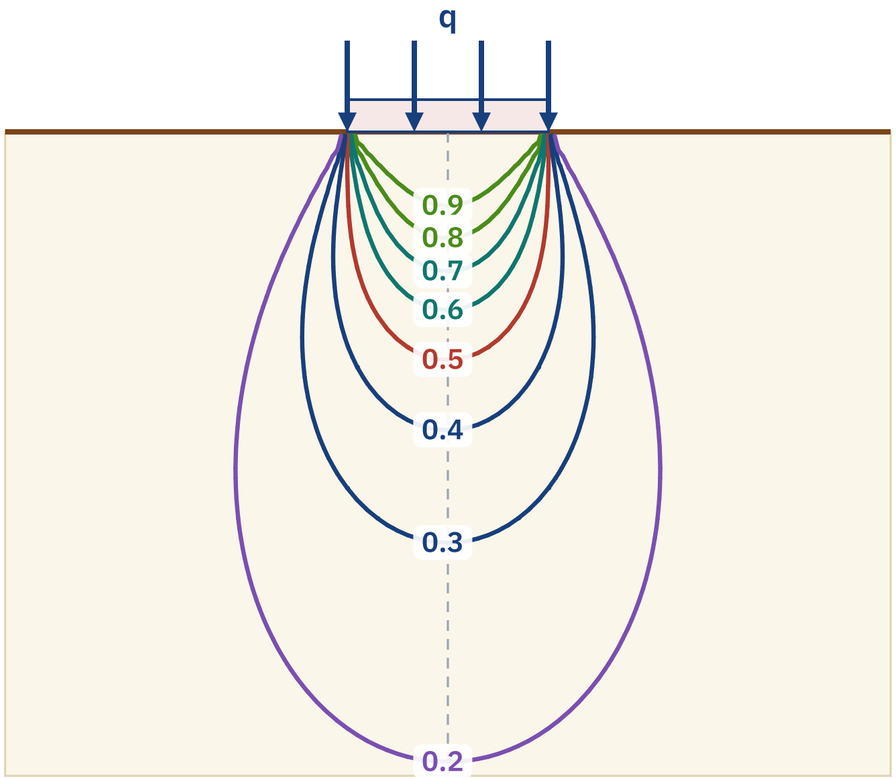
Cours de géotechnique · Contraintes dans le massif de sol

Contrainte sous une charge en bande verticale

Cours : charge verticale flexible en bande infiniment longue ; un point calculé à la main, profils en profondeur et horizontaux, superposition.

- Intégrale de la charge linéique
- Forme angulaire
- Bulbe de contraintes
- Superposition
- Résoluble à la main



Que verrons-nous dans ce cours ?

L'accroissement de contrainte verticale sous une **charge en bande** : bande flexible de largeur B et de longueur infinie, soumise à une pression uniforme q ; **intégrale de la charge linéique sur la largeur**

La forme fermée en **arc tangente** et la **forme angulaire** ; la **correction de π** ajoutée au premier arc tangente lorsque x < B/2

La dépendance de la contrainte vis-à-vis de **x/B** et **z/B** seulement, sans jamais dépasser q ; le **bulbe de contraintes** et le tableau des coefficients d'influence

Traiter un point **de bout en bout à la main** ; profils en profondeur et horizontaux sous forme de tableaux ; plusieurs bandes par **superposition**

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Exemple : q = 100 kN/m², B = 4 m ; le point A se trouve à x = 1 m latéralement de l'axe, à la profondeur z = 1 m.

Charge en bande : largeur finie, longueur infinie

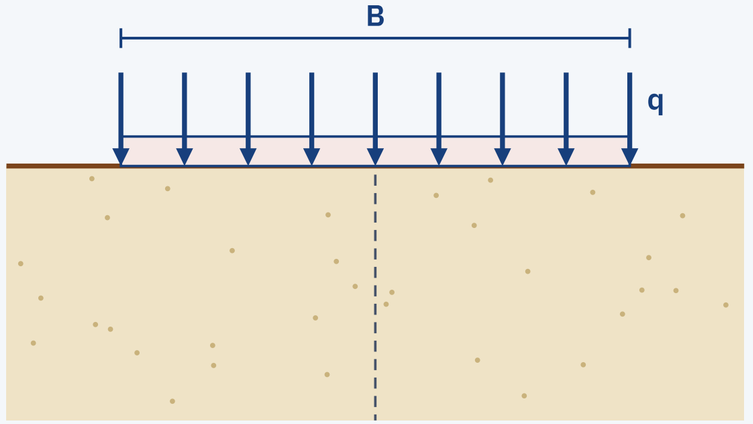
THÉORIE

Une fondation longue, la surface supérieure d'une route ou d'un remblai, la base d'un mur : de nombreuses charges sont longues dans une direction et de largeur finie dans l'autre. La **charge en bande** les modélise

Bande flexible : de largeur B, de longueur infinie, soumise à une pression verticale uniforme q. La contrainte est la même dans toute section ; le problème est en **déformation plane** (bidimensionnel)

Quel que soit le tassement, la pression reste égale à q sur toute la largeur ; une fondation rigide redistribuerait cette pression

Le sol est un milieu semi-infini **homogène, isotrope, élastique linéaire**. $\Delta\sigma_z$ n'est que l'accroissement dû à la charge ; la contrainte des terres sus-jacentes s'ajoute séparément



Coupe : la bande s'étend à l'infini dans la direction y ; même contrainte dans chaque coupe (déformation plane)

De la charge linéique à la bande

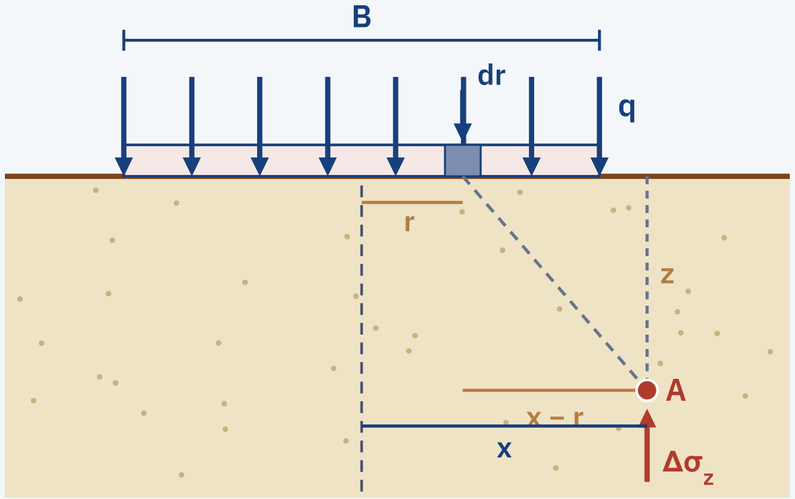
THÉORIE

Une bande élémentaire de largeur dr porte une charge **q dr** par unité de longueur et agit comme une **charge linéique** ; sa distance horizontale au point A est x – r

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,z^3}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

La bande entière est la somme de ces charges linéiques de r = −B/2 … +B/2

$$\Delta\sigma_z = \int_{-B/2}^{+B/2} \frac{2q}{\pi}\,\frac{z^3}{[(x-r)^2+z^2]^2}\,dr$$



Forme explicite de l'intégrale

THÉORIE

On pose u = x − r ; la **primitive** de $1/(u^2 + z^2)^2$ est $(q/\pi)[\tan^{-1}(u/z) + z\,u/(u^2 + z^2)]$. L'évaluation de l'intégrale entre les bornes u = x − B/2 et u = x + B/2 donne la **forme en arctangente**

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left\{\tan^{-1}\frac{z}{x - B/2} - \tan^{-1}\frac{z}{x + B/2} - \frac{B\,z\,[x^2 - z^2 - B^2/4]}{[x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2 z^2}\right\}$$

Les arcs tangentes sont exprimés en **radians** ; $\Delta\sigma_z$ est identique aux positions +x et −x (la bande est symétrique par rapport à son axe)

L'équation telle qu'elle est écrite n'est valable que pour x ≥ B/2. Pour 0 ≤ x < B/2, le premier arc tangente devient négatif et est remplacé par **$\pi + \tan^{-1}[z/(x - B/2)]$** ; pour x = B/2 exactement, il vaut π/2

Vérification numérique (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1) : l'intégrale numérique de la solution de la charge linéique sur la largeur de la bande est **90.2232 kPa**, la forme fermée **90.2232 kPa**

La contrainte ne dépend que des angles

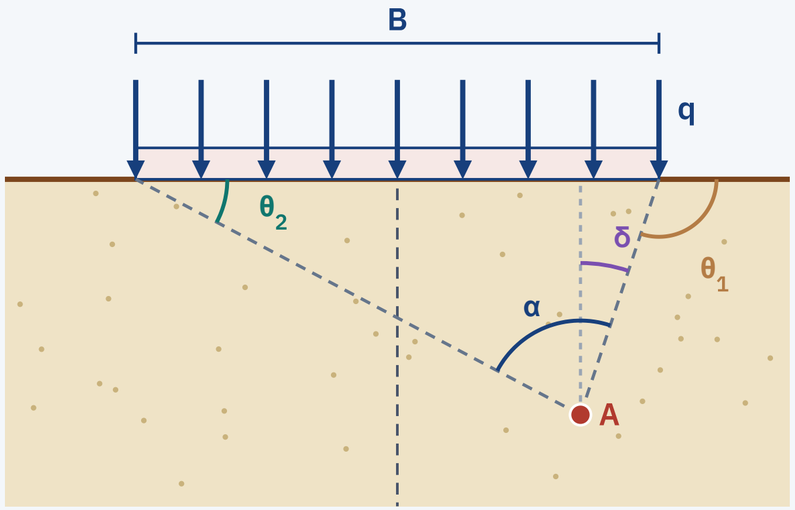
THÉORIE

Le même résultat s'écrit avec les angles de la figure. θ est mesuré à partir de la surface ; α = $\theta_1 - \theta_2$ est l'angle sous lequel la bande est vue depuis A. **δ** est l'angle entre la verticale et la droite tracée de A au bord +B/2 : δ = 90° − θ_1 (négatif sous la bande)

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\,\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$F(u) = \tan^{-1}\frac{u}{z} + \frac{zu}{u^2+z^2} = \varphi + \tfrac{1}{2}\sin 2\varphi \quad (u = z\tan\varphi)$$

La contrainte ne dépend que de **x/B et z/B** et **ne dépasse pas q** : en surface sous la bande, α = π et $\Delta\sigma_z$ = q ; à côté de la bande, α = 0



Sous l'axe et sous le bord

THÉORIE

Sous l'axe (x = 0 ; b = B/2), l'équation se réduit à un seul terme ; **sous le bord** (x = b), le premier arc tangente vaut π/2 et, en surface, $\Delta\sigma_z = q/2$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=0} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right]$$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=b} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{z}{B} + \frac{Bz}{B^2+z^2}\right]$$

2z/B	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	6.0
Sous l'axe (2x/B = 0)	0.959	0.818	0.550	0.396	0.306	0.208
Sous le bord (2x/B = 1)	0.497	0.480	0.409	0.334	0.275	0.198

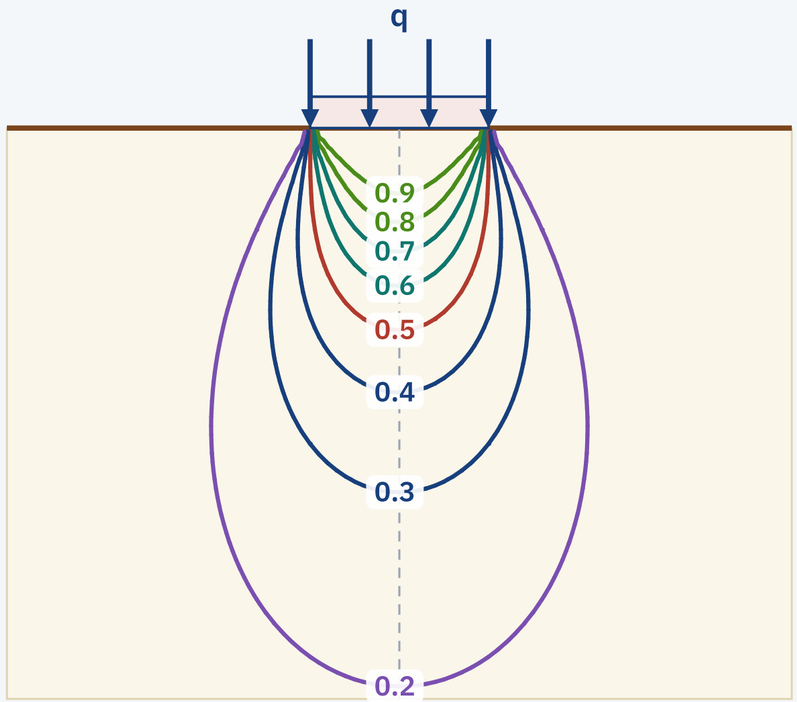
Courbes d'égale valeur : $\Delta\sigma_z/q$

THÉORIE

Sous l'axe, la contrainte tombe à la moitié de q à une profondeur d'environ **z = 1.1B**, au cinquième à **3.1B** et au dixième seulement à **6.3B**

Les courbes de valeurs 0.6 – 0.9 se resserrent sous la bande dans la zone proche de la surface : c'est le **bulbe de pressions** bien connu

Lorsque les distances sont divisées par B, les courbes sont **les mêmes pour toute bande** : un seul diagramme tracé en fonction de x/B et z/B est valable pour tout q et tout B



Valeurs de $\Delta\sigma_z/q$

THÉORIE

2z/B \ 2x/B	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.0	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.959	0.902	0.497	0.089	0.019	0.006	0.003
1.0	0.818	0.735	0.480	0.214	0.084	0.036	0.017
1.5	0.668	0.607	0.448	0.271	0.146	0.077	0.042
2.0	0.550	0.510	0.409	0.288	0.185	0.114	0.071
2.5	0.462	0.436	0.370	0.285	0.205	0.141	0.095
3.0	0.396	0.379	0.334	0.274	0.211	0.157	0.114
3.5	0.345	0.334	0.302	0.258	0.210	0.165	0.127
4.0	0.306	0.298	0.275	0.242	0.205	0.168	0.134
5.0	0.248	0.244	0.231	0.212	0.188	0.164	0.139
6.0	0.208	0.206	0.198	0.186	0.171	0.154	0.136

$\Delta\sigma_z = q \cdot$ (valeur du tableau). Chaque valeur du tableau découle de la même équation ; la ligne z = 0 correspond à la surface (1 sous la bande, 0.5 au bord, 0 à l'extérieur).

Superposition

THÉORIE

Le sol étant **élastique**, la contrainte de chaque bande est déterminée séparément puis les contraintes sont additionnées. Chaque bande est définie par ses propres q, B et ligne d'axe ; le module admet au plus huit bandes

Les bandes **ne peuvent pas se chevaucher** : deux d'entre elles peuvent se rejoindre sur un bord. La contrainte de chaque bande est obtenue avec **sa propre valeur de x**, c'est-à-dire avec la distance du point A à l'axe de cette bande

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

$\Delta\sigma_{z(k)}$ est calculé à partir de l'équation ci-dessus (q_k, B_k, x_k, z) ; par symétrie, seul $|x_k|$ est nécessaire

Énoncé

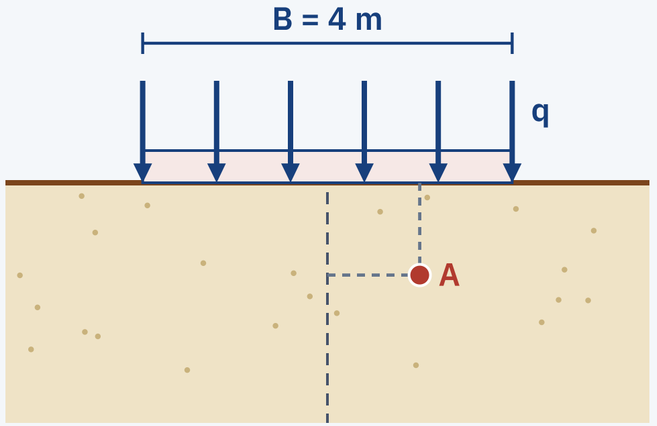
EXEMPLE

Données

Charge en bande	**Souple, verticale : $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m) ; ligne d'axe $x = 0$**
Point A	**À $x = 1$ m de l'axe, à une profondeur de $z = 1$ m (sous la bande)**

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_z$ et **$\Delta\sigma_z/q$** : d'abord avec la forme fermée (arc tangente), puis vérification avec la **forme angulaire**.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Demi-largeur et distances du point A aux bords

$$b = \frac{B}{2} = 2\ \text{m} \qquad x - b = 1 - 2 = -1\ \text{m} \qquad x + b = 1 + 2 = 3\ \text{m}$$

$$\frac{2x}{B} = 0.5 \qquad \frac{2z}{B} = 0.5$$

2 Comme x < B/2, le premier arc tangente est négatif ; on ajoute π

$$\tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{1}{-1} = -0.7854 \;\Rightarrow\; A_1 = \pi + (-0.7854) = \mathbf{2.3562}$$

$$A_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = \tan^{-1}\frac{1}{3} = \mathbf{0.3218}$$

Le point A se trouve **sous** la bande (|x| = 1 m < B/2 = 2 m). La correction de π du premier arc tangente est donc nécessaire ; A_1 = 2.3562 et A_2 = 0.3218 rad.

Solution (2/3)

SOLUTION

3 Troisième terme (algébrique)

$$T = \frac{B\,z\,(x^2 - z^2 - b^2)}{(x^2 + z^2 - b^2)^2 + B^2 z^2} = \frac{4(1)(1 - 1 - 4)}{(1 + 1 - 4)^2 + 16(1)} = \frac{-16}{20} = \mathbf{-0.8000}$$

4 Valeur d'influence et contrainte

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[2.3562 - 0.3218 - (-0.8)\right] = \mathbf{0.9022}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.9022\,(100) = \mathbf{90.22}\ \mathrm{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa : au point A, la contrainte représente **90.2** % de la pression en surface ($\Delta\sigma_z/q$ = 0.9022). La contrainte ne dépasse pas q = 100 kPa.

Solution (3/3)

SOLUTION

5 Angles : θ depuis la surface, δ depuis la verticale

$$\theta_1 = 135.00^\circ \quad (x - b < 0) \qquad \theta_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = 18.43^\circ$$

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = 116.57^\circ = 2.0344 \text{ rad}$$

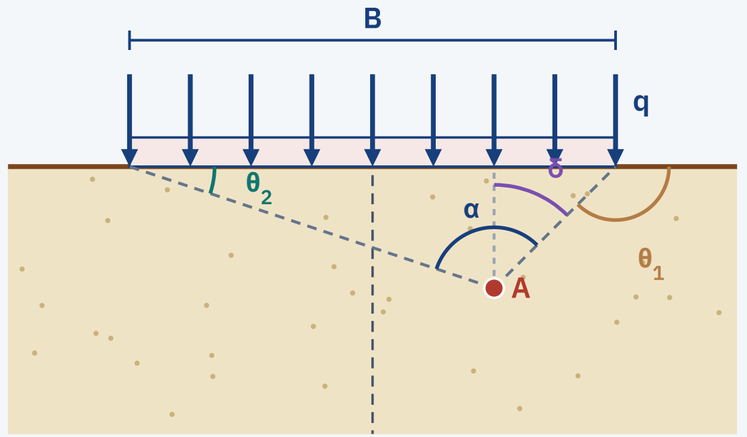
$$\delta = 90^\circ - \theta_1 = -\mathbf{45}^\circ$$

6 Forme d'angle

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}\left[2.0344 + (0.8944)\cos(26.57^\circ)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}(2.8344) = \mathbf{90.22}\ \text{kPa}$$



Les deux formes donnent le **même résultat** : $\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa. Le module donne la même valeur ; la forme angulaire montre que la contrainte ne dépend que des angles, c'est-à-dire de x/B et de z/B.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

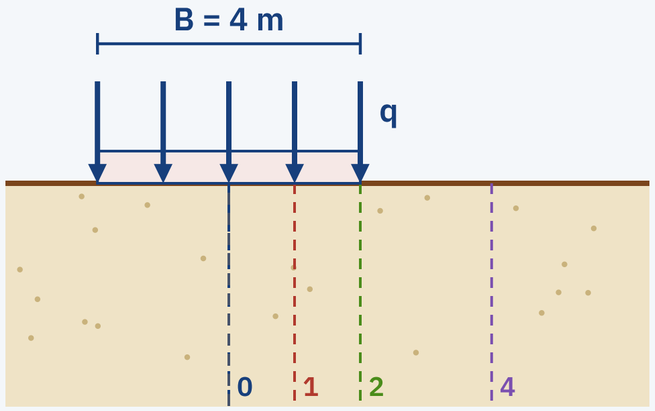
EXEMPLE

Données

Charge en bande	$q = 100$ **kN/m²,** $B = 4$ **m, axe** $x = 0$ **(la bande de l'exemple 1)**
Droites	$x = 0$ **(axe),** $x = 1$ **m (droite de A),** $x = 2$ **m (bord),** $x = 4$ **m (à 2 m à l'extérieur du bord)**
Profondeur	$z = 0.5$ **…** 12 **m**

À DÉTERMINER

La variation de $\Delta\sigma_z$ avec la profondeur le long de chaque droite ; les profondeurs sous l'axe pour lesquelles la contrainte vaut **q/2, q/5, q/10**.

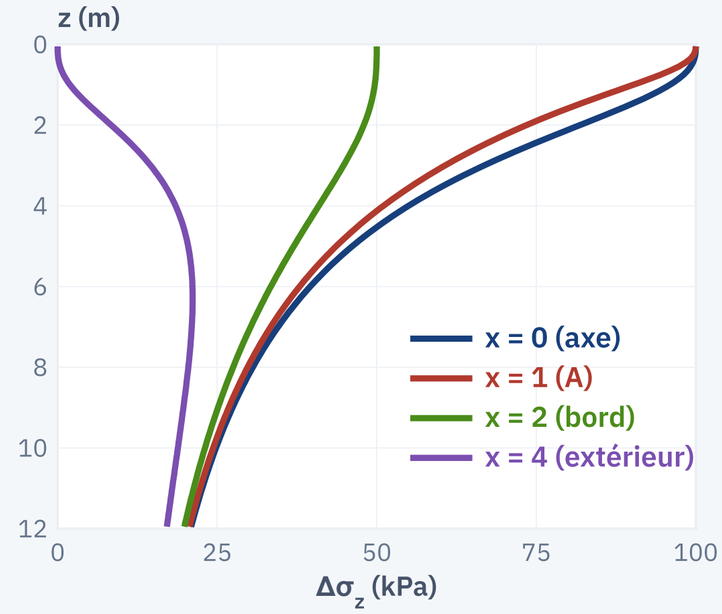


Solution (1/2)

SOLUTION

z (m)	2z/B	x = 0 (axe)	x = 1 m (A)	x = 2 m (bord)	x = 4 m (à l'extérieur)
0.5	0.250	99.38	97.88	49.96	0.30
1.0	0.500	95.95	**90.22**	49.69	1.93
1.5	0.750	89.59	81.38	49.04	4.90
2.0	1.000	81.83	73.47	47.97	8.39
3.0	1.500	66.82	60.71	44.80	14.57
4.0	2.000	54.98	51.05	40.92	18.48
5.0	2.500	46.18	43.65	37.00	20.45
6.0	3.000	39.58	37.91	33.41	21.12
8.0	4.000	30.58	29.76	27.49	20.47
10.0	5.000	24.81	24.36	23.09	18.84
12.0	6.000	20.84	20.57	19.79	17.07

Sous l'axe, la contrainte diminue lentement de la surface vers la profondeur (20.8 kPa à z = 12 m) ; **sous le bord**, elle est très proche de q/2 en surface (50.0 kPa), puis diminue ; **sur la droite située à l'extérieur**, la contrainte commence par augmenter, atteint son maximum à z ≈ 6 m (21.1 kPa), puis diminue.



Solution (2/2)

SOLUTION

1 Sous l'axe, l'équation se réduit à un seul terme (x = 0, b = B/2 = 2 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] \qquad z = 1.132B = 4.53\ \text{m} \Rightarrow \frac{2}{\pi}[0.4159 + 0.3695] = \mathbf{0.500}$$

2 Valeurs de l'équation à trois profondeurs

Valeur d'influence	z/B	z (m)	$\tan^{-1}(b/z)$	$bz/(b^2+z^2)$	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
q/2	1.132	4.53	0.4159	0.3695	**0.500**	50.00
q/5	3.130	12.52	0.1584	0.1558	**0.200**	20.00
q/10	6.340	25.36	0.0787	0.0784	**0.100**	10.00

Sous l'axe, la contrainte tombe à q/2 à **z = 1.13B = 4.5 m**, à q/5 à **3.13B = 12.5 m** et à q/10 à **6.34B = 25.4 m** : le sol reste sollicité jusqu'à une profondeur de plusieurs fois la largeur de la bande.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

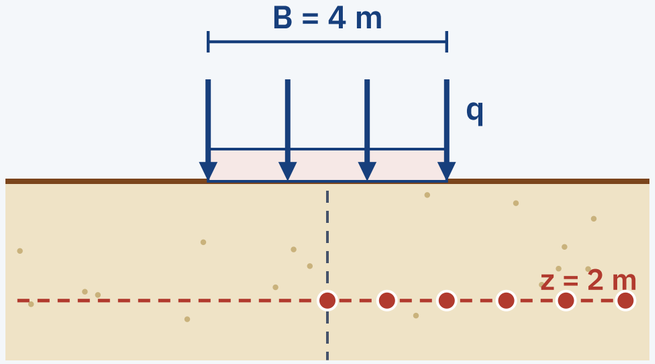
EXEMPLE

Données

Charge en bande	$q = 100$ **kN/m²,** $B = 4$ **m,** $x = 0$ **(**$b = 2$ **m)**
Droite	**droite horizontale à la profondeur** $z = 2$ **m ; points** $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ **m**
Calcul manuel	**sous le bord** $x = b = 2$ **m et à l'extérieur de la bande** $x = 3$ **m**

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_z$ calculée à la main **sous le bord** (x = B/2) et **hors de la bande** (x = 3 m) ; tout le profil horizontal à z = 2 m ; comparaison de x = −3 m et de x = +3 m.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 x = b = 2 m, z = 2 m : le premier arc tangente vaut exactement π/2

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{2}{0} = \frac{\pi}{2} = 1.5708 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4} = 0.4636$$

$$T = \frac{4(2)(4-4-4)}{(4+4-4)^2+16(4)} = \frac{-32}{80} = -0.4$$

2 Valeur d'influence et contrainte

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.5708 - 0.4636 - (-0.4)\right] = \mathbf{0.4797}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.4797\,(100) = \mathbf{47.97}\ \mathrm{kPa}$$

Sous le bord, la contrainte passe de la valeur q/2 en surface à **47.97 kPa** (48.0 % de q) à la profondeur z = 2 m. Exactement au bord, la première arctangente vaut π/2 ; aucune correction de π n'est nécessaire.

Solution (2/3)

SOLUTION

3 x = 3 m > b : les deux arctangentes sont prises directement (x − b = 1, x + b = 5)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805$$

$$T = \frac{4(2)(9-4-4)}{(9+4-4)^2+16(4)} = \frac{8}{145} = 0.0552$$

4 Valeur d'influence et contrainte

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.1071 - 0.3805 - 0.0552\right] = \mathbf{0.2137}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

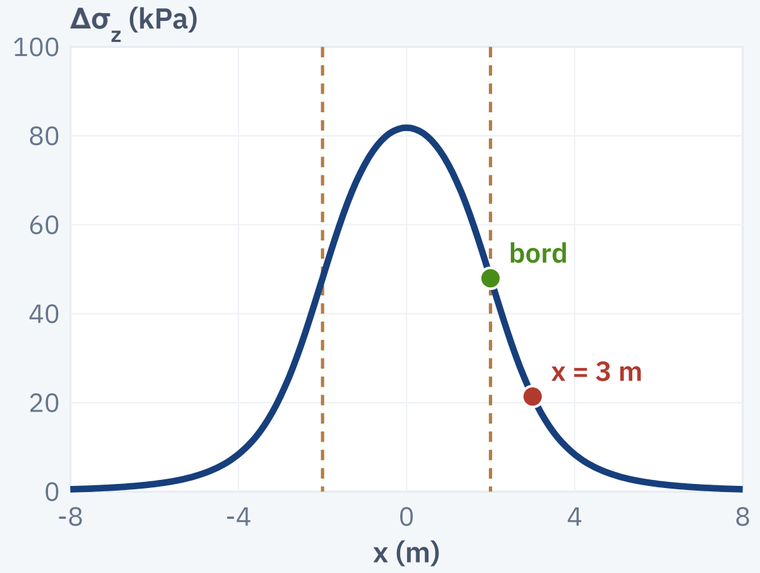
À **1 m à l'extérieur** de la bande (x = 3 m), la contrainte est de 21.37 kPa ; la charge n'est pas appliquée en ce point, mais le sol y transmet néanmoins de la contrainte. Par symétrie, on obtient également **21.37 kPa** pour x = −3 m (le module donne la même valeur).

Solution (3/3)

SOLUTION

x (m)	2x/B	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	$\Delta\sigma_z/q$	Localisation
0	0.00	81.83	0.8183	axe
1	0.50	73.47	0.7347	sous la bande
2	1.00	47.97	0.4797	bord
3	1.50	21.37	0.2137	à l'extérieur
4	2.00	8.39	0.0839	à l'extérieur
5	2.50	3.58	0.0358	à l'extérieur
6	3.00	1.72	0.0172	à l'extérieur
8	4.00	0.53	0.0053	à l'extérieur

La contrainte est maximale sur l'axe (81.8 kPa), diminue à 48.0 kPa au bord (environ la moitié de q) et s'éteint rapidement à l'extérieur de la bande : 0.53 kPa à x = 8 m. Le profil est **symétrique** par rapport à l'axe x = 0.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

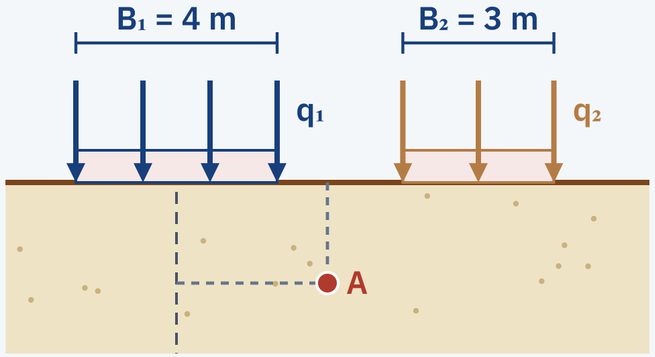
EXEMPLE

Données

1re bande	$q_1 = 100$ **kN/m², $B_1 = 4$ m, axe $x_{c1} = 0$ (–2 … 2 m)**
2e bande	$q_2 = 60$ **kN/m², $B_2 = 3$ m, ligne d'axe $x_{c2} = 6$ m (4.5 … 7.5 m)**
Point A	$x = 3$ **m, $z = 2$ m (entre les deux bandes)**

À DÉTERMINER

Contrainte en A due à chaque bande et **$\Delta\sigma_z$ total** ; variation de la contrainte avec la profondeur sous A.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 tranche 1 : $x_1 = 3 - 0 = 3$ m, $b = 2$ m ($x > b$)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805 \quad T = \frac{4(2)(1)}{9^2+64} = 0.0552$$

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{100}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

2 2e bande : $x_2 = 3 - 6 = -3$ m ($|x_2| = 3$ m), $b = 1.5$ m

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1.5} = 0.9273 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4.5} = 0.4182 \quad T = \frac{3(2)(2.75)}{(10.75)^2+36} = 0.1089$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{60}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.1274\,(60) = \mathbf{7.64}\ \text{kPa}$$

3 Superposition

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 21.37 + 7.64 = \mathbf{29.02}\ \text{kPa}$$

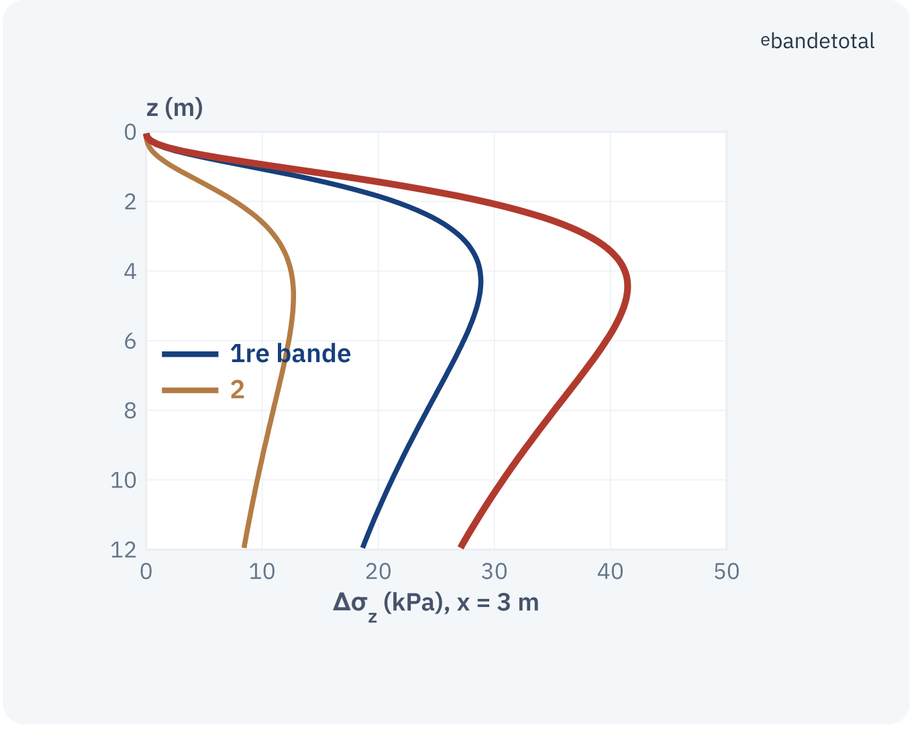
Au total, **$\Delta\sigma_z$ = 29.02 kPa** ; le module donne la même valeur. La part de la deuxième bande représente 26 % du total.

Solution (2/2)

SOLUTION

z (m)	1re bande (kPa)	2e bande (kPa)	Total (kPa)	part de la bande 2
1	8.92	2.28	**11.21**	20 %
2	21.37	7.64	**29.02**	26 %
3	27.05	11.09	**38.14**	29 %
4	28.76	12.47	**41.24**	30 %
6	27.35	12.28	**39.63**	31 %
8	24.21	10.95	**35.16**	31 %
12	18.59	8.41	**26.99**	31 %

Sous A, la contrainte totale est maximale à z ≈ 4.5 m (41.5 kPa), puis diminue. Dans la couche proche de la surface, la bande 1 est prépondérante ; en profondeur, les contributions des deux bandes se rapprochent (à z = 12 m, la contribution de la bande 2 est de 31 %).



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

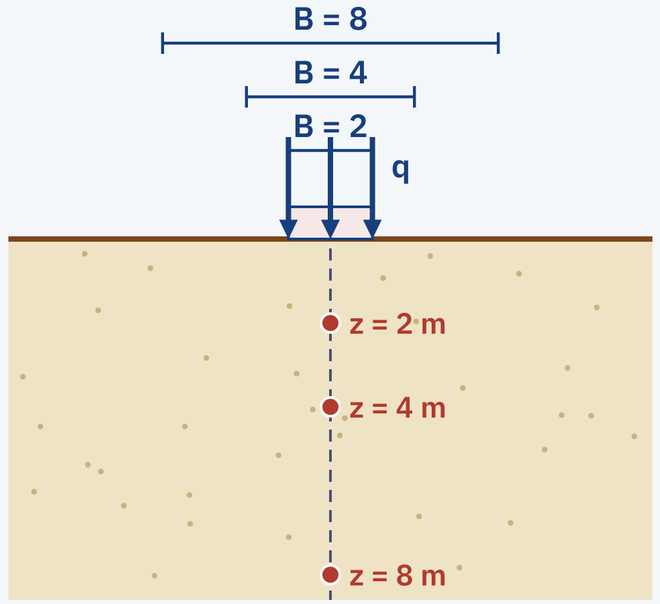
EXEMPLE

Données

Effet de la largeur	**même** $q = 100$ **kN/m² ;** $B = 2,\ 4,\ 8$ **m ; sous l'axe** $z = 2,\ 4,\ 8$ **m**
Bande étroite	**intensité de charge** $P = qB = 100$ **kN/m constante ;** $B = 2,\ 1,\ 0.5,\ 0.1$ **m ; point** $x = 2$ **m,** $z = 2$ **m**
Comparaison	**charge linéique :** $\Delta\sigma_z = 2Pz^3/[\pi(x^2 + z^2)^2]$

À DÉTERMINER

Montrer que la contrainte est la même lorsque **z/B** est le même ; constater que, lorsque la bande se rétrécit, le résultat tend vers la valeur de la **charge linéique**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Sous l'axe, B = 2 m, z = 2 m (z/B = 1 ; b = 1 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1}{2} + \frac{1(2)}{1+4}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4\right] = 0.5498 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \mathbf{54.98}\ \text{kPa}$$

2 Trois largeurs, trois profondeurs (sous l'axe, kPa)

B (m)	z = 2 m	z = 4 m	z = 8 m
2	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)	15.75 (z/B = 4.00)
4	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)
8	95.95 (z/B = 0.25)	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)

La contrainte dépend **uniquement de z/B** : B = 2 m, z = 2 m ; B = 4 m, z = 4 m et B = 8 m, z = 8 m donnent toujours **54.98 kPa**. Pour un même q, une **bande plus large agit plus profondément** : à z = 8 m, 15.8 kPa pour B = 2 m et 55.0 kPa pour B = 8 m.

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Solution pour une charge linéique (P = 100 kN/m ; x = 2 m, z = 2 m)

$$\Delta\sigma_z = \frac{2Pz^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(100)(2)^3}{\pi(4+4)^2} = \frac{1{,}600}{201.06} = \mathbf{7.958}\ \text{kPa}$$

4 Bandes de plus en plus étroites avec le même P = qB (forme fermée, même point)

B (m)	q = P/B (kPa)	$\Delta\sigma_z$ (bande, kPa)	Différence par rapport à la charge linéique
2.0	50	9.242	%16.1
1.0	100	8.287	%4.1
0.5	200	8.041	%1.0
0.1	1,000	7.961	%0.0
→ **0**	→ ∞	**7.958** (charge linéique)	0

Lorsque B diminue, la solution de la bande se rapproche, à partir de **9.24 kPa**, de la valeur de la charge linéique, **7.96 kPa** ; pour B = 0.1 m, l'écart n'est que de 0.04 %. La charge linéique est la limite B → 0 de la charge en bande.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

Forme fermée : $\Delta\sigma_z = (q/\pi)\{\tan^{-1}[z/(x - B/2)] - \tan^{-1}[z/(x + B/2)] - Bz[x^2 - z^2 - B^2/4] / ([x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2z^2)\}$; pour $x < B/2$, π est ajouté à la première arctangente

Forme angulaire : $\Delta\sigma_z = (q/\pi)[\alpha + \sin\alpha \cos(\alpha + 2\delta)]$; $\alpha = \theta_1 - \theta_2$, $\delta = 90° - \theta_1$. La contrainte ne dépend que de **x/B et z/B** et ne dépasse pas q ; en surface, elle vaut q sous la bande, q/2 au bord et 0 à l'extérieur

Exemple (q = 100 kN/m², B = 4 m ; A : x = 1, z = 1 m) : A_1 2.3562, A_2 0.3218, T -0.8 → $\Delta\sigma_z/q$ = **0.9022** ; **$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa** ; la forme en angle donne le même résultat

Bulbe de contraintes : sous l'axe, les profondeurs où la contrainte vaut q/2, q/5, q/10 sont 1.13B, 3.13B, 6.34B. **Superposition** : chaque bande avec sa propre valeur de x ; dans l'exemple à deux bandes, 21.37 + 7.64 = **29.02 kPa**

Limites : un même z/B donne la même contrainte ; lorsque B → 0 avec P = qB constant, la solution de la bande tend vers celle de la charge linéique

Références bibliographiques

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

REMARQUE

Tous les exemples numériques sont produits avec le moteur de calcul propre au module ; le module donne les mêmes valeurs. Le module s'ouvre avec q = 100 kN/m², B = 4 m et A (x = 1 m, z = 1 m).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva ses propres bandes de charge (q, B, ligne d'axe) et le point A ; le module fournit ensemble la contrainte, les courbes d'isocontraintes, le profil en profondeur, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com