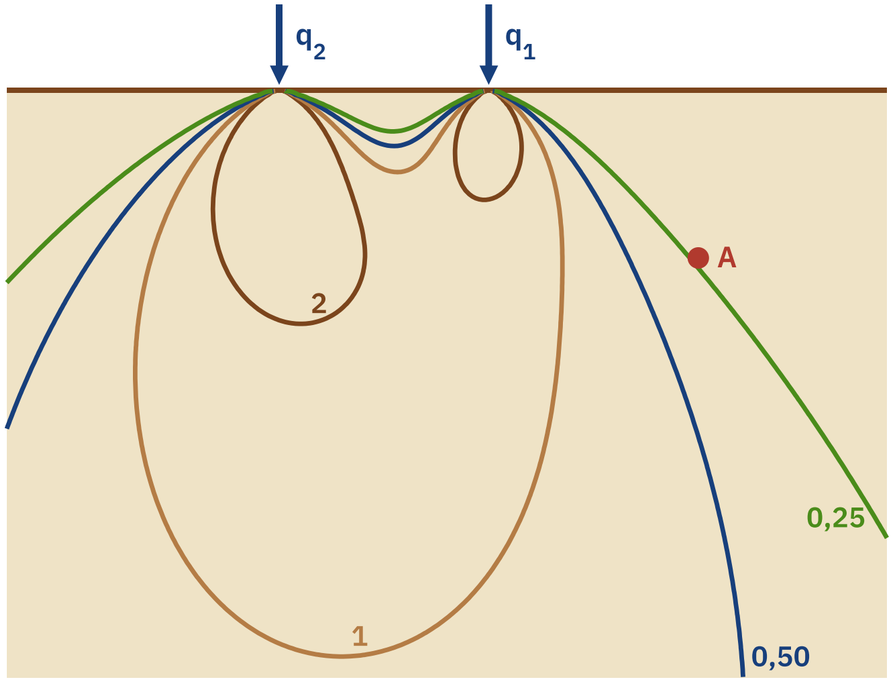
Geoteknik ders sunumu · Zeminde gerilme dağılımı

Düşey çizgisel yük altındaki gerilme

Ders anlatımı: yüzeydeki düşey çizgisel yükün zeminde oluşturduğu düşey gerilme; açılış noktası uçtan uca elle, derinlik ve yanal profiller tablolarla.

- Düzlem şekil değiştirme
- Boyutsuz eğri
- Süperpozisyon
- Tekil yük sırası
- Eş gerilme eğrileri



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

Çizgisel yükü **düzlem şekil değiştirme** altında: gerilme yalnız doğrudan olan yatay uzaklığa **x** ve derinliğe **z** bağlıdır

Çizgisel yükün bir **tekil yük sırası** olarak toplanmasıyla $\Delta\sigma_z = 2qz^3/[\pi(x^2 + z^2)^2]$ bağıntısını

Tekil yükten farkı: yük ekseni altında gerilme yalnız **1/z** ile azalır, $\Delta\sigma_z = 2q/(\pi z) = 0{,}637\ q/z$

Boyutsuz biçim: tek bir $\Delta\sigma_z/(q/z)$ eğrisi ve x/z tablosu; **süperpozisyon** ile birden çok paralel yük

Modülün açılış örneğini (iki çizgisel yük) **uçtan uca elle**; derinlik ve yanal değişimi tablolarda

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: formül ve gerekçesi

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek: q_1 = 7,5 kN/m (x = 0) ve q_2 = 15 kN/m (x = −5 m); nokta A: x = 5 m, z = 4 m.

Sonsuz bir çizgi boyunca birim uzunluk başına yük

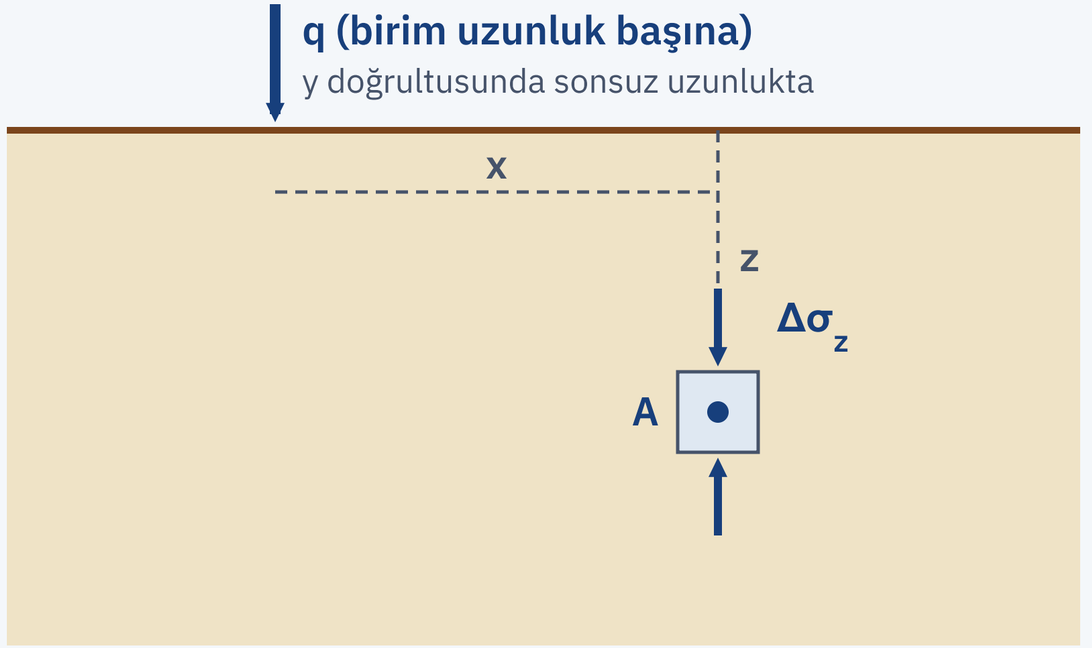
KURAM

Çizgisel yük, yüzeyde sonsuz uzunluktaki bir doğru boyunca etkiyen, birim uzunluk başına q şiddetindeki yüktür: uzun bir duvar, bir ray ya da genişliği önemsenmeyecek kadar dar bir şerit.

Doğruya dik her kesit aynı biçimde yüklendiğinden gerilmeler **düzlem şekil değiştirme** durumundadır ve yalnızca x yatay uzaklığına ve z derinliğine bağlıdır.

Yük esnek, düşey ve y doğrultusunda sonsuz uzunluktadır; zemin homojen, izotrop ve doğrusal elastik bir yarı sonsuz ortam olarak kabul edilmiştir.

$\Delta\sigma_z$, yükün neden olduğu artıştır; noktanın üzerindeki zeminin örtü yükü dahil edilmemiştir.



Bir sıra tekil yükten çizgisel yüke

KURAM

Çizgisel yük, y boyunca dizilmiş dP = q dy tekil yüklerinden oluşan bir sıra olarak düşünülebilir.

Her tekil yük Boussinesq gerilmesini $r^2 = x^2 + y^2$ ile verir; bu katkılar doğru boyunca toplandığında integralin kapalı değeri $4/[3(x^2 + z^2)^2]$ olur.

$$\Delta\sigma_z = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{3q\,z^3}{2\pi\,(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}\,dy$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dy}{(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} = \frac{4}{3\,(x^2+z^2)^2} \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \frac{2q\,z^3}{\pi\,(x^2+z^2)^2}$$

Tekil yükten farklı olarak gerilme derinlikle yalnızca 1/z oranında azalır: eksende $\Delta\sigma_z = 2q/(\pi z) = 0{,}637\ q/z$.

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ ve x/z

KURAM

z'ye bölünüp x/z yazıldığında denklem, her çizgisel yük için tek bir eğri veren boyutsuz bir biçim alır.

Böylece tek bir **$\Delta\sigma_z/(q/z)$** eğrisi, x/z'nin her değeri için kullanılır.

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q/z} = \frac{2}{\pi\left[(x/z)^2+1\right]^2}$$

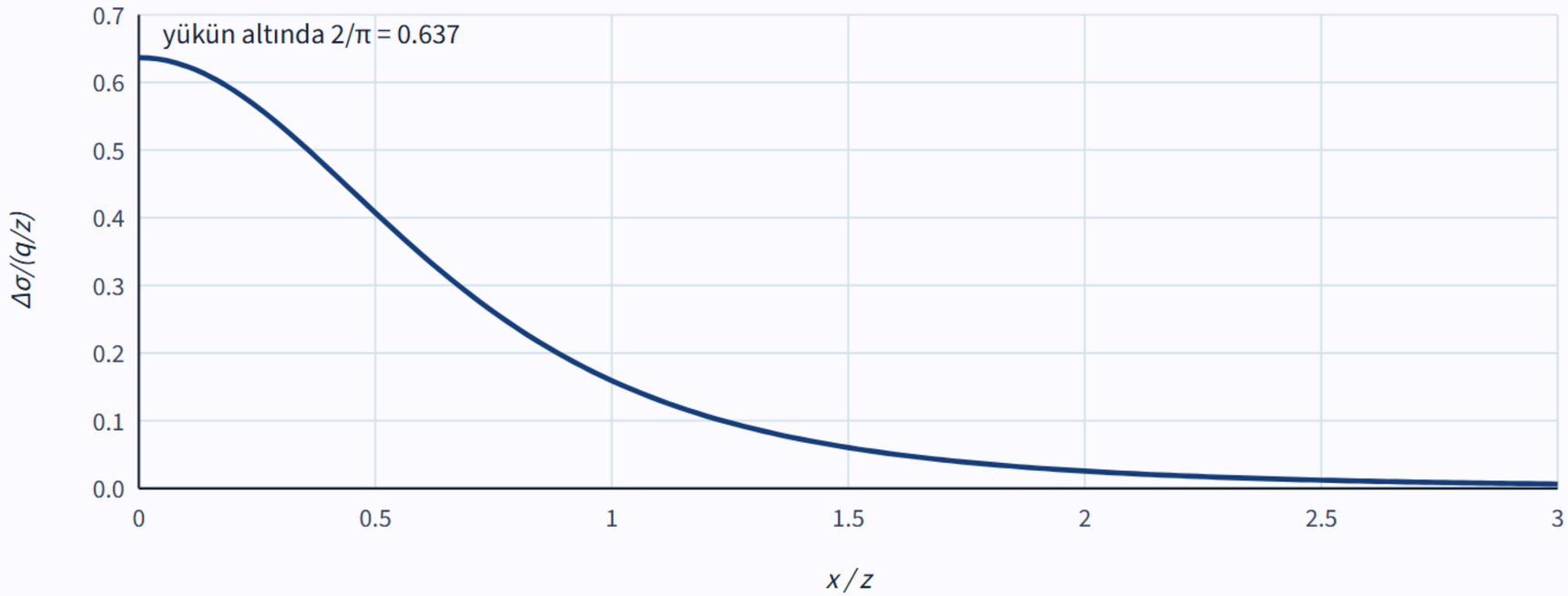
$$x = 0: \qquad \Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi z} = 0{,}637\,\frac{q}{z}$$

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ DEĞERLERİ (MODÜL)

x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$
0,0	0,637	1,0	0,159
0,1	0,624	1,2	0,107
0,2	0,589	1,4	0,073
0,3	0,536	1,6	0,050
0,4	0,473	1,8	0,035
0,5	0,407	2,0	0,025
0,6	0,344	2,4	0,014
0,7	0,287	2,8	0,008
0,8	0,237	3,0	0,006
0,9	0,194	3,5	0,004

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ ile x/z

KURAM



Δσz/(q/z) değerinin x/z ile değişimi (denklemden). x/z = 1 için değer, yük altındaki değerinin dörtte biridir; x/z = 3 değerinin ötesinde 0,01 değerinin altındadır.

Süperpozisyon

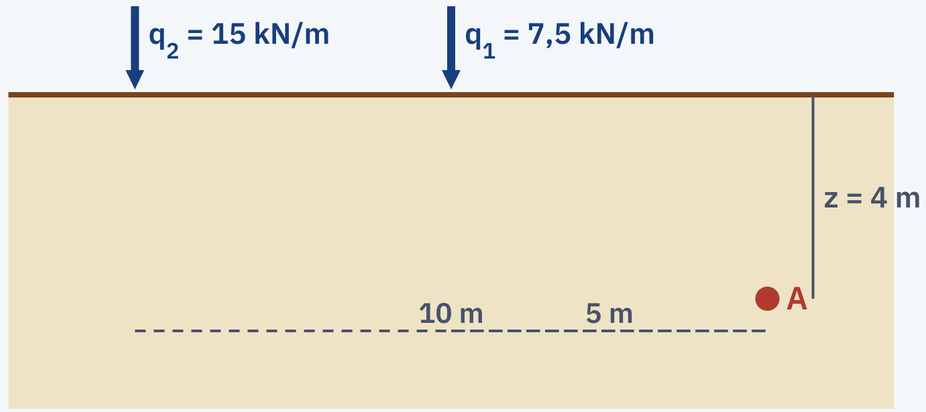
KURAM

Zemin elastik olduğundan birden çok çizgisel yükün gerilmeleri süperpozisyonla toplanır.

A noktasındaki gerilme, her yükün kendi A noktasına yatay uzaklığı ile tek başına oluşturacağı gerilmelerin toplamıdır.

Modül en çok sekiz paralel çizgisel yükü kabul eder; yükler şiddetleri ve konumlarıyla **Çizgisel yük ekle** ile tek tek girilir ve hiçbir ikisi aynı konumda olamaz.

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \frac{2\,q_k\,z^3}{\pi\,(x_k^2 + z^2)^2}$$



Soru

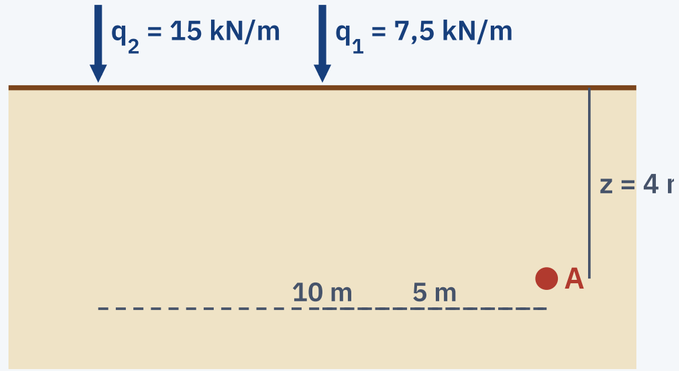
SORU

Verilenler

Yükler	$q_1 = 7{,}5$ **kN/m** ($x_L = 0$); $q_2 = 15$ **kN/m** ($x_L = -5$ **m**)
Nokta A	$x_A = 5$ **m**, $z = 4$ **m (yük 1'den** 5 **m, yük 2'den** 10 **m uzakta)**
Zemin	**homojen, elastik yarı sonsuz ortam; düzlem şekil değiştirme**

İSTENEN

Her yükün A noktasında oluşturduğu $\Delta\sigma_z$ ve süperpozisyonla toplam $\Delta\sigma_z$.



Çözüm

ÇÖZÜM

1 Yük 1: x = $x_A - x_L$ = 5 − 0 = 5 m

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{2q_1 z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(7{,}5)(4^3)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{960}{\pi\,(1\,681)} = \mathbf{0{,}18178}\ \mathrm{kPa}$$

2 Yük 2: x = 5 − (−5) = 10 m

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{2(15)(4^3)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1\,920}{\pi\,(13\,456)} = \mathbf{0{,}04542}\ \mathrm{kPa}$$

3 Süperpozisyon (zemin elastik: gerilmeler toplanır)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 0{,}18178 + 0{,}04542 = \mathbf{0{,}22720}\ \mathrm{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0,22720 kPa. Yük 2 iki kat büyük olduğu halde A'dan iki kat uzak olduğu için gerilmesi toplamın yaklaşık beşte biridir (oran 0,20). Yük 1 için kontrol: x/z = 1,25 ⇒ 2/(π[1,25² + 1]²) = 0,09695; q_1/z = 1,875; 0,09695 · 1,875 = 0,18178. Modül aynı değeri verir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

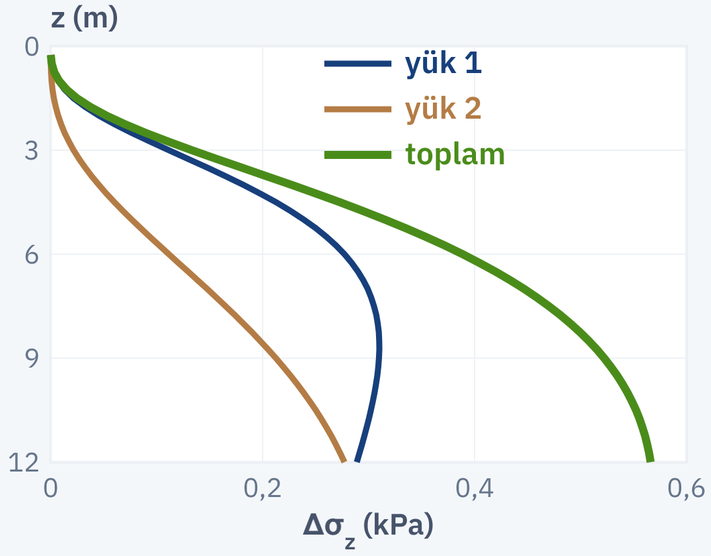
SORU

Verilenler

Yükler	**Örnek 1'deki iki yük: $q_1 = 7{,}5$ kN/m ($x_L = 0$), $q_2 = 15$ kN/m ($x_L = -5$ m)**
Noktalar	**$x_A = 5$ m; $z = 1{,}2$; $2{,}4$; …; 12 m (modülün profil satırları)**

İSTENEN

Her derinlik için **$\Delta\sigma_{z(1)}$**, **$\Delta\sigma_{z(2)}$** ve toplam **$\Delta\sigma_z$**; z = 8 m için ayrıntılı çözüm; en büyük gerilmenin derinliği.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yük 1 (x = 5 m): z = 8 m

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \frac{2(7{,}5)(8^3)}{\pi(5^2+8^2)^2} = \frac{7\,680}{\pi\,(7\,921)} = \mathbf{0{,}30863}\ \mathrm{kPa}$$

2 Yük 2 (x = 10 m): z = 8 m

$$\Delta\sigma_{z(2)} = \frac{2(15)(8^3)}{\pi(10^2+8^2)^2} = \frac{15\,360}{\pi\,(26\,896)} = \mathbf{0{,}18178}\ \mathrm{kPa}$$

3 Toplam

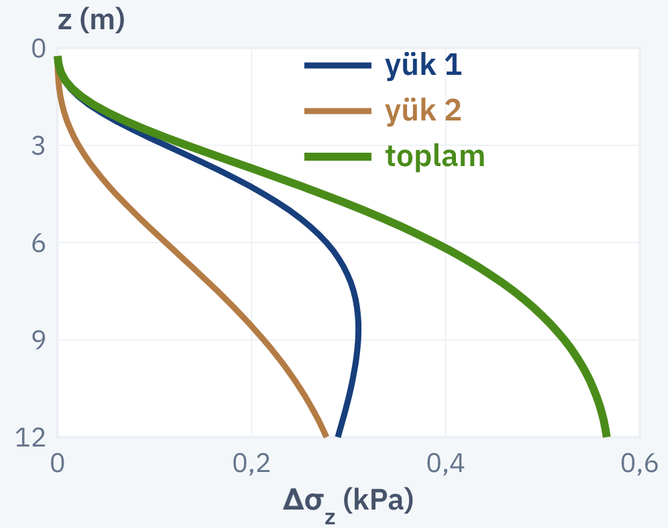
$$\Delta\sigma_z = 0{,}30863 + 0{,}18178 = \mathbf{0{,}49041}\ \mathrm{kPa}$$

z = 8 m'de $\Delta\sigma_z$ = 0,49041 kPa; z = 4 m'deki değerden (0,22720 kPa) çok büyüktür: A noktası yüklerin yanındadır ve gerilme derinde artmaya devam eder (tablo sonraki sayfada).

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

z (m)	$\Delta\sigma_{z(1)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(2)}$ (kPa)	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
1,2	0,01180	0,00160	**0,01341**
2,4	0,06976	0,01180	**0,08156**
3,6	0,15460	0,03492	**0,18951**
4,8	0,22880	0,06976	**0,29856**
6,0	0,27716	0,11152	**0,38868**
7,2	0,30183	0,15460	**0,45643**
8,4	0,30990	0,19456	**0,50446**
9,6	0,30775	0,22880	**0,53655**
10,8	0,29981	0,25631	**0,55612**
12,0	0,28888	0,27716	**0,56604**



Tek bir yük için gerilme $z = \sqrt{3}\cdot x$ derinliğinde en büyüktür: yük 1 için 8,66 m (0,3101 kPa). İki yükün toplamı 12 m'de hâlâ artmaktadır; en büyük toplam 13,1 m derinlikte 0,5687 kPa'dır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

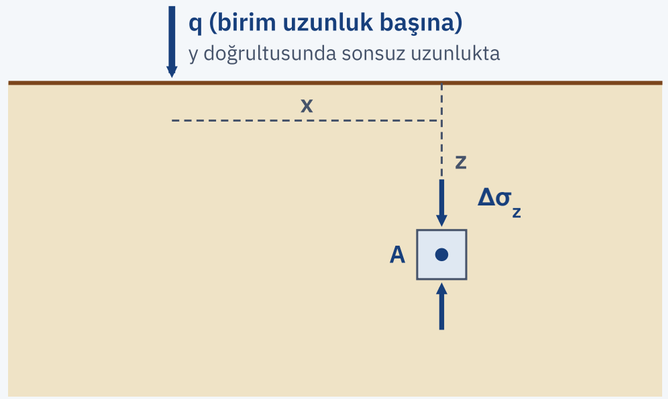
SORU

Verilenler

Yük	$q = 20$ **kN/m, düşey çizgisel yük**
Noktalar	$z = 3$ **m;** $x = 0; 1{,}5; 3; 4{,}5; 6$ **m**

İSTENEN

Her nokta için **x/z**, **$\Delta\sigma_z/(q/z)$** ve **$\Delta\sigma_z$**; x = z noktasındaki değerin yük altındaki değere oranı.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yük altında (x = 0): x/z = 0

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi z} = \frac{2(20)}{\pi(3)} = \mathbf{4{,}2441}\ \mathrm{kPa}$$

2 x = 3 m: x/z = 1

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q/z} = \frac{2}{\pi\left[1^2+1\right]^2} = \frac{2}{4\pi} = 0{,}15915$$

$$\Delta\sigma_z = 0{,}15915 \cdot \frac{20}{3} = 6{,}6667 \cdot 0{,}15915 = \mathbf{1{,}0610}\ \mathrm{kPa}$$

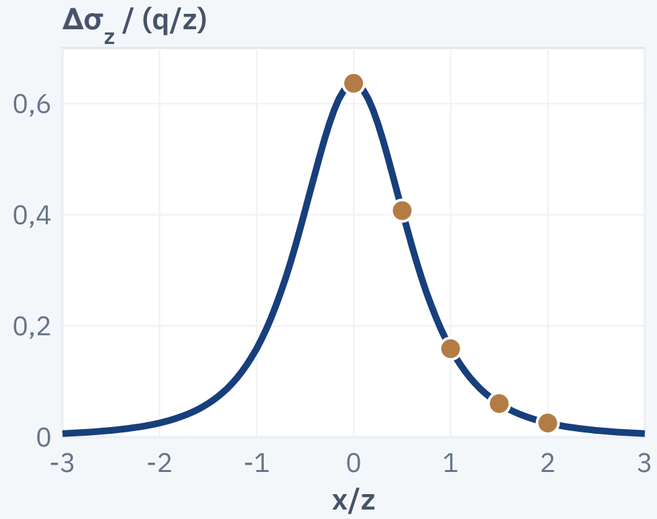
x/z = 1 noktasında gerilme, yük altındakinin **dörtte biridir** (1,0610 / 4,2441 = 0,25).

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

x (m)	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
0,0	0,0	0,63662	4,2441
1,5	0,5	0,40744	2,7162
3,0	1,0	0,15915	**1,0610**
4,5	1,5	0,06027	0,4018
6,0	2,0	0,02546	0,1698

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ yalnız x/z'ye bağlıdır: aynı eğri her q ve her z için kullanılır. x/z = 2 değerinde gerilme yük altındakinin 0,04 katıdır (0,1698 kPa).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yük	$q = 10$ **kN/m; çizgi boyunca** h **aralıklı tekil yükler** $P = q\,h$ **(**$h = 8; 4; 2; 1$ **m)**
Nokta A	$x = 3$ **m,** $z = 4$ **m (çizginin yatay uzaklığı); Boussinesq:** $\Delta\sigma_z = 3Pz^3/(2\pi L^5)$

İSTENEN

Tekil yüklerin Boussinesq gerilmelerinin toplamı (h = 2 m için terim terim); h küçüldükçe çizgisel yük değerine yaklaşma.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 P = q h = 10(2) = 20 kN; her yük için $L_k^2 = x^2 + y_k^2 + z^2 = 9 + y_k^2 + 16$

k	y_k (m)	$L_k^2 = 25 + y_k^2$	L_k (m)	$\Delta\sigma_{z,k}$ (kPa)	Kaç yük
0	0	25	5,000	0,19557	1
1	2	29	5,385	0,13494	2 (±k)
2	4	41	6,403	0,05678	2 (±k)
3	6	61	7,810	0,02103	2 (±k)
4	8	89	9,434	0,00818	2 (±k)
5	10	125	11,180	0,00350	2 (±k)

Örnek terimler: k = 0: $\Delta\sigma_{z,0} = 3(20)(4^3)/[2\pi(5)^5] = 0{,}19557$ kPa; $|k| \le 5$ toplamı 0,64443 kPa, $|k| \ge 6$ için kalan 0,00748 kPa.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

h (m)	P = q h (kN)	Tekil yüklerin toplamı $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Fark (%)
8	80	0,852175	30,72
4	40	0,660644	1,34
2	20	0,651907	0,0013
1	10	0,651899	< 0,0001
çizgisel yük		**0,651899**	0

Çizgisel yük için $\Delta\sigma_z = 2q\,z^3/[\pi(x^2 + z^2)^2] = 2(10)(4^3)/[\pi(25)^2]$ = **0,651899 kPa**. Tekil yükler $h \le z/2$ gibi sık alındığında toplam bu değere çok yaklaşır (h = 2 m: 0,651907 kPa); h = 8 m gibi seyrek aralıkta ise fark büyüktür. Bu, çizgisel yük formülünün tekil yük sırasının integrali olduğunu gösterir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

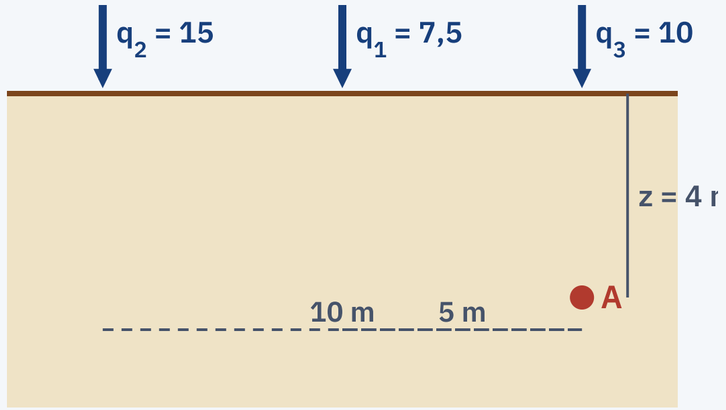
SORU

Verilenler

Yükler	$q_1 = 7{,}5$ **kN/m** ($x_L = 0$); $q_2 = 15$ **kN/m** ($x_L = -5$ **m**); $q_3 = 10$ **kN/m** ($x_L = 5$ **m**)
Noktalar	**A:** $x_A = 5$ **m**, $z = 4$ **m (yük 3'ün tam altında);** $z = 4$ **m'de** $x = -7{,}5$ **…** $7{,}5$ **m**

İSTENEN

A noktasında her yükün katkısı ve toplam **$\Delta\sigma_z$**; z = 4 m derinlikte x boyunca toplam gerilme.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yük 3 (x = 5 – 5 = 0): A yükün tam altındadır

$$\Delta\sigma_{z(3)} = \frac{2q_3}{\pi z} = \frac{2(10)}{\pi(4)} = \mathbf{1{,}59155}\ \mathrm{kPa}$$

2 Yük 1 (x = 5 m) ve yük 2 (x = 10 m): Örnek 1'deki değerler

$$\Delta\sigma_{z(1)} = 0{,}18178 \qquad \Delta\sigma_{z(2)} = 0{,}04542\ \mathrm{kPa}$$

3 Süperpozisyon

$$\Delta\sigma_z = 1{,}59155 + 0{,}18178 + 0{,}04542 = \mathbf{1{,}81875}\ \mathrm{kPa}$$

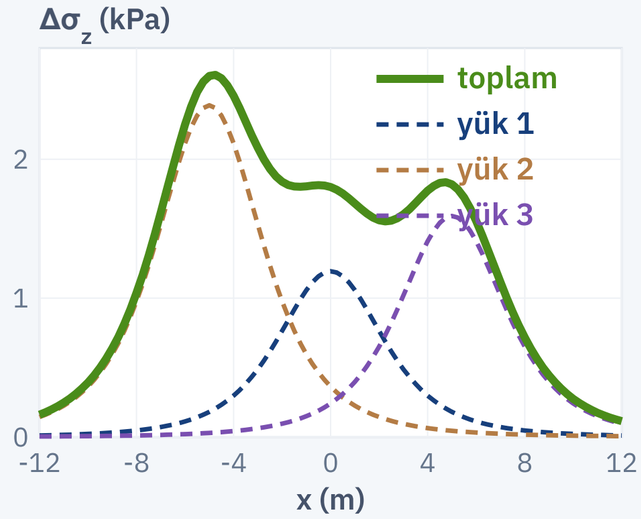
Yük 3 toplamın **yüzde 87,5**'ini verir: bir çizgisel yükün altında kendi gerilmesi baskındır, uzaktaki yükler küçük katkı yapar. Üçüncü yük, Örnek 1'in 0,2272 kPa'lık değerine 1,592 kPa ekler.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

x (m)	Yük 1	Yük 2	Yük 3	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
−7,5	0,0585	1,2345	0,0137	1,3068
−5,0	0,1818	2,3873	0,0303	2,5994
−2,5	0,6173	1,2345	0,0781	1,9298
0,0	1,1937	0,3636	0,2424	1,7996
2,5	0,6173	0,1171	0,8230	1,5573
5,0	0,1818	0,0454	1,5915	**1,8188**
7,5	0,0585	0,0206	0,8230	0,9021

Toplam eğri her yükün yakınında bir tepe verir (x ≈ −4,75; −0,50; 4,75 m); tepeler komşu yüklerin kuyruklarıyla biraz kayar. En yüksek tepe en şiddetli yükün (yük 2, 15 kN/m) çevresindedir: x = −5 m'de **2,5994 kPa**; A noktasında (x = 5 m) 1,8188 kPa.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yükler	**çizgisel yük $q = 50$ kN/m; tekil yük $P = 50$ kN**
Noktalar	**yük altında ($x = 0$, $r = 0$); $z = 1; 2; 3; 5; 10$ m**

İSTENEN

İki yük türü için eksen altındaki **$\Delta\sigma_z$** ve derinlikle azalma hızı.

Çözüm

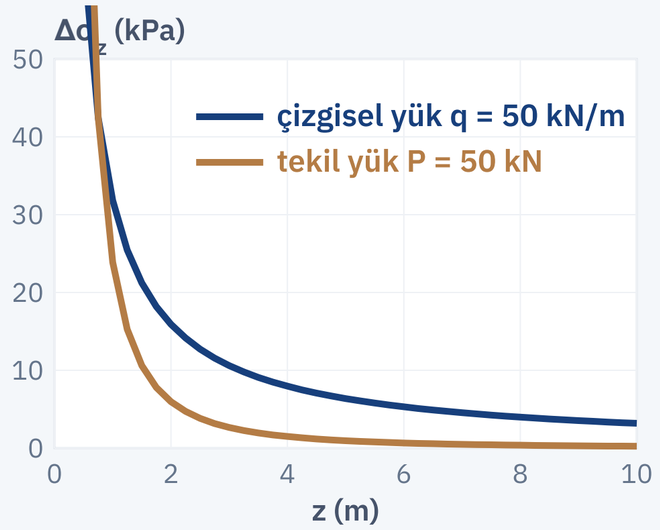
ÇÖZÜM

1 z = 5 m

$$\text{çizgisel: } \Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi z} = \frac{2(50)}{\pi(5)} = \mathbf{6{,}366}\ \text{kPa}$$

$$\text{tekil: } \Delta\sigma_z = \frac{3}{2\pi}\frac{P}{z^2} = 0{,}4775\,\frac{50}{5^2} = \mathbf{0{,}955}\ \text{kPa}$$

z (m)	Çizgisel: 2q/(πz) (kPa)	Tekil: 0,4775 P/z² (kPa)	Oran
1	31,831	23,873	1,3
2	15,915	5,968	2,7
3	10,610	2,653	4,0
5	6,366	0,955	6,7
10	3,183	0,239	13,3



z: 1 → 10 m olunca çizgisel yük gerilmesi **10 kat** (31,83 → 3,18 kPa), tekil yük gerilmesi **100 kat** (23,87 → 0,24 kPa) azalır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Özet

Akılda kalacak noktalar

Çizgisel yük (düzlem şekil değiştirme): $\Delta\sigma_z = 2q\,z^3/[\pi(x^2 + z^2)^2] = (q/z)\cdot 2/\{\pi[(x/z)^2 + 1]^2\}$; yük altında $\Delta\sigma_z = 2q/(\pi z) = 0{,}637\ q/z$

Tekil yük sırası: $dP = q\,dy$ tekil yüklerinin Boussinesq gerilmeleri toplanır; $h = 2$ m aralıklı tekil yükler 0,65191 kPa verir, çizgisel yük 0,65190 kPa

Örnek ($q_1 = 7{,}5$ kN/m, $q_2 = 15$ kN/m; A: $x = 5$, $z = 4$ m): $\Delta\sigma_{z(1)} = 0{,}18178$; $\Delta\sigma_{z(2)} = 0{,}04542$; **$\Delta\sigma_z = 0{,}22720$ kPa**

Boyutsuz eğri: $x/z = 1$ için değer yük altındakinin dörtte biridir; **süperpozisyon**: her yükün gerilmesi kendi yatay uzaklığıyla bulunur ve toplanır (üç yükte A için 1,8188 kPa)

Derinlik: yük altında gerilme $1/z$ ile azalır (tekil yükte $1/z^2$); yükün yanındaki noktada gerilme $z = \sqrt{3}\cdot x$ derinliğine kadar artar

Kaynaklar

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels... Gauthier-Villars, Paris.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modül iki çizgisel yükle (7,5 ve 15 kN/m) ve A (x = 5 m, z = 4 m) noktasıyla açılır.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Kendi çizgisel yüklerinizi, konumlarını ve noktanızı GeoTerva'da girin; modül her yükün katkısını, toplam $\Delta\sigma_z$ değerini, derinlik profilini, eş gerilme eğrilerini, adım adım çözümü ve raporu birlikte verir.

Modülü açın →

Teori sayfası →

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.