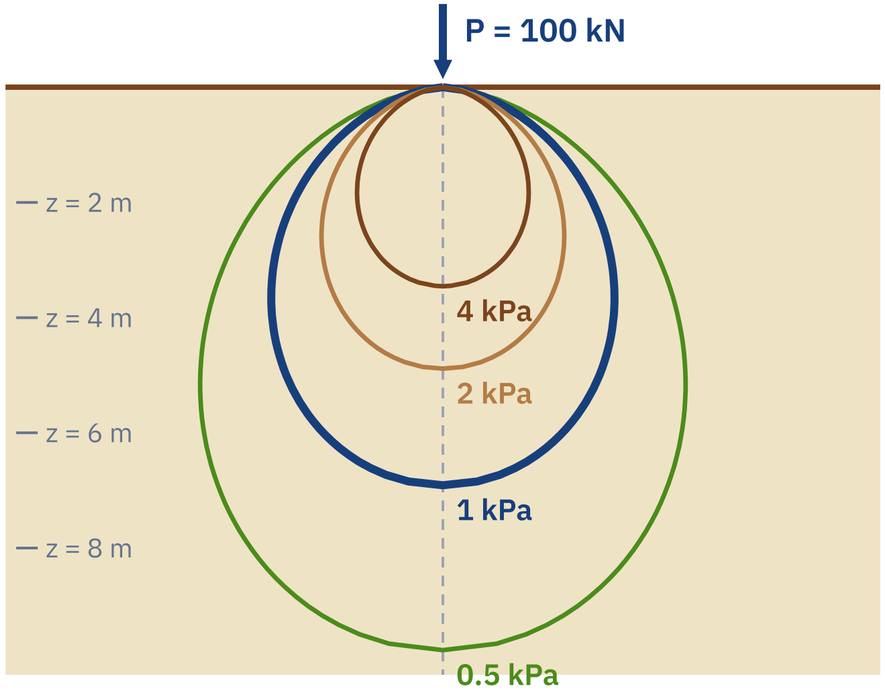
GeoTerva

지반공학 강의 자료 · 지반 내 응력분포

집중하중 아래의 응력 (Boussinesq)

강의: 지표면의 연직 집중하중이 지반에 일으키는 응력; 초기 지점은 처음부터 끝까지 손계산으로, 깊이 방향과 횡방향 분포는 표로 다룬다.

Boussinesq 해 | 영향계수 I_1 | 수평응력 | 중첩 | 압력구근



개요

이 강의에서 다루는 내용

반무한, 균질, 등방, 선형 탄성 매질의 표면에 작용하는 **연직 집중하중**에 의해 한 점에 생기는 세 수직응력: **$\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$**

연직응력이 **μ와 탄성계수에 의존하지 않는다는 점**과 수평응력은 μ에 의존한다는 점

영향계수 I_1: $\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$ 및 I_1이 r/z에만 의존한다는 점

중첩: 여러 집중하중에 의한 응력의 합산; **등응력선**(압력구근)과 하중 축 아래의 $0.4775\ P/z^2$

모듈의 초기 지점을 **처음부터 끝까지 수계산**하기; 깊이와 수평 방향 변화, 수평응력은 표로

강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제: P = 5 kN; 점 A: x = 3 m, y = 4 m, z = 6 m (r = 5 m); μ = 0.5.

Boussinesq 반무한 매질

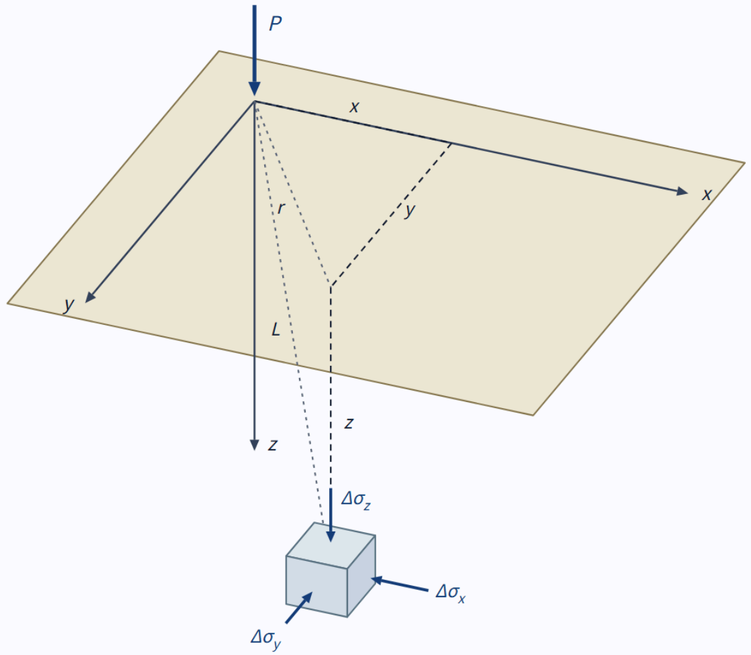
이론

Boussinesq(1883)는 반무한 매질의 표면에 작용하는 집중하중이 균질, 탄성, 등방성 매질에서 일으키는 응력을 풀이하였다.

해의 가정에 따르면 지반은 **반무한 매질**이다: 평면 지표 아래에서 측방과 하방으로 한없이 뻗어 있다.

매질은 균질, 등방이며 선형 탄성이다; **포아송비** μ로 정의되며 탄성계수는 응력식에 나타나지 않는다.

P 하중은 표면에 작용하는 연직 집중하중이다; 구한 응력은 하중으로 인한 증가량이며, 지반 자중에 의한 응력은 여기에 더해진다.



한 지점의 세 수직응력

이론

그림의 좌표(**r** = 점의 하중 축으로부터의 수평 거리, **L** = 하중으로부터의 거리)를 사용하면 해당 점의 수직응력은 다음과 같다:

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3x^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{x^2-y^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{y^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3y^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{y^2-x^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{x^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2},\ \ L = \sqrt{r^2+z^2}$$

포아송비의 영향

이론

수평응력은 포아송비 μ에 의존하지만, **연직응력**은 μ에도 탄성계수에도 의존하지 않는다.

μ = 0.5(체적 변화 없음, 비배수 점토)에서는 대괄호 안의 항이 0이 되어 $\Delta\sigma_x = 3P\,x^2z/(2\pi L^5)$, $\Delta\sigma_y = 3P\,y^2z/(2\pi L^5)$가 된다.

하중 축 상(r = 0)에서 두 수평응력은 모두 $-P(1-2\mu)/(4\pi z^2)$ 값에 접근하며, 이는 작은 감소이다.

$$\mu = 0.5: \qquad \Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2 z}{2\pi L^5}, \qquad \Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2 z}{2\pi L^5}$$

$$r = 0: \qquad \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P\,(1-2\mu)}{4\pi z^2}$$

$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$

이론

$L^2 = z^2[(r/z)^2 + 1]$이므로 식은 r/z에만 의존하는 계수로 나타낼 수 있다.

영향계수 I_1은 r/z에만 의존한다; 따라서 하나의 표 또는 곡선을 모든 P와 모든 z에 사용한다.

$$L^2 = z^2\left[(r/z)^2 + 1\right]$$

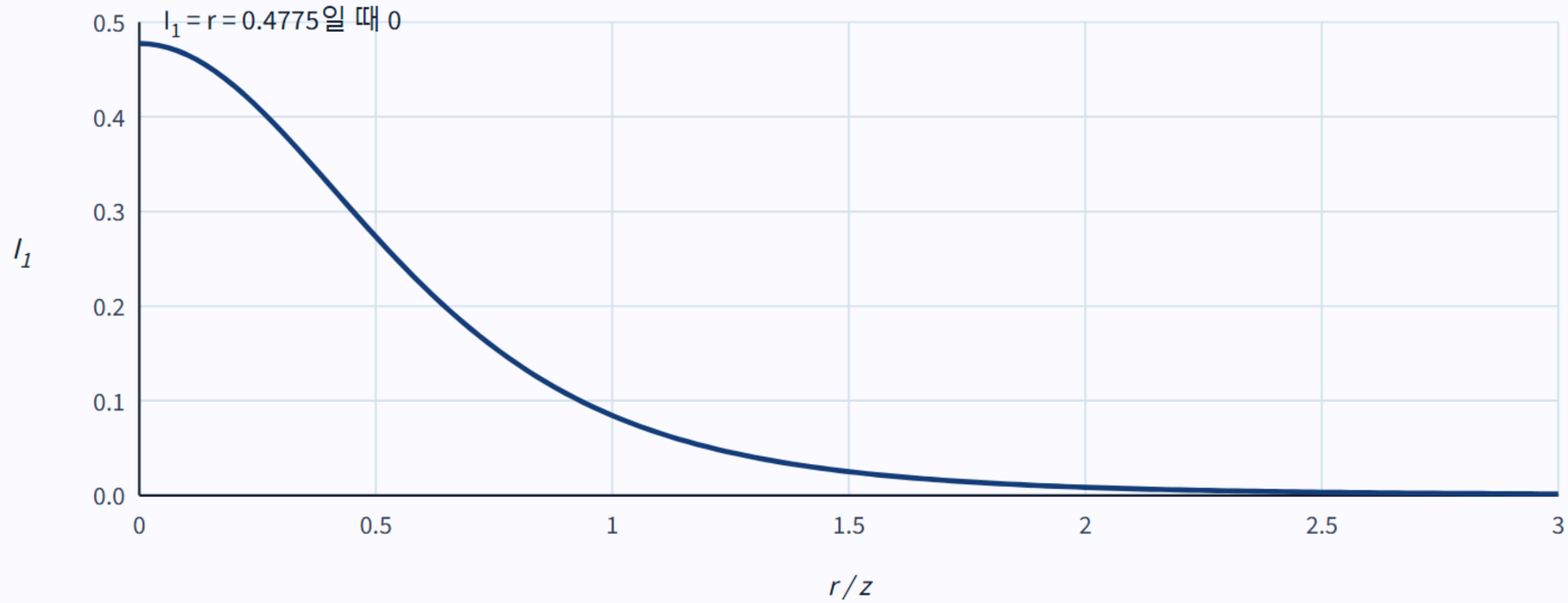
$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 \qquad I_1 = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}}$$

I_1 값 (모듈)

r/z	I_1	r/z	I_1
0.0	0.4775	1.0	0.0844
0.1	0.4657	1.2	0.0513
0.2	0.4329	1.4	0.0317
0.3	0.3849	1.6	0.0200
0.4	0.3295	1.8	0.0129
0.5	0.2733	2.0	0.0085
0.6	0.2214	2.5	0.0034
0.7	0.1762	3.0	0.0015
0.8	0.1386	4.0	0.0004
0.9	0.1083	5.0	0.0001

I_1과 r/z

이론



r/z에 따른 영향계수 I1. 하중 축 상에서 가장 크며(3/(2π) = 0.4775), r/z = 0.0844에서 1로 감소하고 r/z = 0.002 이상에서는 3 미만이 된다.

중첩

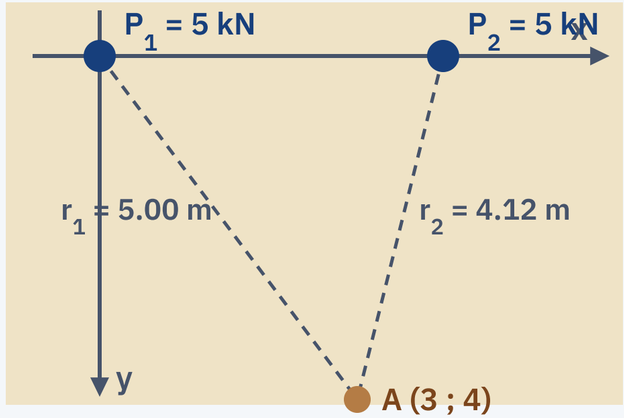
이론

선형 탄성 지반에 여러 개의 집중하중이 작용하는 경우 응력은 중첩의 원리로 합산한다: $\Delta\sigma_z = \Sigma\Delta\sigma_{z,k}$, $\Delta\sigma_x = \Sigma\Delta\sigma_{x,k}$, $\Delta\sigma_y = \Sigma\Delta\sigma_{y,k}$.

각 하중을 독립적으로 다루고, 점은 그 하중으로부터 $(x - x_{L,k}, y - y_{L,k})$만큼 떨어진 위치로 취한다. 따라서 r_k와 L_k는 그 하중 고유의 값이다.

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \frac{3P_k}{2\pi}\,\frac{z^3}{L_k^5}, \qquad L_k = \sqrt{(x - x_{L,k})^2 + (y - y_{L,k})^2 + z^2}$$

모듈은 하중을 최대 8개까지 받으며 두 하중이 같은 위치에 놓일 수 없다; 단면 보기의 등응력선은 연직면 $y = y_A$에 그린다.



집중하중의 응력구근

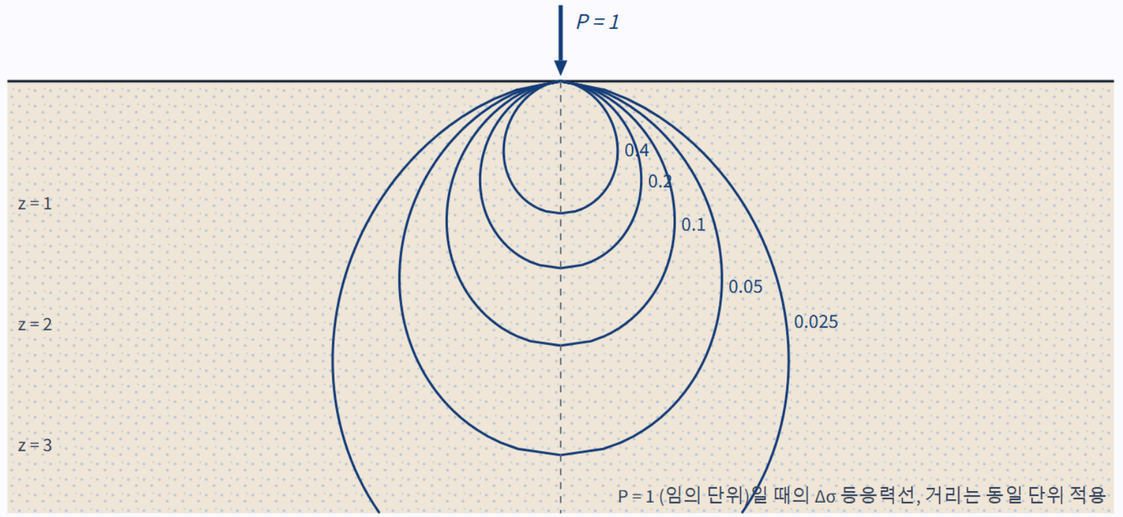
이론

$\Delta\sigma_z$ 값이 같은 점들을 이으면 양파 모양의 등응력선이 얻어진다.

하중 축을 따라 응력은 깊이의 제곱에 반비례하여 감소한다: **$\Delta\sigma_z = 0.4775\ P/z^2$**.

하중에 매우 가까운 영역에서 해는 매우 큰 응력을 준다: 실제 하중은 결코 한 점이 아니다.

$$r = \sqrt{\left(\frac{3P\,z^3}{2\pi\,\Delta\sigma_z}\right)^{2/5} - z^2}$$



문제

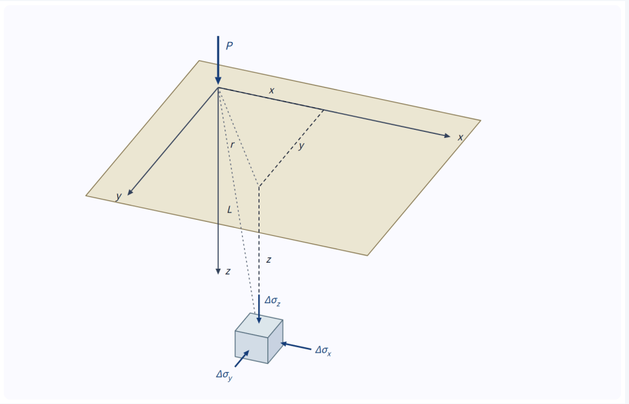
예제

조건

하중	**연직 집중하중 $P = 5$ kN, 지표면 위 좌표 원점**
점 A	$x = 3$ m, $y = 4$ m, $z = 6$ m
지반	**균질한 탄성 반무한체; $\mu = 0.5$**

구하는 값

r, **L**, **r/z**, 영향계수 I_1, 연직응력 증가량 $\Delta\sigma_z$; 결과의 방정식에 의한 직접 검토.



풀이 (1/2)

풀이

1 수평거리 r, 하중까지의 거리 L 및 r/z

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \mathbf{5}\ \text{m} \qquad L = \sqrt{r^2 + z^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \mathbf{7.810}\ \text{m}$$

$$r/z = 5/6 = \mathbf{0.8333}$$

2 영향계수 I_1

$$I_1 = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}} = \frac{0.47746}{\left[0.8333^2 + 1\right]^{2.5}}$$

$$I_1 = \frac{0.47746}{1.6944^{2.5}} = \frac{0.47746}{3.7374} = \mathbf{0.12775}$$

이 점은 하중 축에서 **5 m** 떨어져 있고 깊이는 **6 m**이다. r/z = 0.8333이므로 I_1은 하중 축 아래 값(0.4775)의 0.27배이다.

풀이 (2/2)

풀이

3 수직응력 증가량

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{5}{6^2}\,(0.12775) = 0.13889\,(0.12775) = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

4 검토: Boussinesq 식 직접 적용

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3(5)(6^3)}{2\pi\,(7.810)^5}$$

$$= \frac{3{,}240}{2\pi\,(29{,}062)} = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0.01774 kPa(I_1 = 0.12775). 하중이 작으므로 응력도 작으며, 모듈도 이 지점에서 같은 값을 준다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

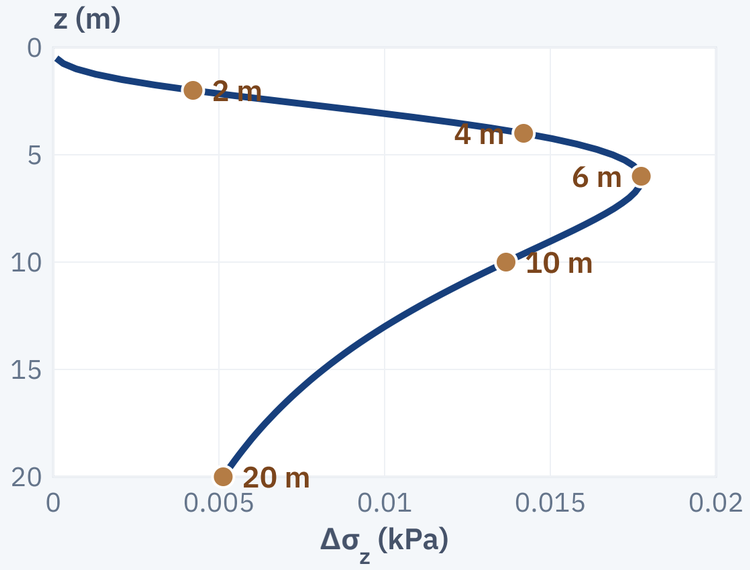
예제

조건

하중과 점	$P = 5$ kN; $x = 3$ m, $y = 4$ m, 따라서 $r = 5$ m (모든 깊이에서 동일)
깊이	$z = 2; 4; 6; 10; 20$ m

구하는 값

각 깊이에 대한 **r/z**, I_1, $\Delta\sigma_z$; 하중축 아래의 0.4775 P/z²과의 비교; 응력이 가장 큰 깊이.



풀이 (1/2)

풀이

1 z = 2 m (r = 5 m): r/z = 2.5

$$I_1 = \frac{0.47746}{\left[2.50^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{141.529} = 0.00337$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0.00337) = \mathbf{0.00422}\ \text{kPa}$$

2 z = 4 m (r = 5 m): r/z = 1.25

$$I_1 = \frac{0.47746}{\left[1.25^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{10.511} = 0.04542$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{4^2}\,(0.04542) = \mathbf{0.01419}\ \text{kPa}$$

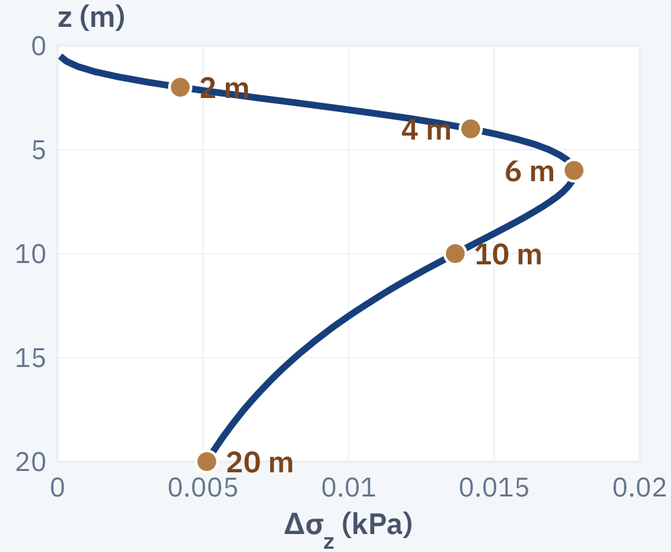
같은 r = 5 m에서 z가 커지면 r/z는 작아지고 I_1은 증가하지만 P/z²은 감소한다. 곱은 처음에는 증가하다가 이후 감소한다: z = 2 m에서 0.00422, z = 4 m에서 0.01419 kPa.

풀이 (2/2)

풀이

z (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	0.4775 P/z² (kPa)
2	2.500	0.0034	0.00422	0.59683
4	1.250	0.0454	0.01419	0.14921
6	0.833	0.1278	**0.01774**	0.06631
10	0.500	0.2733	0.01367	0.02387
20	0.250	0.4103	0.00513	0.00597

최대 응력은 깊이 $z = r\sqrt{(3/2)} =$ **6.12 m**에서 나타나며 (0.01775 kPa), z = 6 m는 이 깊이에 매우 가깝다(모듈의 초기 점). 축에서 5 m 떨어진 곳의 응력은 얕은 깊이에서 하중축 아래보다 훨씬 작고, 깊어질수록 그 값에 가까워진다 (z = 20 m: 0.00513 및 0.00597 kPa).



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

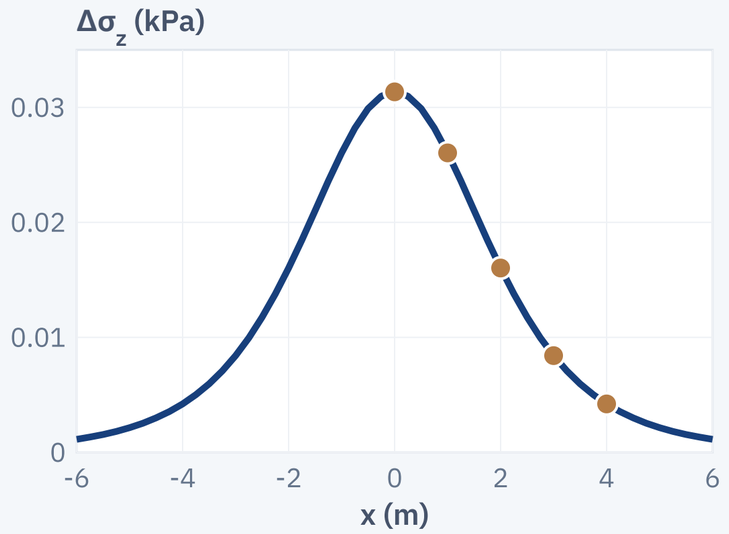
예제

조건

하중	$P = 5$ kN, 좌표 원점
점	$z = 2$ m, $y = 3$ m; $x = 0, 1, 2, 3, 4$ m
지반	$\mu = 0.5$ (연직응력은 μ에 관계없음)

구하는 값

각 점의 **r**, **r/z**, I_1 및 $\Delta\sigma_z$; 하중 바로 아래(x = 0)의 값과 가장 먼 지점(x = 4 m)의 값의 비.



풀이 (1/2)

풀이

1 수평거리와 r/z (x = 2 m, y = 3 m)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = \mathbf{3.606}\ \text{m}$$

$$\frac{r}{z} = \frac{3.606}{2} = \mathbf{1.8028} \qquad \left(\frac{r}{z}\right)^2 + 1 = 4.250$$

2 영향계수와 응력

$$I_1 = \frac{0.47746}{4.250^{2.5}} = \frac{0.47746}{37.237} = 0.01282$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0.01282) = \mathbf{0.01603}\ \text{kPa}$$

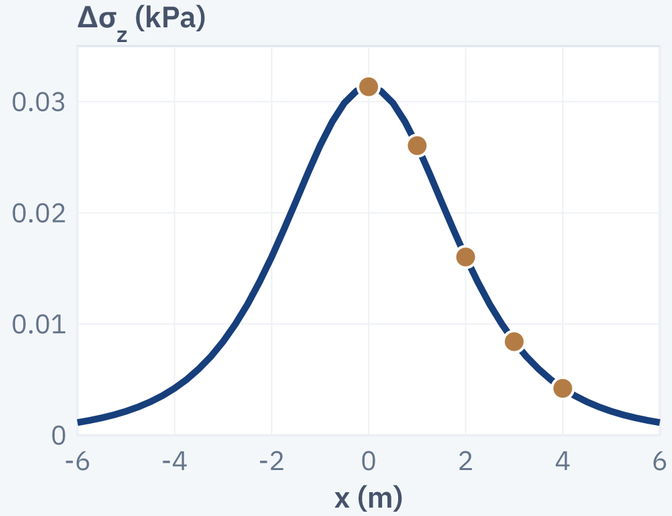
x = 2 m 지점에서 r = 3.606 m, r/z = 1.803, **$\Delta\sigma_z$ = 0.01603 kPa**이다. 다른 x 값도 같은 세 단계로 구한다(표는 다음 페이지).

풀이 (2/2)

풀이

x (m)	r (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
0	3.000	1.500	0.0251	0.03134
1	3.162	1.581	0.0208	0.02604
2	3.606	1.803	0.0128	**0.01603**
3	4.243	2.121	0.0067	0.00841
4	5.000	2.500	0.0034	0.00422

하중 바로 아래 지점(x = 0, r = 3 m)에서는 **0.03134 kPa**; x = 4 m(r = 5 m)에서는 **0.00422 kPa**: 비는 7.4이다. 같은 깊이에서 수평거리가 멀어질수록 응력은 급격히 감소하며, 곡선은 x = 0 부근에서 가장 높다(y = 3 m이므로 하중은 여전히 3 m 떨어져 있다).



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

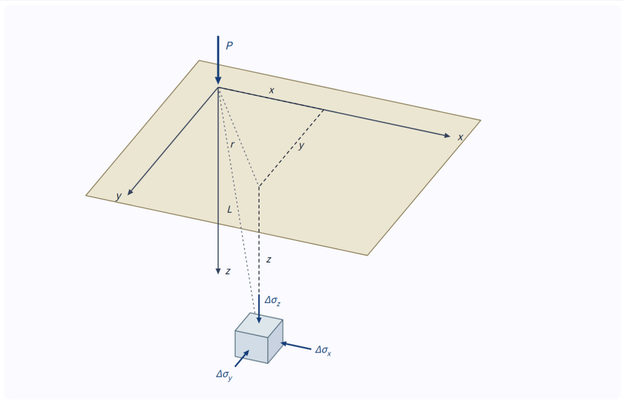
예제

조건

하중과 점	$P = 5$ kN; A: $x = 3$ m, $y = 4$ m, $z = 6$ m ($r = 5$ m, $L = 7.810$ m)
포아송비	$\mu = 0.5; 0.3; 0.2; 0$

구하는 값

$\Delta\sigma_x$ 및 **$\Delta\sigma_y$**(μ = 0.5는 간략식으로, μ = 0.3은 전체 식으로 손계산); 연직응력에 대한 μ의 영향.



풀이 (1/3)

풀이

1 L^5 (L = 7,810 m)

$$L^5 = 61^{2.5} = 29{,}062 \text{ m}^5 \qquad 2\pi L^5 = 182{,}602$$

2 μ = 0.5: 대괄호 안의 항이 0이 된다

$$\Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(3^2)(6)}{182{,}602} = \frac{810}{182{,}602} = \mathbf{0.00444}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(4^2)(6)}{182{,}602} = \frac{1{,}440}{182{,}602} = \mathbf{0.00789}\ \text{kPa}$$

검토: μ = 0.5에서 $\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y = 3P\,r^2 z/(2\pi L^5) = 0.00444 + 0.00789 =$ **0.01232 kPa**; 두 값 모두 모듈이 제공하는 값이다.

풀이 (2/3)

풀이

3 전체 식의 항 (x = 3, y = 4, z = 6, r² = 25, L = 7.810)

$$\frac{3x^2z}{L^5} = \frac{162}{29{,}062} = 0.005574 \qquad \frac{3y^2z}{L^5} = \frac{288}{29{,}062} = 0.009910$$

$$\frac{x^2 - y^2}{L\,r^2(L+z)} = \frac{-7}{2{,}696.5} = -0.002596 \qquad \frac{y^2z}{L^3r^2} = \frac{96}{11{,}910.6} = 0.008060$$

$$\frac{x^2z}{L^3r^2} = \frac{54}{11{,}910.6} = 0.004534$$

4 μ = 0.3: 1 − 2μ = 0.4

$$\Delta\sigma_x = \frac{5}{2\pi}\left[0.005574 - 0.4\,(-0.002596 + 0.008060)\right] = \mathbf{0.00270}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{5}{2\pi}\left[0.009910 - 0.4\,(0.002596 + 0.004534)\right] = \mathbf{0.00562}\ \text{kPa}$$

풀이 (3/3)

풀이

μ	$\Delta\sigma_x$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_y$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_z$ (10^{-3} kPa)
0.5	4.436	7.886	17.744
0.3	2.697	5.617	17.744
0.2	1.827	4.482	17.744
0.0	0.088	2.212	17.744

$\Delta\sigma_z$는 μ에 의존하지 않는다(모든 행에서 $17.744 \cdot 10^{-3}$ kPa로 같다); 수평응력은 μ가 작아질수록 감소한다: μ = 0.5에서 $\Delta\sigma_x$ = 4.436, μ = 0.3에서 $2.697 \cdot 10^{-3}$ kPa이다. 이 지점에서는 세 응력 모두 압축이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

예제

조건

하중	$P = 100$ kN, 연직 집중하중
점	하중 축 위, $z = 1; 2; 3; 5; 10$ m
지반	$\mu = 0.3$

구하는 값

각 깊이에 대한 $\Delta\sigma_z$(r = 0일 때 $I_1 = 3/(2\pi)$)와 수평응력 $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$.

풀이 (1/2)

풀이

1 연직응력 (r = 0 ⇒ r/z = 0 ⇒ $I_1 = 3/(2\pi) = 0.4775$)

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{100}{2^2}(0.4775) = \mathbf{11.937}\ \text{kPa}$$

2 수평응력 (r = 0에 대한 극한값, μ = 0.3)

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P(1-2\mu)}{4\pi z^2} = -\frac{100\,(0.4)}{4\pi\,(2^2)} = -\mathbf{0.796}\ \text{kPa}$$

축 아래 z = 2 m에서 **$\Delta\sigma_z$ = 11.937 kPa**이고, 수평응력은 **음의 값**(−0.796 kPa)으로 소폭 감소한다. 이는 연직응력보다 약 15배 작다.

풀이 (2/2)

풀이

z (m)	$\Delta\sigma_z = 0.4775\,P/z^2$ (kPa)	$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ 비 (z = 1 m = 1)
1	47.746	−3.183	1.0000
2	11.937	−0.796	0.2500
3	5.305	−0.354	0.1111
5	1.910	−0.127	0.0400
10	0.477	−0.032	0.0100

깊이가 **두 배가 되면 응력은 사분의 일**로 감소한다(z = 1 → 2 m: 47.75 → 11.94 kPa). 이 응력은 증가량이므로 지반 자중에 의한 응력에 더해야 한다: 예를 들어 $\gamma = 18$ kN/m³이면 z = 2 m에서 $\sigma_{v0} = 36$ kPa이고 재하 후 연직응력은 47.94 kPa이 된다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

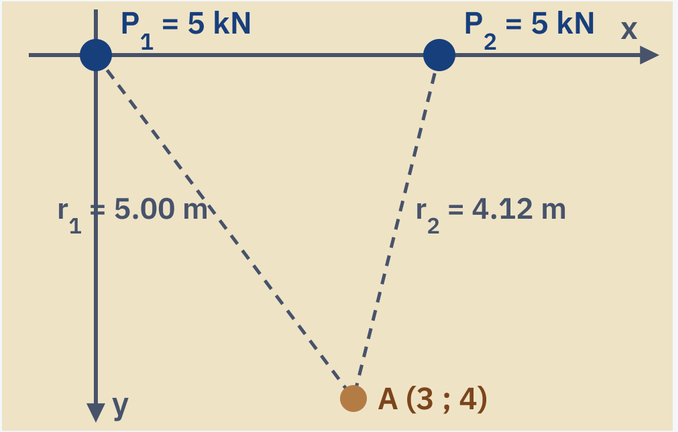
예제

조건

하중	$P_1 = 5$ kN, 점 $(0; 0)$에서; $P_2 = 5$ kN, 점 $(4; 0)$에서
점 A	$x = 3$ m, $y = 4$ m; 깊이 $z = 6$ m (이후 2; 4; 10; 20 m)
지반	$\mu = 0.5$

구하는 값

각 하중의 $\Delta\sigma_z$ 값과 그 합; 전체 $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$; 깊이 방향 분포.



풀이 (1/3)

풀이

1 하중 1 (초기): 예제 1과 동일

$$r_1 = 5\ \text{m}, \quad \frac{r_1}{z} = 0.8333, \quad I_{1,1} = 0.12775 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,1} = \frac{5}{36}(0.12775) = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

2 하중 2 ((4 ; 0) 지점): A의 이 하중으로부터의 거리 (–1 ; 4) m

$$r_2 = \sqrt{(3-4)^2 + 4^2} = \sqrt{17} = 4.123\ \text{m}, \qquad \frac{r_2}{z} = 0.6872$$

$$I_{1,2} = \frac{0.47746}{\left[0.6872^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{2.6299} = 0.18155$$

$$\Delta\sigma_{z,2} = \frac{5}{6^2}\,(0.18155) = \mathbf{0.02522}\ \text{kPa}$$

하중 2는 A까지의 거리(4.12 m)가 하중 1의 거리(5 m)보다 짧으므로 더 큰 응력을 일으킨다.

풀이 (2/3)

풀이

3 연직응력: 중첩

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z,1} + \Delta\sigma_{z,2} = 0.01774 + 0.02522 = \mathbf{0.04296}\ \text{kPa}$$

4 수평응력 (μ = 0.5): 하중 2에 대해 x = −1, y = 4 (자체 거리 기준)

$$\Delta\sigma_{x,2} = \frac{3(5)(1)(6)}{2\pi\,(53)^{2.5}} = 0.000700 \qquad \Delta\sigma_{y,2} = \frac{3(5)(16)(6)}{2\pi\,(53)^{2.5}} = 0.011207$$

$$\Delta\sigma_x = 0.004436 + 0.000700 = \mathbf{0.00514} \qquad \Delta\sigma_y = 0.007886 + 0.011207 = \mathbf{0.01909}\ \text{kPa}$$

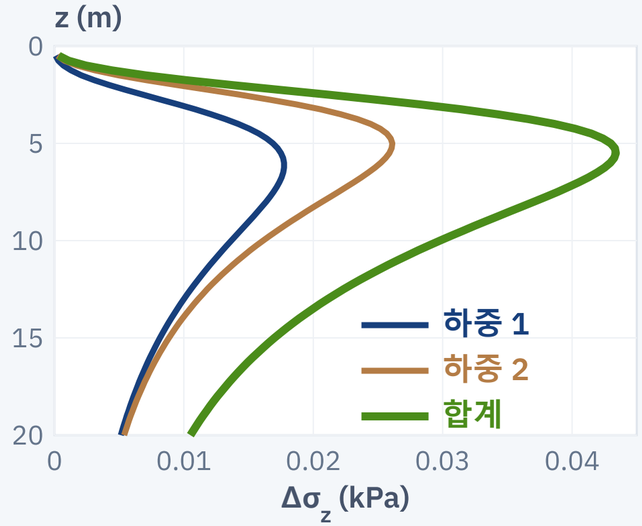
$\Delta\sigma_z$ = 0.04296 kPa, $\Delta\sigma_x$ = 0.00514, $\Delta\sigma_y$ = 0.01909 kPa; 선형 탄성 지반에서는 각 하중에 의한 응력을 합산한다.

풀이 (3/3)

풀이

z (m)	r_1/z	$\Delta\sigma_{z,1}$	r_2/z	$\Delta\sigma_{z,2}$	합계 $\Delta\sigma_z$ (kPa)
2	2.500	0.00422	2.062	0.00945	0.01367
4	1.250	0.01419	1.031	0.02442	0.03862
6	0.833	0.01774	0.687	0.02522	**0.04296**
10	0.500	0.01367	0.412	0.01612	0.02979
20	0.250	0.00513	0.206	0.00538	0.01051

모든 깊이에서 합계는 두 하중의 합이다. 합계의 최댓값은 z ≈ 5 m 부근에서 나타난다 (z = 4 m: 0.03862, z = 6 m: 0.04296 kPa). 하중 2는 모든 깊이에서 하중 1보다 큰 기여를 한다.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

문제

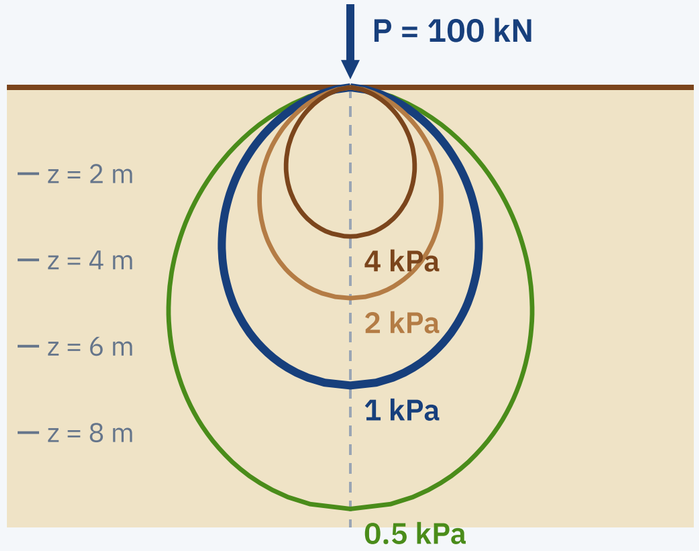
예제

조건

하중	$P = 100$ **kN, 연직 집중하중**
선	$\Delta\sigma_z = 1$ **kPa인 점;** $z = 1 - 6$ **m**
추가 선	$0.5; 2; 4$ **kPa (그림)**

구하는 값

각 깊이에서 등응력선의 하중축으로부터의 거리 **r**; 등응력선이 축에서 닫히는 깊이; r 값에서 $\Delta\sigma_z$가 실제로 1 kPa인지 검토.



풀이 (1/2)

풀이

1 r에 대해 방정식을 푼다: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/[2\pi(r^2+z^2)^{5/2}] = 1$

$$r = \sqrt{\left(\frac{3(100)(4^3)}{2\pi\,(1)}\right)^{0.4} - 4^2} = \sqrt{(3{,}055.8)^{0.4} - 16}$$

$$r = \sqrt{24.777 - 16} = \mathbf{2.963}\ \text{m}$$

2 검토: 구한 r 값을 이용한 Boussinesq 식

$$\Delta\sigma_z = \frac{3(100)}{2\pi}\,\frac{4^3}{(2.963^2+4^2)^{5/2}} = \mathbf{1.000}\ \text{kPa}$$

z = 4 m에서 1 kPa 등응력선은 하중축으로부터 **2.963 m** 떨어져 있다. 구한 r 값을 Boussinesq 식에 대입하면 $\Delta\sigma_z$가 정확히 1 kPa이 된다(다른 깊이는 다음 페이지).

풀이 (2/2)

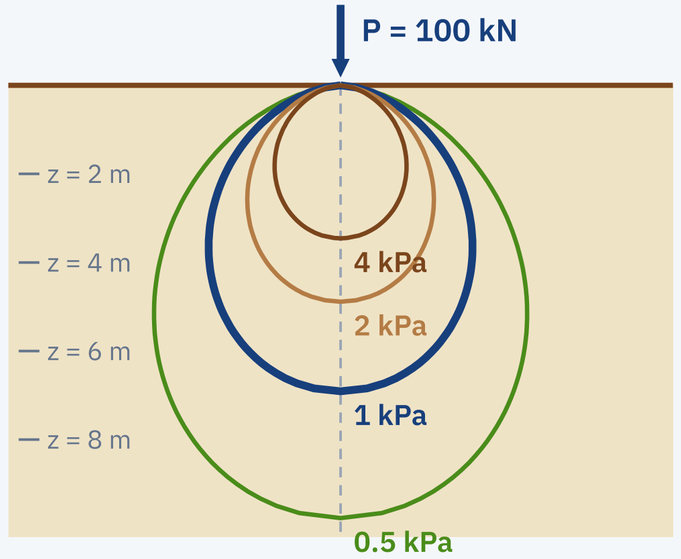
풀이

3 곡선이 축에서 닫히는 깊이 (r = 0)

$$z_{axis} = \sqrt{\frac{3P}{2\pi\,\Delta\sigma_z}} = \sqrt{\frac{3(100)}{2\pi(1)}} = \sqrt{47.75} = \mathbf{6.91}\ \text{m}$$

z (m)	r (m)	폭 2r (m)	Boussinesq에 의한 $\Delta\sigma_z$ (kPa)
1	1.922	3.84	1.000
2	2.605	5.21	1.000
3	2.923	5.85	1.000
4	2.963	5.93	1.000
5	2.717	5.43	1.000
6	2.075	4.15	1.000

1 kPa 등응력선은 지표면의 하중점에서 시작하여 z ≈ 3.65 m 깊이에서 가장 넓어지고(r ≈ 2.98 m), 깊이 6.91 m에서 중심축 위에서 닫힌다. 더 작은 응력의 등응력선은 더 깊고 더 넓게 뻗는다.



GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

핵심 정리

Boussinesq: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/(2\pi L^5) = (P/z^2)\,I_1$, $I_1 = (3/2\pi) / [(r/z)^2 + 1]^{5/2}$; $\Delta\sigma_z$는 μ에도 E에도 의존하지 않고, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$는 μ에 의존한다

예제 (P = 5 kN, A (3 ; 4 ; 6)): r = 5 m; L = 7.810 m; r/z = 0.8333; $I_1 = 0.12775$; **$\Delta\sigma_z = 0.01774$ kPa**; $\mu = 0.5$일 때 $\Delta\sigma_x = 0.00444$, $\Delta\sigma_y = 0.00789$ kPa

깊이: 같은 r = 5 m에서 최대 응력은 $z = r\sqrt{(3/2)} = 6.12$ m에서 나타난다. **하중 축 아래**에서는 $\Delta\sigma_z = 0.4775\,P/z^2$이며 (z가 2배가 되면 1/4로 감소)

중첩: 각 하중을 고유한 r_k와 L_k 값으로 따로 취급하고 응력을 합산한다(예제에서 0.01774 + 0.02522 = 0.04296 kPa)

압력구근: 같은 $\Delta\sigma_z$ 값을 잇는 등응력선은 $r = \sqrt{[(3Pz^3/(2\pi\Delta\sigma_z))^{2/5} - z^2]}$이며, P = 100 kN일 때 1 kPa 등응력선은 6.91 m 깊이에서 축과 만나 닫힌다

참고문헌

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l’Étude de l’Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

참고

모든 수치 예제는 모듈의 자체 계산 엔진으로 산출한 것이며, 모듈도 같은 값을 준다.
모듈의 초기 예제는 하중 P = 5 kN과 A점(3 ; 4 ; 6)이다.

온라인 지반공학 계산

이론에서 실무로

집중하중, 대상 점, 포아송비를 GeoTerva에 직접 입력한다. 모듈은 $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ 값, 깊이 프로파일, 등응력선, 단계별 풀이와 보고서를 함께 제공한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

스마트폰으로 열기

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.

강의에서 사용하려면: info@geoterva.com