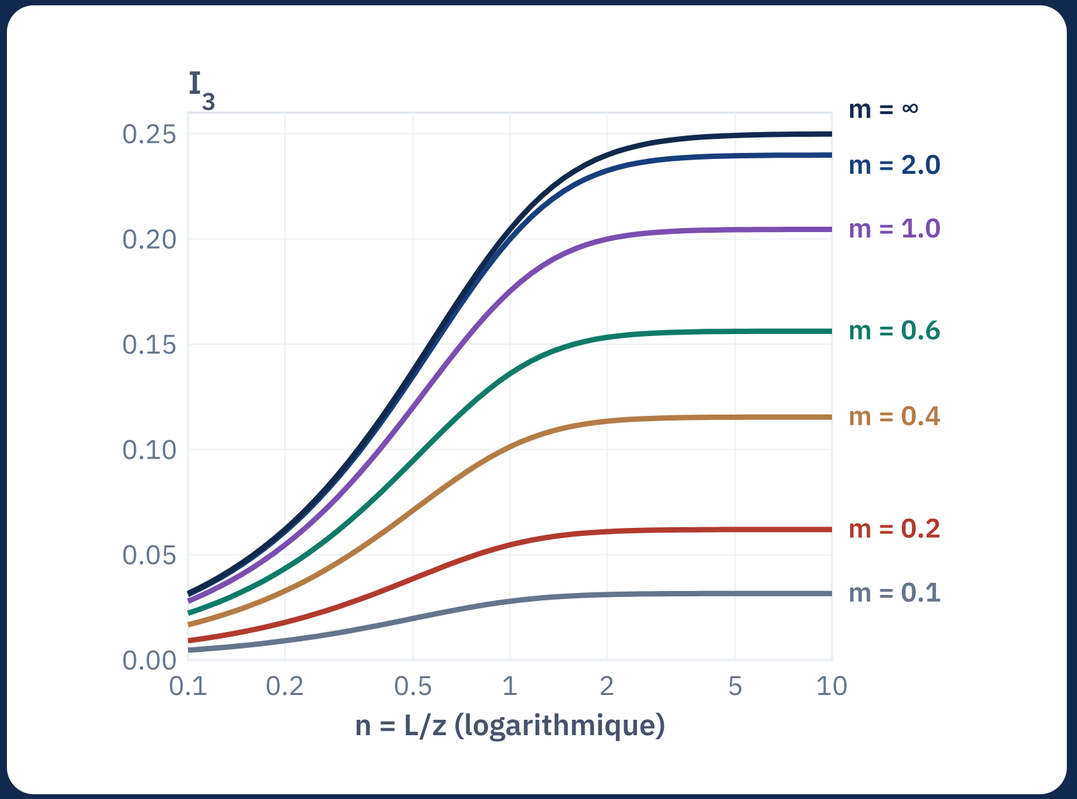
Cours de géotechnique · Contraintes dans le massif de sol

Contrainte sous une charge rectangulaire

Cours : contrainte verticale sous une charge rectangulaire ; solution au coin, superposition et exemples résolus à la main.

Sous l'angle · I_3 | Quatre rectangles | Sous le centre · I_4 | Point hors de la charge ponctuelle | Rectangles multiples



Que verrons-nous dans ce cours ?

L'accroissement de contrainte verticale sous une **aire rectangulaire** uniformément chargée (semelle, radier, dalle) : $\Delta\sigma_z$

Solution fermée sous le coin : $\Delta\sigma_z = q\ I_3$, I_3 ne dépend que de $m = B/z$ et de $n = L/z$

Pour **un point quelconque**, **addition et soustraction** de rectangles : la charge est divisée en quatre rectangles ayant un coin commun à l'aplomb du point

Directement sous le centre, I_4 ; pour un carré, vérification de $I_4 = 4\ I_3(1, 1) = 0.701$

Le fait que les contraintes de plusieurs rectangles **s'additionnent** ; l'effet de la forme du rectangle (L/B)

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Exemple : rectangle de 3 m × 2 m, q = 150 kN/m² ; le point A′ est situé à 1 m au-delà du petit côté, dans l'alignement de l'un des grands côtés ; z = 4 m.

Aire rectangulaire sous charge uniformément répartie

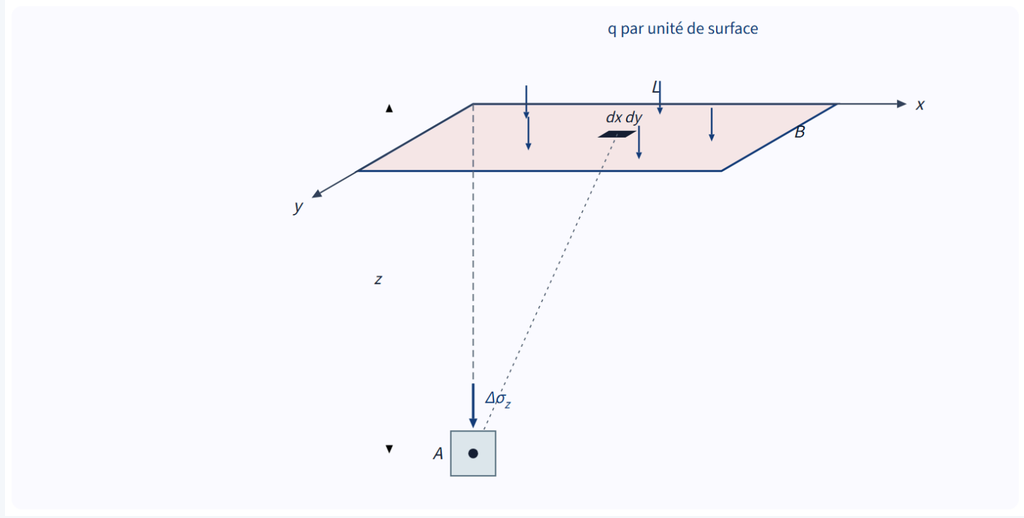
THÉORIE

La plupart des fondations et des radiers sont **rectangulaires** ; lorsque la solution de Boussinesq est intégrée sur un rectangle, la contrainte verticale **sous un coin** s'obtient en forme fermée

Pour tous les autres points, les rectangles sont **additionnés et soustraits**

Rectangle flexible de dimensions **L × B** supportant une pression **q** uniformément répartie ; le sol est un massif semi-infini homogène, isotrope et élastique linéaire

$\Delta\sigma_z$ est l'accroissement de contrainte dû à la seule charge



Intégrale de Boussinesq : $\Delta\sigma_z = q\, I_3$

THÉORIE

L'aire élémentaire supporte la charge **dq = q dx dy** ; dans l'équation de Boussinesq, on prend P = q dx dy et r² = x² + y²

$$d\sigma_z = \frac{3q\, dx\, dy\, z^3}{2\pi\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{5/2}}$$

$$\Delta\sigma_z = \int_0^B \int_0^L \frac{3q\, z^3\, dx\, dy}{2\pi\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{5/2}} = q\, I_3$$

m = B/z et **n = L/z** ; I_3 ne dépend que de ces deux rapports

Coefficient d'influence I_3

THÉORIE

$$I_3 = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\cdot\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\left(\frac{2mn\sqrt{m^2+n^2+1}}{m^2+n^2-m^2n^2+1}\right)\right]$$

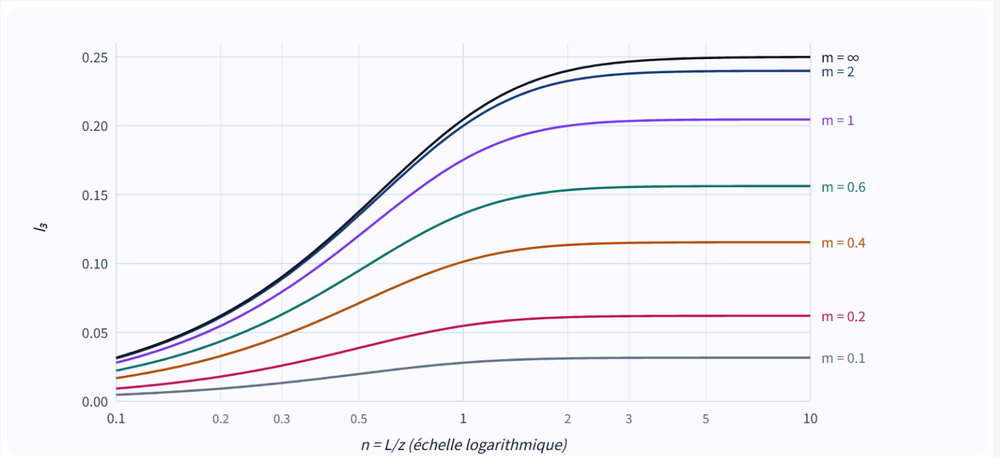
L'arc tangente doit être un angle **positif** en radians : lorsque $m^2 + n^2 + 1 < m^2n^2$, il est négatif et **π est ajouté**

I_3 est **symétrique** par rapport à m et n ; pour un très grand rectangle, il tend vers **1/4** : un coin supporte le quart de la charge d'une aire infinie

Valeurs de I_3

THÉORIE

n \ m	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	3.0
0.10	0.0047	0.0092	0.0198	0.0279	0.0311	0.0315
0.25	0.0113	0.0220	0.0475	0.0674	0.0752	0.0761
0.50	0.0198	0.0387	0.0840	0.1202	0.1350	0.1368
1.00	0.0279	0.0547	0.1202	0.1752	0.1999	0.2034
2.00	0.0311	0.0610	0.1350	0.1999	0.2325	0.2378
5.00	0.0316	0.0620	0.1374	0.2044	0.2395	0.2461



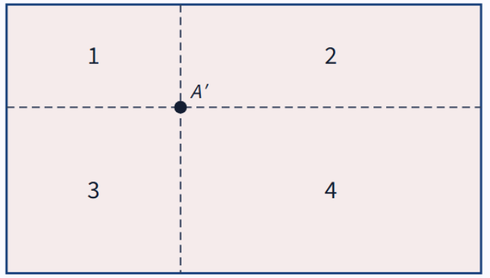
Rectangle aux quatre coins

THÉORIE

$$\Delta\sigma_z = q\left[I_{3(1)} + I_{3(2)} + I_{3(3)} + I_{3(4)}\right]$$

La zone chargée est divisée en rectangles ayant un **coin commun** au-dessus du point A′ ; les contraintes en coin sont sommées

Si A′ est **à l'extérieur** de l'aire chargée, une partie des rectangles s'étend au-delà de cette aire et est **retranchée** ; le module trace, en chaque point et avec des distances signées, les quatre rectangles du point aux coins de la charge, et chaque I_3 prend le signe du produit de ses deux côtés



vue en plan de la surface chargée ; A′ est un coin des quatre rectangles 1–4

Sous le centre : I_4

THÉORIE

$$\Delta\sigma_z = q\, I_4, \quad I_4 = \frac{2}{\pi}\left[\frac{m_1 n_1}{\sqrt{1+m_1^2+n_1^2}}\,\frac{1+m_1^2+2n_1^2}{(1+n_1^2)(m_1^2+n_1^2)} + \sin^{-1}\frac{m_1}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}\,\sqrt{1+n_1^2}}\right]$$

Sous le centre, les quatre rectangles sont **égaux** ; le résultat s'écrit directement : **m_1 = L/B**, **n_1 = z/b**, b = B/2 (L ≥ B)

Pour un carré à la profondeur z = b, **I_4 = 0.701 = 4 I_3(1, 1)**

Superposition

THÉORIE

Chaque rectangle est défini par ses propres **q, L, B** et par son centre (x_c, y_c) sur le sol (huit au maximum dans le module)

Deux rectangles **peuvent partager un côté mais ne peuvent pas se chevaucher**

Le sol étant élastique, la contrainte de chaque rectangle se déduit de ses propres **quatre rectangles de coin** et les contraintes sont additionnées

$$\Delta\sigma_z = \sum_k q_k \sum \pm I_3 \ (\text{quatre coins})$$

Énoncé

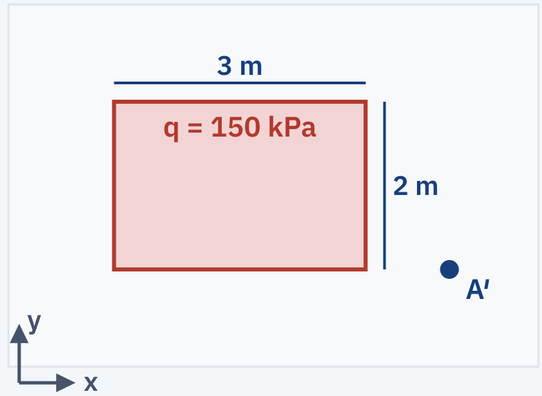
EXEMPLE

Données

Rectangle	3×2 m ($L = 3$ m dans la direction x, $B = 2$ m dans la direction y), $q = 150$ kN/m², centré à l'origine
Point A′	à 1 m au-delà du petit côté, dans la direction de l'un des grands côtés : $x = 2.5$ m, $y = -1$ m ; $z = 4$ m

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_z$: par le rectangle à quatre angles ; calculer en détail les deux valeurs de I_3.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Distances repérées de A′ aux quatre coins de la charge (z = 4 m)

Coin (x ; y)	a = x − $x_{A'}$	b = y − $y_{A'}$	m = |a|/z	n = |b|/z	signe
(1.5; 1.0)	−1.0	2.0	0.25	0.50	−
(1.5; -1.0)	−1.0	0.0	0.25	0.00	0 (b = 0)
(-1.5; 1.0)	−4.0	2.0	1.00	0.50	+
(-1.5; -1.0)	−4.0	0.0	1.00	0.00	0 (b = 0)

2 Il reste deux rectangles : A′ en coin commun

$$\Delta\sigma_z = q\,[I_3(0.5;\,1) - I_3(0.25;\,0.5)] \qquad 4\,\mathrm{m} \times 2\,\mathrm{m} \;-\; 1\,\mathrm{m} \times 2\,\mathrm{m}$$

Les deux angles où b = 0 n'apportent aucune contribution. Pour le rectangle de **4 m × 2 m**, m = B/z = 2/4 = 0.5 ; n = L/z = 4/4 = 1 ; pour le rectangle de **1 m × 2 m**, m = 1/4 = 0.25 ; n = 2/4 = 0.5. I_3 étant symétrique, (1 ; 0.5) et (0.5 ; 1) sont identiques.

Solution (2/3)

SOLUTION

Valeur intermédiaire	$I_3(0.5; 1)$	$I_3(0.25; 0.5)$
m ; n	0.50 ; 1.00	0.25 ; 0.50
m^2 ; n^2	0.2500 ; 1.0000	0.0625 ; 0.2500
$S_1 = m^2 + n^2 + 1$	2.2500	1.3125
$\sqrt{S_1}$	1.5000	1.1456
$2mn\sqrt{S_1}$	1.5000	0.2864
$S_2 = m^2 + n^2 + m^2n^2 + 1$	2.5000	1.3281
$(m^2 + n^2 + 2)/S_1$	1.4444	1.7619
1er terme = $2mn\sqrt{S_1} / S_2 \cdot (m^2 + n^2 + 2)/S_1$	0.8667	0.3800
$D = m^2 + n^2 + 1 - m^2n^2$	2.0000	1.2969
$2mn\sqrt{S_1} / D$	0.7500	0.2208
$\tan^{-1}(\ldots)$ (rad)	0.6435	0.2174
I_3 = (1er terme + $\tan^{-1}$)/(4π)	**0.12018**	**0.04753**

$I_3(0.5; 1) = 0.12018$ et **$I_3(0.25; 0.5) = 0.04753$**. Comme D > 0 pour les deux angles, l'arc tangente est positif ; il n'est pas nécessaire d'ajouter π.

Solution (3/3)

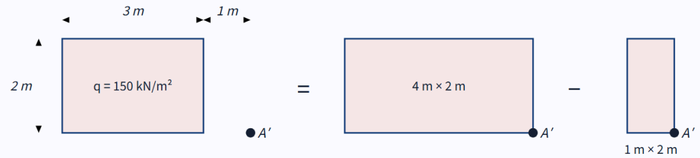
SOLUTION

3 Écart et contrainte

$$\Delta\sigma_z = 150\,(0.12018 - 0.04753) = 150\,(0.07264)$$

$$\Delta\sigma_z = 18.03 - 7.13 = \mathbf{10.90}\ \mathrm{kPa}$$

Au point A′, **$\Delta\sigma_z$ = 10.90 kPa** ($\Delta\sigma_z/q$ = 0.07264). Le module s'ouvre sur cet exemple ; si le rectangle et le point sont déplacés ensemble d'une même distance (centre 4 ; 3 m, point 6.5 ; 2 m), la contrainte ne change pas : 10.90 kPa.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

EXEMPLE

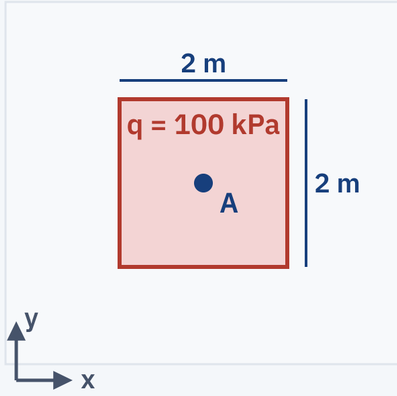
Données

(a) Carré — 2×2 **m,** $q = 100$ **kN/m² ; sous le centre** $z = 1$ **m (**$n_1 = z/b = 1$**)**

(b) Rectangle — 3×2 **m,** $q = 150$ **kN/m² ; sous le centre** $z = 4$ **m (**$m_1 = L/B = 1.5$ **;** $n_1 = 4$**)**

À DÉTERMINER

(a) vérification de $\mathbf{I_4 = 4\, I_3(1, 1)}$; (b) $\mathbf{I_4}$ et $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; comparaison avec la somme des quatre coins.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Quatre rectangles égaux (chacun de 1 m × 1 m, z = 1 m) : $I_3(1, 1)$; $S_1 = 3$, $\sqrt{S_1} = 1.7321$, $2mn\sqrt{S_1} = 3.4641$, $S_2 = 4$

$$\text{1er terme} = \frac{3.4641}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1.1547 \qquad \tan^{-1}\frac{3.4641}{3-1} = \tan^{-1}(1.7321) = 1.0472$$

$$I_3 = \frac{1.1547 + 1.0472}{4\pi} = \mathbf{0.17522}$$

2 Vérification par la formule au centre ($m_1 = 1$; $n_1 = 1$)

$$4\, I_3 = 4\,(0.17522) = 0.70089$$

$$I_4 = \frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4}{4} + \sin^{-1}\frac{1}{2}\right] = \frac{2}{\pi}\,(0.5774 + 0.5236) = \mathbf{0.70089}$$

Pour un carré, **$I_4 = 4\, I_3(1, 1) = 0.70089 \approx 0.701$**. Dans cet exemple, la contrainte sous le centre est égale à 70.1 % de la pression de la charge (z = b).

Solution (2/2)

SOLUTION

1 I_4: $m_1 = L/B = 1.5$; $n_1 = z/b = 4$ ($b = 1$ m); $m_1^2 + n_1^2 = 18.25$

$$\frac{m_1 n_1}{\sqrt{1 + m_1^2 + n_1^2}} = \frac{6}{4.3875} = 1.3675 \qquad \frac{1 + m_1^2 + 2n_1^2}{(1 + n_1^2)(m_1^2 + n_1^2)} = \frac{35.25}{310.25} = 0.1136$$

$$\sin^{-1} \frac{1.5}{\sqrt{18.25}\sqrt{17}} = 0.0853 \qquad I_4 = \frac{2}{\pi}(0.1554 + 0.0853) = \mathbf{0.15320}$$

2 Vérification avec $\Delta\sigma_z$ et la somme des quatre coins

$$\Delta\sigma_z = 150\,(0.15320) = \mathbf{22.98}\ \text{kPa} \qquad 4\,I_3(0.25;\ 0.375) = 4\,(0.03830) = 0.15320$$

Sous le centre, **$\Delta\sigma_z$ = 22.98 kPa** ($\Delta\sigma_z/q$ = 0.15320). Le même résultat est également donné par quatre rectangles d'angle égaux (chacun de 1.5 m × 1 m) : 4 I_3(0.25; 0.375).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

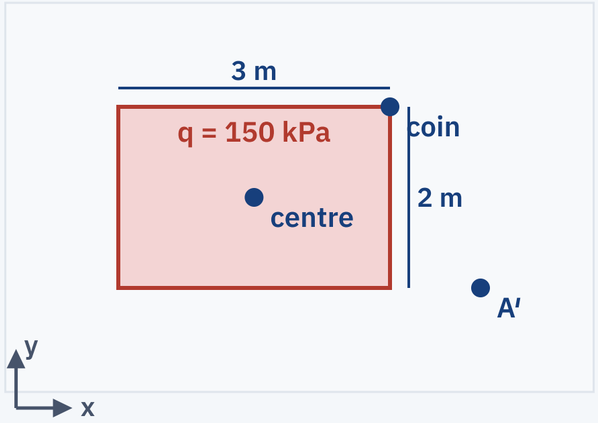
EXEMPLE

Données

Rectangle	3×2 **m,** $q = 150$ **kN/m²**
Points	**centre** $(0; 0)$**, coin** $(1.5;\ 1)$ **et A′** $(2.5;\ -1)$
Profondeurs	$z = 1; 2; 4; 6; 8; 12$ **m**

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_z$ et $\Delta\sigma_z/q$ en trois points ; interprétation de la variation avec la profondeur.



Solution (1/2)

SOLUTION

z (m)	Centre $\Delta\sigma_z$	Angle $\Delta\sigma_z$	A′ $\Delta\sigma_z$	Centre /q	Angle /q	A′ /q
1	116.19	35.67	5.88	0.7746	0.2378	0.0392
2	64.24	29.05	11.96	0.4283	0.1936	0.0798
4	22.98	16.06	10.90	0.1532	0.1071	0.0726
6	11.10	9.19	7.41	0.0740	0.0612	0.0494
8	6.44	5.74	5.03	0.0429	0.0383	0.0335
12	2.93	2.78	2.60	0.0195	0.0185	0.0174

Sous le **centre** et sous le **coin**, la contrainte diminue de façon monotone avec la profondeur (22.98 et 16.06 kPa à z = 4 m) ; le rapport coin / centre est de 0.70 à z = 4 m et de 0.95 à z = 12 m. En **A′** (hors de la zone chargée), la contrainte, égale à 5.88 kPa à z = 1 m, atteint son maximum (12.64 kPa) vers z ≈ 2.50 m, puis diminue.

Solution (2/2)

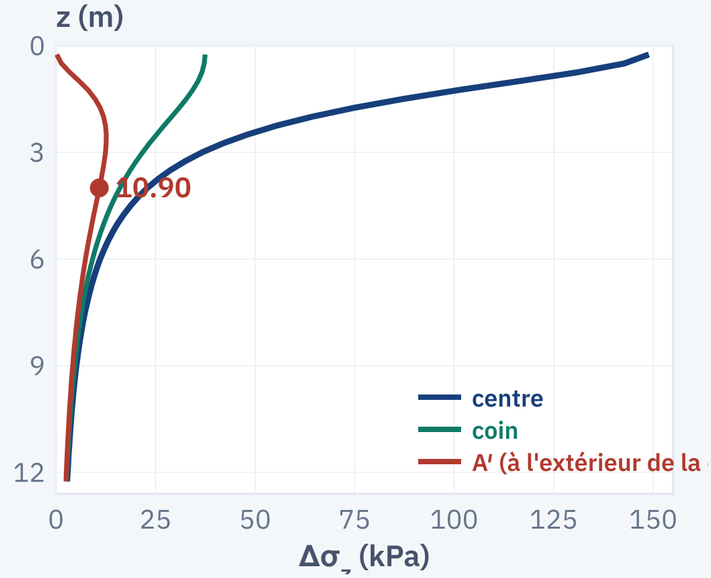
SOLUTION

1 Ligne z = 4 m : trois points

$$\text{centre :}\ \ 150\,(0.15320) = 22.98\ \text{kPa}$$

$$\text{angle :}\ \ 150\,I_3(0.5;\,0.75) = 16.06\ \text{kPa} \qquad \text{A}' :\ \ 10.90\ \text{kPa}$$

Près de la surface, sous le centre la valeur tend vers ≈ q et sous le coin vers ≈ q/4 ; en profondeur, les trois courbes se rapprochent : à z = 12 m, 2.93, 2.78 et 2.60 kPa.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

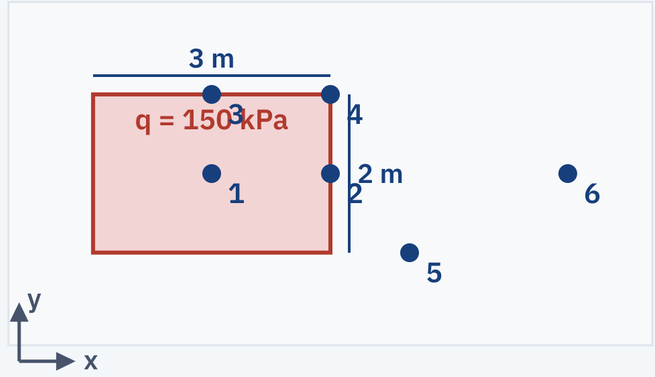
EXEMPLE

Données

Rectangle	3×2 **m,** $q = 150$ **kN/m²,** $z = 4$ **m**
Points	**(1) centre ; (2) milieu du petit côté ; (3) milieu du grand côté ; (4) angle ; (5) A′ ; (6)** $(4.5;\ 0)$

À DÉTERMINER

Termes I_3 affectés de leur signe en chaque point, somme et $\Delta\sigma_z$.



Solution (1/2)

SOLUTION

Point	(x; y)	Terme 1	Terme 2	Terme 3	Terme 4	$\Sigma \pm I_3$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
1	(0.0; 0)	0.0383	0.0383	0.0383	0.0383	0.1532	**22.98**
2	(1.5; 0)	0	0	0.0603	0.0603	0.1205	**18.08**
3	(0.0; 1)	0	0.0675	0	0.0675	0.1351	**20.26**
4	(1.5; 1)	0	0	0	0.1071	0.1071	**16.06**
5	(2.5; -1)	−0.0475	0	0.1202	0	0.0726	**10.90**
6	(4.5; 0)	−0.0603	−0.0603	0.0733	0.0733	0.0261	**3.91**

Au point intérieur (1), les quatre termes sont **+** ; aux points de bord (2, 3), deux termes sont nuls ; à l'angle (4), un seul terme subsiste ; à l'extérieur (5, 6), certains termes deviennent **−**. Classement : 22.98 > 18.08 > 20.26 > 16.06 > 10.90 > 3.91 kPa.

Solution (2/2)

SOLUTION

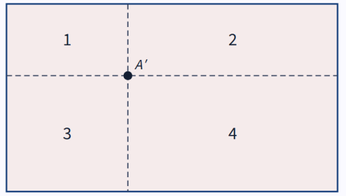
1 Coin (4) : un seul rectangle (3 m × 2 m)

$$\Delta\sigma_z = q\, I_3(m = 0.5;\ n = 0.75) = 150\,(0.10707) = \mathbf{16.06}\ \mathrm{kPa}$$

2 Point éloigné (6) : (4.5 ; 0), à 3 m au-delà de la charge

$$\Delta\sigma_z = q \cdot 2\,[\,I_3(1.5;\ 0.25) - I_3(0.75;\ 0.25)\,]$$
$$= 150 \cdot 2\,(0.07329 - 0.06026) = \mathbf{3.91}\ \mathrm{kPa}$$

Rapport des contraintes coin / centre : 0.699 ; à 3 m de la charge (6), il subsiste 3.91 kPa : même en dehors de l'aire chargée, la contrainte n'est pas nulle.



vue en plan de la surface chargée ; A′ est un coin des quatre rectangles 1–4

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

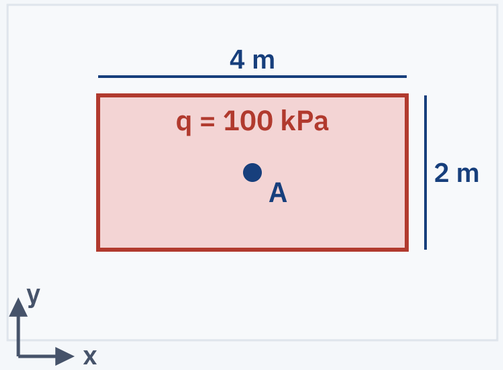
EXEMPLE

Données

Rectangle	$B = 2$ **m** ($b = 1$ **m**), $L/B = 1$ **;** 2 **;** 5 **;** 10 **et** $L \to \infty$ **(bande)**
Points	**sous le centre,** $n_1 = z/b = 0.5$ **;** 1 **;** 2 **;** 4

À DÉTERMINER

Sous le centre, $\Delta\sigma_z/q = I_4$; comparaison avec la bande.



Solution (1/2)

SOLUTION

$n_1 = z/b$	L/B = 1	L/B = 2	L/B = 5	L/B = 10	bande (L/B → ∞)
0.5	0.9299	0.9565	0.9594	0.9595	**0.9595**
1.0	0.7009	0.7998	0.8176	0.8183	**0.8183**
2.0	0.3361	0.4807	0.5451	0.5495	**0.5498**
4.0	0.1081	0.1901	0.2848	0.3034	**0.3058**

Près de la surface (n_1 = 0.5), la forme importe peu (0.930 – 0.959) ; en profondeur, la contrainte sous un rectangle **court** s'atténue beaucoup plus rapidement : pour n_1 = 4, le carré donne 0.108, la bande 0.306.

Solution (2/2)

SOLUTION

1 Formule de I_4 (m_1 = 2 ; n_1 = 1)

$$m_1^2 + n_1^2 = 5 \qquad \frac{m_1 n_1}{\sqrt{1+5}} = \frac{2}{2.4495} = 0.8165 \qquad \frac{1+4+2}{(1+1)(5)} = 0.70$$

$$\sin^{-1}\frac{2}{\sqrt{5}\sqrt{2}} = 0.6847 \qquad I_4 = \frac{2}{\pi}\,(0.5715 + 0.6847) = \mathbf{0.79976}$$

2 Avec quatre rectangles d'angle égaux (chacun 2 m × 1 m, z = 1 m)

$$4\,I_3(1;\,2) = 4\,(0.19994) = \mathbf{0.79976}$$

Au centre d'un rectangle L/B = 2, à la profondeur z = b, **$\Delta\sigma_z/q$ = 0.7998** (carré : 0.7009 ; bande : 0.8183). Pour L/B = 10 (n_1 = 1), la valeur est 0.81826, la bande 0.81831 : à mesure que le rectangle s'allonge, il se rapproche de la bande.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

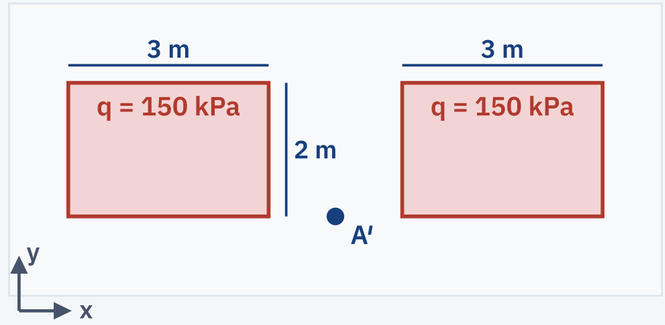
EXEMPLE

Données

Rectangle 1	3×2 **m,** $q = 150$ **kN/m², centre** $x = 0$
Rectangle 2	3×2 **m,** $q = 150$ **kN/m², centre** $x = 5$ **m (**$y = 0$**)**
Point	**A′ :** $x = 2.5$ **m,** $y = -1$ **m ;** $z = 4$ **m (également** 1 **;** 2 **;** 6 **;** 8 **;** 12 **m)**

À DÉTERMINER

Pour chaque rectangle et au total $\Delta\sigma_z$; le profil en profondeur.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Rectangle 2 : coins repérés par rapport à A′ (5 m entre centres ≥ $(L_1 + L_2)/2$ = 3 m : pas de chevauchement)

Coin (x ; y)	a	b	m	n	signe
(6.5; 1.0)	4.0	2.0	1.00	0.50	+
(6.5; -1.0)	4.0	0.0	1.00	0.00	0 (b = 0)
(3.5; 1.0)	1.0	2.0	0.25	0.50	–
(3.5; -1.0)	1.0	0.0	0.25	0.00	0 (b = 0)

2 Superposition

$$\Delta\sigma_{z(2)} = 150\,[I_3(1;\,0.5) - I_3(0.25;\,0.5)] = 10.896\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 10.896 + 10.896 = \mathbf{21.793}\ \text{kPa}$$

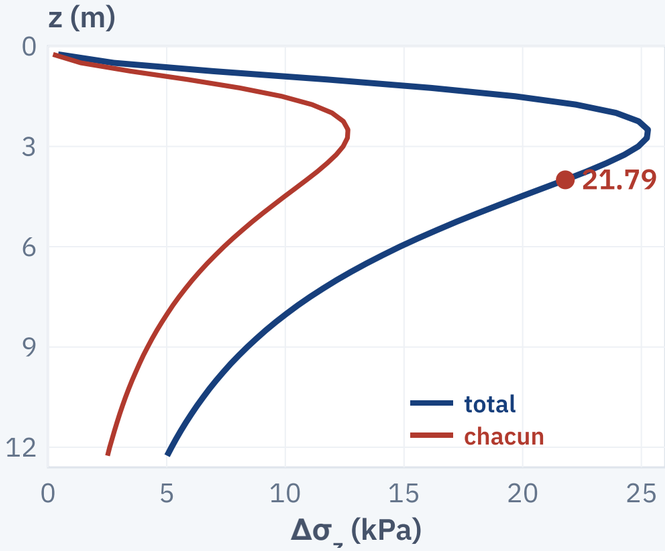
A′ se trouve exactement au milieu des deux rectangles (x = 2.5 m ; à 1 m de chacun) : le rectangle 2 est l'**image miroir** du rectangle 1 et donne la même contrainte. Total **$\Delta\sigma_z$ = 21.79 kPa**.

Solution (2/2)

SOLUTION

z (m)	Rectangle 1	Rectangle 2	Total
1	5.877	5.877	**11.754**
2	11.965	11.965	**23.930**
4	10.896	10.896	**21.793**
6	7.413	7.413	**14.826**
8	5.028	5.028	**10.056**
12	2.603	2.603	**5.205**

La contrainte totale à z = 4 m est de **21.79 kPa** ; les deux rectangles étant symétriques, le total à toute profondeur = 2 × un seul rectangle. La valeur totale maximale est de 25.28 kPa à z ≈ 2.50 m.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

Angle : $\Delta\sigma_z = q\, I_3(m, n)$, $m = B/z$, $n = L/z$; pour une grande aire $I_3 \rightarrow 1/4$. **Point quelconque :** quatre rectangles d'angle affectés d'un signe, $\Delta\sigma_z = q\, \Sigma \pm I_3$

Exemple (A′ ; z = 4 m) : 4 m × 2 m – 1 m × 2 m : $I_3(0.5; 1) = 0.12018$; $I_3(0.25; 0.5) = 0.04753$; **$\Delta\sigma_z$ = 150 (0.07264) = 10.90 kPa**

Centre : $\Delta\sigma_z = q\, I_4$; carré, z = b : $I_4 = 4\, I_3(1, 1) = 0.701$; rectangle de 3 × 2 m, z = 4 m : **22.98 kPa**

Position (z = 4 m) : centre 22.98, milieux des côtés 20.26 et 18.08, coin 16.06, A′ 10.90, point éloigné 3.91 kPa ; la contrainte n'est pas nulle non plus à l'extérieur

Forme : à z = 4b, un carré donne 0.108 q, un rectangle 10:1 donne 0.303 q, une bande 0.306 q. **Deux rectangles :** les contraintes se somment (10.90 + 10.90 = 21.79 kPa)

Références bibliographiques

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

REMARQUE

Tous les exemples numériques ont été produits avec le moteur de calcul propre au module ; le module donne les mêmes valeurs. Le module s'ouvre avec un rectangle de 3 m × 2 m (q = 150 kN/m²) et le point A′ (x = 2.5 m ; y = −1 m ; z = 4 m).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva les rectangles (q, L, B, centre), le point A et la profondeur ; le module fournit ensemble les termes des quatre coins, la valeur de $\Delta\sigma_z$, les courbes d'isocontraintes, le profil en profondeur, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module → **Page de théorie →**

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com