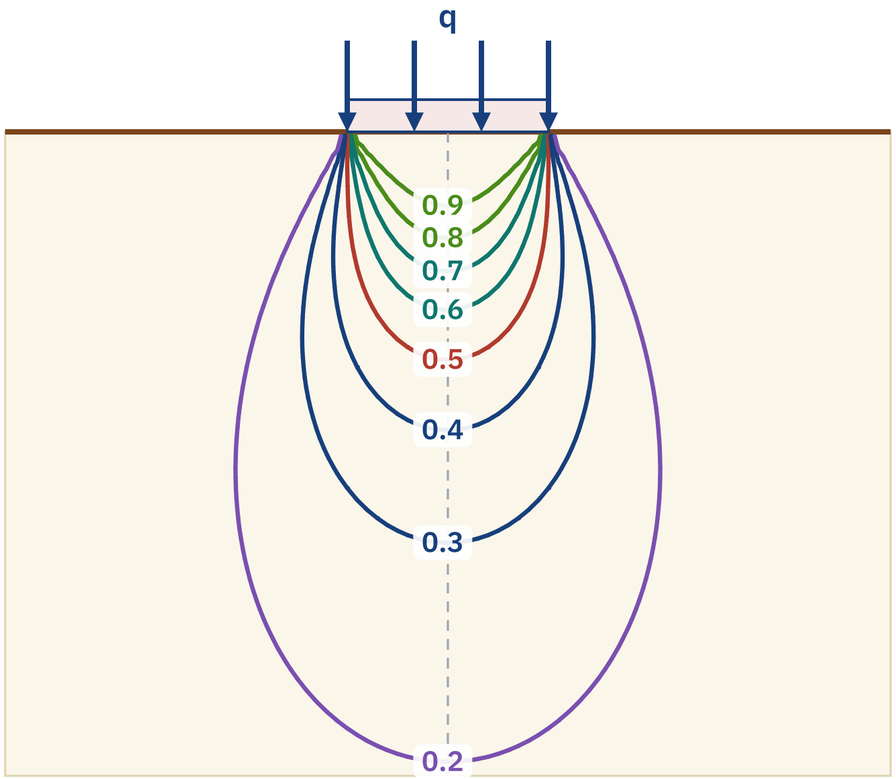
GeoTerva

지반공학 강의 자료 · 지반 내 응력

연직 띠하중 아래의 응력

강의: 연성의 무한히 긴 연직 띠하중; 한 점의 수계산, 깊이 및 수평 분포, 중첩.

선하중의 적분 | 각도 형식 | 응력구근 | 중첩 | 수계산 가능



개요

이 강의에서 다루는 내용

띠하중 아래의 연직응력 증가량: 폭 B에 무한한 길이를 가지며 등분포 압력 q를 받는 연성 띠; **선하중을 폭 방향으로 적분한 값**

닫힌 **아크탄젠트** 형태와 **각도 형태**; x < B/2일 때 첫 번째 아크탄젠트에 더해지는 **π 보정**

응력이 **x/B**와 **z/B**에만 의존하며 q를 결코 넘지 않는다는 것; **응력구근**과 영향계수표

한 점의 **처음부터 끝까지 수계산**, 표로 정리한 깊이 및 수평 분포, **중첩**에 의한 여러 띠하중 계산

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제: q = 100 kN/m², B = 4 m; 점 A는 중심선에서 옆으로 x = 1 m, 깊이 z = 1 m 위치에 있다.

띠하중: 유한 폭, 무한 길이

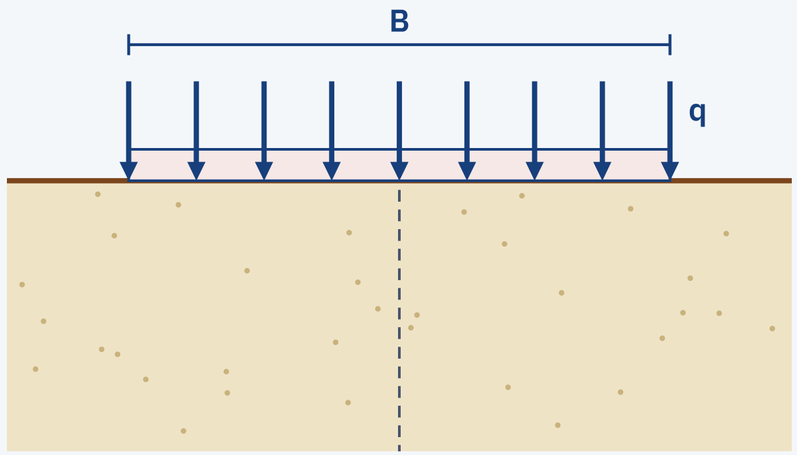
이론

긴 기초, 도로나 성토의 상부 표면, 벽체 저면: 많은 하중은 한 방향으로는 길고 다른 방향으로는 폭이 유한하다. **띠하중**이 이를 모델링한다

연성 띠하중: 폭 B, 무한 길이, 균일한 연직 압력 q. 응력은 모든 단면에서 같으며, 문제는 **평면변형률**(2차원) 문제이다

침하량과 관계없이 압력은 폭 전체에서 q로 유지되며, 강성기초라면 이 압력을 재분배했을 것이다

지반은 **균질, 등방, 선형 탄성**의 반무한 매질이다. $\Delta\sigma_z$는 하중에 의한 증가분일 뿐이며, 상재압력은 별도로 더한다



단면: 띠하중은 y 방향으로 무한히 연장되며, 모든 단면에서 응력이 같다(평면변형률)

선하중에서 띠하중으로

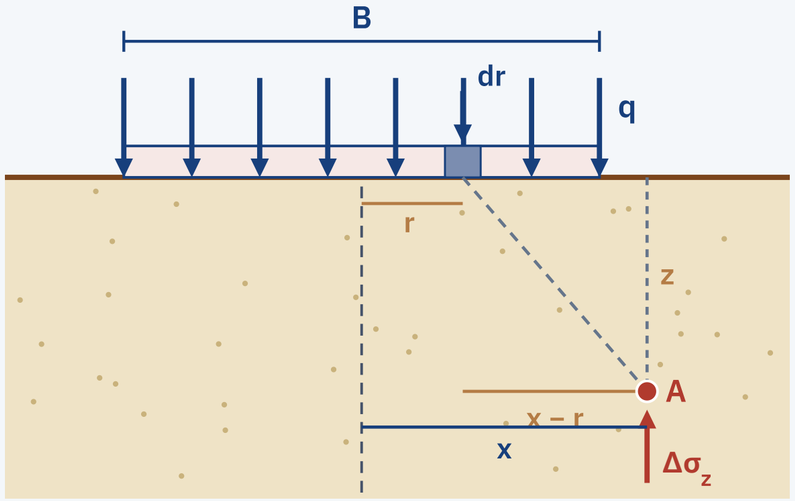
이론

폭이 dr인 미소 띠는 단위 길이당 **q dr**의 하중을 받으며 **선하중**처럼 작용한다; A점까지의 수평거리는 x − r이다

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,z^3}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

띠하중 전체는 r = −B/2 … +B/2 구간에서 이러한 선하중들의 합이다

$$\Delta\sigma_z = \int_{-B/2}^{+B/2} \frac{2q}{\pi}\,\frac{z^3}{[(x-r)^2+z^2]^2}\,dr$$



적분의 닫힌 형태

이론

u = x − r로 둔다. 1/(u² + z²)²의 **원시함수**는 (q/π)[tan⁻¹(u/z) + z u/(u² + z²)]이다. 이 적분을 경계 u = x − B/2와 u = x + B/2에서 계산하면 **아크탄젠트 형태**가 얻어진다

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left\{\tan^{-1}\frac{z}{x-B/2} - \tan^{-1}\frac{z}{x+B/2} - \frac{B\,z\,[x^2 - z^2 - B^2/4]}{[x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2 z^2}\right\}$$

아크탄젠트는 **라디안** 단위이다; $\Delta\sigma_z$는 +x와 −x 위치에서 같다 (띠하중은 중심선에 대해 대칭)

식은 기재된 대로 x ≥ B/2인 경우에 유효하다. 0 ≤ x < B/2인 경우 첫 번째 아크탄젠트가 음수가 되며 **π + tan⁻¹[z/(x − B/2)]**로 대체한다. 정확히 x = B/2에서는 π/2이다

수치 검증 (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1): 선하중 해를 띠 폭에 걸쳐 수치 적분한 값은 **90.2232 kPa**, 닫힌 형태의 해는 **90.2232 kPa**이다

응력은 각도에만 의존한다

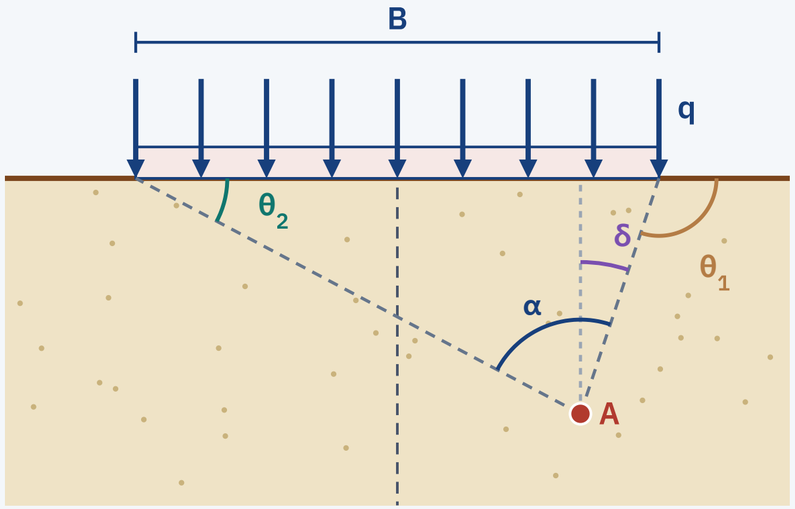
이론

같은 결과를 그림의 각도로 나타낼 수 있다. θ는 지표면으로부터 측정하며, α = $\theta_1 - \theta_2$는 A에서 띠하중을 바라본 각이다. **δ**는 연직선과 A에서 +B/2 가장자리로 그은 직선 사이의 각이다: δ = 90° – θ_1 (띠하중 아래에서는 음수)

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\,\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$F(u) = \tan^{-1}\frac{u}{z} + \frac{zu}{u^2+z^2} = \varphi + \tfrac{1}{2}\sin 2\varphi \quad (u = z\tan\varphi)$$

응력은 **x/B와 z/B**에만 의존하며 **q를 넘지 않는다**: 지표면에서 띠하중 아래에서는 α = π, $\Delta\sigma_z$ = q이고, 띠하중 옆에서는 α = 0이다



축 하부와 가장자리 하부

이론

축 아래(x = 0; b = B/2)에서는 식이 단일 항이 되고, **모서리 아래**(x = b)에서는 첫 번째 아크탄젠트가 π/2이며 지표면에서 $\Delta\sigma_z = q/2$이다

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=0} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right]$$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=b} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{z}{B} + \frac{Bz}{B^2+z^2}\right]$$

2z/B	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	6.0
중심 하부 (2x/B = 0)	0.959	0.818	0.550	0.396	0.306	0.208
가장자리 하부 (2x/B = 1)	0.497	0.480	0.409	0.334	0.275	0.198

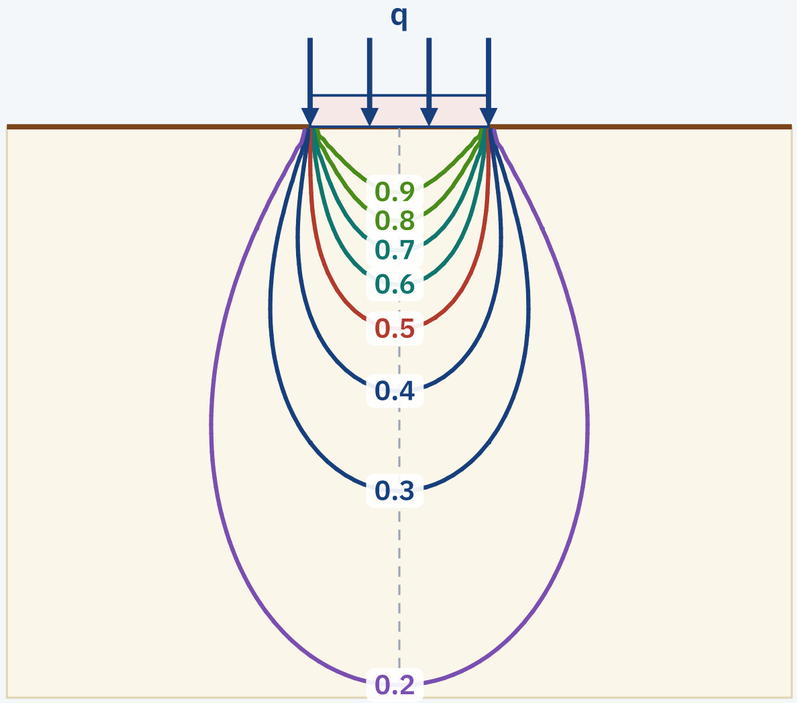
등치선: $\Delta\sigma_z/q$

이론

축 아래에서 응력은 약 **z = 1.1B** 깊이에서 q의 절반으로, **3.1B**에서 5분의 1로 감소하며, **6.3B**에 이르러서야 10분의 1로 감소한다

0.6 – 0.9 값의 등치선은 지표 부근 영역에서 띠하중 아래에 조밀해지며, 이것이 잘 알려진 **압력구근**이다

거리를 B로 나누면 곡선은 **모든 띠에서 동일하다**: x/B와 z/B로 작성한 하나의 도표가 모든 q와 B에 대해 유효하다



$\Delta\sigma_z/q$ 값

이론

2z/B \ 2x/B	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.0	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.959	0.902	0.497	0.089	0.019	0.006	0.003
1.0	0.818	0.735	0.480	0.214	0.084	0.036	0.017
1.5	0.668	0.607	0.448	0.271	0.146	0.077	0.042
2.0	0.550	0.510	0.409	0.288	0.185	0.114	0.071
2.5	0.462	0.436	0.370	0.285	0.205	0.141	0.095
3.0	0.396	0.379	0.334	0.274	0.211	0.157	0.114
3.5	0.345	0.334	0.302	0.258	0.210	0.165	0.127
4.0	0.306	0.298	0.275	0.242	0.205	0.168	0.134
5.0	0.248	0.244	0.231	0.212	0.188	0.164	0.139
6.0	0.208	0.206	0.198	0.186	0.171	0.154	0.136

$\Delta\sigma_z = q \cdot$ (표의 값). 표의 모든 값은 같은 방정식에서 나오며, z = 0 행은 지표면이다(띠하중 아래에서 1, 가장자리에서 0.5, 바깥에서 0).

중첩

이론

지반이 **탄성체**이므로 각 띠하중의 응력을 따로 구하여 합한다. 각 띠하중은 고유의 q, B와 중심선으로 정의되며, 모듈에는 최대 8개의 띠하중까지 입력할 수 있다

띠하중은 **서로 겹칠 수 없으며**, 두 띠가 한 변에서 맞닿는 것은 가능하다. 각 띠하중의 응력은 **그 띠 고유의 x 값**, 즉 A점에서 해당 띠 중심선까지의 거리로 구한다

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

$\Delta\sigma_{z(k)}$는 위 식에 (q_k, B_k, x_k, z)를 대입하여 계산하며, 대칭이므로 $|x_k|$만 필요하다

문제

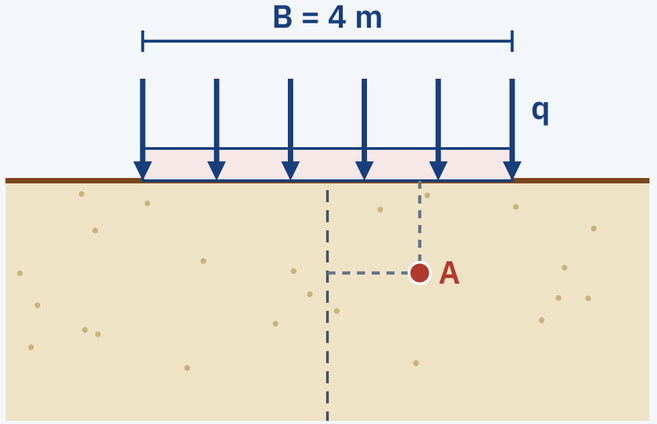
예제

조건

띠하중	**연성, 연직:** $q = 100$ **kN/m²,** $B = 4$ **m (**$b = B/2 = 2$ **m); 축선** $x = 0$
점 A	**중심선에서** $x = 1$ **m 떨어진 위치, 깊이** $z = 1$ **m (띠하중 아래)**

구하는 값

$\Delta\sigma_z$와 **$\Delta\sigma_z/q$**: 먼저 닫힌 형태(아크탄젠트) 식으로, 이어서 **각도 형태**로 검증.



풀이 (1/3)

풀이

1 반폭과 점 A에서 각 가장자리까지의 거리

$$b = \frac{B}{2} = 2\ \text{m} \qquad x - b = 1 - 2 = -1\ \text{m} \qquad x + b = 1 + 2 = 3\ \text{m}$$

$$\frac{2x}{B} = 0.5 \qquad \frac{2z}{B} = 0.5$$

2 x < B/2이므로 첫 번째 아크탄젠트는 음수이며, π를 더한다

$$\tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{1}{-1} = -0.7854 \;\Rightarrow\; A_1 = \pi + (-0.7854) = \mathbf{2.3562}$$

$$A_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = \tan^{-1}\frac{1}{3} = \mathbf{0.3218}$$

A점은 띠하중 **아래에 있다** (|x| = 1 m < B/2 = 2 m). 그래서 첫 번째 아크탄젠트에 π 보정이 필요하다. A_1 = 2.3562 및 A_2 = 0.3218 rad.

풀이 (2/3)

풀이

3 세 번째 (대수) 항

$$T = \frac{B\,z\,(x^2 - z^2 - b^2)}{(x^2 + z^2 - b^2)^2 + B^2 z^2} = \frac{4(1)(1 - 1 - 4)}{(1 + 1 - 4)^2 + 16(1)} = \frac{-16}{20} = \mathbf{-0.8000}$$

4 영향값과 응력

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[2.3562 - 0.3218 - (-0.8)\right] = \mathbf{0.9022}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.9022\,(100) = \mathbf{90.22}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa: 점 A의 응력은 표면 압력의 **90.2**%이다($\Delta\sigma_z/q$ = 0.9022). 응력은 q = 100 kPa을 넘지 않는다.

풀이 (3/3)

풀이

5 각도: θ는 지표면으로부터, δ는 연직선으로부터

$$\theta_1 = 135.00^\circ \quad (x - b < 0) \qquad \theta_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = 18.43^\circ$$

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = 116.57^\circ = 2.0344 \text{ rad}$$

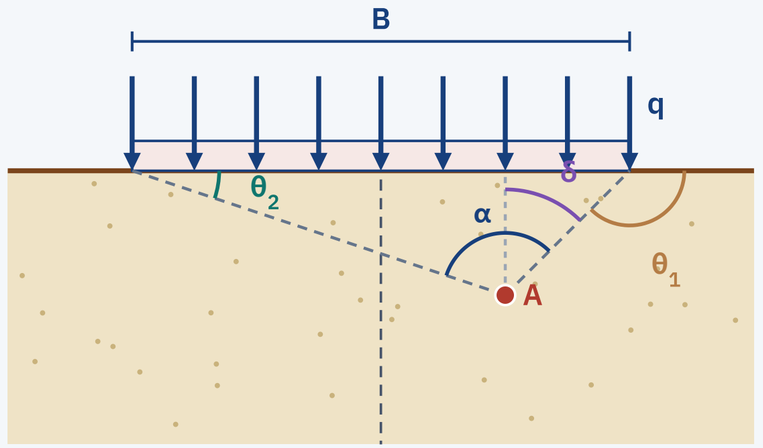
$$\delta = 90^\circ - \theta_1 = -\mathbf{45}^\circ$$

6 각도 형태

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}\left[2.0344 + (0.8944)\cos(26.57^\circ)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}(2.8344) = \mathbf{90.22} \text{ kPa}$$



두 형식은 **같은 결과**를 준다: $\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa. 모듈도 같은 값을 준다. 각도 형식은 응력이 각도, 즉 x/B와 z/B에만 의존함을 보여 준다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

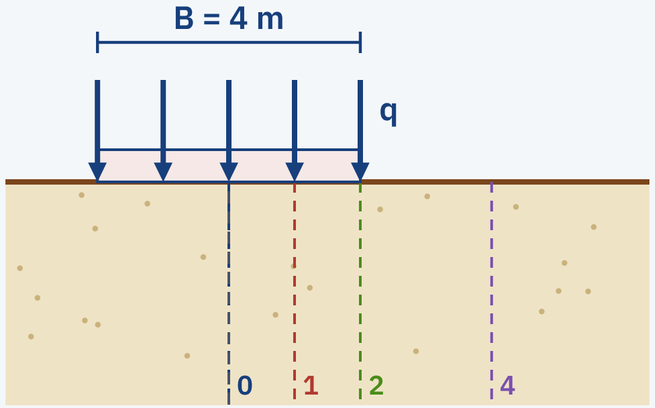
예제

조건

띠하중	$q = 100$ kN/m², $B = 4$ m, 중심선 $x = 0$ (예제 1의 띠하중)
직선	$x = 0$ (축), $x = 1$ m (A를 지나는 직선), $x = 2$ m (가장자리), $x = 4$ m (가장자리에서 2 m 바깥)
깊이	$z = 0.5 \ldots 12$ m

구하는 값

각 직선을 따른 $\Delta\sigma_z$의 깊이별 변화; 축 아래에서 응력이 **q/2, q/5, q/10**이 되는 깊이.

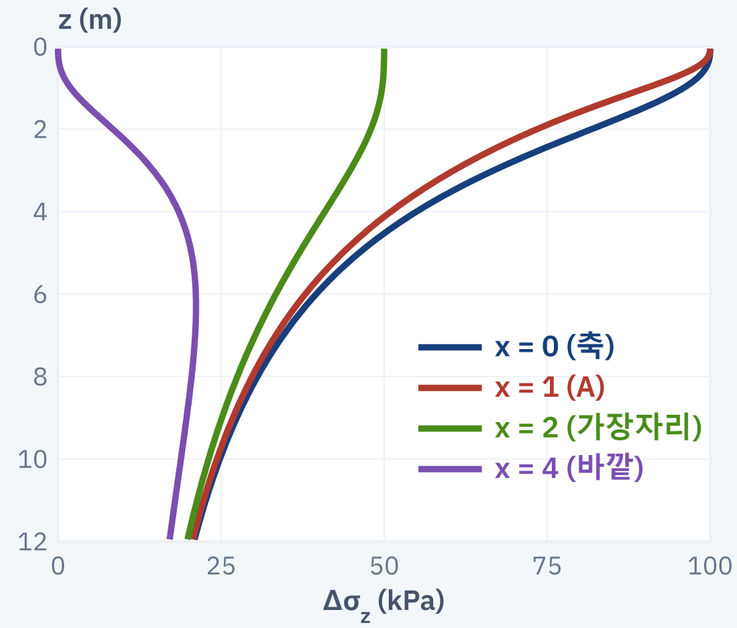


풀이 (1/2)

풀이

z (m)	2z/B	x = 0 (축)	x = 1 m (A)	x = 2 m (가장자리)	x = 4 m (외측)
0.5	0.250	99.38	97.88	49.96	0.30
1.0	0.500	95.95	**90.22**	49.69	1.93
1.5	0.750	89.59	81.38	49.04	4.90
2.0	1.000	81.83	73.47	47.97	8.39
3.0	1.500	66.82	60.71	44.80	14.57
4.0	2.000	54.98	51.05	40.92	18.48
5.0	2.500	46.18	43.65	37.00	20.45
6.0	3.000	39.58	37.91	33.41	21.12
8.0	4.000	30.58	29.76	27.49	20.47
10.0	5.000	24.81	24.36	23.09	18.84
12.0	6.000	20.84	20.57	19.79	17.07

중심축 아래에서 응력은 지표면에서 깊이 방향으로 서서히 감소한다(z = 12 m에서 20.8 kPa); **가장자리 아래**에서는 지표면에서 q/2에 매우 가깝고(50.0 kPa) 이후 감소한다; **바깥쪽** 직선상에서는 응력이 먼저 증가하여 z ≈ 6 m에서 최대가 되고(21.1 kPa) 이후 감소한다.



풀이 (2/2)

풀이

1 축 아래에서는 식이 한 개 항으로 줄어든다 (x = 0, b = B/2 = 2 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] \qquad z = 1.132B = 4.53\ \text{m} \Rightarrow \frac{2}{\pi}[0.4159 + 0.3695] = \mathbf{0.500}$$

2 세 깊이에서 식의 값

영향값	z/B	z (m)	$\tan^{-1}(b/z)$	$bz/(b^2+z^2)$	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
q/2	1.132	4.53	0.4159	0.3695	**0.500**	50.00
q/5	3.130	12.52	0.1584	0.1558	**0.200**	20.00
q/10	6.340	25.36	0.0787	0.0784	**0.100**	10.00

축 아래의 응력은 **z = 1.13B = 4.5 m**에서 q/2로, **3.13B = 12.5 m**에서 q/5로, **6.34B = 25.4 m**에서 q/10으로 감소한다. 띠 폭의 수 배에 이르는 깊이까지도 지반은 여전히 하중을 받는다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

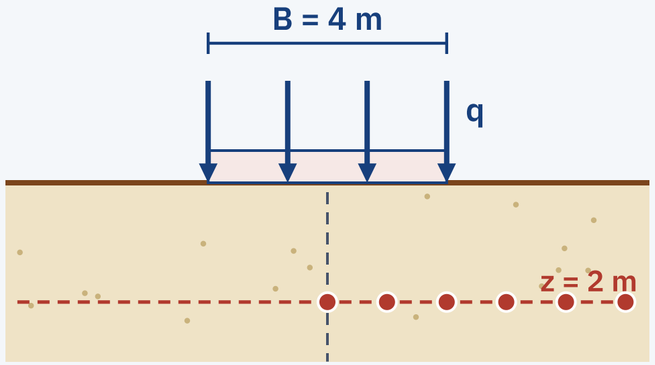
예제

조건

띠하중	$q = 100$ kN/m², $B = 4$ m, $x = 0$ ($b = 2$ m)
직선	$z = 2$ m 깊이의 수평 직선; 점 $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ m
수계산	가장자리 아래 $x = b = 2$ m 및 띠하중 바깥 $x = 3$ m

구하는 값

가장자리 아래(x = B/2)와 **띠 바깥**(x = 3 m)의 $\Delta\sigma_z$를 손계산으로 구한다; z = 2 m에서의 전체 수평 방향 분포; x = −3 m와 x = +3 m의 비교.



풀이 (1/3)

풀이

1 x = b = 2 m, z = 2 m: 첫 번째 아크탄젠트는 정확히 π/2이다

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{2}{0} = \frac{\pi}{2} = 1.5708 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4} = 0.4636$$

$$T = \frac{4(2)(4-4-4)}{(4+4-4)^2+16(4)} = \frac{-32}{80} = -0.4$$

2 영향값과 응력

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.5708 - 0.4636 - (-0.4)\right] = \mathbf{0.4797}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.4797\,(100) = \mathbf{47.97}\ \text{kPa}$$

가장자리 아래의 응력은 지표에서 q/2이던 것이 깊이 z = 2 m에서는 **47.97 kPa**(q의 48.0%)로 감소한다. 정확히 가장자리에서는 첫 번째 아크탄젠트가 π/2이므로 π 보정은 필요하지 않다.

풀이 (2/3)

풀이

3 x = 3 m > b: 두 아크탄젠트 모두 그대로 취한다 (x − b = 1, x + b = 5)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805$$

$$T = \frac{4(2)(9-4-4)}{(9+4-4)^2+16(4)} = \frac{8}{145} = 0.0552$$

4 영향값과 응력

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.1071 - 0.3805 - 0.0552\right] = \mathbf{0.2137}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

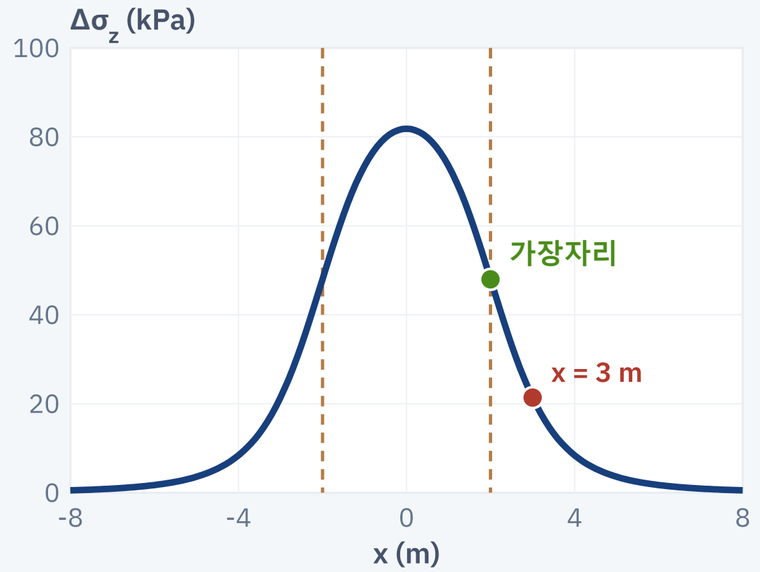
띠하중 **1 m 바깥**(x = 3 m)에서는 응력이 21.37 kPa이다; 이 지점에는 하중이 없지만 지반은 응력을 전달한다. 대칭에 의해 x = −3 m에서도 **21.37 kPa**이 구해진다(모듈도 같은 값을 제공한다).

풀이 (3/3)

풀이

x (m)	2x/B	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	$\Delta\sigma_z/q$	위치
0	0.00	81.83	0.8183	축
1	0.50	73.47	0.7347	띠하중 아래
2	1.00	47.97	0.4797	가장자리
3	1.50	21.37	0.2137	바깥쪽
4	2.00	8.39	0.0839	바깥쪽
5	2.50	3.58	0.0358	바깥쪽
6	3.00	1.72	0.0172	바깥쪽
8	4.00	0.53	0.0053	바깥쪽

응력은 중심축에서 최대(81.8 kPa)이며, 가장자리에서 48.0 kPa(q의 약 절반)로 낮아지고 띠하중 바깥에서는 급속히 소멸한다: x = 8 m에서 0.53 kPa. 분포는 x = 0 축에 대해 **대칭**이다.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

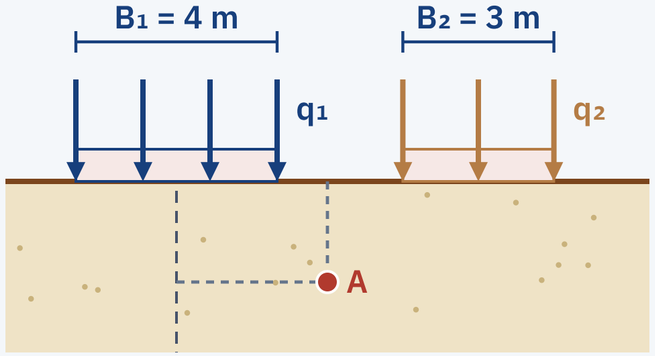
예제

조건

1번째 띠	$q_1 = 100$ kN/m², $B_1 = 4$ m, 중심선 $x_{c1} = 0$ (−2 … 2 m)
2번째 띠	$q_2 = 60$ kN/m², $B_2 = 3$ m, 중심선 $x_{c2} = 6$ m (4.5 … 7.5 m)
점 A	$x = 3$ m, $z = 2$ m (두 띠하중 사이)

구하는 값

각 띠하중이 A점에 일으키는 응력과 **전체** $\Delta\sigma_z$; A점 아래 응력의 깊이별 변화.



풀이 (1/2)

풀이

1 1번 띠: $x_1 = 3 - 0 = 3$ m, $b = 2$ m ($x > b$)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805 \quad T = \frac{4(2)(1)}{9^2+64} = 0.0552$$

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{100}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

2 2번째 띠: $x_2 = 3 - 6 = -3$ m ($|x_2| = 3$ m), $b = 1.5$ m

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1.5} = 0.9273 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4.5} = 0.4182 \quad T = \frac{3(2)(2.75)}{(10.75)^2+36} = 0.1089$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{60}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.1274\,(60) = \mathbf{7.64}\ \text{kPa}$$

3 중첩

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 21.37 + 7.64 = \mathbf{29.02}\ \text{kPa}$$

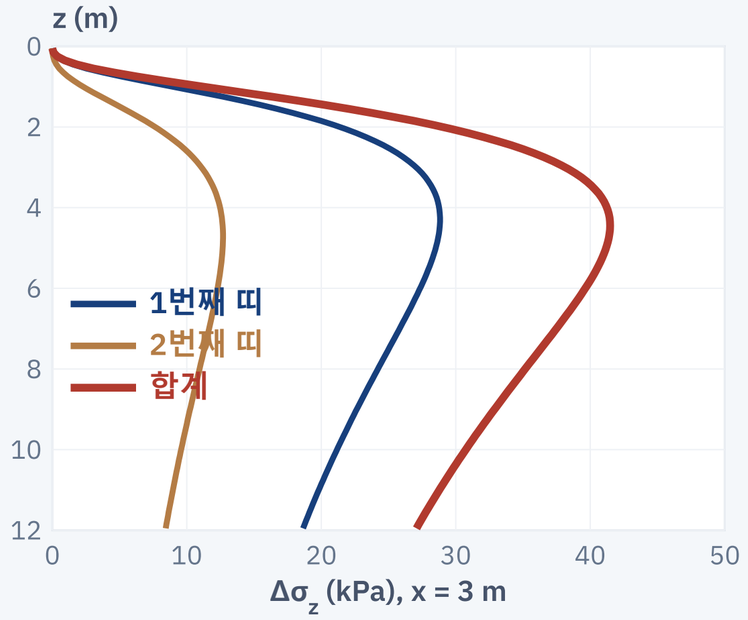
전체 **$\Delta\sigma_z$ = 29.02 kPa**; 모듈도 같은 값을 준다. 2번째 띠하중의 비중은 전체의 26%이다.

풀이 (2/2)

풀이

z (m)	1번째 띠 (kPa)	2번째 띠 (kPa)	합계 (kPa)	2번 띠하중의 기여분
1	8.92	2.28	**11.21**	20 %
2	21.37	7.64	**29.02**	26 %
3	27.05	11.09	**38.14**	29 %
4	28.76	12.47	**41.24**	30 %
6	27.35	12.28	**39.63**	31 %
8	24.21	10.95	**35.16**	31 %
12	18.59	8.41	**26.99**	31 %

A점 아래의 총응력은 $z \approx 4.5$ m에서 최대(41.5 kPa)이며 이후 감소한다. 지표면에 가까운 층에서는 1번 띠가 지배적이고, 깊은 곳에서는 두 띠의 기여분이 서로 가까워진다($z = 12$ m에서 2번 띠의 기여분은 31%).



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

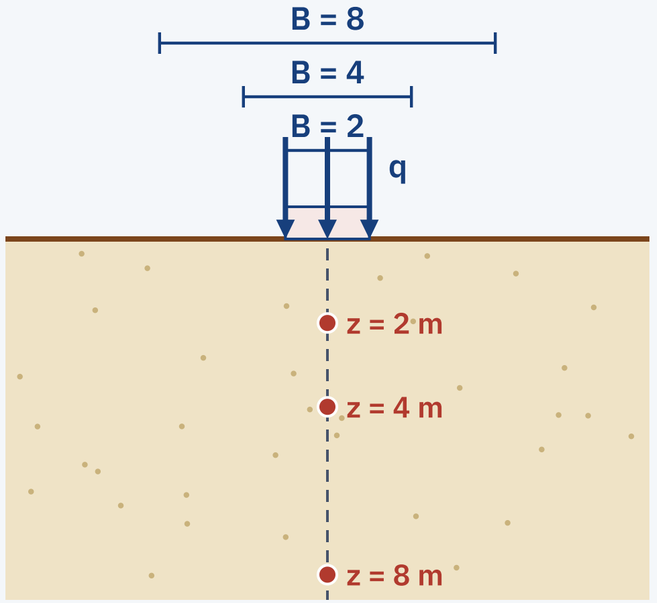
예제

구하는 값

z/B가 같으면 응력이 같다는 것을 보이고, 띠가 좁아질수록 결과가 **선하중** 값에 접근하는 것을 확인하는 것.

조건

폭의 영향	**동일한** $q = 100$ **kN/m²;** $B = 2,\ 4,\ 8$ **m; 축 아래** $z = 2,\ 4,\ 8$ **m**
좁은 띠	**하중 강도** $P = qB = 100$ **kN/m 일정;** $B = 2,\ 1,\ 0.5,\ 0.1$ **m; 지점** $x = 2$ **m,** $z = 2$ **m**
비교	**선하중:** $\Delta\sigma_z = 2Pz^3/[\pi(x^2+z^2)^2]$



풀이 (1/2)

풀이

1 축선 아래, B = 2 m, z = 2 m (z/B = 1; b = 1 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1}{2} + \frac{1(2)}{1+4}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4\right] = 0.5498 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \mathbf{54.98}\ \text{kPa}$$

2 세 가지 폭, 세 가지 깊이 (축 아래, kPa)

B (m)	z = 2 m	z = 4 m	z = 8 m
2	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)	15.75 (z/B = 4.00)
4	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)
8	95.95 (z/B = 0.25)	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)

응력은 **z/B에만** 의존한다. B = 2 m, z = 2 m; B = 4 m, z = 4 m; B = 8 m, z = 8 m의 세 경우 모두 **54.98 kPa**을 준다. 같은 q에서 **폭이 넓은 띠하중이 더 깊게** 영향을 미친다. z = 8 m에서 B = 2 m일 때 15.8 kPa, B = 8 m일 때 55.0 kPa이다.

풀이 (2/2)

풀이

3 선하중 풀이 (P = 100 kN/m; x = 2 m, z = 2 m)

$$\Delta\sigma_z = \frac{2Pz^3}{\pi\left(x^2+z^2\right)^2} = \frac{2(100)(2)^3}{\pi(4+4)^2} = \frac{1{,}600}{201.06} = \mathbf{7.958}\ \text{kPa}$$

4 동일한 P = qB에서 폭이 점차 좁아지는 띠하중 (닫힌 형태, 같은 점)

B (m)	q = P/B (kPa)	$\Delta\sigma_z$ (띠하중, kPa)	선하중과의 차이
2.0	50	9.242	%16.1
1.0	100	8.287	%4.1
0.5	200	8.041	%1.0
0.1	1,000	7.961	%0.0
→ 0	**→ ∞**	**7.958** (선하중)	0

B가 작아질수록 띠하중 해는 **9.24 kPa**에서 선하중 값 **7.96 kPa**에 가까워지며, B = 0.1 m에서는 차이가 0.04%에 불과하다. 선하중은 띠하중의 B → 0 극한이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

핵심 정리

닫힌 형태: $\Delta\sigma_z = (q/\pi)\{\tan^{-1}[z/(x - B/2)] - \tan^{-1}[z/(x + B/2)] - Bz[x^2 - z^2 - B^2/4] / ([x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2z^2)\}$; $x < B/2$이면 첫 번째 아크탄젠트에 π를 더한다

각도 형식: $\Delta\sigma_z = (q/\pi)[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)]$; $\alpha = \theta_1 - \theta_2$, $\delta = 90° - \theta_1$. 응력은 **x/B와 z/B**에만 의존하며 q를 넘지 않는다. 지표면에서 띠하중 아래는 q, 가장자리는 q/2, 바깥쪽은 0이다

예제 ($q = 100$ kN/m², $B = 4$ m; A: $x = 1$, $z = 1$ m): A_1 2.3562, A_2 0.3218, T -0.8 → $\Delta\sigma_z/q$ = **0.9022**; **$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa**; 각도 형식도 동일

응력구근: 중심선 아래에서 q/2, q/5, q/10이 되는 깊이는 1.13B, 3.13B, 6.34B이다. **중첩**: 각 띠하중에 대해 해당 x 값을 사용한다; 띠하중 두 개의 예에서 21.37 + 7.64 = **29.02 kPa**

극한 경우: 같은 z/B는 같은 응력을 준다; $B \to 0$이고 $P = qB$가 일정하면 띠하중은 선하중 해에 접근한다

참고문헌

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

참고

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈이 동일한 값을 제공한다. 모듈의 초기 예제는 $q = 100\ \mathrm{kN/m^2}$, $B = 4\ \mathrm{m}$, $A(x = 1\ \mathrm{m}, z = 1\ \mathrm{m})$이다.

GeoTerva

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

GeoTerva에 사용자의 띠하중(q, B, 중심선)과 A점을 입력하면 모듈이 응력, 등응력선, 깊이별 분포, 단계별 풀이 및 보고서를 함께 제시한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

스마트폰으로 열기

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.

강의에서 사용하려면: info@geoterva.com