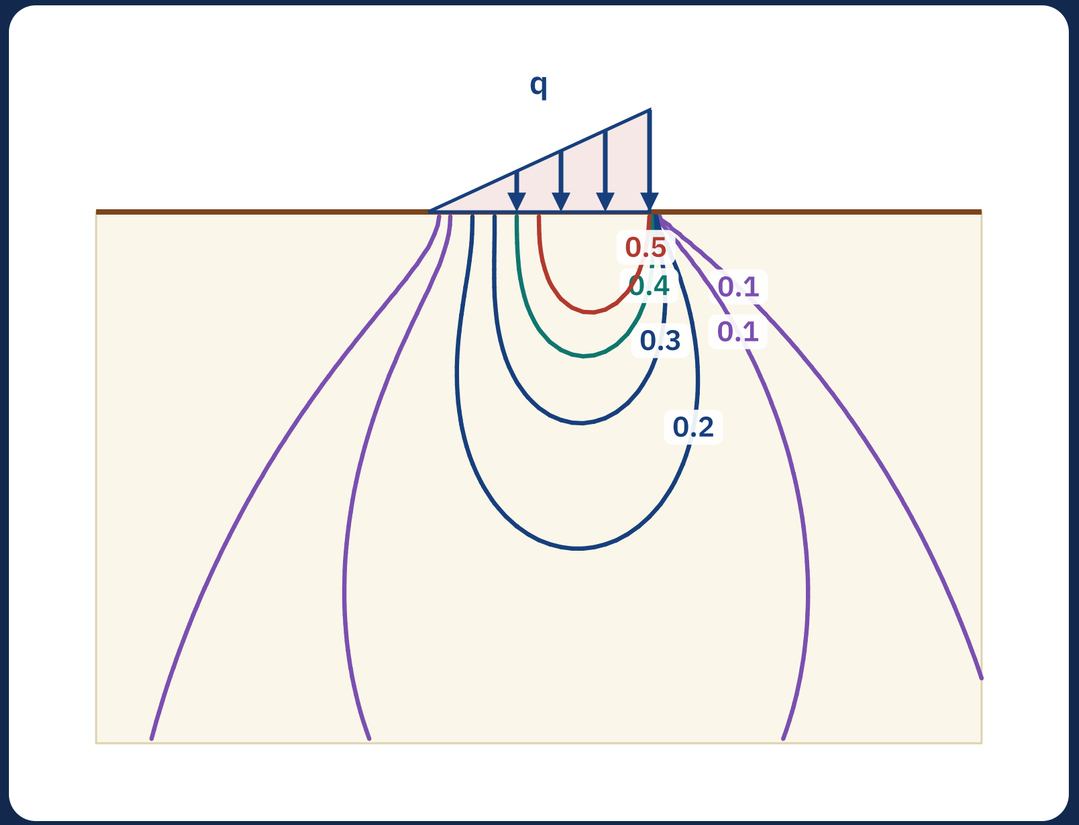
Презентация к лекции по геотехнике · Напряжения в грунтовом массиве

Напряжение под треугольной полосовой нагрузкой

Лекция: треугольная полосовая нагрузка, возрастающая от нуля до q вдоль одной кромки; одна точка вручную, профили, симметричный треугольник и насыпь.

- Интеграл линейной нагрузки
- Угловая форма
- Смещение вершины
- Насыпь = равномерная нагрузка + треугольные
- Решается вручную



Что мы изучим на этой лекции?

Вертикальное приращение напряжений под полосовой нагрузкой, **линейно возрастающей** от нуля на одном краю до q на другом (откос насыпи, отвал у стены, подошва насыпи): интеграл линейной нагрузки интенсивностью (q/B) r dr

Угловая форма: $\Delta\sigma_z = (q/2\pi)[(2x/B)\alpha - \sin 2\delta]$; определения α и δ и **знак** δ

Что на поверхности напряжение следует за нагрузкой, а на глубине оно распространяется, и **пик** смещается внутрь полосы; **зеркальный** случай, когда нулевая кромка находится справа

Расчёт одной точки **вручную от начала до конца**; **симметричный треугольник** из двух полос; **нагрузка от насыпи** из равномерной полосы и двух треугольников

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: формула и обоснование

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример: q = 100 kN/m², B = 2 m, нагрузка равна нулю при x = 0 и q при x = B; точка A: x = −1 m, z = 1.5 m.

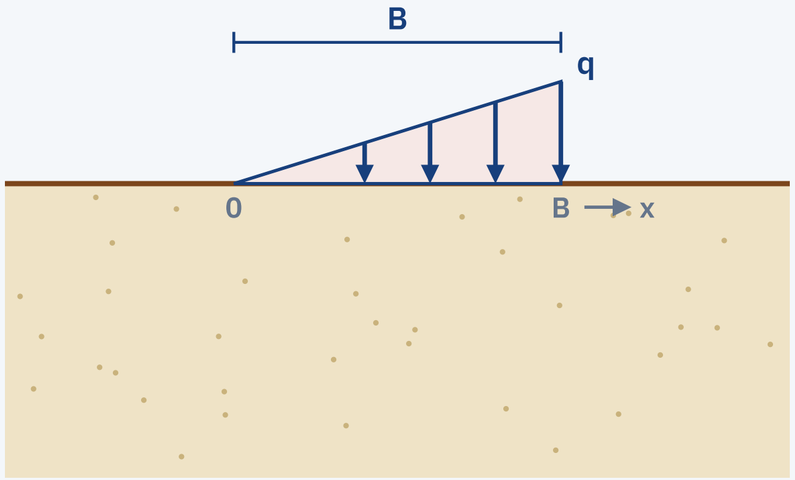
Треугольная полоса: от нуля до q у одного края

ТЕОРИЯ

Откос насыпи, отвал, примыкающий к стене, подошва насыпи: полосовая нагрузка, интенсивность которой возрастает от нуля на одном краю до **q** на другом. Вместе с равномерной полосовой нагрузкой она образует **нагрузку от насыпи**

Гибкая полоса шириной B, бесконечной длины; нагрузка равна **q·x/B** в интервале $0 \le x \le B$ и нулю в остальных местах (плоская деформация)

Грунт — однородная, изотропная, линейно-упругая полубесконечная среда; $\Delta\sigma_z$ — только приращение, вызванное нагрузкой



Сечение: нагрузка равна нулю при x = 0 и q при x = B; в каждом сечении одно и то же напряжение

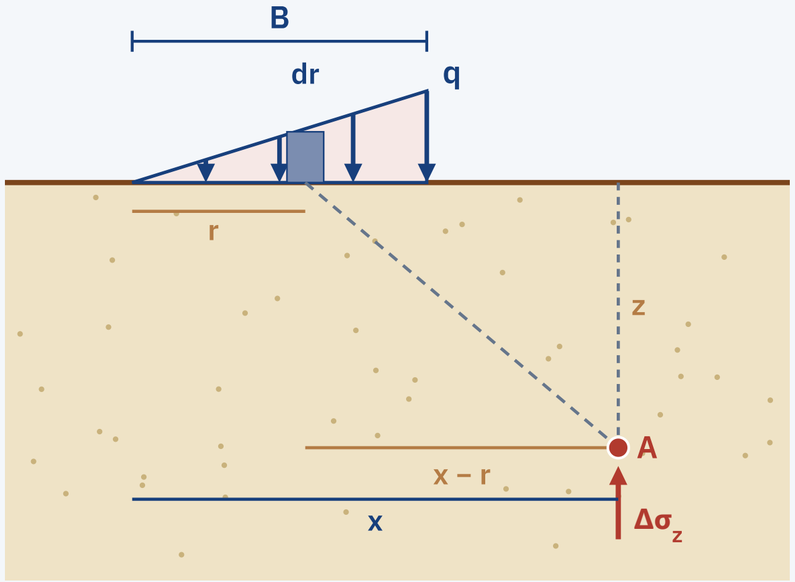
Линейная нагрузка интенсивностью (q/B) r dr

ТЕОРИЯ

Элементарная полоса в положении r несёт нагрузку **(q/B) r dr** на единицу длины. Она рассматривается как **линейная нагрузка** на горизонтальном расстоянии x − r от точки A, и результаты суммируются по ширине

$$\Delta\sigma_z = \int_0^B \frac{2\,(q/B)\,r\,dr\,z^3}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2} = \frac{1}{B}\,\frac{2q}{\pi}\int_0^B \frac{z^3\,r\,dr}{[(x-r)^2+z^2]^2}$$

Интеграл **элементарный**; при записи через углы, показанные на рисунке, результат приведён на следующем слайде. Численная проверка (q = 100, B = 2, x = −1, z = 1.5): значение интеграла по Simpson **4.4699 kPa**, замкнутая форма **4.4699 kPa**



$\Delta\sigma_z = (q/2\pi)[(2x/B)\,\alpha - \sin 2\delta]$

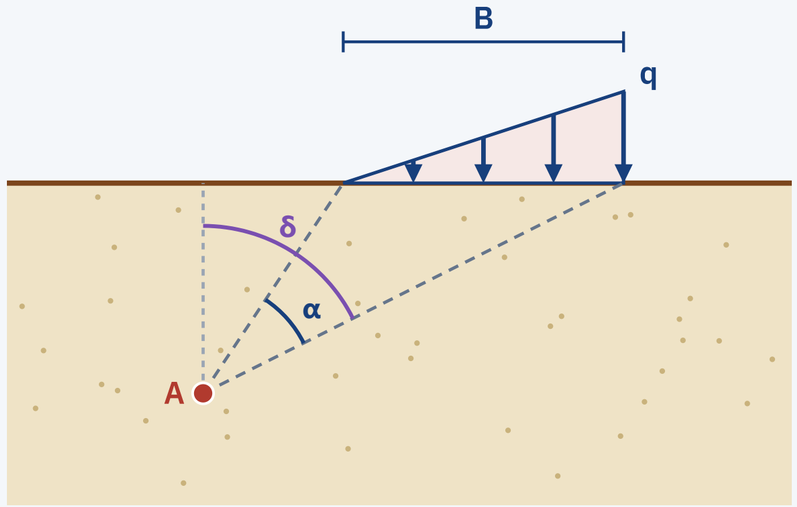
ТЕОРИЯ

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{2\pi}\left(\frac{2x}{B}\,\alpha - \sin 2\delta\right)$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{x}{z} - \tan^{-1}\frac{x-B}{z} \qquad \delta = \tan^{-1}\frac{x-B}{z}$$

α выражается в радианах. **δ** — угол между вертикалью, проходящей через A, и прямой, проведённой к **краю с наибольшей нагрузкой**. Знак существенен: если этот край расположен со стороны +x от A, то δ отрицателен

Благодаря арктангенсам знак определяется автоматически; результат справедлив **для любого x**: рядом с полосой, под ней или за ней. Величина x отсчитывается от **нулевого края** к краю с наибольшей нагрузкой



A (x = −1, z = 1.5): α и δ (отрицательное значение δ)

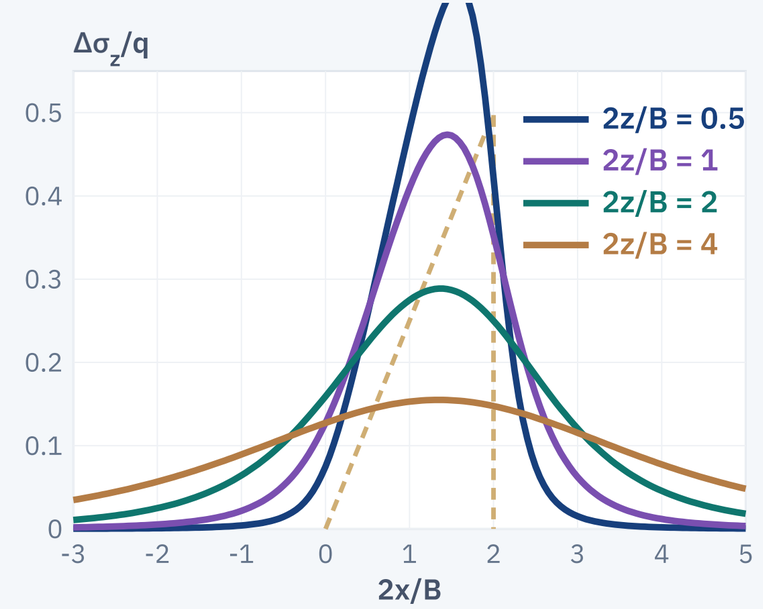
На поверхности повторяет нагрузку, на глубине рассеивается

ТЕОРИЯ

Вблизи поверхности напряжение **повторяет саму нагрузку**; с глубиной напряжение **рассеивается**, а его наибольшее значение **смещается внутрь полосы**

Максимум находится при 2x/B = 1.58 для 2z/B = 0.5 (0.65 q); при 2z/B = 4 — при 2x/B = 1.34 (0.15 q): на большой глубине он остаётся под **центром тяжести** нагрузки (x = 2B/3, то есть 2x/B = 1.33)

За пределами нулевого края (x < 0) напряжение мало, но не равно нулю; нагрузки нет, но грунт воспринимает напряжение



$\Delta\sigma_z/q$ — 2x/B (нагрузка показана жёлтым пунктирным треугольником)

Значения $\Delta\sigma_z/q$

ТЕОРИЯ

2z/B \ 2x/B	-2.0	-1.0	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0
0.25	0.0001	0.0006	0.0392	0.2516	0.4969	0.7272	0.4604	0.0024	0.0003
0.50	0.0008	0.0041	0.0749	0.2574	0.4797	0.6448	0.4220	0.0152	0.0019
1.00	0.0053	0.0217	0.1273	0.2620	0.4092	0.4726	0.3524	0.0622	0.0119
1.50	0.0140	0.0447	0.1528	0.2473	0.3341	0.3598	0.2952	0.1010	0.0285
2.00	0.0249	0.0643	0.1592	0.2235	0.2749	0.2870	0.2500	0.1206	0.0457
3.00	0.0448	0.0854	0.1469	0.1774	0.1979	0.2017	0.1872	0.1259	0.0691
4.00	0.0567	0.0894	0.1273	0.1431	0.1529	0.1545	0.1476	0.1154	0.0775
6.00	0.0622	0.0798	0.0955	0.1010	0.1042	0.1047	0.1024	0.0909	0.0740

$\Delta\sigma_z = q \cdot$ (табличное значение). Ячейка 2x/B = −1, 2z/B = 1.5 равна 0.0447: начальный пример модуля. Нагрузка занимает интервал $0 \le 2x/B \le 2$; нагруженный край — 2x/B = 2.

Если нулевой край справа; несколько полос

ТЕОРИЯ

Нулевой может быть и **правая кромка** полосы: это **зеркальное отображение** полосы из примера; используется то же уравнение, а x отсчитывается от **нулевой кромки** в сторону большей кромки (если нулевая кромка справа, $x = x_L + B - x_A$)

Так как грунт упругий, напряжение от каждой полосы находится отдельно, а затем суммируется. Полосы не могут перекрываться (могут соприкасаться по краю); в модуле вводится не более восьми полос, у каждой свои q, B, левый край и направление

Расположение двух треугольников рядом с зеркальной ориентацией даёт **симметричную треугольную** нагрузку; равномерная полоса + два треугольника образуют нагрузку от **насыпи**

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)}$$

Условие

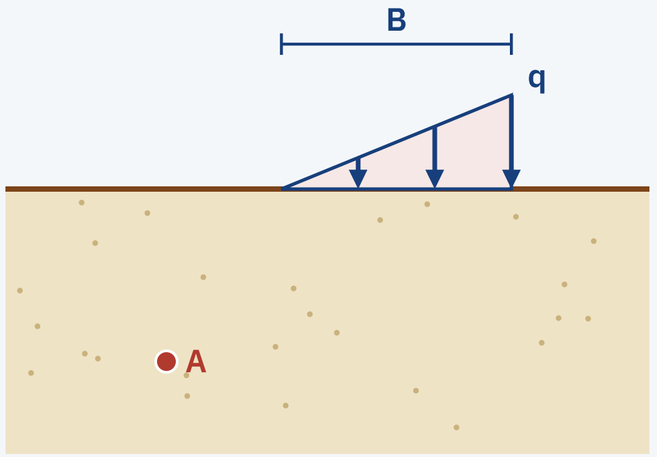
ПРИМЕР

Дано

Полосовая нагрузка	**Гибкая, вертикальная; равна нулю при $x = 0$, линейно возрастает до q при $x = B$: $q = 100$ kN/m², $B = 2$ m**
Точка A	**$x = -1$ m (на 1 m вне нулевого края), $z = 1.5$ m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Углы **α** и **δ**, **$\Delta\sigma_z/q$** и **$\Delta\sigma_z$**; сравнение с зеркальной полосой, у которой нулевая кромка справа.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Углы, измеряемые от поверхности (от A до высокого края и до нулевого края)

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\frac{1.5}{3} = 26.57^\circ \qquad \alpha_2 = \tan^{-1}\frac{1.5}{1} = 56.31^\circ$$

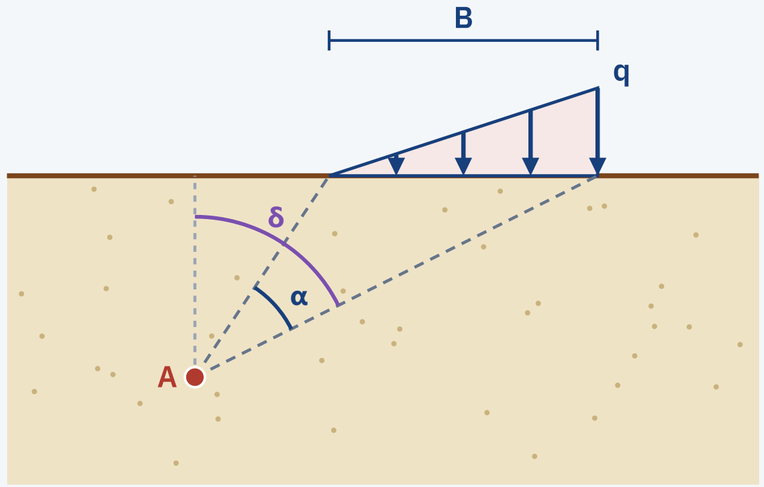
$$\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 29.74^\circ \qquad \delta = -(90^\circ - \alpha_2 + \alpha) = \mathbf{-63.43}^\circ$$

2 Те же углы из уравнения (x = −1 m, B = 2 m, z = 1.5 m)

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{x}{z} - \tan^{-1}\frac{x-B}{z}$$

$$= \tan^{-1}(-0.6667) - \tan^{-1}(-2) = 29.74^\circ = \mathbf{0.5191}\ \text{rad}$$

$$\delta = \tan^{-1}\frac{x-B}{z} = \tan^{-1}\frac{-3}{1.5} = \mathbf{-63.43}^\circ$$



Оба пути дают **одинаковые** углы: α = 29.74° (0.5191 rad), δ = -63.43°. Угол δ **отрицателен**, поскольку более высокая кромка (x = B = 2 m) находится со стороны +x от точки A.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Значение влияния и напряжение

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{2x}{B}\,\alpha - \sin 2\delta\right] = \frac{1}{2\pi}\left[(-1)(0.5191) - \sin(-126.87^\circ)\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi}\left[-0.5191 + 0.8000\right] = \mathbf{0.0447} \qquad \Delta\sigma_z = 0.0447\,(100) = \mathbf{4.47}\ \text{kPa}$$

4 Зеркальная полоса: нулевая кромка справа (левая кромка 0, B = 2 m), точка A при x = 3 m

$$x = x_L + B - x_A = 0 + 2 - 3 = -1\ \text{m} \;\Rightarrow\; \text{то же значение: } \Delta\sigma_z = \mathbf{4.47}\ \text{kPa}$$

В **1 m за нулевым краем** нагрузки нет, однако напряжение равно **4.47 kPa** (4.5 % от q). В зеркальной полосе положению A соответствует x = 3 m; модуль даёт один и тот же результат в обоих случаях.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

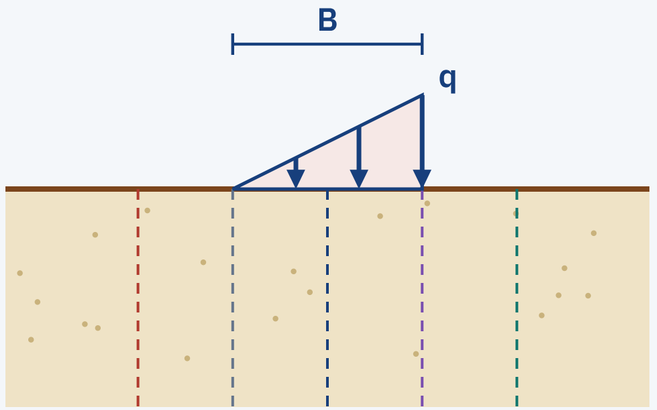
ПРИМЕР

Дано

Полосовая нагрузка	**Полоса из Примера 1:** $q = 100$ **kN/m²,** $B = 2$ **m (**$x = 0$ **— нулевой край,** $x = 2$ **— высокий край)**
Ручной расчёт	**На** $z = 1.5$ **m: под высоким краем (**$x = B$**) и под нулевым краем (**$x = 0$**)**
Профиль	**прямые** $x = -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$ **m;** $z = 0.5$ **…** 8 **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$\Delta\sigma_z$ вручную в двух точках у края; изменение напряжения с глубиной вдоль пяти прямых.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Под высоким краем (x = B = 2 m, z = 1.5 m): δ = 0

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{2}{1.5} - \tan^{-1}(0) = \mathbf{0.9273} \qquad \delta = 0 \;\Rightarrow\; \sin 2\delta = 0$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\left[(2)(0.9273) - 0\right] = 0.2952 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \mathbf{29.52}\ \text{kPa}$$

2 Под нулевым краем (x = 0, z = 1.5 m): 2x/B = 0

$$\alpha = \tan^{-1}(0) - \tan^{-1}\frac{-2}{1.5} = 0.9273 \qquad \delta = -0.9273 \;\Rightarrow\; \sin 2\delta = -0.9600$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\left[(0)(0.9273) - (-0.9600)\right] = 0.1528 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_z = \mathbf{15.28}\ \text{kPa}$$

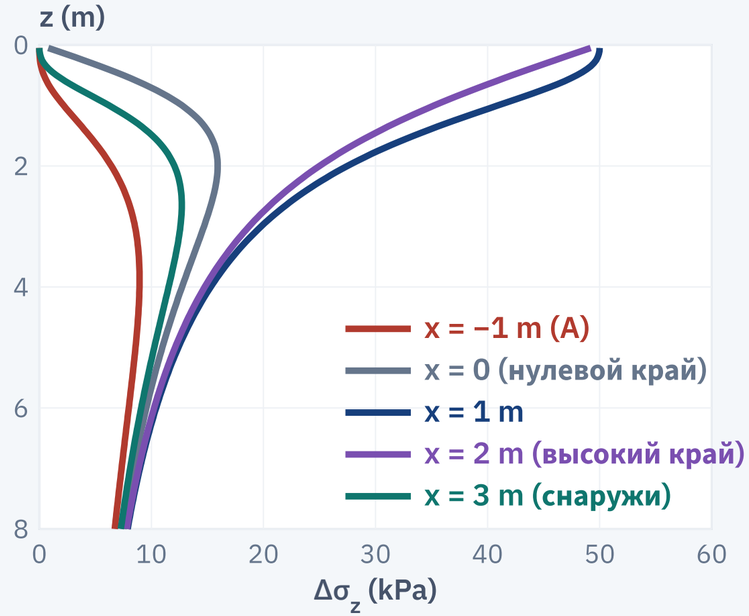
Под высоким краем на глубине z = 1.5 m — **29.52 kPa** (30% от q); под нулевым краем, хотя нагрузка там равна нулю, имеется напряжение **15.28 kPa**: напряжение существует не только под нагрузкой, но и вокруг неё.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

z (m)	x = −1 m (A)	x = 0 (нуль)	x = 1 m	x = 2 m (высокий)	x = 3 m (снаружи)
0.5	0.41	7.49	47.97	42.20	1.52
1.0	2.17	12.73	40.92	35.24	6.22
1.5	**4.47**	**15.28**	**33.41**	**29.52**	**10.10**
2.0	6.43	15.92	27.49	25.00	12.06
3.0	8.54	14.69	19.79	18.72	12.59
4.0	8.94	12.73	15.29	14.76	11.54
6.0	7.98	9.55	10.42	10.24	9.09
8.0	6.73	7.49	7.88	7.80	7.27

Под более высоким краем напряжение на поверхности начинается близко к **q/2 = 50 kPa** (42.2 kPa при z = 0.5 m) и с глубиной уменьшается; **под нулевым краем** оно сначала возрастает и достигает пика 15.9 kPa при z ≈ 2 m. Вне полосы (x = −1 m) значение наибольшее около z ≈ 4 m (8.9 kPa при z = 4 m).



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

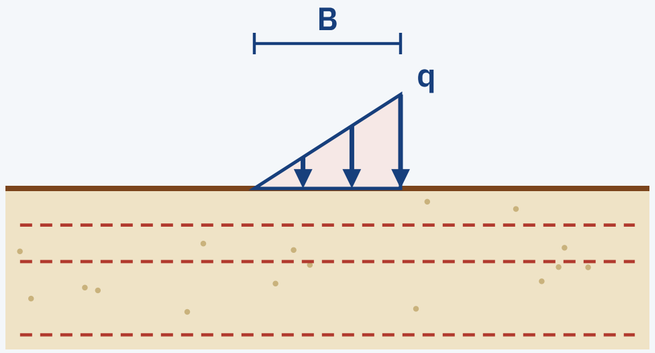
ПРИМЕР

Дано

Полосовая нагрузка	$q = 100$ **kN/m²,** $B = 2$ **m:** $2x/B = x$ **(m),** $2z/B = z$ **(m)**
Прямые	**горизонтальные прямые на глубине** $z = 0.5,\ 1,\ 2,\ 4$ **m;** $x = -2$ **...** 4 **m**
Ручной расчёт	**при** $z = 2$ **m,** $x = 2B/3 = 1.333$ **m (центр тяжести нагрузки)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Изменение **$\Delta\sigma_z$** вдоль x на каждой глубине, **положение и значение пика**; как пик смещается с глубиной.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

z (m)	x = -2 m	x = -1 m	x = 0 m	x = 0.5 m	x = 1 m	x = 2 m	x = 2 m	x = 3 m	x = 4 m
0.5	0.08	0.41	7.49	25.74	47.97	64.48	42.20	1.52	0.19
1	0.53	2.17	12.73	26.20	40.92	47.26	35.24	6.22	1.19
2	2.49	6.43	15.92	22.35	27.49	28.70	25.00	12.06	4.57
4	5.67	8.94	12.73	14.31	15.29	15.45	14.76	11.54	7.75

Вблизи поверхности (z = 0.5 m) напряжение повторяет очертание нагрузки и велико у более высокой кромки (около 65 kPa); с глубиной кривая **расплывается**, пик **снижается** (15.5 kPa при z = 4 m). Слева от полосы (x < 0) значения малы, но не равны нулю.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

1 x = 2B/3 = 1,333 m, z = 2 m

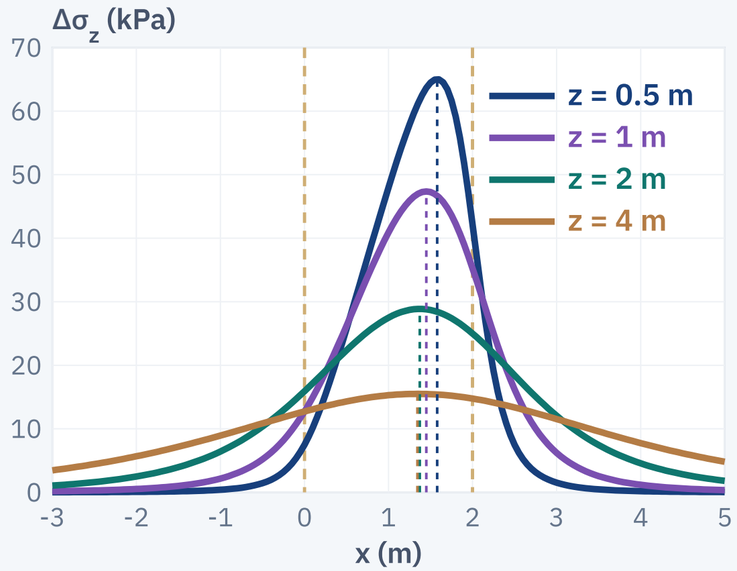
$$\alpha = \tan^{-1}\frac{1.333}{2} - \tan^{-1}\frac{-0.667}{2} = 0.9098$$

$$\delta = -0.3218 \;\Rightarrow\; \sin 2\delta = -0.6000$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\left[(1.333)(0.9098) - (-0.6000)\right] = 0.2885$$

$$\Delta\sigma_z = \mathbf{28.85}\ \text{kPa}$$

При z = 2 m вершина кривой равна 28.87 kPa; значение под центром тяжести нагрузки (28.85 kPa) очень близко к нему.



Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

z (m)	2z/B	Пик: x (m)	Пик: 2x/B	Пик: $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Гребень: $\Delta\sigma_z/q$
0.5	0.5	1.579	1.579	**65.04**	0.6504
1	1	1.450	1.450	**47.36**	0.4736
2	2	1.372	1.372	**28.87**	0.2887
4	4	1.344	1.344	**15.49**	0.1549
8	8	1.336	1.336	**7.90**	0.0790

Пик начинается чуть внутри более высокого края вблизи поверхности (2x/B ≈ 1.58) и с глубиной приближается к **центру тяжести нагрузки** (2x/B = 1.333): 1.336 при z = 8 m. Пиковое значение с глубиной **уменьшается**: 65.0 kPa → 7.9 kPa.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

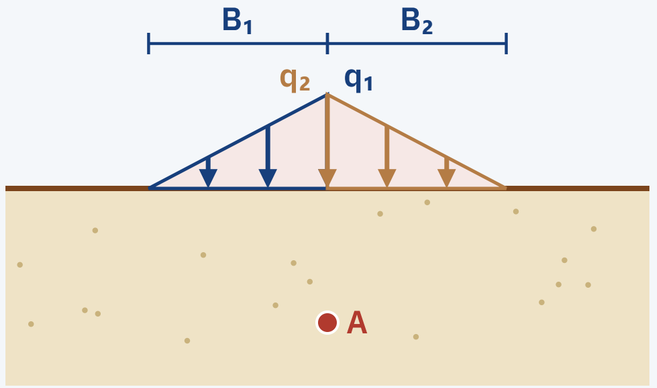
ПРИМЕР

Дано

1-я полоса	$q_1 = 100$ **kN/m²,** $B_1 = 2$ **m, левый край** $x_{L1} = 0$**, нуль слева (0 … 2 m)**
2-я полоса	$q_2 = 100$ **kN/m²,** $B_2 = 2$ **m, левая кромка** $x_{L2} = 2$ **m, нуль справа (2 … 4 m); две полосы смыкаются в** $x = 2$
Точки	$z = 1.5$ **m при** $x = 2$ **m (под гребнем) и** $x = 0$ **(левая нулевая кромка);** $x = 0 \ldots 5$ **m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Сумма **$\Delta\sigma_z$** вручную в двух точках; показать, что напряжение от симметричной нагрузки **симметрично**.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Под вершиной (x = 2 m): обе полосы находятся у своего высокого края

$$x_1 = 2 - 0 = 2 \text{ m} \qquad x_2 = x_{L2} + B - x_A = 2 + 2 - 2 = 2 \text{ m}$$

$$\Delta\sigma_{z(1)} = \Delta\sigma_{z(2)} = 29.52 \text{ kPa} \ \text{(Пример 2)} \ \Rightarrow \ \Delta\sigma_z = \mathbf{59.03} \text{ kPa}$$

2 Под левым нулевым краем (x = 0)

$$x_1 = 0 - 0 = 0 \ \Rightarrow \ \Delta\sigma_{z(1)} = 15.28 \text{ kPa} \ \text{(Пример 2)}$$

$$x_2 = 2 + 2 - 0 = 4 \text{ m} \ \Rightarrow \ \Delta\sigma_{z(2)} = 2.85 \text{ kPa}; \qquad \Delta\sigma_z = 15.28 + 2.85 = \mathbf{18.13} \text{ kPa}$$

Под вершиной напряжение составляет **59.03 kPa**, под левым нулевым краем — **18.13 kPa**. Модуль даёт те же значения для обеих полос.

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

x (m)	1-я полоса (kPa)	2-я полоса (kPa)	Итого (kPa)
0	15.28	2.85	**18.13**
1	33.41	10.10	**43.50**
2	29.52	29.52	**59.03**
3	10.10	33.41	**43.50**
4	2.85	15.28	**18.13**
5	0.97	4.47	**5.44**

Суммарное значение **симметрично** относительно оси насыпи (x = 2 m): 18.13 kPa при x = 0 и x = 4 m, 43.50 kPa при x = 1 и x = 3 m. Значения двух полос зеркальны друг другу: значение 1-й полосы в точке x равно значению 2-й полосы в точке 4 − x.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

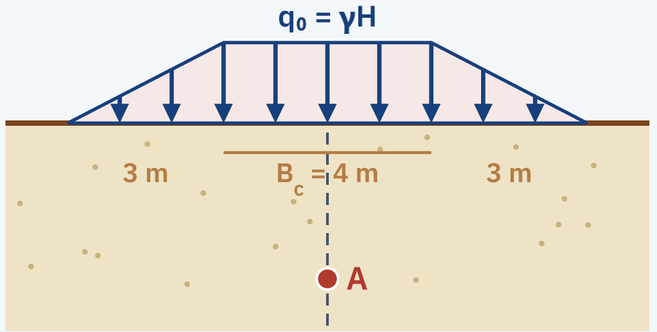
ПРИМЕР

Дано

Насыпной грунт	**Ширина по гребню $B_c = 4$ m ($x = -2 \ldots 2$), два откоса с горизонтальной шириной 3 m + 3 m; $q_0 = \gamma H = 100$ kN/m²**
Выветривание	**равномерная полоса $B = 4$ m (решение для вертикальной полосы) + две треугольные полосы $B = 3$ m (ноль на внешнем краю)**
Точка A	**под осью $x = 0$, $z = 3$ m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Доля трёх частей и **суммарное $\Delta\sigma_z$**; профиль по глубине и сравнение с расчётом той же нагрузки как одной широкой равномерной полосы.



Решение (1/3)

РЕШЕНИЕ

1 Равномерный (верхний) участок: x = 0, b = 2 m, z = 3 m

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.5880 + 0.4615\right] = 0.6682 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_{z,c} = \mathbf{66.82}\ \text{kPa}$$

2 Левый откос: нулевой край x = −5 m, B = 3 m; для A x = 0 − (−5) = 5 m

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{5}{3} - \tan^{-1}\frac{5-3}{3} = 0.4424 \qquad \delta = 0.5880 \;\Rightarrow\; \sin 2\delta = 0.9231$$

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{1}{2\pi}\left[(3.333)(0.4424) - (0.9231)\right] = 0.0878 \;\Rightarrow\; \Delta\sigma_{z,s} = \mathbf{8.78}\ \text{kPa}$$

Поскольку правый откос симметричен левому (зеркален), для A он даёт то же значение: x = x_L + B − x_A = 2 + 3 − 0 = 5 m. Сумма: 66.82 + 2(8.78) = **84.37 kPa**; решения модуля для равномерной полосовой и треугольной нагрузок дают то же значение.

Решение (2/3)

РЕШЕНИЕ

x (m)	Пик (kPa)	Левый откос	Правый откос	**Итого**
0	66.82	8.78	8.78	**84.37**
1	60.71	4.57	16.15	**81.43**
2	44.80	2.44	25.00	**72.24**
5	7.72	0.51	15.92	**24.15**
8	1.51	0.16	2.49	**4.16**

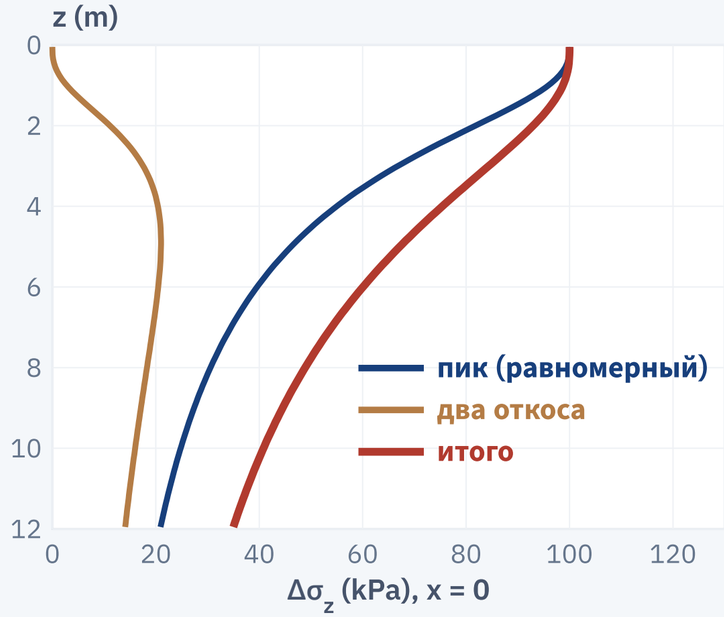
На глубине z = 3 m напряжение под насыпью составляет на оси **84.37 kPa**, у подножия откоса (x = 5 m) — **24.15 kPa**, на расстоянии 3 m за подножием (x = 8 m) — **4.16 kPa**. В точках справа (x > 0) преобладает правый откос, слева — левый; суммарное решение считает ось (x = 0) **осью симметрии**.

Решение (3/3)

РЕШЕНИЕ

z (m)	Пик (равномерный)	Два откоса	**Суммирование по насыпи**	Одна полоса (B = 10 m)
1	95.95	2.79	**98.73**	99.68
2	81.83	11.13	**92.96**	97.73
3	66.82	17.55	**84.37**	93.68
4	54.98	20.42	**75.40**	88.10
6	39.58	20.48	**60.06**	75.54
8	30.58	18.30	**48.87**	64.17
12	20.84	14.04	**34.88**	47.74

На поверхности напряжение близко к q_0 = 100 kPa; с глубиной доля гребня уменьшается, а **доля откосов** возрастает (наибольшая при z = 4 – 6 m, 20.5 kPa). Если бы та же нагрузка была одной широкой равномерной полосой (B = 10 m), при z = 6 m получилось бы 75.5 kPa: треугольные откосы воспринимают половину нагрузки.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Резюме

Главное

Угловая форма: $\Delta\sigma_z = (q/2\pi)[(2x/B)\,\alpha - \sin 2\delta]$; $\alpha = \tan^{-1}(x/z) - \tan^{-1}[(x - B)/z]$, $\delta = \tan^{-1}[(x - B)/z]$; x отсчитывается от нулевой кромки, если большая кромка находится со стороны +x, δ отрицательно; результат справедлив при любом x

Пример (q = 100 kPa, B = 2 m; A: x = −1, z = 1.5 m): α = 29.74° (0.5191 rad), δ = -63.43° → $\Delta\sigma_z/q$ = **0.0447**; **$\Delta\sigma_z$ = 4.47 kPa**; для зеркально расположенной полосы — то же значение

Края (z = 1.5 m): под высоким краем 29.52 kPa, под нулевым краем 15.28 kPa. **Максимум** с глубиной уменьшается и смещается к центру тяжести нагрузки (x = 2B/3)

Суперпозиция: две зеркальные полосы дают симметричный треугольник (59.03 kPa под вершиной); равномерная полоса и два треугольника образуют насыпь (84.37 kPa на оси при z = 3 m)

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль выдаёт те же значения. Модуль открывается с q = 100 kN/m², B = 2 m и точкой A (x = −1 m, z = 1.5 m); полоса, нулевая кромка которой расположена справа, является зеркальным отражением этой полосы.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva собственные треугольные полосы (q, B, левый край, направление) и точку A; модуль одновременно выдаёт напряжение, линии равных напряжений, профиль по глубине, пошаговое решение и отчёт.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.