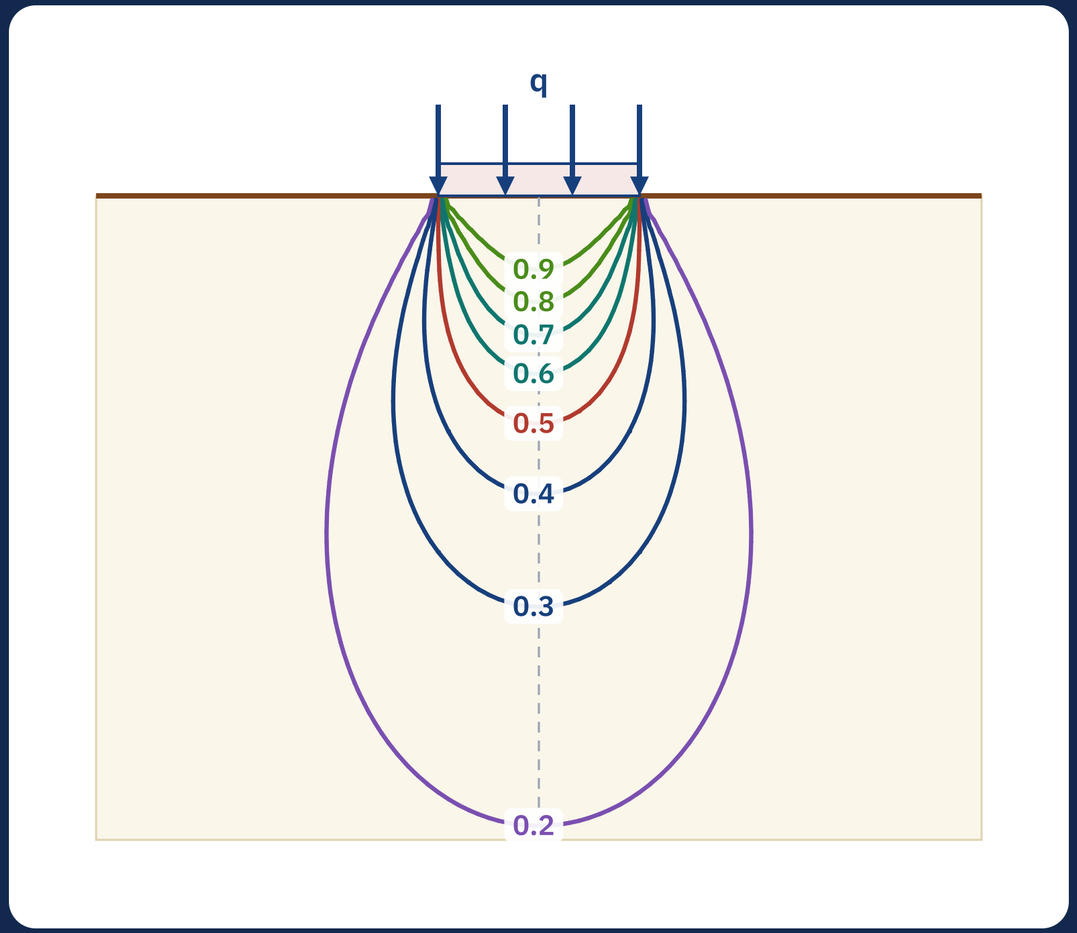
GeoTerva

Geotechnische Vorlesungspräsentation · Spannungen im Baugrund

Spannung unter einer vertikalen Streifenlast

Vorlesung: flexible, unendlich lange vertikale Streifenlast; ein Punkt von Hand, Tiefen- und Horizontalprofile, Superposition.

Integral der Linienlast | Winkelform | Spannungsbirne | Superposition | Von Hand lösbar



Einführung

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Den vertikalen Spannungszuwachs unter einer **Streifenlast**: ein unendlich langer, biegsamer Streifen der Breite B mit gleichmäßig verteiltem Druck q; **das Integral der Linienlast über die Breite**

Die geschlossene **Arkustangens-Form** und die **Winkelform**; die **π-Korrektur**, die bei x < B/2 zum ersten Arkustangens addiert wird

Dass die Spannung nur von **x/B** und **z/B** abhängt und q niemals überschreitet; die **Spannungsknolle** und die Tafel der Einflussbeiwerte

Einen Punkt **von Anfang bis Ende von Hand** bearbeiten; Tiefen- und Horizontalschnitte in Tabellen; mehrere Streifenlasten durch **Superposition**

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Formel und Begründung

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispiel: q = 100 kN/m², B = 4 m; Punkt A in x = 1 m seitlich der Achse, in der Tiefe z = 1 m.

Streifenlast: endliche Breite, unendliche Länge

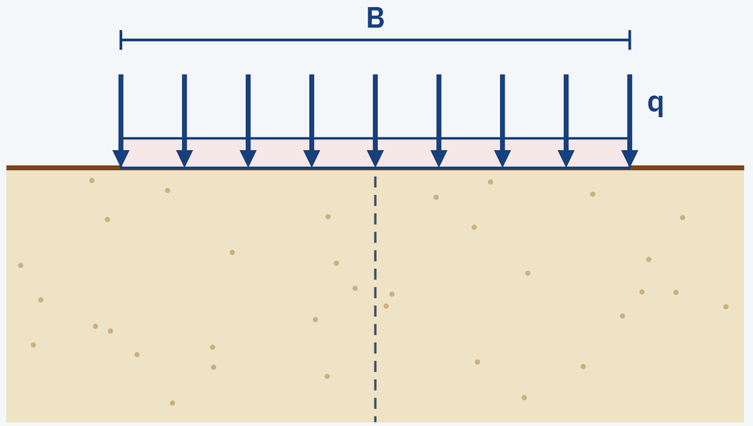
THEORIE

Ein langes Fundament, die Oberfläche einer Straße oder einer Auffüllung, eine Wandsohle: viele Lasten sind in einer Richtung lang und in der anderen von endlicher Breite. Eine **Streifenlast** bildet diese ab

Elastischer Streifen: Breite B, unendliche Länge, gleichmäßiger vertikaler Druck q. Die Spannung ist in jedem Schnitt gleich; das Problem ist eines der **ebenen Verformung** (zweidimensional)

Unabhängig von der Setzung bleibt die Pressung über die Breite konstant q; ein starres Fundament würde diese Pressung umlagern

Der Boden ist ein **homogener, isotroper, linear elastischer** Halbraum. $\Delta\sigma_z$ ist nur der Zuwachs aus der Last; die Überlagerung wird gesondert hinzugefügt



Schnitt: der Streifen erstreckt sich in y-Richtung unendlich weit; in jedem Schnitt dieselbe Spannung (ebener Formänderungszustand)

Von der Linienlast zum Streifen

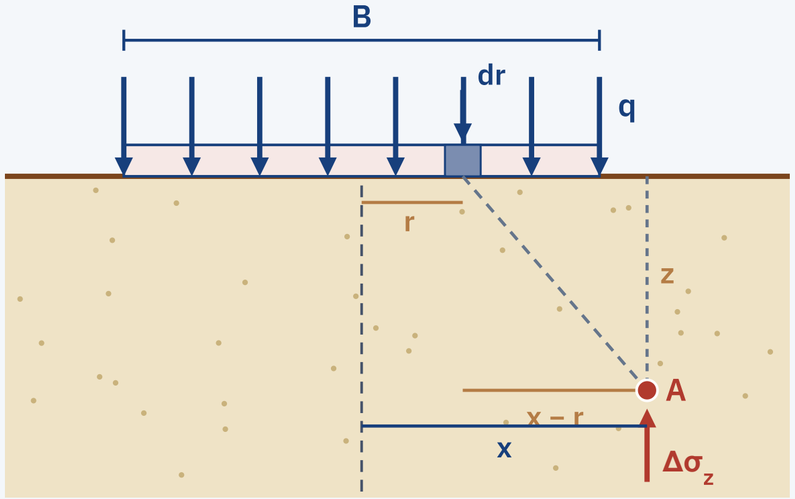
THEORIE

Ein elementarer Streifen der Breite dr trägt je Längeneinheit eine Last **q dr** und wirkt wie eine **Linienlast**; sein horizontaler Abstand zum Punkt A beträgt x − r

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,z^3}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

Der gesamte Streifen ist die Summe dieser Linienlasten von r = −B/2 … +B/2

$$\Delta\sigma_z = \int_{-B/2}^{+B/2} \frac{2q}{\pi}\,\frac{z^3}{[(x-r)^2+z^2]^2}\,dr$$



Geschlossene Form des Integrals

THEORIE

Es wird u = x − r gesetzt; die **Stammfunktion** für $1/(u^2 + z^2)^2$ ist $(q/\pi)[\tan^{-1}(u/z) + z\,u/(u^2 + z^2)]$. Wird das Integral an den Grenzen u = x − B/2 und u = x + B/2 ausgewertet, so ergibt sich die **Arkustangens-Form**

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left\{\tan^{-1}\frac{z}{x - B/2} - \tan^{-1}\frac{z}{x + B/2} - \frac{B\,z\,[x^2 - z^2 - B^2/4]}{[x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2 z^2}\right\}$$

Die Arkustangenswerte sind in **Bogenmaß** (rad) angegeben; $\Delta\sigma_z$ ist an den Positionen +x und −x gleich (der Streifen ist bezüglich seiner Mittellinie symmetrisch)

Wie angeschrieben gilt die Gleichung für x ≥ B/2. Für 0 ≤ x < B/2 wird der erste Arkustangens negativ und wird durch **$\pi + \tan^{-1}[z/(x - B/2)]$** ersetzt; genau bei x = B/2 ist er π/2

Numerische Verifikation (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1): Das numerische Integral der Lösung für die Linienlast über die Streifenbreite ergibt **90.2232 kPa**, die geschlossene Form **90.2232 kPa**

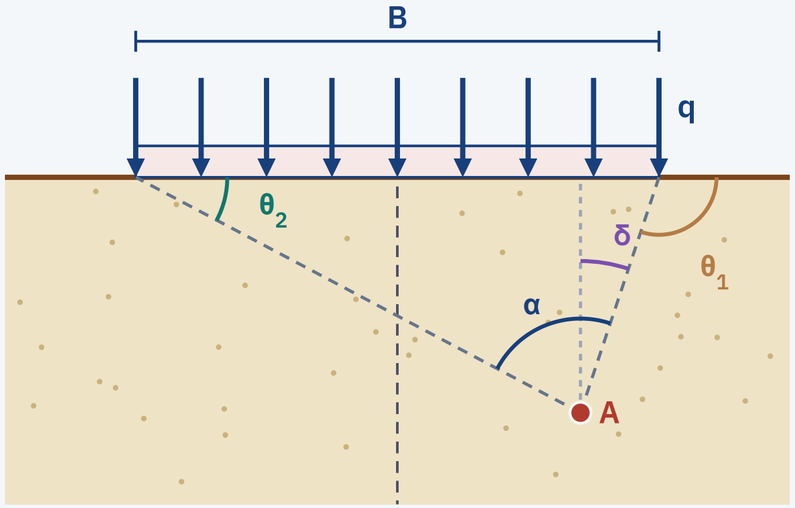
Die Spannung hängt nur von den Winkeln ab

THEORIE

Dasselbe Ergebnis wird mit den Winkeln der Abbildung geschrieben. θ wird von der Oberfläche aus gemessen; α = $\theta_1 - \theta_2$ ist der Winkel, unter dem der Streifen von A aus gesehen wird. **δ** ist der Winkel zwischen der Vertikalen und der von A zum Rand +B/2 gezogenen Geraden: δ = 90° − θ_1 (unterhalb des Streifens negativ)

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\,\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$F(u) = \tan^{-1}\frac{u}{z} + \frac{zu}{u^2+z^2} = \varphi + \tfrac{1}{2}\sin 2\varphi \quad (u = z\tan\varphi)$$



Die Spannung hängt nur von **x/B und z/B** ab und **überschreitet q nicht**: an der Oberfläche unter dem Streifen ist α = π und $\Delta\sigma_z$ = q; neben dem Streifen ist α = 0

Unter der Achse und unter der Kante

THEORIE

Unter der Achse (x = 0; b = B/2) reduziert sich die Gleichung auf einen einzigen Term; **unter der Kante** (x = b) ist der erste Arkustangens π/2 und an der Oberfläche gilt $\Delta\sigma_z = q/2$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=0} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right]$$

$$\left.\frac{\Delta\sigma_z}{q}\right|_{x=b} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{z}{B} + \frac{Bz}{B^2+z^2}\right]$$

2z/B	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	6.0
Unter der Mitte (2x/B = 0)	0.959	0.818	0.550	0.396	0.306	0.208
Unter der Kante (2x/B = 1)	0.497	0.480	0.409	0.334	0.275	0.198

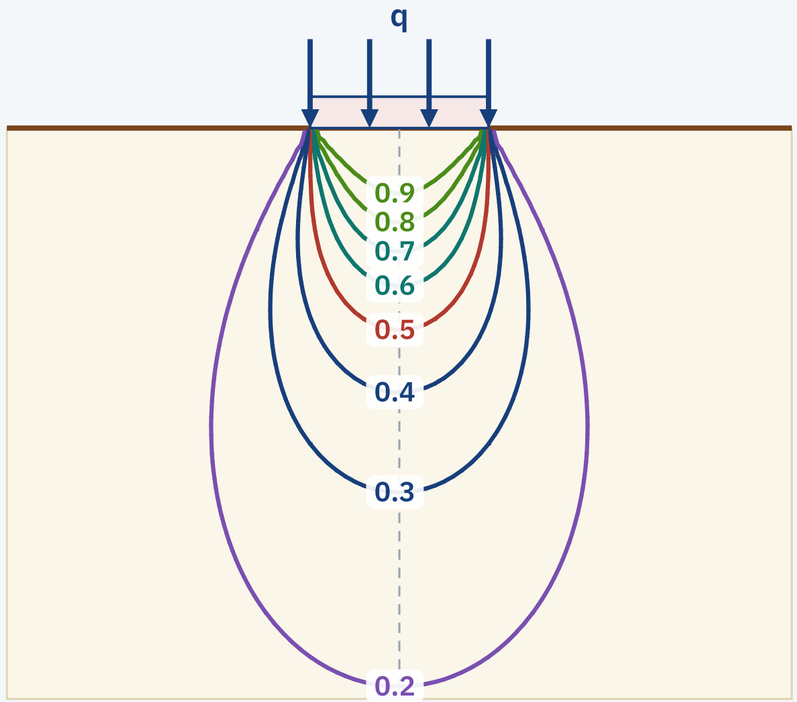
Isolinien: $\Delta\sigma_z/q$

THEORIE

Unterhalb der Achse fällt die Spannung in einer Tiefe von etwa **z = 1.1B** auf die Hälfte von q, bei **3.1B** auf ein Fünftel und erst bei **6.3B** auf ein Zehntel

Die Linien 0.6 – 0.9 verdichten sich im oberflächennahen Bereich unter dem Streifen: die bekannte **Druckspannungsbirne**

Werden die Abstände durch B geteilt, sind die Kurven **für jeden Streifen gleich**: Ein einziges, über x/B und z/B aufgetragenes Diagramm gilt für jedes q und B



$\Delta\sigma_z/q$-Werte

THEORIE

2z/B \ 2x/B	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.0	1.000	1.000	0.500	0.000	0.000	0.000	0.000
0.5	0.959	0.902	0.497	0.089	0.019	0.006	0.003
1.0	0.818	0.735	0.480	0.214	0.084	0.036	0.017
1.5	0.668	0.607	0.448	0.271	0.146	0.077	0.042
2.0	0.550	0.510	0.409	0.288	0.185	0.114	0.071
2.5	0.462	0.436	0.370	0.285	0.205	0.141	0.095
3.0	0.396	0.379	0.334	0.274	0.211	0.157	0.114
3.5	0.345	0.334	0.302	0.258	0.210	0.165	0.127
4.0	0.306	0.298	0.275	0.242	0.205	0.168	0.134
5.0	0.248	0.244	0.231	0.212	0.188	0.164	0.139
6.0	0.208	0.206	0.198	0.186	0.171	0.154	0.136

$\Delta\sigma_z = q \cdot$ (Tabellenwert). Jeder Wert der Tabelle stammt aus derselben Gleichung; die Zeile z = 0 ist die Oberfläche (1 unter dem Streifen, 0.5 am Rand, 0 außerhalb).

Superposition

THEORIE

Da der Boden **elastisch** ist, wird die Spannung jedes Streifens getrennt ermittelt und summiert. Jeder Streifen ist durch seine eigene q, B und Achslinie definiert; im Modul können höchstens acht Streifen eingegeben werden

Die Streifen **dürfen sich nicht überlappen**: Zwei können an einer Kante aneinanderstoßen. Die Spannung jedes Streifens wird mit **seinem eigenen x-Wert** ermittelt, d. h. mit dem Abstand des Punktes A von der Mittellinie dieses Streifens

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

$\Delta\sigma_{z(k)}$ wird aus der obigen Gleichung (q_k, B_k, x_k, z) berechnet; wegen der Symmetrie ist nur $|x_k|$ erforderlich

Aufgabe

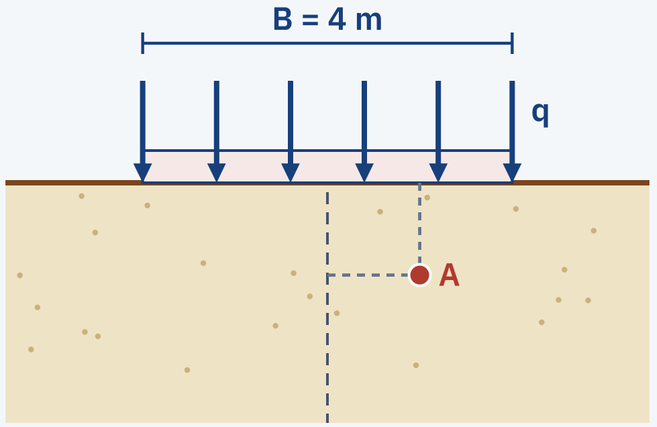
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	**Flexibel, vertikal: $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m); Achslinie $x = 0$**
Punkt A	**$x = 1$ m seitlich der Achse, in einer Tiefe von $z = 1$ m (unter dem Streifen)**

GESUCHT

$\Delta\sigma_z$ und **$\Delta\sigma_z/q$**: zunächst mit der geschlossenen (Arkustangens-)Form, dann Nachweis mit der **Winkelform**.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Halbe Breite und die Abstände des Punktes A zu den Rändern

$$b = \frac{B}{2} = 2\ \mathrm{m} \qquad x - b = 1 - 2 = -1\ \mathrm{m} \qquad x + b = 1 + 2 = 3\ \mathrm{m}$$

$$\frac{2x}{B} = 0.5 \qquad \frac{2z}{B} = 0.5$$

2 Da x < B/2 ist, ist der erste Arkustangens negativ; π wird addiert

$$\tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{1}{-1} = -0.7854 \;\Rightarrow\; A_1 = \pi + (-0.7854) = \mathbf{2.3562}$$

$$A_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = \tan^{-1}\frac{1}{3} = \mathbf{0.3218}$$

Der Punkt A liegt **unterhalb** des Streifens (|x| = 1 m < B/2 = 2 m). Die π-Korrektur des ersten Arkustangens ist daher erforderlich; A_1 = 2.3562 und A_2 = 0.3218 rad.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

3 Dritter (algebraischer) Term

$$T = \frac{B\,z\,(x^2 - z^2 - b^2)}{(x^2 + z^2 - b^2)^2 + B^2 z^2} = \frac{4(1)(1 - 1 - 4)}{(1 + 1 - 4)^2 + 16(1)} = \frac{-16}{20} = \mathbf{-0.8000}$$

4 Einflusswert und Spannung

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[2.3562 - 0.3218 - (-0.8)\right] = \mathbf{0.9022}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.9022\,(100) = \mathbf{90.22}\ \mathrm{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa: Die Spannung am Punkt A beträgt **90.2** % der Oberflächenpressung ($\Delta\sigma_z$/q = 0.9022). Die Spannung überschreitet q = 100 kPa nicht.

Lösung (3/3)

LÖSUNG

5 Winkel: θ von der Oberfläche, δ von der Vertikalen

$$\theta_1 = 135.00^\circ \quad (x - b < 0) \qquad \theta_2 = \tan^{-1}\frac{z}{x+b} = 18.43^\circ$$

$$\alpha = \theta_1 - \theta_2 = 116.57^\circ = 2.0344 \text{ rad}$$

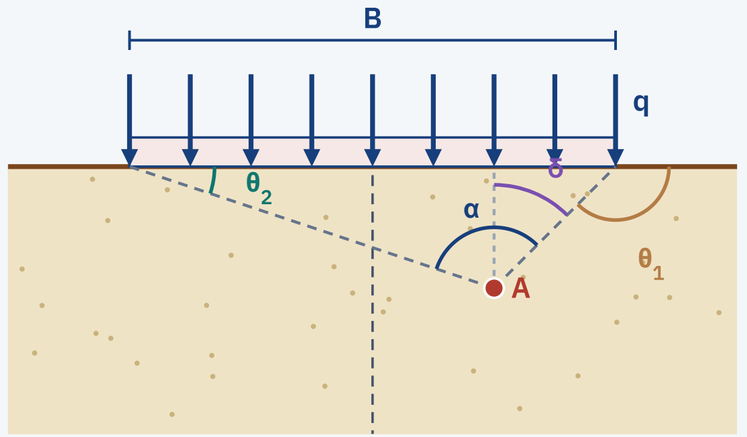
$$\delta = 90^\circ - \theta_1 = -\mathbf{45}^\circ$$

6 Winkelformat

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}\left[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}\left[2.0344 + (0.8944)\cos(26.57^\circ)\right]$$

$$= \frac{100}{\pi}(2.8344) = \mathbf{90.22}\ \text{kPa}$$



Beide Formen liefern **dasselbe Ergebnis**: $\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa. Das Modul gibt denselben Wert; die Winkelform zeigt, dass die Spannung nur von den Winkeln, also von x/B und z/B, abhängt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

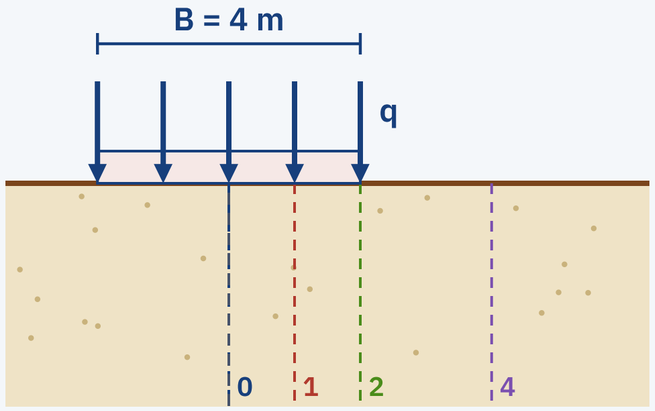
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	$q = 100$ **kN/m², $B = 4$ m, Mittellinie $x = 0$ (der Streifen aus Beispiel 1)**
Geraden	$x = 0$ **(Achse),** $x = 1$ **m (Gerade von A),** $x = 2$ **m (Rand),** $x = 4$ **m (2 m außerhalb des Randes)**
Tiefe	$z = 0.5$ **…** 12 **m**

GESUCHT

Die Änderung von **$\Delta\sigma_z$** mit der Tiefe entlang jeder Geraden; die Tiefen unter der Achse, in denen die Spannung **q/2, q/5, q/10** beträgt.

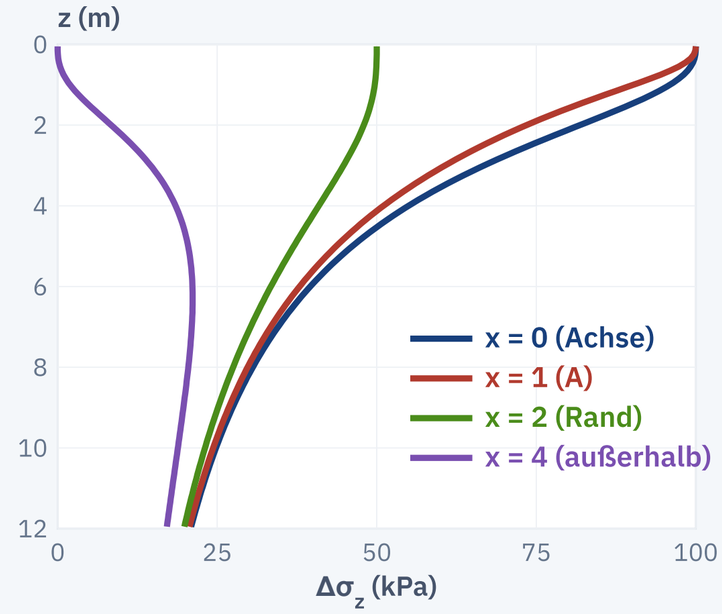


Lösung (1/2)

LÖSUNG

z (m)	2z/B	x = 0 (Achse)	x = 1 m (A)	x = 2 m (Rand)	x = 4 m (außerhalb)
0.5	0.250	99.38	97.88	49.96	0.30
1.0	0.500	95.95	**90.22**	49.69	1.93
1.5	0.750	89.59	81.38	49.04	4.90
2.0	1.000	81.83	73.47	47.97	8.39
3.0	1.500	66.82	60.71	44.80	14.57
4.0	2.000	54.98	51.05	40.92	18.48
5.0	2.500	46.18	43.65	37.00	20.45
6.0	3.000	39.58	37.91	33.41	21.12
8.0	4.000	30.58	29.76	27.49	20.47
10.0	5.000	24.81	24.36	23.09	18.84
12.0	6.000	20.84	20.57	19.79	17.07

Unter der Achse nimmt die Spannung von der Oberfläche nach der Tiefe hin langsam ab (20.8 kPa bei z = 12 m); **unter dem Rand** liegt sie an der Oberfläche sehr nahe bei q/2 (50.0 kPa) und nimmt dann ab; **außerhalb** auf der Geraden steigt die Spannung zunächst an, erreicht bei z ≈ 6 m ihr Maximum (21.1 kPa) und nimmt danach ab.



Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Unter der Achse reduziert sich die Gleichung auf einen einzigen Term (x = 0, b = B/2 = 2 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] \qquad z = 1.132B = 4.53\ \text{m} \Rightarrow \frac{2}{\pi}[0.4159 + 0.3695] = \mathbf{0.500}$$

2 Werte der Gleichung in drei Tiefen

Einflusswert	z/B	z (m)	$\tan^{-1}(b/z)$	$bz/(b^2+z^2)$	$\Delta\sigma_z/q$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
q/2	1.132	4.53	0.4159	0.3695	**0.500**	50.00
q/5	3.130	12.52	0.1584	0.1558	**0.200**	20.00
q/10	6.340	25.36	0.0787	0.0784	**0.100**	10.00

Unterhalb der Achse fällt die Spannung auf q/2 bei **z = 1.13B = 4.5 m**, auf q/5 bei **3.13B = 12.5 m** und auf q/10 bei **6.34B = 25.4 m**: Der Boden steht noch bis in eine Tiefe des Mehrfachen der Streifenbreite unter Last.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

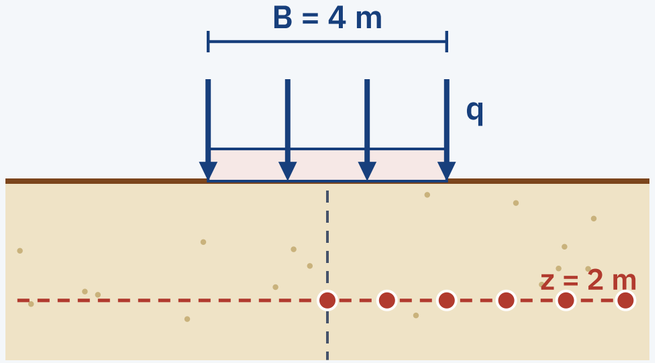
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	$q = 100$ **kN/m²,** $B = 4$ **m,** $x = 0$ **(**$b = 2$ **m)**
Gerade	**horizontale Gerade in einer Tiefe von** $z = 2$ **m; Punkte** $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$ **m**
Handrechnung	**unterhalb des Randes** $x = b = 2$ **m und außerhalb des Streifens** $x = 3$ **m**

GESUCHT

Unterhalb der Kante (x = B/2) und **außerhalb des Streifens** (x = 3 m) ist $\Delta\sigma_z$ von Hand zu berechnen; das gesamte horizontale Profil bei z = 2 m; Vergleich von x = −3 m mit x = +3 m.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 x = b = 2 m, z = 2 m: der erste Arkustangens ist genau π/2

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{z}{x-b} = \tan^{-1}\frac{2}{0} = \frac{\pi}{2} = 1.5708 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4} = 0.4636$$

$$T = \frac{4(2)(4-4-4)}{(4+4-4)^2+16(4)} = \frac{-32}{80} = -0.4$$

2 Einflusswert und Spannung

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.5708 - 0.4636 - (-0.4)\right] = \mathbf{0.4797}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.4797\,(100) = \mathbf{47.97}\ \mathrm{kPa}$$

Unterhalb der Ecke fällt die Spannung von q/2 an der Oberfläche auf **47.97 kPa** (48.0% von q) in einer Tiefe von z = 2 m ab. Genau an der Ecke hat der erste Arkustangens den Wert π/2; eine π-Korrektur ist nicht erforderlich.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

3 x = 3 m > b: beide Arkustangens werden direkt gebildet (x − b = 1, x + b = 5)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805$$

$$T = \frac{4(2)(9-4-4)}{(9+4-4)^2+16(4)} = \frac{8}{145} = 0.0552$$

4 Einflusswert und Spannung

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{\pi}\left[1.1071 - 0.3805 - 0.0552\right] = \mathbf{0.2137}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \mathrm{kPa}$$

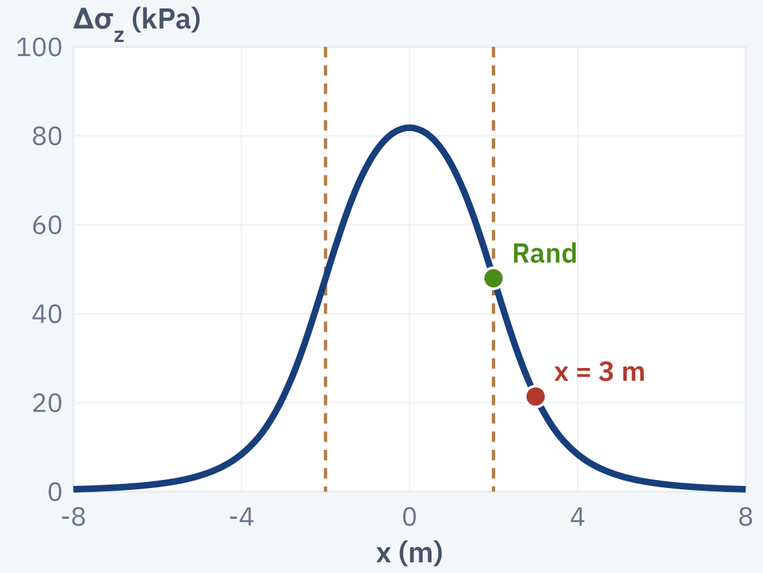
1 m außerhalb des Streifens (x = 3 m) beträgt die Spannung 21.37 kPa; an dieser Stelle wirkt keine Last, dennoch trägt der Boden Spannung. Aus Symmetrie ergibt sich für x = −3 m ebenfalls **21.37 kPa** (das Modul liefert denselben Wert).

Lösung (3/3)

LÖSUNG

x (m)	2x/B	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	$\Delta\sigma_z/q$	Lage
0	0.00	81.83	0.8183	Achse
1	0.50	73.47	0.7347	unter dem Streifen
2	1.00	47.97	0.4797	Rand
3	1.50	21.37	0.2137	außen
4	2.00	8.39	0.0839	außen
5	2.50	3.58	0.0358	außen
6	3.00	1.72	0.0172	außen
8	4.00	0.53	0.0053	außen

Die Spannung ist auf der Achse am größten (81.8 kPa), fällt am Rand auf 48.0 kPa (etwa die Hälfte von q) ab und klingt außerhalb des Streifens rasch ab: 0.53 kPa bei x = 8 m. Das Profil ist bezüglich der Achse x = 0 **symmetrisch**.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

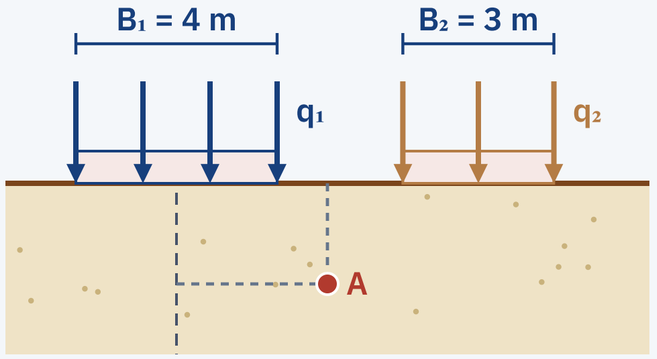
BEISPIEL

Gegeben

1. Streifen	$q_1 = 100$ **kN/m²,** $B_1 = 4$ **m, Achse** $x_{c1} = 0$ **(–2 … 2 m)**
2. Streifen	$q_2 = 60$ **kN/m²,** $B_2 = 3$ **m, Achslinie** $x_{c2} = 6$ **m (4.5 … 7.5 m)**
Punkt A	$x = 3$ **m,** $z = 2$ **m (zwischen den beiden Streifen)**

GESUCHT

Die Spannung am Punkt A aus jedem Streifen und die **Gesamtspannung $\Delta\sigma_z$**; die Änderung der Spannung mit der Tiefe unterhalb von A.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Lamelle 1: $x_1 = 3 - 0 = 3$ m, $b = 2$ m ($x > b$)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1} = 1.1071 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 0.3805 \quad T = \frac{4(2)(1)}{9^2+64} = 0.0552$$

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{100}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.2137\,(100) = \mathbf{21.37}\ \text{kPa}$$

2 2. Streifen: $x_2 = 3 - 6 = -3$ m ($|x_2| = 3$ m), $b = 1.5$ m

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{2}{1.5} = 0.9273 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{2}{4.5} = 0.4182 \quad T = \frac{3(2)(2.75)}{(10.75)^2+36} = 0.1089$$

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{60}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = 0.1274\,(60) = \mathbf{7.64}\ \text{kPa}$$

3 Superposition

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 21.37 + 7.64 = \mathbf{29.02}\ \text{kPa}$$

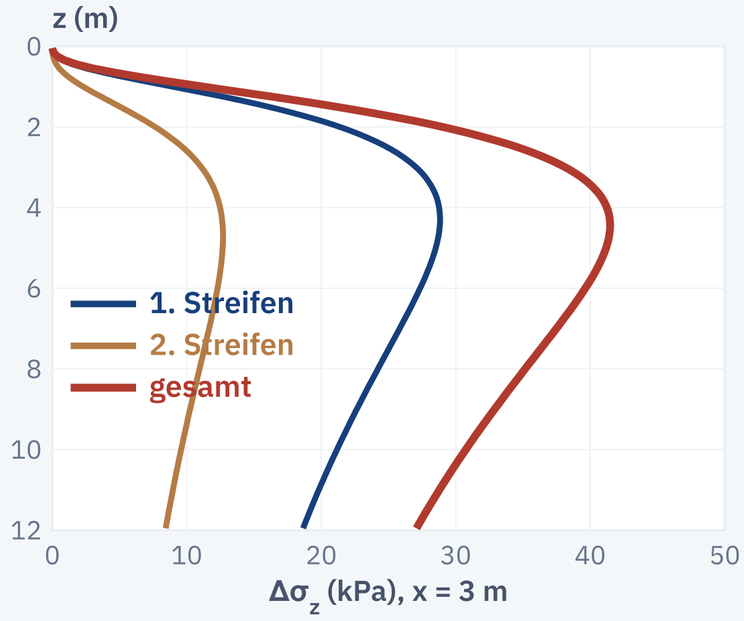
Die Summe beträgt **$\Delta\sigma_z$ = 29.02 kPa**; das Modul liefert denselben Wert. Der Anteil des 2. Streifens beträgt 26 % der Summe.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

z (m)	1. Streifen (kPa)	2. Streifen (kPa)	Summe (kPa)	Anteil des Streifens 2
1	8.92	2.28	**11.21**	20 %
2	21.37	7.64	**29.02**	26 %
3	27.05	11.09	**38.14**	29 %
4	28.76	12.47	**41.24**	30 %
6	27.35	12.28	**39.63**	31 %
8	24.21	10.95	**35.16**	31 %
12	18.59	8.41	**26.99**	31 %

Die Gesamtspannung unterhalb von A ist bei z ≈ 4.5 m am größten (41.5 kPa) und nimmt danach ab. In der oberflächennahen Schicht dominiert Streifen 1; in der Tiefe nähern sich die Anteile der beiden Streifen einander an (bei z = 12 m beträgt der Anteil von Streifen 2 31%).



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

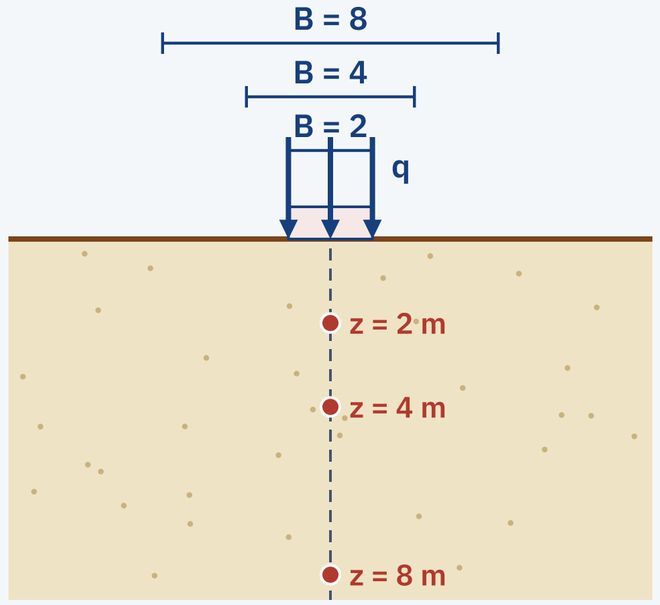
BEISPIEL

Gegeben

Einfluss der Breite	**gleiche** $q = 100$ **kN/m²;** $B = 2,\ 4,\ 8$ **m; unter der Achse** $z = 2,\ 4,\ 8$ **m**
Schmaler Streifen	**Lastintensität** $P = qB = 100$ **kN/m konstant;** $B = 2,\ 1,\ 0.5,\ 0.1$ **m; Punkt** $x = 2$ **m,** $z = 2$ **m**
Vergleich	**Linienlast:** $\Delta\sigma_z = 2Pz^3/[\pi(x^2+z^2)^2]$

GESUCHT

Zeigen, dass die Spannung bei gleichem **z/B** gleich ist; erkennen, dass sich das Ergebnis mit schmaler werdendem Streifen dem Wert der **Linienlast** nähert.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Unter der Achse, B = 2 m, z = 2 m (z/B = 1; b = 1 m)

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1}{2} + \frac{1(2)}{1+4}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4\right] = 0.5498 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \mathbf{54.98}\ \text{kPa}$$

2 Drei Breiten, drei Tiefen (unter der Achse, kPa)

B (m)	z = 2 m	z = 4 m	z = 8 m
2	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)	15.75 (z/B = 4.00)
4	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)	30.58 (z/B = 2.00)
8	95.95 (z/B = 0.25)	81.83 (z/B = 0.50)	54.98 (z/B = 1.00)

Die Spannung hängt **nur von z/B** ab: B = 2 m, z = 2 m; B = 4 m, z = 4 m und B = 8 m, z = 8 m ergeben stets **54.98 kPa**. Bei gleichem q wirkt ein **breiterer Streifen tiefer**: bei z = 8 m ergeben sich 15.8 kPa für B = 2 m und 55.0 kPa für B = 8 m.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Lösung für die Linienlast (P = 100 kN/m; x = 2 m, z = 2 m)

$$\Delta\sigma_z = \frac{2Pz^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(100)(2)^3}{\pi(4+4)^2} = \frac{1{,}600}{201.06} = \mathbf{7.958}\ \text{kPa}$$

4 Zunehmend schmalere Streifen mit gleichem P = qB (geschlossene Form, gleicher Punkt)

B (m)	q = P/B (kPa)	$\Delta\sigma_z$ (Streifen, kPa)	Unterschied zur Linienlast
2.0	50	9.242	%16.1
1.0	100	8.287	%4.1
0.5	200	8.041	%1.0
0.1	1,000	7.961	%0.0
→ **0**	→ ∞	**7.958** (Linienlast)	0

Mit abnehmendem B nähert sich die Streifenlösung dem Wert der Linienlast von **7.96 kPa** ausgehend von **9.24 kPa** an; für B = 0.1 m beträgt die Differenz nur 0.04 %. Die Linienlast ist der Grenzfall B → 0 der Streifenlast.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Geschlossene Form: $\Delta\sigma_z = (q/\pi)\{\tan^{-1}[z/(x - B/2)] - \tan^{-1}[z/(x + B/2)] - Bz[x^2 - z^2 - B^2/4] / ([x^2 + z^2 - B^2/4]^2 + B^2z^2)\}$; für $x < B/2$ wird zum ersten Arkustangens π addiert

Winkelform: $\Delta\sigma_z = (q/\pi)[\alpha + \sin\alpha\cos(\alpha + 2\delta)]$; $\alpha = \theta_1 - \theta_2$, $\delta = 90° - \theta_1$. Die Spannung hängt nur von **x/B und z/B** ab und überschreitet q nicht; an der Oberfläche beträgt sie q unter dem Streifen, q/2 am Rand und 0 außerhalb

Beispiel ($q = 100$ kN/m², $B = 4$ m; A: $x = 1$, $z = 1$ m): A_1 2.3562, A_2 0.3218, T -0.8 → $\Delta\sigma_z/q$ = **0.9022**; **$\Delta\sigma_z$ = 90.22 kPa**; die Winkelform ist gleich

Spannungsbirne: unter der Achse liegen die Tiefen für q/2, q/5, q/10 bei 1.13B, 3.13B, 6.34B. **Superposition**: jeder Streifen mit seinem eigenen x-Wert; im Beispiel mit zwei Streifen 21.37 + 7.64 = **29.02 kPa**

Grenzen: dasselbe z/B ergibt dieselbe Spannung; für $B \to 0$ bei konstantem $P = qB$ nähert sich die Lösung derjenigen für Streifen- bzw. Linienlast an

Literatur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

HINWEIS

Alle Rechenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Modul öffnet mit q = 100 kN/m², B = 4 m und A (x = 1 m, z = 1 m).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie in GeoTerva Ihre eigenen Streifenlasten (q, B, Achslinie) und den Punkt A ein; das Modul liefert die Spannung, die Isospannungslinien, das Tiefenprofil, die schrittweise Lösung und den Bericht gemeinsam.

Modul öffnen → | **Theorieseite →**

Auf dem Smartphone öffnen
Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com