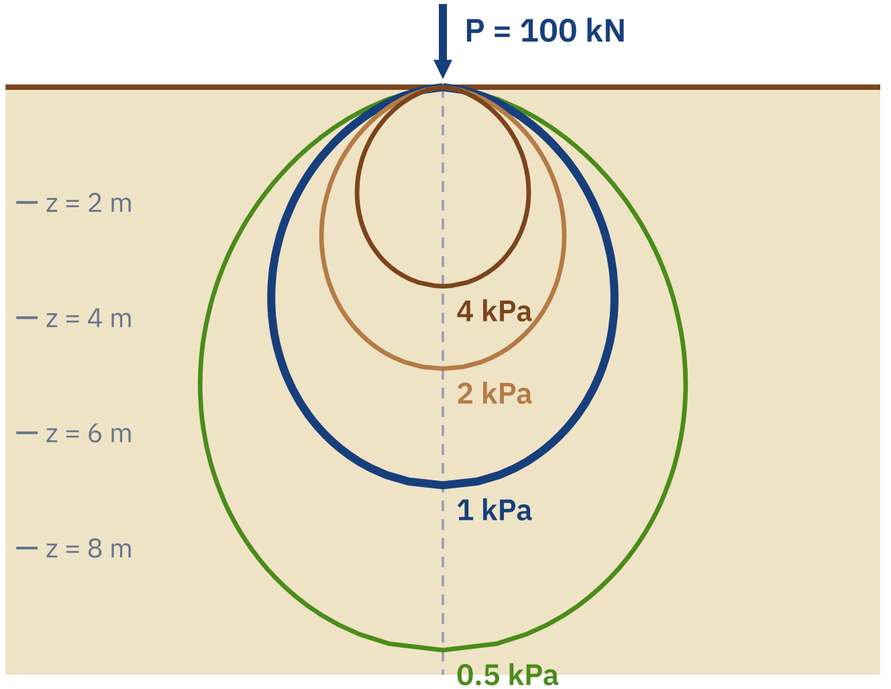
Apresentação de aula de geotecnia · Distribuição de tensões no solo

Tensão sob uma carga pontual (Boussinesq)

Aula: tensões produzidas no solo por uma carga pontual vertical na superfície; o ponto inicial é resolvido à mão do início ao fim, e os perfis em profundidade e laterais, em tabelas.

- Solução de Boussinesq
- Fator de influência I_1
- Tensões horizontais
- Superposição
- Bulbos de pressões



Introdução

O que veremos nesta aula?

As três tensões normais em um ponto devidas a uma **carga pontual vertical** na superfície de um meio semi-infinito, homogêneo, isotrópico e linearmente elástico: $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$

A tensão vertical **não depende de μ nem do módulo de elasticidade**; as tensões horizontais dependem de μ

Fator de influência I_1: $\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$ e a dependência de I_1 apenas de r/z

Superposição: soma das tensões de várias cargas pontuais; **curvas de isotensão** (bulbos de pressão) e $0.4775\ P/z^2$ sob o eixo da carga

O ponto inicial do módulo **de ponta a ponta, à mão**; variação com a profundidade e lateral, tensões horizontais em tabelas

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: fórmula e justificativa

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Exemplo: P = 5 kN; ponto A: x = 3 m, y = 4 m, z = 6 m (r = 5 m); μ = 0.5.

Meio semi-infinito de Boussinesq

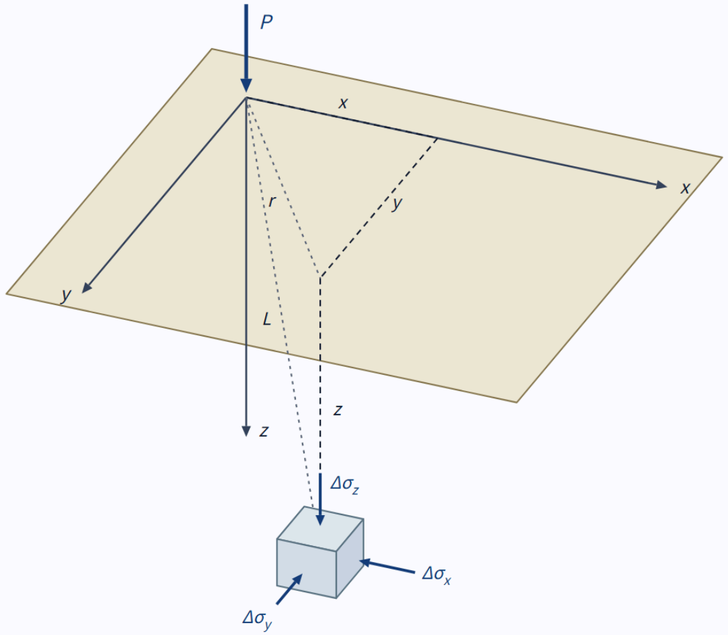
TEORIA

Boussinesq (1883) resolveu as tensões produzidas, em meio homogêneo, elástico e isótropo, por uma carga pontual atuando na superfície de um semiespaço infinito.

De acordo com as hipóteses da solução, o solo é um **meio semi-infinito**: estende-se sem limite lateralmente e para baixo, sob uma superfície plana.

O meio é homogêneo, isotrópico e linearmente elástico; é definido pelo **coeficiente de Poisson** μ, e o módulo de elasticidade não aparece nas tensões.

A carga **P** é uma carga pontual vertical atuante na superfície; as tensões obtidas são os acréscimos causados pela carga, e as tensões devidas ao peso próprio do solo somam-se a elas.



Três tensões normais no ponto

TEORIA

Com as coordenadas da figura (**r** = distância horizontal do ponto ao eixo da carga, **L** = distância do ponto à carga), as tensões normais no ponto são:

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3x^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{x^2-y^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{y^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3y^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{y^2-x^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{x^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2},\ \ L = \sqrt{r^2+z^2}$$

Efeito do coeficiente de Poisson

TEORIA

As **tensões horizontais** dependem do coeficiente de Poisson μ; já a **tensão vertical** não depende nem de μ nem do módulo de elasticidade.

Para μ = 0.5 (sem variação de volume, argila não drenada), os termos entre colchetes se anulam, e resulta $\Delta\sigma_x = 3P\,x^2z/(2\pi L^5)$, $\Delta\sigma_y = 3P\,y^2z/(2\pi L^5)$.

No eixo da carga (r = 0), ambas as tensões horizontais tendem a $-P(1-2\mu)/(4\pi\,z^2)$; trata-se de uma pequena redução.

$$\mu = 0.5: \qquad \Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2z}{2\pi L^5}, \qquad \Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2z}{2\pi L^5}$$

$$r = 0: \qquad \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P\,(1-2\mu)}{4\pi z^2}$$

$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$

TEORIA

Como $L^2 = z^2[(r/z)^2 + 1]$, a equação pode ser escrita com um coeficiente que depende apenas de r/z.

O fator de influência I_1 depende apenas de r/z; por isso, uma única tabela ou curva serve para qualquer P e qualquer z.

$$L^2 = z^2\left[(r/z)^2 + 1\right]$$

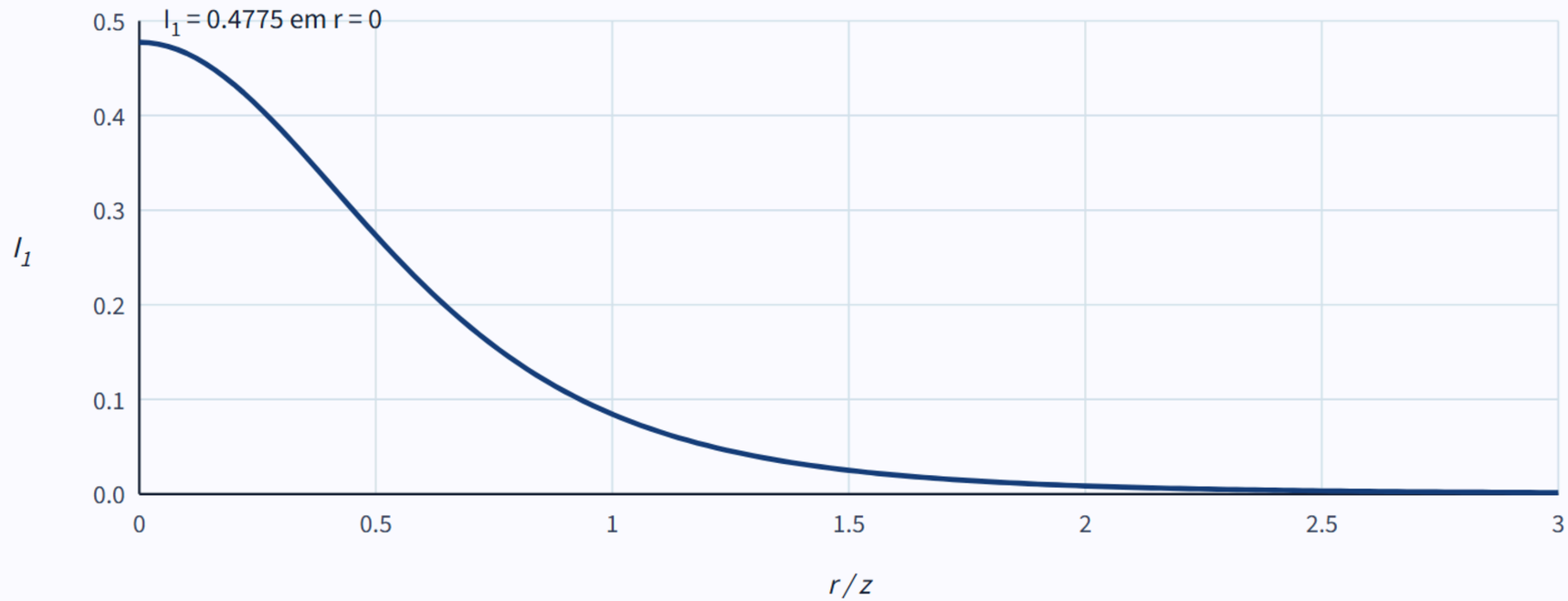
$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}\, I_1 \qquad I_1 = \frac{3}{2\pi}\,\frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}}$$

VALORES DE I_1 (MÓDULO)

r/z	I_1	r/z	I_1
0.0	0.4775	1.0	0.0844
0.1	0.4657	1.2	0.0513
0.2	0.4329	1.4	0.0317
0.3	0.3849	1.6	0.0200
0.4	0.3295	1.8	0.0129
0.5	0.2733	2.0	0.0085
0.6	0.2214	2.5	0.0034
0.7	0.1762	3.0	0.0015
0.8	0.1386	4.0	0.0004
0.9	0.1083	5.0	0.0001

I_1 e r/z

TEORIA



O fator de influência I1 em função de r/z. É máximo no eixo da carga, 3/(2π) = 0.4775, cai para 0.0844 em r/z = 1 e fica abaixo de 0.002 para r/z > 3.

Superposição

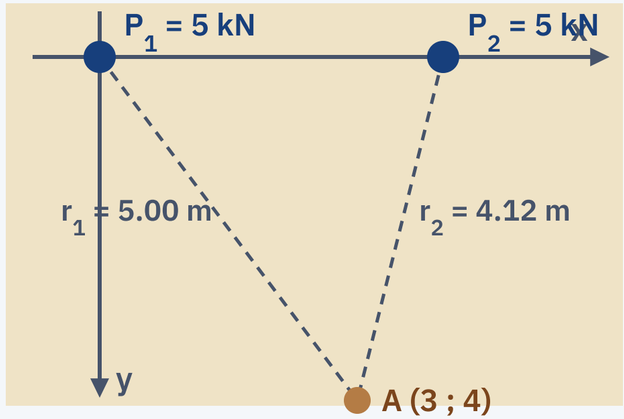
TEORIA

Para várias cargas pontuais sobre um solo elástico linear, as tensões são somadas por superposição: $\Delta\sigma_z = \Sigma\Delta\sigma_{z,k}$, $\Delta\sigma_x = \Sigma\Delta\sigma_{x,k}$, $\Delta\sigma_y = \Sigma\Delta\sigma_{y,k}$.

Cada carga é considerada isoladamente e o ponto é tomado a uma distância $(x - x_{L,k}, y - y_{L,k})$ dela; assim, r_k e L_k são os valores da própria carga.

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \frac{3P_k}{2\pi}\,\frac{z^3}{L_k^5}, \qquad L_k = \sqrt{(x - x_{L,k})^2 + (y - y_{L,k})^2 + z^2}$$

O módulo aceita no máximo oito cargas e duas delas não podem ocupar a mesma posição; as linhas de isotensão na vista em corte são traçadas no plano vertical $y = y_A$.



Bulbos de tensão de uma carga pontual

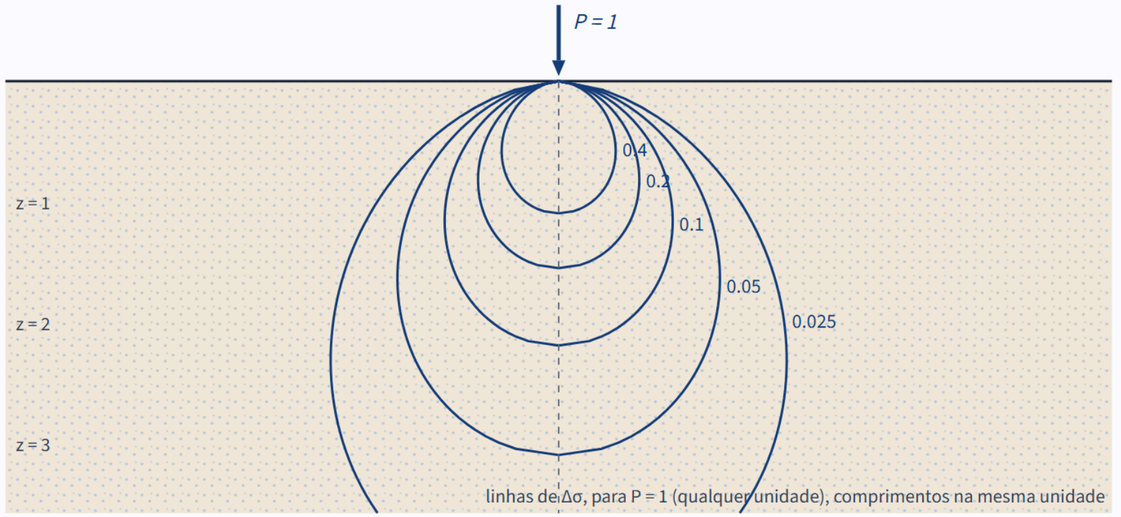
TEORIA

Unindo os pontos de igual valor de $\Delta\sigma_z$, obtêm-se curvas de igual tensão em forma de bulbo.

Ao longo do eixo da carga, a tensão diminui com o quadrado da profundidade: $\Delta\sigma_z = 0.4775\ P/z^2$.

Na região muito próxima da carga, a solução fornece tensões muito grandes: uma carga real nunca é pontual.

$$r = \sqrt{\left(\frac{3P\,z^3}{2\pi\,\Delta\sigma_z}\right)^{2/5} - z^2}$$



Enunciado

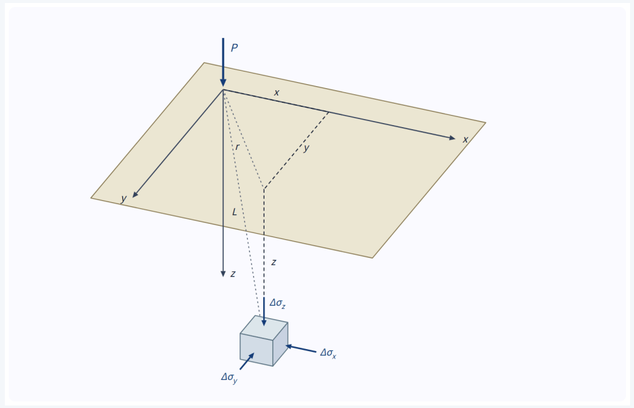
EXEMPLO

Dados

Carga	**carga pontual vertical $P = 5$ kN, na superfície, na origem das coordenadas**
Ponto A	$x = 3$ m, $y = 4$ m, $z = 6$ m
Solo	**meio semi-infinito homogêneo e elástico;** $\mu = 0.5$

PEDE-SE

r, **L**, **r/z**, o fator de influência $\mathbf{I_1}$ e o acréscimo de tensão vertical $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; verificação direta do resultado pela equação.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Distância horizontal r, distância à carga L e r/z

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \mathbf{5}\ \text{m} \qquad L = \sqrt{r^2 + z^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \mathbf{7.810}\ \text{m}$$

$$r/z = 5/6 = \mathbf{0.8333}$$

2 Fator de influência I_1

$$I_1 = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}} = \frac{0.47746}{\left[0.8333^2 + 1\right]^{2.5}}$$

$$I_1 = \frac{0.47746}{1.6944^{2.5}} = \frac{0.47746}{3.7374} = \mathbf{0.12775}$$

O ponto está a **5 m** do eixo da carga e a **6 m** de profundidade; como r/z = 0.8333, I_1 equivale a 0.27 do valor sob o eixo da carga (0.4775).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Acréscimo de tensão vertical

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{5}{6^2}\,(0.12775) = 0.13889\,(0.12775) = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

4 Verificação: equação direta de Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3(5)(6^3)}{2\pi\,(7.810)^5}$$

$$= \frac{3{,}240}{2\pi\,(29{,}062)} = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0.01774 kPa (I_1 = 0.12775). Como a carga é pequena, a tensão também é pequena; o módulo fornece o mesmo valor neste ponto.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

PEDE-SE

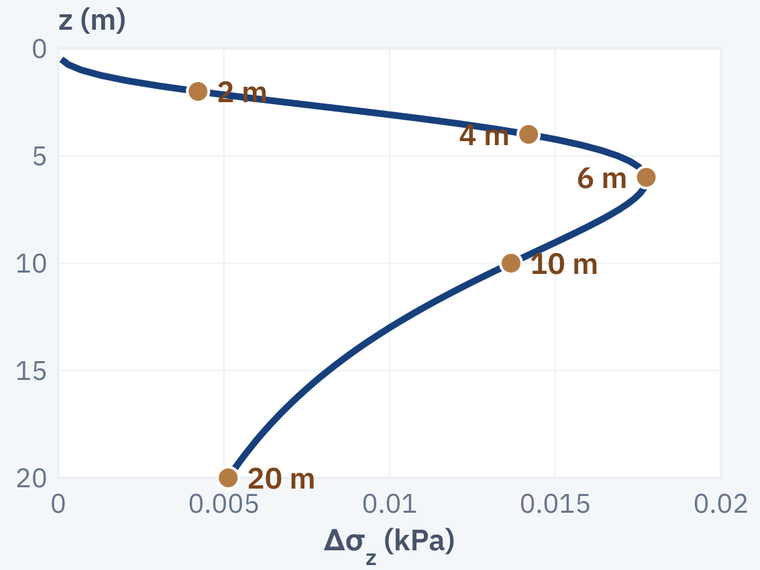
Para cada profundidade, **r/z**, $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{\Delta\sigma_z}$;

comparação com 0.4775 P/z² sob o eixo da carga;

profundidade em que a tensão é máxima.

Dados

Carga e ponto	$P = 5$ **kN;** $x = 3$ **m,** $y = 4$ **m, portanto** $r = 5$ **m (o mesmo em todas as profundidades)**
Profundidades	$z = 2; 4; 6; 10; 20$ **m**



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 z = 2 m (r = 5 m): r/z = 2.5

$$I_1 = \frac{0.47746}{\left[2.50^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{141.529} = 0.00337$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0.00337) = \mathbf{0.00422}\ \mathrm{kPa}$$

2 z = 4 m (r = 5 m): r/z = 1.25

$$I_1 = \frac{0.47746}{\left[1.25^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{10.511} = 0.04542$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{4^2}\,(0.04542) = \mathbf{0.01419}\ \mathrm{kPa}$$

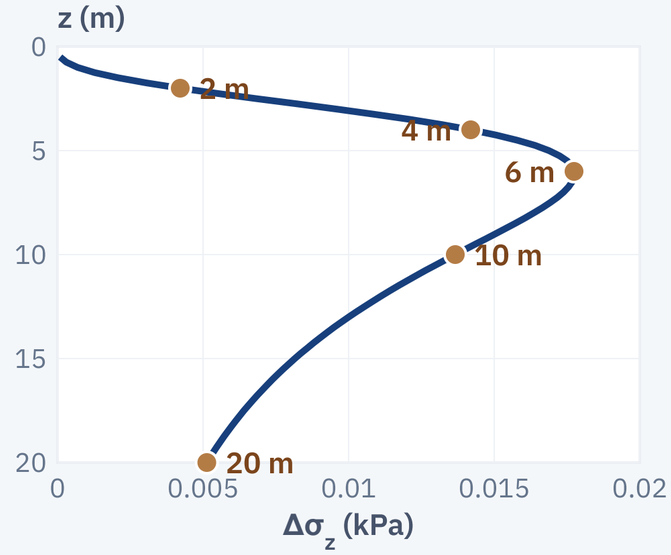
Para o mesmo r = 5 m, à medida que z aumenta, r/z diminui e I_1 aumenta; mas P/z² diminui. O produto primeiro aumenta e depois diminui: 0.00422 em z = 2 m e 0.01419 kPa em z = 4 m.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

z (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	0.4775 P/z² (kPa)
2	2.500	0.0034	0.00422	0.59683
4	1.250	0.0454	0.01419	0.14921
6	0.833	0.1278	**0.01774**	0.06631
10	0.500	0.2733	0.01367	0.02387
20	0.250	0.4103	0.00513	0.00597

A tensão máxima ocorre na profundidade $z = r\sqrt{(3/2)}$ = **6.12 m** (0.01775 kPa); z = 6 m é muito próximo dessa profundidade (ponto inicial do módulo). A 5 m do eixo, a tensão em pequenas profundidades é muito menor que a existente sob o eixo da carga e se aproxima dela com o aumento da profundidade (z = 20 m: 0.00513 e 0.00597 kPa).



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

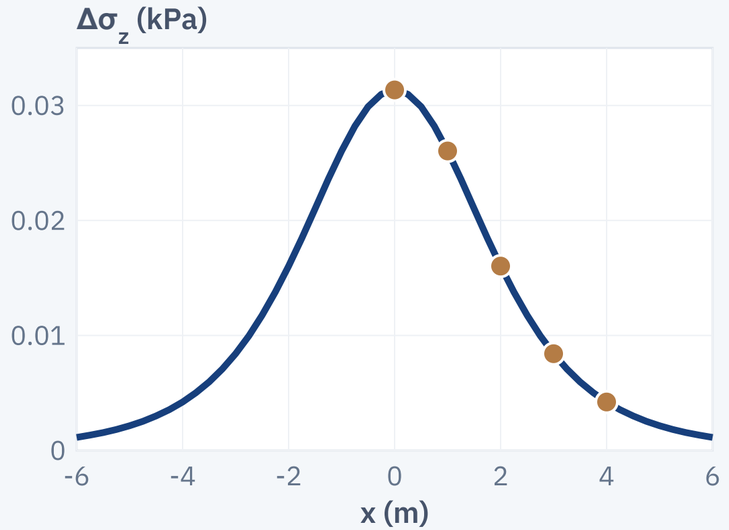
EXEMPLO

Dados

Carga	$P = 5$ **kN, na origem das coordenadas**
Pontos	$z = 2$ **m,** $y = 3$ **m;** $x = 0, 1, 2, 3, 4$ **m**
Solo	$\mu = 0.5$ **(tensão vertical independente de** μ**)**

PEDE-SE

Para cada ponto, **r**, **r/z**, $\mathbf{I_1}$ e $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; razão entre o valor sob a carga (x = 0) e o valor mais distante (x = 4 m).



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Distância horizontal e r/z (x = 2 m, y = 3 m)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = \mathbf{3.606}\ \text{m}$$

$$\frac{r}{z} = \frac{3.606}{2} = \mathbf{1.8028} \qquad \left(\frac{r}{z}\right)^2 + 1 = 4.250$$

2 Fator de influência e tensão

$$I_1 = \frac{0.47746}{4.250^{2.5}} = \frac{0.47746}{37.237} = 0.01282$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0.01282) = \mathbf{0.01603}\ \text{kPa}$$

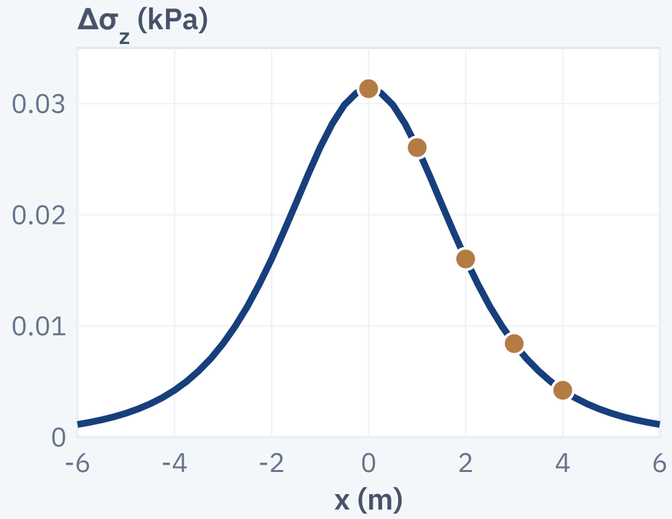
Em x = 2 m, r = 3.606 m, r/z = 1.803, **$\Delta\sigma_z$ = 0.01603 kPa**. Os demais valores de x obtêm-se com as mesmas três etapas (tabela na página seguinte).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

x (m)	r (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
0	3.000	1.500	0.0251	0.03134
1	3.162	1.581	0.0208	0.02604
2	3.606	1.803	0.0128	**0.01603**
3	4.243	2.121	0.0067	0.00841
4	5.000	2.500	0.0034	0.00422

No ponto sob a carga (x = 0, r = 3 m), **0.03134 kPa**; em x = 4 m (r = 5 m), **0.00422 kPa**: razão 7.4. Na mesma profundidade, a tensão diminui rapidamente à medida que a distância horizontal aumenta; a curva é máxima em torno de x = 0 (como y = 3 m, a carga ainda está a 3 m de distância).



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

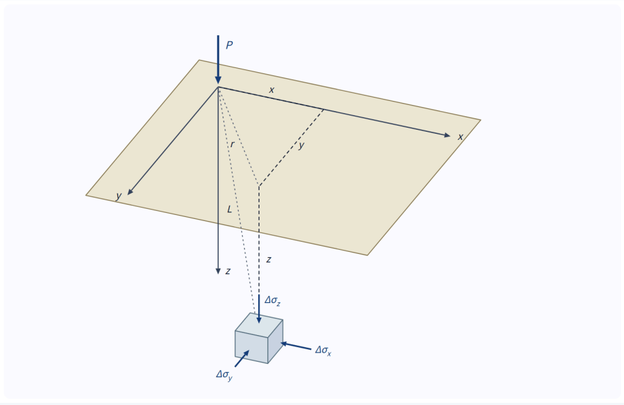
EXEMPLO

Dados

Carga e ponto	$P = 5$ **kN; A:** $x = 3$ **m,** $y = 4$ **m,** $z = 6$ **m (** $r = 5$ **m,** $L = 7.810$ **m)**
Coeficiente de Poisson	$\mu = 0.5; 0.3; 0.2; 0$

PEDE-SE

$\Delta\sigma_x$ e **$\Delta\sigma_y$** (à mão, com a equação abreviada para μ = 0.5 e com a equação completa para μ = 0.3); efeito de μ sobre a tensão vertical.



Solução (1/3)

SOLUÇÃO

1 L^5 (L = 7,810 m)

$$L^5 = 61^{2.5} = 29{,}062\ \text{m}^5 \qquad 2\pi L^5 = 182{,}602$$

2 μ = 0.5: os termos entre colchetes se anulam

$$\Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(3^2)(6)}{182{,}602} = \frac{810}{182{,}602} = \mathbf{0.00444}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(4^2)(6)}{182{,}602} = \frac{1{,}440}{182{,}602} = \mathbf{0.00789}\ \text{kPa}$$

Verificação: para μ = 0.5, $\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y = 3P\ r^2 z/(2\pi L^5) = 0.00444 + 0.00789 =$ **0.01232 kPa**; ambos são valores fornecidos pelo módulo.

Solução (2/3)

SOLUÇÃO

3 Termos da equação completa (x = 3, y = 4, z = 6, r² = 25, L = 7.810)

$$\frac{3x^2 z}{L^5} = \frac{162}{29{,}062} = 0.005574 \qquad \frac{3y^2 z}{L^5} = \frac{288}{29{,}062} = 0.009910$$

$$\frac{x^2 - y^2}{L\,r^2(L+z)} = \frac{-7}{2{,}696.5} = -0.002596 \qquad \frac{y^2 z}{L^3 r^2} = \frac{96}{11{,}910.6} = 0.008060$$

$$\frac{x^2 z}{L^3 r^2} = \frac{54}{11{,}910.6} = 0.004534$$

4 μ = 0.3: 1 − 2μ = 0.4

$$\Delta\sigma_x = \frac{5}{2\pi}\left[0.005574 - 0.4\,(-0.002596 + 0.008060)\right] = \mathbf{0.00270}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{5}{2\pi}\left[0.009910 - 0.4\,(0.002596 + 0.004534)\right] = \mathbf{0.00562}\ \text{kPa}$$

Solução (3/3)

SOLUÇÃO

μ	$\Delta\sigma_x$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_y$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_z$ (10^{-3} kPa)
0.5	4.436	7.886	17.744
0.3	2.697	5.617	17.744
0.2	1.827	4.482	17.744
0.0	0.088	2.212	17.744

$\Delta\sigma_z$ não depende de μ ($17.744 \cdot 10^{-3}$ kPa é igual em todas as linhas); as tensões horizontais diminuem à medida que μ diminui: $\Delta\sigma_x = 4.436$ em $\mu = 0.5$, $2.697 \cdot 10^{-3}$ kPa em $\mu = 0.3$. Neste ponto as três tensões são de compressão.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

EXEMPLO

Dados

Carga	$P = 100$ **kN, carga pontual vertical**
Pontos	**sobre o eixo da carga,** $z = 1; 2; 3; 5; 10$ **m**
Solo	$\mu = 0.3$

PEDE-SE

Para cada profundidade, $\Delta\sigma_z$ ($I_1 = 3/(2\pi)$ para r = 0) e as tensões horizontais $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$.

Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Tensão vertical (r = 0 ⇒ r/z = 0 ⇒ $I_1 = 3/(2\pi) = 0.4775$)

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{100}{2^2} (0.4775) = \mathbf{11.937}\ \mathrm{kPa}$$

2 Tensões horizontais (valor-limite para r = 0, μ = 0.3)

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P(1-2\mu)}{4\pi z^2} = -\frac{100\,(0.4)}{4\pi\,(2^2)} = -\mathbf{0.796}\ \mathrm{kPa}$$

Em z = 2 m, sobre o eixo, **$\Delta\sigma_z$ = 11.937 kPa**; as tensões horizontais são **negativas** (–0.796 kPa): uma pequena redução. É cerca de 15 vezes menor que a tensão vertical.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

z (m)	$\Delta\sigma_z = 0.4775\ P/z^2$ (kPa)	$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$ (kPa)	Razão $\Delta\sigma_z$ (z = 1 m = 1)
1	47.746	−3.183	1.0000
2	11.937	−0.796	0.2500
3	5.305	−0.354	0.1111
5	1.910	−0.127	0.0400
10	0.477	−0.032	0.0100

Quando a profundidade **dobra, a tensão cai para um quarto** (z = 1 → 2 m: 47.75 → 11.94 kPa). Como as tensões são acréscimos, somam-se à tensão devida ao peso próprio do solo: por exemplo, se γ = 18 kN/m³, em z = 2 m tem-se σ_{v0} = 36 kPa e a tensão vertical após o carregamento é 47.94 kPa.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

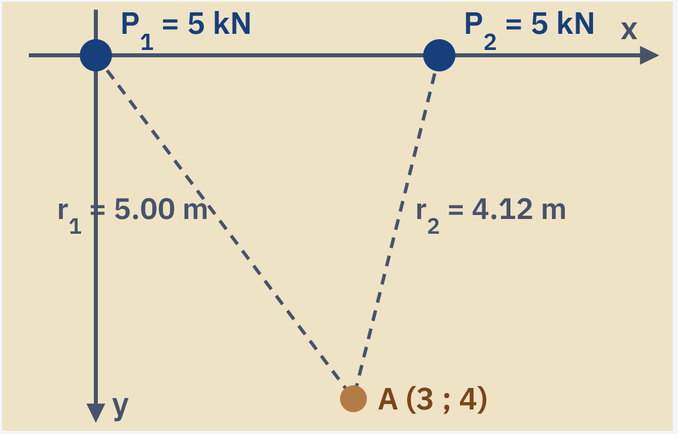
EXEMPLO

Dados

Cargas	$P_1 = 5$ **kN no ponto** $(0; 0)$**;** $P_2 = 5$ **kN no ponto** $(4; 0)$
Ponto A	$x = 3$ **m,** $y = 4$ **m; profundidade** $z = 6$ **m (depois** 2**;** 4**;** 10**;** 20 **m)**
Solo	$\mu = 0.5$

PEDE-SE

O valor de $\Delta\sigma_z$ de cada carga e o total; $\Delta\sigma_x$ e $\Delta\sigma_y$ totais; perfil em profundidade.



Solução (1/3)

SOLUÇÃO

1 Carga 1 (no início): a mesma do Exemplo 1

$$r_1 = 5\ \text{m}, \quad \frac{r_1}{z} = 0.8333, \quad I_{1,1} = 0.12775 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,1} = \frac{5}{36}(0.12775) = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

2 Carga 2 (no ponto (4 ; 0)): distância de A até ela (−1 ; 4) m

$$r_2 = \sqrt{(3-4)^2 + 4^2} = \sqrt{17} = 4.123\ \text{m}, \qquad \frac{r_2}{z} = 0.6872$$

$$I_{1,2} = \frac{0.47746}{\left[0.6872^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{2.6299} = 0.18155$$

$$\Delta\sigma_{z,2} = \frac{5}{6^2}\,(0.18155) = \mathbf{0.02522}\ \text{kPa}$$

Como a carga 2 está mais próxima de A (4.12 m) do que a carga 1 (5 m), produz uma tensão maior.

Solução (2/3)

SOLUÇÃO

3 Tensão vertical: superposição

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z,1} + \Delta\sigma_{z,2} = 0.01774 + 0.02522 = \mathbf{0.04296}\ \text{kPa}$$

4 Tensões horizontais (μ = 0.5): para a carga 2, x = −1, y = 4 (a partir da sua própria distância)

$$\Delta\sigma_{x,2} = \frac{3(5)(1)(6)}{2\pi\,(53)^{2.5}} = 0.000700 \qquad \Delta\sigma_{y,2} = \frac{3(5)(16)(6)}{2\pi\,(53)^{2.5}} = 0.011207$$

$$\Delta\sigma_x = 0.004436 + 0.000700 = \mathbf{0.00514} \qquad \Delta\sigma_y = 0.007886 + 0.011207 = \mathbf{0.01909}\ \text{kPa}$$

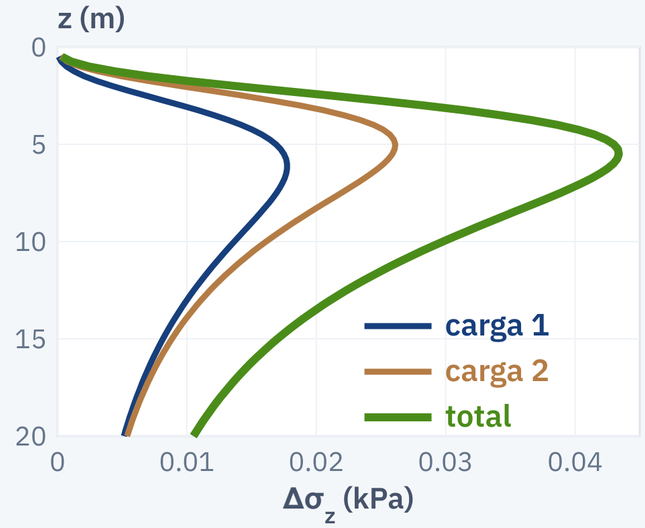
$\Delta\sigma_z$ = 0.04296 kPa, $\Delta\sigma_x$ = 0.00514, $\Delta\sigma_y$ = 0.01909 kPa; em solo linearmente elástico, as tensões das cargas se somam.

Solução (3/3)

SOLUÇÃO

z (m)	r_1/z	$\Delta\sigma_{z,1}$	r_2/z	$\Delta\sigma_{z,2}$	$\Delta\sigma_z$ total (kPa)
2	2.500	0.00422	2.062	0.00945	0.01367
4	1.250	0.01419	1.031	0.02442	0.03862
6	0.833	0.01774	0.687	0.02522	**0.04296**
10	0.500	0.01367	0.412	0.01612	0.02979
20	0.250	0.00513	0.206	0.00538	0.01051

Em cada profundidade, o total é a soma das duas cargas; o maior total ocorre em torno de z ≈ 5 m (z = 4 m: 0.03862, z = 6 m: 0.04296 kPa). A carga 2 contribui mais que a carga 1 em todas as profundidades.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

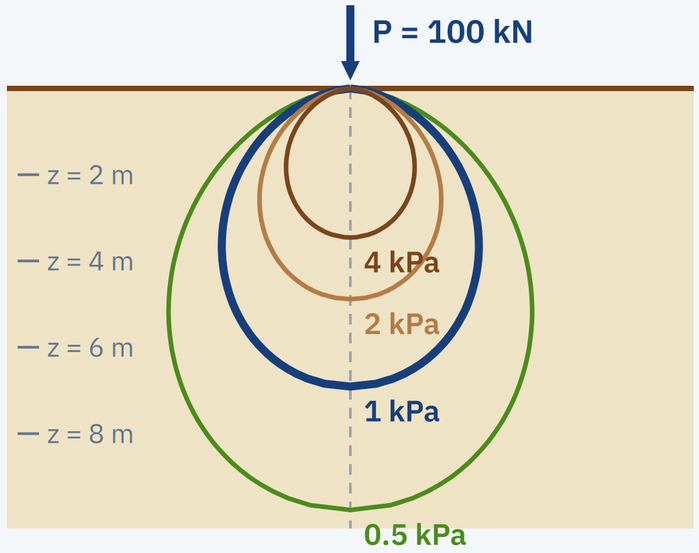
EXEMPLO

Dados

Carga	$P = 100$ **kN, carga pontual vertical**
Linha	**Pontos iguais a** $\Delta\sigma_z = 1$ **kPa;** $z = 1$ **– 6 m**
Linhas adicionais	0.5**;** 2**;** 4 **kPa (figura)**

PEDE-SE

Em cada profundidade, a distância da curva ao eixo da carga é **r**; a profundidade em que a curva se fecha sobre o eixo; a verificação de que o valor de r de fato resulta em $\Delta\sigma_z$ = 1 kPa.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Resolvendo-se a equação para r: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/[2\pi(r^2 + z^2)^{5/2}] = 1$

$$r = \sqrt{\left(\frac{3(100)(4^3)}{2\pi\,(1)}\right)^{0.4} - 4^2} = \sqrt{(3{,}055.8)^{0.4} - 16}$$

$$r = \sqrt{24.777 - 16} = \mathbf{2.963}\ \mathrm{m}$$

2 Verificação: equação de Boussinesq com o r encontrado

$$\Delta\sigma_z = \frac{3(100)}{2\pi}\,\frac{4^3}{(2.963^2 + 4^2)^{5/2}} = \mathbf{1.000}\ \mathrm{kPa}$$

Em z = 4 m, a curva de 1 kPa está a **2.963 m** do eixo da carga; ao substituir o valor de r encontrado na equação de Boussinesq, obtém-se exatamente $\Delta\sigma_z$ = 1 kPa (as demais profundidades na página seguinte).

Solução (2/2)

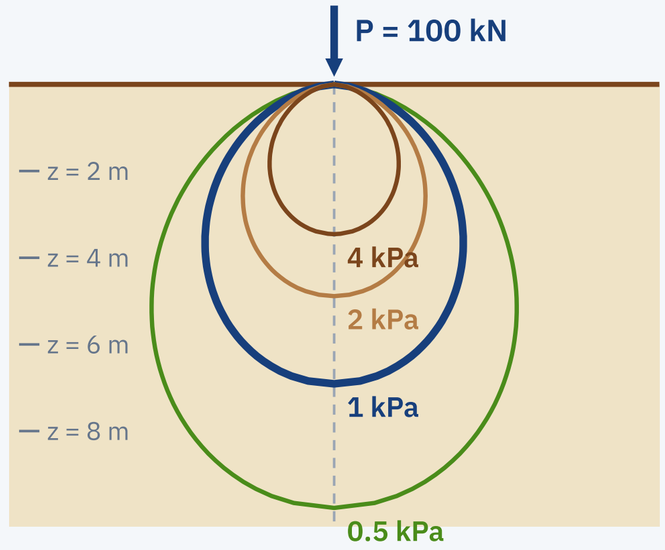
SOLUÇÃO

3 Profundidade em que a linha se fecha no eixo (r = 0)

$$z_{axis} = \sqrt{\frac{3P}{2\pi\,\Delta\sigma_z}} = \sqrt{\frac{3(100)}{2\pi(1)}} = \sqrt{47.75} = \mathbf{6.91}\ \text{m}$$

z (m)	r (m)	Largura 2r (m)	$\Delta\sigma_z$ por Boussinesq (kPa)
1	1.922	3.84	1.000
2	2.605	5.21	1.000
3	2.923	5.85	1.000
4	2.963	5.93	1.000
5	2.717	5.43	1.000
6	2.075	4.15	1.000

A curva de 1 kPa começa na superfície, no ponto de aplicação da carga, atinge a maior largura (r ≈ 2.98 m) na profundidade z ≈ 3.65 m e se fecha no eixo na profundidade de 6.91 m; as curvas das tensões menores estendem-se mais fundo e com maior largura.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Resumo

Pontos-chave

Boussinesq: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/(2\pi L^5) = (P/z^2)\,I_1$, $I_1 = (3/2\pi) / [(r/z)^2 + 1]^{5/2}$; $\Delta\sigma_z$ não depende de μ nem de E; $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ dependem de μ

Exemplo (P = 5 kN, A (3 ; 4 ; 6)): r = 5 m; L = 7.810 m; r/z = 0.8333; $I_1 = 0.12775$; **$\Delta\sigma_z = 0.01774$ kPa**; para μ = 0.5, $\Delta\sigma_x = 0.00444$, $\Delta\sigma_y = 0.00789$ kPa

Profundidade: para o mesmo r = 5 m, a maior tensão ocorre em $z = r\sqrt{(3/2)} = 6.12$ m; **sob o eixo da carga**, $\Delta\sigma_z = 0.4775\,P/z^2$ (quando z dobra, a tensão reduz-se a um quarto)

Superposição: cada carga é considerada isoladamente, com seus próprios valores de r_k e L_k, e as tensões são somadas (no exemplo, 0.01774 + 0.02522 = 0.04296 kPa)

Bulbo de pressões: curvas de igual $\Delta\sigma_z$, $r = \sqrt{[(3Pz^3/(2\pi\Delta\sigma_z))^{2/5} - z^2]}$; para P = 100 kN, a curva de 1 kPa se fecha sobre o eixo à profundidade de 6.91 m

Referências bibliográficas

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram gerados com o motor de cálculo do próprio módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O exemplo inicial do módulo tem a carga P = 5 kN e o ponto A (3 ; 4 ; 6).

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva as cargas pontuais, o ponto de interesse e o coeficiente de Poisson; o módulo fornece os valores de $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$ e $\Delta\sigma_y$, o perfil em profundidade, as curvas de isotensão, a solução passo a passo e o relatório.

Abrir o módulo → | **Página de teoria →**

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.