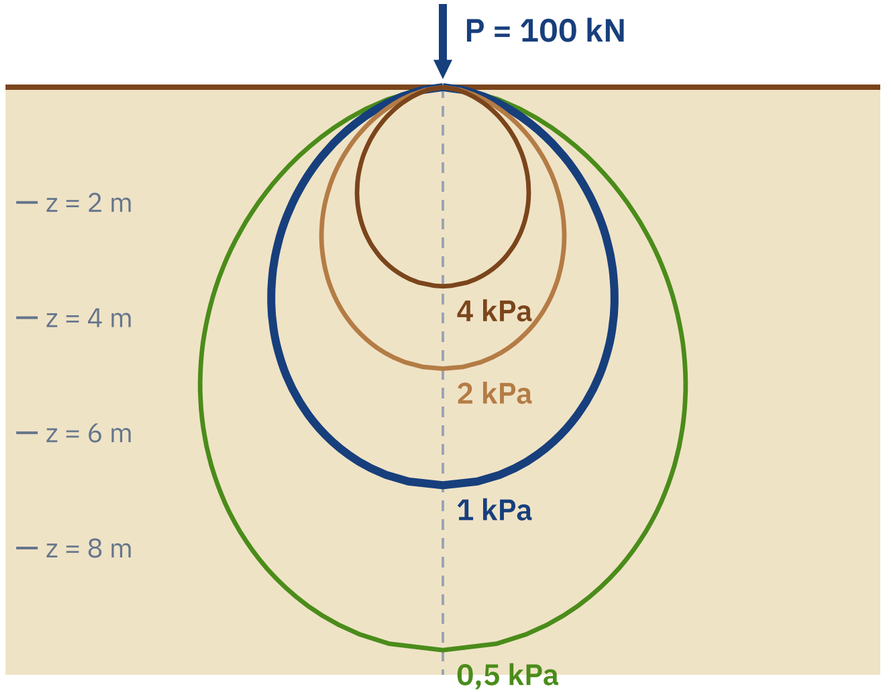
Geoteknik ders sunumu · Zeminde gerilme dağılımı

Noktasal yük altındaki gerilme (Boussinesq)

Ders anlatımı: yüzeydeki düşey tekil yükün zeminde oluşturduğu gerilmeler; açılış noktası uçtan uca elle, derinlik ve yanal profiller tablolarla.

- Boussinesq çözümü
- Etki faktörü I_1
- Yatay gerilmeler
- Süperpozisyon
- Basınç soğanları



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

Yarı sonsuz, homojen, izotrop ve doğrusal elastik ortamda yüzeydeki **düşey tekil yükün** noktadaki üç normal gerilmesini: $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$

Düşey gerilmenin **μ'ye ve elastisite modülüne bağlı olmadığını**; yatay gerilmelerin μ'ye bağlı olduğunu

Etki faktörü I_1: $\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$ ve I_1'in yalnız r/z'ye bağlılığı

Süperpozisyon: birden çok tekil yükün gerilmelerinin toplanması; **eş gerilme eğrileri** (basınç soğanları) ve yük ekseni altında 0,4775 P/z^2

Modülün açılış noktasını **uçtan uca elle**; derinlik ve yanal değişimi, yatay gerilmeleri tablolarda

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: formül ve gerekçesi

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek: P = 5 kN; nokta A: x = 3 m, y = 4 m, z = 6 m (r = 5 m); μ = 0,5.

Boussinesq yarı sonsuz ortamı

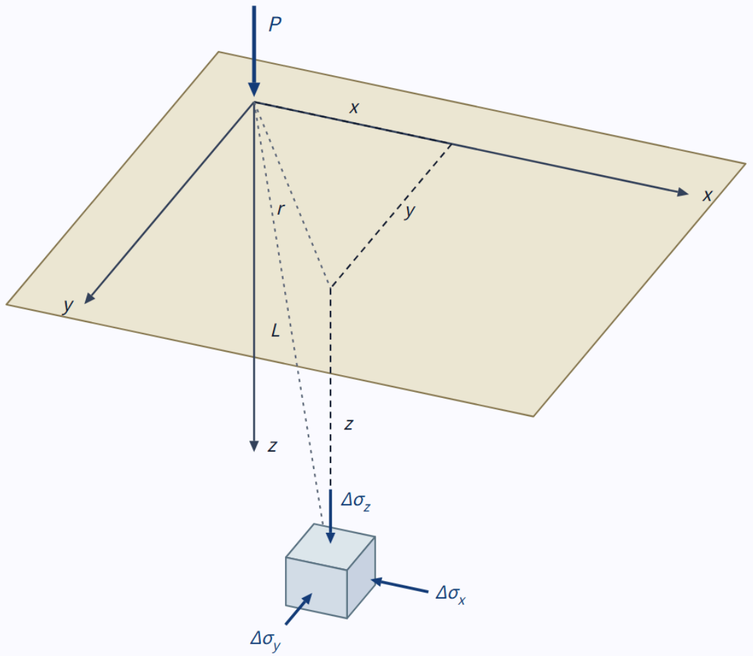
KURAM

Boussinesq (1883), sonsuz büyüklükteki bir yarı ortamın yüzeyine etkiyen tekil yükün homojen, elastik ve izotrop ortamda oluşturduğu gerilmeleri çözmüştür.

Çözümün kabullerine göre zemin **yarı sonsuz bir ortam**dır: düzlem bir yüzeyin altında yanlara ve aşağıya doğru sınırsız uzanır.

Ortam homojen, izotrop ve doğrusal elastiktir; **Poisson oranı** μ ile tanımlanır, elastisite modülü gerilmelerde yer almaz.

P yükü yüzeye etkiyen düşey bir tekil yüktür; bulunan gerilmeler yükün neden olduğu artışlardır, zeminin kendi ağırlığından gelen gerilmeler bunlara eklenir.



Noktadaki üç normal gerilme

KURAM

Şekildeki koordinatlarla (**r** = noktanın yük eksenine yatay uzaklığı, **L** = yüke uzaklığı) noktadaki normal gerilmeler:

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3x^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{x^2-y^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{y^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3y^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{y^2-x^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{x^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2},\ \ L = \sqrt{r^2+z^2}$$

Poisson oranının etkisi

KURAM

Yatay gerilmeler Poisson oranı μ değerine bağlıdır; **düşey gerilme** ise ne μ değerine ne de elastisite modülüne bağlıdır.

μ = 0,5 için (hacim değişimi yok, drenajsız kil) köşeli parantez içindeki terimler sıfırlanır ve $\Delta\sigma_x = 3P\,x^2z/(2\pi L^5)$, $\Delta\sigma_y = 3P\,y^2z/(2\pi L^5)$ olur.

Yük ekseninde (r = 0) her iki yatay gerilme de $-P(1-2\mu)/(4\pi z^2)$ değerine yaklaşır; bu, küçük bir azalmadır.

$$\mu = 0{,}5: \qquad \Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2 z}{2\pi L^5}, \qquad \Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2 z}{2\pi L^5}$$

$$r = 0: \qquad \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P\,(1-2\mu)}{4\pi z^2}$$

$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$

KURAM

$L^2 = z^2[(r/z)^2 + 1]$ olduğundan denklem, yalnızca r/z'ye bağlı bir katsayı ile yazılabilir.

Etki faktörü I_1 yalnız r/z'ye bağlıdır; bu yüzden tek bir tablo ya da eğri her P ve her z için kullanılır.

$$L^2 = z^2\left[(r/z)^2 + 1\right]$$

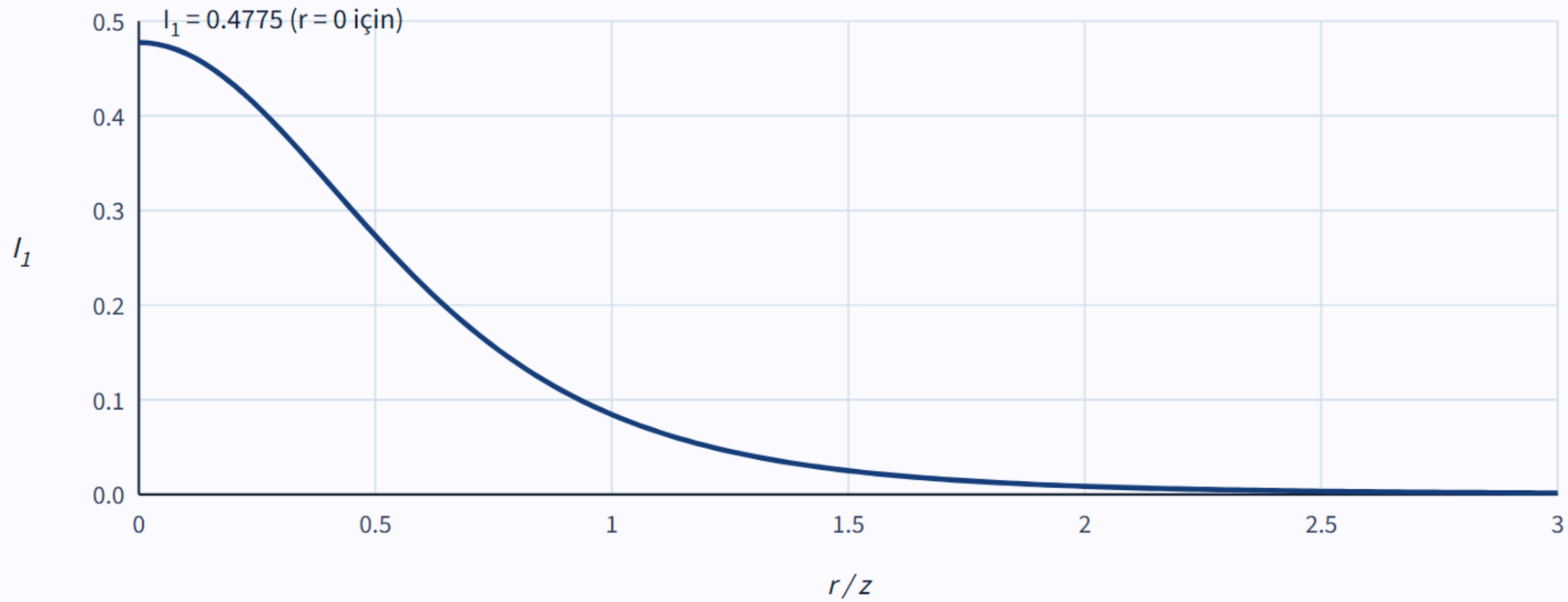
$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 \qquad I_1 = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}}$$

I_1 DEĞERLERİ (MODÜL)

r/z	I_1	r/z	I_1
0,0	0,4775	1,0	0,0844
0,1	0,4657	1,2	0,0513
0,2	0,4329	1,4	0,0317
0,3	0,3849	1,6	0,0200
0,4	0,3295	1,8	0,0129
0,5	0,2733	2,0	0,0085
0,6	0,2214	2,5	0,0034
0,7	0,1762	3,0	0,0015
0,8	0,1386	4,0	0,0004
0,9	0,1083	5,0	0,0001

I_1 ve r/z

KURAM



I1 etki faktörünün r/z ile değişimi. En büyük değerine yük ekseninde ulaşır, 3/(2π) = 0,4775; 0,0844 değerine düşer (r/z = 1) ve 0,002 değerinin altına r/z = 3 ötesinde iner.

Süperpozisyon

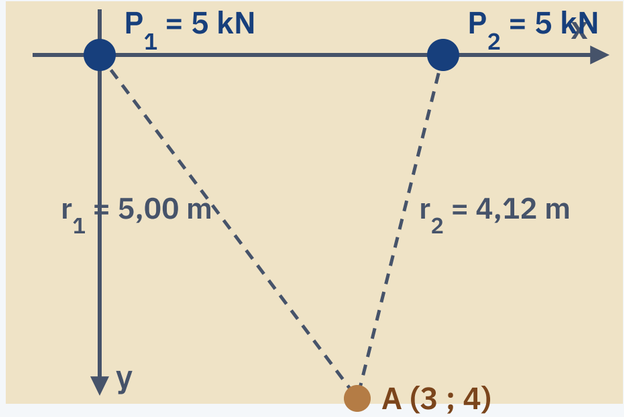
KURAM

Birden çok tekil yük için doğrusal elastik zeminde gerilmeler süperpozisyonla toplanır: $\Delta\sigma_z = \Sigma\Delta\sigma_{z,k}$, $\Delta\sigma_x = \Sigma\Delta\sigma_{x,k}$, $\Delta\sigma_y = \Sigma\Delta\sigma_{y,k}$.

Her yük tek başına ele alınır ve nokta ondan $(x - x_{L,k}, y - y_{L,k})$ kadar uzakta alınır; böylece r_k ve L_k yükün kendi değerleridir.

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \frac{3P_k}{2\pi}\,\frac{z^3}{L_k^5}, \qquad L_k = \sqrt{(x - x_{L,k})^2 + (y - y_{L,k})^2 + z^2}$$

Modül en çok sekiz yükü kabul eder ve hiçbir ikisi aynı konumda olamaz; kesit görünümündeki eş gerilme çizgileri $y = y_A$ düşey düzleminde çizilir.



Tekil yükün gerilme soğanları

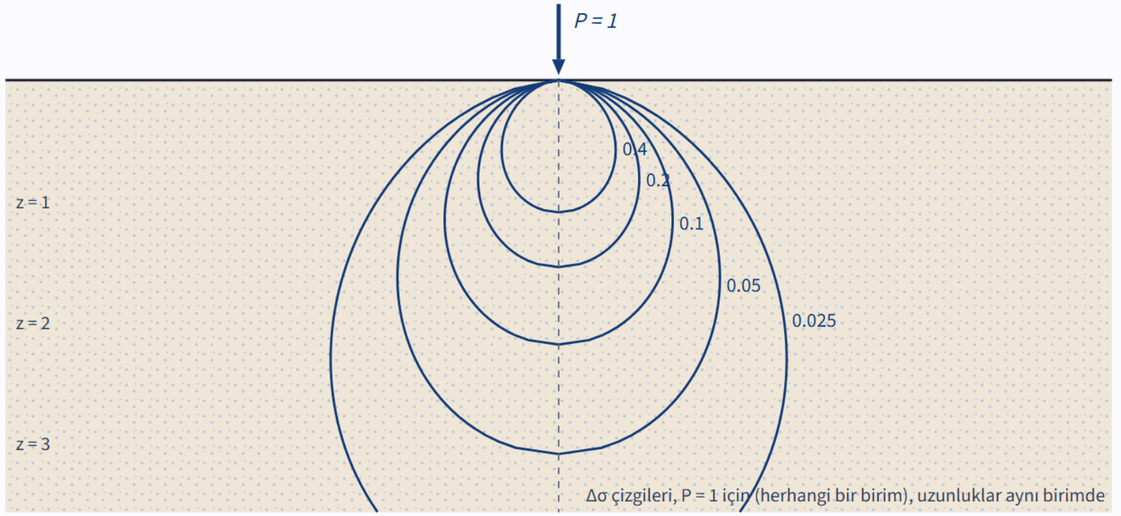
KURAM

$\Delta\sigma_z$ değeri eşit olan noktaların birleştirilmesiyle soğan biçimli eş gerilme eğrileri elde edilir.

Yük ekseni boyunca gerilme derinliğin karesiyle azalır: **$\Delta\sigma_z = 0{,}4775\ P/z^2$**.

Yüke çok yakın bölgede çözüm çok büyük gerilmeler verir: gerçek bir yük hiçbir zaman bir nokta değildir.

$$r = \sqrt{\left(\frac{3P\,z^3}{2\pi\,\Delta\sigma_z}\right)^{2/5} - z^2}$$



Soru

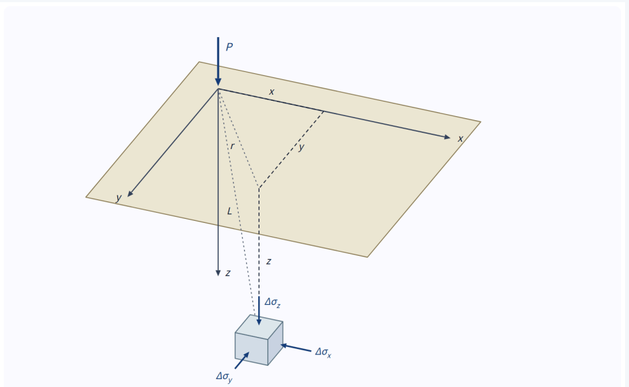
SORU

Verilenler

Yük	**düşey tekil yük $P = 5$ kN, yüzeyde, koordinat başlangıcında**
Nokta A	**$x = 3$ m, $y = 4$ m, $z = 6$ m**
Zemin	**homojen, elastik yarı sonsuz ortam; $\mu = 0{,}5$**

İSTENEN

r, **L**, **r/z**, etki faktörü $\mathbf{I_1}$ ve düşey gerilme artışı $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; sonucun doğrudan denklemle kontrolü.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yatay uzaklık r, yüke uzaklık L ve r/z

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \mathbf{5\ m} \qquad L = \sqrt{r^2 + z^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \mathbf{7{,}810\ m}$$

$$r/z = 5/6 = \mathbf{0{,}8333}$$

2 Etki faktörü I_1

$$I_1 = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}} = \frac{0{,}47746}{\left[0{,}8333^2 + 1\right]^{2{,}5}}$$

$$I_1 = \frac{0{,}47746}{1{,}6944^{2{,}5}} = \frac{0{,}47746}{3{,}7374} = \mathbf{0{,}12775}$$

Nokta, yük ekseninden **5 m** uzakta ve **6 m** derinde; r/z = 0,8333 olduğundan I_1, yük ekseni altındaki değerin (0,4775) 0,27 katıdır.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Düşey gerilme artışı

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}\, I_1 = \frac{5}{6^2}\,(0{,}12775) = 0{,}13889\,(0{,}12775) = \mathbf{0{,}01774}\ \mathrm{kPa}$$

4 Kontrol: doğrudan Boussinesq denklemi

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\,\frac{z^3}{L^5} = \frac{3(5)(6^3)}{2\pi\,(7{,}810)^5}$$

$$= \frac{3\,240}{2\pi\,(29\,062)} = \mathbf{0{,}01774}\ \mathrm{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0,01774 kPa (I_1 = 0,12775). Yük küçük olduğundan gerilme de küçüktür; modül bu noktada aynı değeri verir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

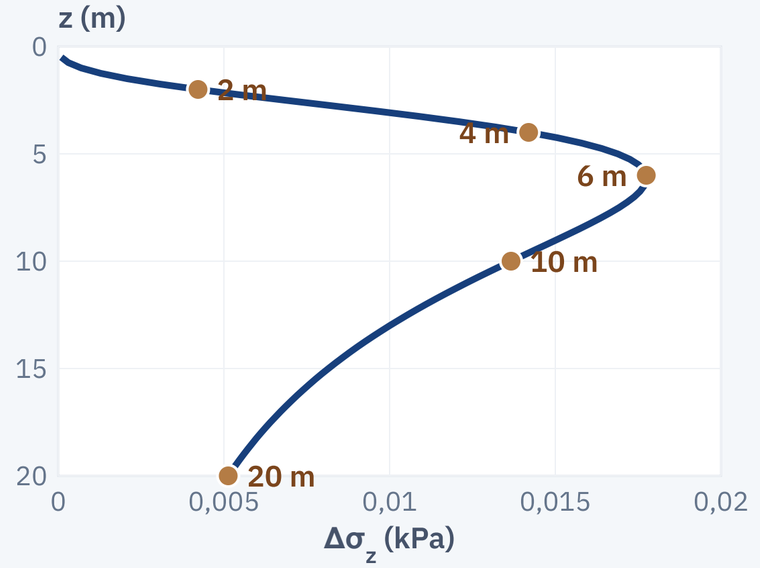
SORU

İSTENEN

Her derinlik için **r/z**, **I_1** ve **$\Delta\sigma_z$**; yük ekseni altındaki 0,4775 P/z² ile karşılaştırma; gerilmenin en büyük olduğu derinlik.

Verilenler

Yük ve nokta	$P = 5$ **kN;** $x = 3$ **m,** $y = 4$ **m,** **dolayısıyla** $r = 5$ **m (her derinlikte aynı)**
Derinlikler	$z = 2; 4; 6; 10; 20$ **m**



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 z = 2 m (r = 5 m): r/z = 2,5

$$I_1 = \frac{0{,}47746}{\left[2{,}50^2 + 1\right]^{2{,}5}} = \frac{0{,}47746}{141{,}529} = 0{,}00337$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0{,}00337) = \mathbf{0{,}00422}\ \mathrm{kPa}$$

2 z = 4 m (r = 5 m): r/z = 1,25

$$I_1 = \frac{0{,}47746}{\left[1{,}25^2 + 1\right]^{2{,}5}} = \frac{0{,}47746}{10{,}511} = 0{,}04542$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{4^2}\,(0{,}04542) = \mathbf{0{,}01419}\ \mathrm{kPa}$$

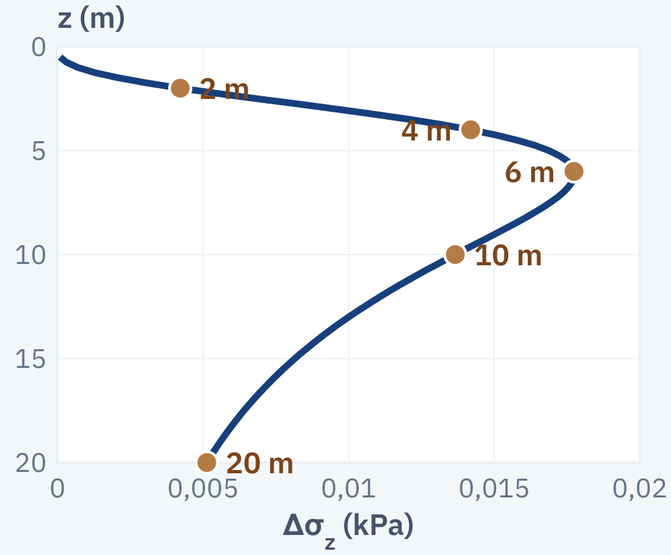
Aynı r = 5 m için z büyüdükçe r/z küçülür ve I_1 artar; ama P/z² azalır. Çarpım önce artar, sonra azalır: z = 2 m'de 0,00422, z = 4 m'de 0,01419 kPa.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

z (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	0,4775 P/z² (kPa)
2	2,500	0,0034	0,00422	0,59683
4	1,250	0,0454	0,01419	0,14921
6	0,833	0,1278	**0,01774**	0,06631
10	0,500	0,2733	0,01367	0,02387
20	0,250	0,4103	0,00513	0,00597

En büyük gerilme z = r√(3/2) = **6,12 m** derinliktedir (0,01775 kPa); z = 6 m bu derinliğe çok yakındır (modülün açılış noktası). Eksenden 5 m uzakta gerilme sığ derinliklerde yük ekseni altındakinden çok küçüktür, derinleştikçe ona yaklaşır (z = 20 m: 0,00513 ve 0,00597 kPa).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

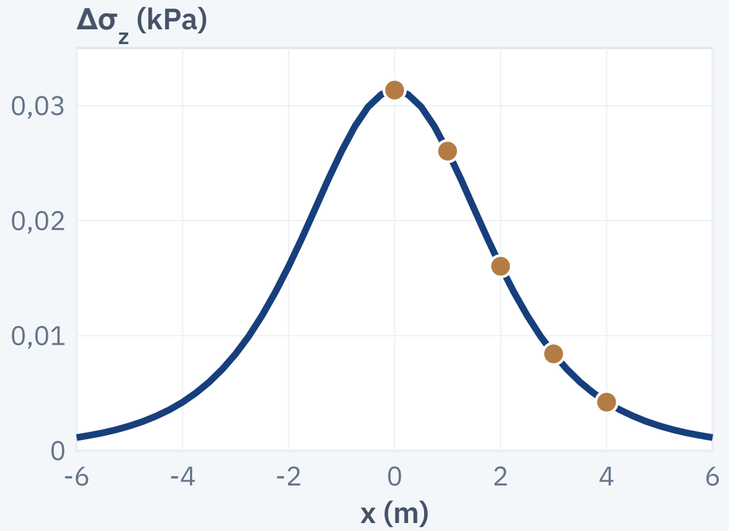
SORU

İSTENEN

Her nokta için **r**, **r/z**, $\mathbf{I_1}$ ve $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; yük altındaki (x = 0) ve en uzaktaki (x = 4 m) değerin oranı.

Verilenler

Yük	$P = 5$ **kN, koordinat başlangıcında**
Noktalar	$z = 2$ **m,** $y = 3$ **m;** $x = 0, 1, 2, 3, 4$ **m**
Zemin	$\mu = 0{,}5$ **(düşey gerilme** μ**'den bağımsız)**



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yatay uzaklık ve r/z (x = 2 m, y = 3 m)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = \mathbf{3{,}606}\ \mathrm{m}$$

$$\frac{r}{z} = \frac{3{,}606}{2} = \mathbf{1{,}8028} \qquad \left(\frac{r}{z}\right)^2 + 1 = 4{,}250$$

2 Etki faktörü ve gerilme

$$I_1 = \frac{0{,}47746}{4{,}250^{2{,}5}} = \frac{0{,}47746}{37{,}237} = 0{,}01282$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0{,}01282) = \mathbf{0{,}01603}\ \mathrm{kPa}$$

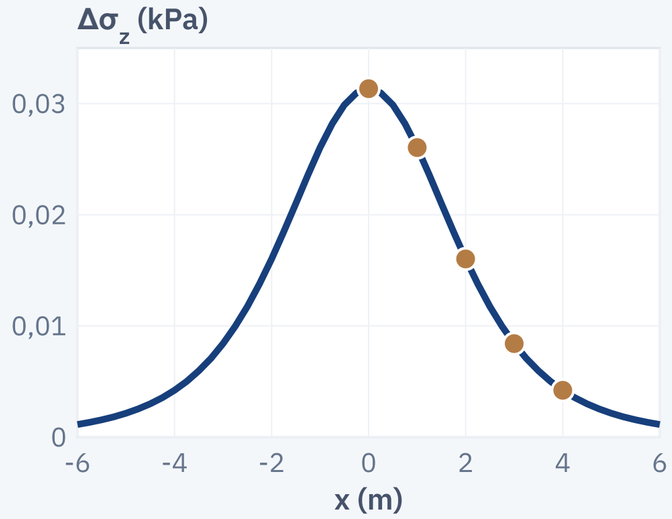
x = 2 m noktasında r = 3,606 m, r/z = 1,803, **$\Delta\sigma_z$ = 0,01603 kPa**. Diğer x değerleri aynı üç adımla bulunur (sonraki sayfada tablo).

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

x (m)	r (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
0	3,000	1,500	0,0251	0,03134
1	3,162	1,581	0,0208	0,02604
2	3,606	1,803	0,0128	**0,01603**
3	4,243	2,121	0,0067	0,00841
4	5,000	2,500	0,0034	0,00422

Yük altındaki noktada (x = 0, r = 3 m) **0,03134 kPa**; x = 4 m'de (r = 5 m) **0,00422 kPa**: oran 7,4. Eş derinlikte yatay uzaklık arttıkça gerilme hızla azalır; eğri x = 0 çevresinde en yüksektir (y = 3 m olduğundan yük hâlâ 3 m uzaktadır).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

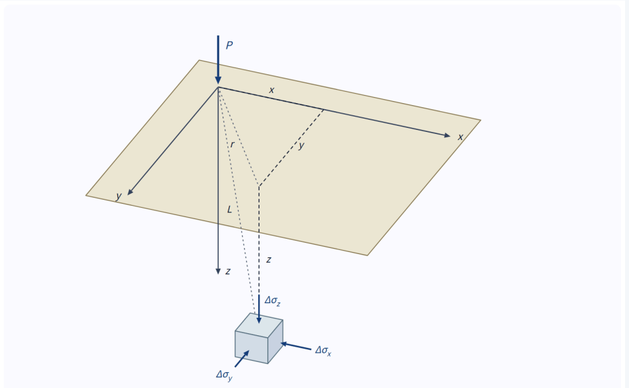
SORU

Verilenler

Yük ve nokta	$P = 5$ **kN; A:** $x = 3$ **m,** $y = 4$ **m,** $z = 6$ **m (** $r = 5$ **m,** $L = 7{,}810$ **m)**
Poisson oranı	$\mu = 0{,}5;\ 0{,}3;\ 0{,}2;\ 0$

İSTENEN

$\Delta\sigma_x$ ve **$\Delta\sigma_y$** (μ = 0,5 için kısa denklemle, μ = 0,3 için tam denklemle elle); μ'nün düşey gerilmeye etkisi.



Çözüm (1/3)

ÇÖZÜM

1 L^5 (L = 7,810 m)

$$L^5 = 61^{2,5} = 29\,062\ \mathrm{m}^5 \qquad 2\pi L^5 = 182\,602$$

2 μ = 0,5: köşeli parantez içindeki terimler sıfırlanır

$$\Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(3^2)(6)}{182\,602} = \frac{810}{182\,602} = \mathbf{0{,}00444}\ \mathrm{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(4^2)(6)}{182\,602} = \frac{1\,440}{182\,602} = \mathbf{0{,}00789}\ \mathrm{kPa}$$

Kontrol: μ = 0,5 için $\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y = 3P\,r^2 z/(2\pi L^5)$ = 0,00444 + 0,00789 = **0,01232 kPa**; her ikisi de modülün verdiği değerdir.

Çözüm (2/3)

ÇÖZÜM

3 Tam denklemin terimleri (x = 3, y = 4, z = 6, r² = 25, L = 7,810)

$$\frac{3x^2 z}{L^5} = \frac{162}{29\,062} = 0{,}005574 \qquad \frac{3y^2 z}{L^5} = \frac{288}{29\,062} = 0{,}009910$$

$$\frac{x^2 - y^2}{L\,r^2(L+z)} = \frac{-7}{2\,696{,}5} = -0{,}002596 \qquad \frac{y^2 z}{L^3 r^2} = \frac{96}{11\,910{,}6} = 0{,}008060$$

$$\frac{x^2 z}{L^3 r^2} = \frac{54}{11\,910{,}6} = 0{,}004534$$

4 μ = 0,3: 1 − 2μ = 0,4

$$\Delta\sigma_x = \frac{5}{2\pi}\left[0{,}005574 - 0{,}4\,(-0{,}002596 + 0{,}008060)\right] = \mathbf{0{,}00270}\ \mathrm{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{5}{2\pi}\left[0{,}009910 - 0{,}4\,(0{,}002596 + 0{,}004534)\right] = \mathbf{0{,}00562}\ \mathrm{kPa}$$

Çözüm (3/3)

ÇÖZÜM

μ	$\Delta\sigma_x$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_y$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_z$ (10^{-3} kPa)
0,5	4,436	7,886	17,744
0,3	2,697	5,617	17,744
0,2	1,827	4,482	17,744
0,0	0,088	2,212	17,744

$\Delta\sigma_z$ μ'ye bağlı değildir ($17{,}744 \cdot 10^{-3}$ kPa her satırda aynıdır); yatay gerilmeler μ küçüldükçe azalır: μ = 0,5'te $\Delta\sigma_x$ = 4,436, μ = 0,3'te $2{,}697 \cdot 10^{-3}$ kPa. Bu noktada üç gerilme de basınçtır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yük	$P = 100$ **kN, düşey tekil yük**
Noktalar	**yük ekseni üzerinde,** $z = 1; 2; 3; 5; 10$ **m**
Zemin	$\mu = 0{,}3$

İSTENEN

Her derinlik için $\Delta\sigma_z$ (r = 0 için $I_1 = 3/(2\pi)$) ve yatay gerilmeler $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Düşey gerilme (r = 0 ⇒ r/z = 0 ⇒ $I_1 = 3/(2\pi) = 0{,}4775$)

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{100}{2^2} (0{,}4775) = \mathbf{11{,}937}\ \mathrm{kPa}$$

2 Yatay gerilmeler (r = 0 için limit değer, μ = 0,3)

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P(1-2\mu)}{4\pi z^2} = -\frac{100\,(0{,}4)}{4\pi\,(2^2)} = \mathbf{-0{,}796}\ \mathrm{kPa}$$

z = 2 m'de eksen altında **$\Delta\sigma_z$ = 11,937 kPa**; yatay gerilmeler **negatif** (–0,796 kPa): küçük bir azalma. Düşey gerilmeden yaklaşık 15 kat küçüktür.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

z (m)	$\Delta\sigma_z = 0{,}4775\ P/z^2$ (kPa)	$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ oranı (z = 1 m = 1)
1	47,746	−3,183	1,0000
2	11,937	−0,796	0,2500
3	5,305	−0,354	0,1111
5	1,910	−0,127	0,0400
10	0,477	−0,032	0,0100

Derinlik **iki katına çıkınca gerilme dörtte birine** iner (z = 1 → 2 m: 47,75 → 11,94 kPa). Gerilmeler artış olduğundan zeminin kendi ağırlığından gelen gerilmeye eklenir: örneğin γ = 18 kN/m³ ise z = 2 m'de σ_{v0} = 36 kPa ve yük sonrası düşey gerilme 47,94 kPa olur.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

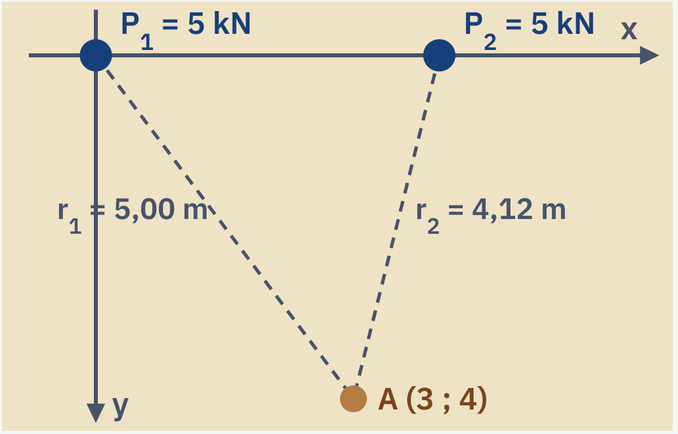
SORU

Verilenler

Yükler	$P_1 = 5$ **kN,** $(0;0)$ **noktasında;** $P_2 = 5$ **kN,** $(4;0)$ **noktasında**
Nokta A	$x = 3$ **m,** $y = 4$ **m; derinlik** $z = 6$ **m (sonra** 2**;** 4**;** 10**;** 20 **m)**
Zemin	$\mu = 0{,}5$

İSTENEN

Her yükün $\Delta\sigma_z$ değeri ve toplamı; toplam $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$; derinlik profili.



Çözüm (1/3)

ÇÖZÜM

1 Yük 1 (başlangıçta): Örnek 1'in aynısı

$$r_1 = 5\ \text{m}, \quad \frac{r_1}{z} = 0{,}8333, \quad I_{1,1} = 0{,}12775 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,1} = \frac{5}{36}(0{,}12775) = \mathbf{0{,}01774}\ \text{kPa}$$

2 Yük 2 ((4 ; 0) noktasında): A'nın ondan uzaklığı (−1 ; 4) m

$$r_2 = \sqrt{(3-4)^2 + 4^2} = \sqrt{17} = 4{,}123\ \text{m}, \qquad \frac{r_2}{z} = 0{,}6872$$

$$I_{1,2} = \frac{0{,}47746}{\left[0{,}6872^2 + 1\right]^{2{,}5}} = \frac{0{,}47746}{2{,}6299} = 0{,}18155$$

$$\Delta\sigma_{z,2} = \frac{5}{6^2}\,(0{,}18155) = \mathbf{0{,}02522}\ \text{kPa}$$

Yük 2, A'ya (4,12 m) yük 1'den (5 m) daha yakın olduğundan daha büyük gerilme verir.

Çözüm (2/3)

ÇÖZÜM

3 Düşey gerilme: süperpozisyon

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z,1} + \Delta\sigma_{z,2} = 0{,}01774 + 0{,}02522 = \mathbf{0{,}04296}\ \text{kPa}$$

4 Yatay gerilmeler (μ = 0,5): yük 2 için x = −1, y = 4 (kendi uzaklığından)

$$\Delta\sigma_{x,2} = \frac{3(5)(1)(6)}{2\pi\,(53)^{2{,}5}} = 0{,}000700 \qquad \Delta\sigma_{y,2} = \frac{3(5)(16)(6)}{2\pi\,(53)^{2{,}5}} = 0{,}011207$$

$$\Delta\sigma_x = 0{,}004436 + 0{,}000700 = \mathbf{0{,}00514} \qquad \Delta\sigma_y = 0{,}007886 + 0{,}011207 = \mathbf{0{,}01909}\ \text{kPa}$$

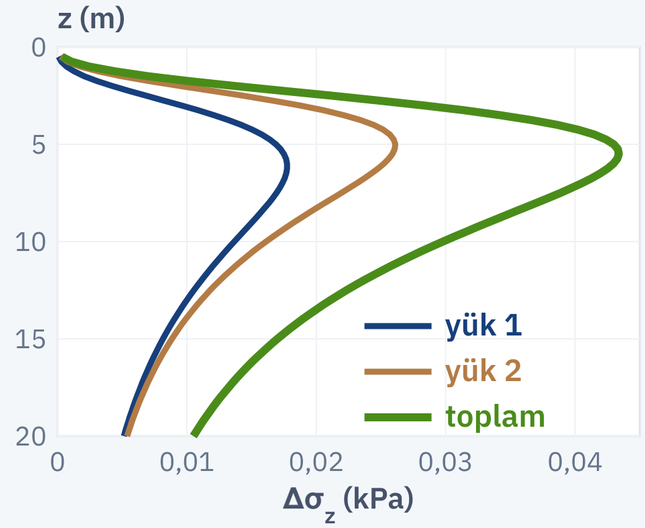
$\Delta\sigma_z$ = 0,04296 kPa, $\Delta\sigma_x$ = 0,00514, $\Delta\sigma_y$ = 0,01909 kPa; yüklerin gerilmeleri doğrusal elastik zeminde toplanır.

Çözüm (3/3)

ÇÖZÜM

z (m)	r_1/z	$\Delta\sigma_{z,1}$	r_2/z	$\Delta\sigma_{z,2}$	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
2	2,500	0,00422	2,062	0,00945	0,01367
4	1,250	0,01419	1,031	0,02442	0,03862
6	0,833	0,01774	0,687	0,02522	**0,04296**
10	0,500	0,01367	0,412	0,01612	0,02979
20	0,250	0,00513	0,206	0,00538	0,01051

Her derinlikte toplam, iki yükün toplamıdır; en büyük toplam z ≈ 5 m dolayındadır (z = 4 m: 0,03862, z = 6 m: 0,04296 kPa). Yük 2, her derinlikte yük 1'den büyük katkı verir.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

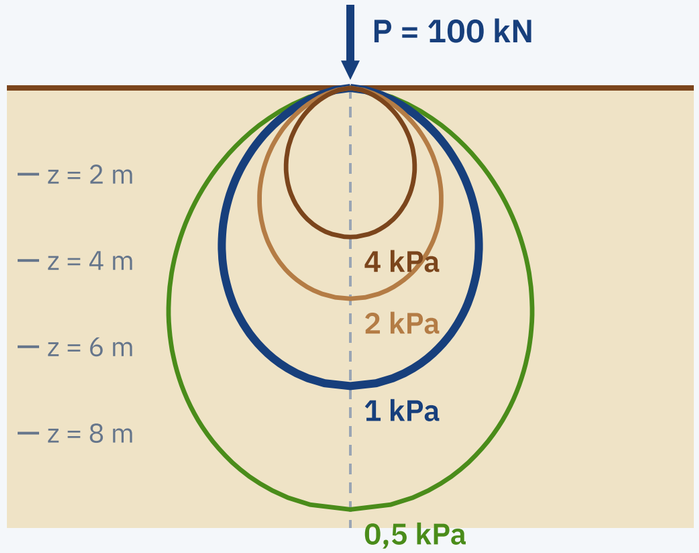
SORU

Verilenler

Yük	$P = 100$ **kN, düşey tekil yük**
Çizgi	$\Delta\sigma_z = 1$ **kPa'a eşit noktalar;** $z = 1$ **– 6 m**
Ek çizgiler	$0{,}5$**;** 2**;** 4 **kPa (şekil)**

İSTENEN

Her derinlikte çizginin yük eksenine uzaklığı **r**; çizginin eksende kapandığı derinlik; r değerinin $\Delta\sigma_z$'yi gerçekten 1 kPa verdiğinin kontrolü.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Denklemi r için çözmek: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/[2\pi(r^2 + z^2)^{5/2}] = 1$

$$r = \sqrt{\left(\frac{3(100)(4^3)}{2\pi\,(1)}\right)^{0,4} - 4^2} = \sqrt{(3\,055{,}8)^{0,4} - 16}$$

$$r = \sqrt{24{,}777 - 16} = \mathbf{2{,}963}\ \mathrm{m}$$

2 Kontrol: bulunan r ile Boussinesq denklemi

$$\Delta\sigma_z = \frac{3(100)}{2\pi}\,\frac{4^3}{(2{,}963^2 + 4^2)^{5/2}} = \mathbf{1{,}000}\ \mathrm{kPa}$$

z = 4 m'de 1 kPa çizgisi yük ekseninden **2,963 m** uzaktadır; bulunan r değeri Boussinesq denklemine konunca $\Delta\sigma_z$ tam 1 kPa verir (diğer derinlikler sonraki sayfada).

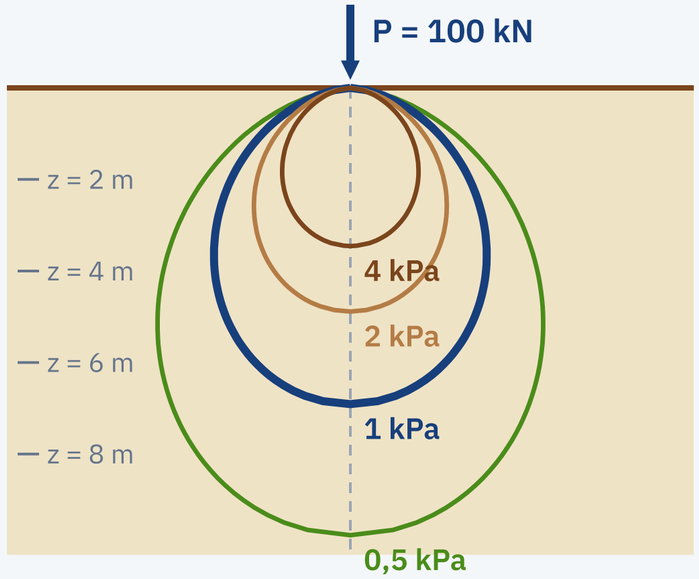
Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Çizginin eksende kapandığı derinlik (r = 0)

$$z_{eks} = \sqrt{\frac{3P}{2\pi\,\Delta\sigma_z}} = \sqrt{\frac{3(100)}{2\pi(1)}} = \sqrt{47{,}75} = \mathbf{6{,}91\ m}$$

z (m)	r (m)	Genişlik 2r (m)	Boussinesq ile $\Delta\sigma_z$ (kPa)
1	1,922	3,84	1,000
2	2,605	5,21	1,000
3	2,923	5,85	1,000
4	2,963	5,93	1,000
5	2,717	5,43	1,000
6	2,075	4,15	1,000



1 kPa çizgisi yüzeyde yük noktasında başlar, z ≈ 3,65 m derinlikte en geniş duruma (r ≈ 2,98 m) gelir ve 6,91 m derinlikte eksende kapanır; daha küçük gerilmelerin çizgileri daha derine ve daha geniş uzanır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Özet

Akılda kalacak noktalar

Boussinesq: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/(2\pi L^5) = (P/z^2)\,I_1$, $I_1 = (3/2\pi)\,/\,[(r/z)^2 + 1]^{5/2}$; $\Delta\sigma_z$ ne μ'ye ne E'ye bağlıdır; $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ μ'ye bağlıdır

Örnek (P = 5 kN, A (3 ; 4 ; 6)): r = 5 m; L = 7,810 m; r/z = 0,8333; I_1 = 0,12775; **$\Delta\sigma_z$ = 0,01774 kPa**; μ = 0,5 için $\Delta\sigma_x$ = 0,00444, $\Delta\sigma_y$ = 0,00789 kPa

Derinlik: aynı r = 5 m için en büyük gerilme z = r√(3/2) = 6,12 m'dedir; **yük ekseni altında** $\Delta\sigma_z$ = 0,4775 P/z² (z iki katına çıkınca dörtte bir)

Süperpozisyon: her yük kendi r_k ve L_k değerleriyle tek başına alınır, gerilmeler toplanır (örnekte 0,01774 + 0,02522 = 0,04296 kPa)

Basınç soğanı: eşit $\Delta\sigma_z$ çizgileri $r = \sqrt{[(3Pz^3/(2\pi\Delta\sigma_z))^{2/5} - z^2]}$; P = 100 kN için 1 kPa çizgisi 6,91 m derinlikte eksene kapanır

Kaynaklar

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modül P = 5 kN yükü ve A (3 ; 4 ; 6) noktasıyla açılır.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Kendi tekil yüklerinizi, noktanızı ve Poisson oranını GeoTerva'da girin; modül $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ değerlerini, derinlik profilini, eş gerilme eğrilerini, adım adım çözümü ve raporu birlikte verir.

Modülü açın →

Teori sayfası →

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.

Derslerinizde kullanmak isterseniz: info@geoterva.com