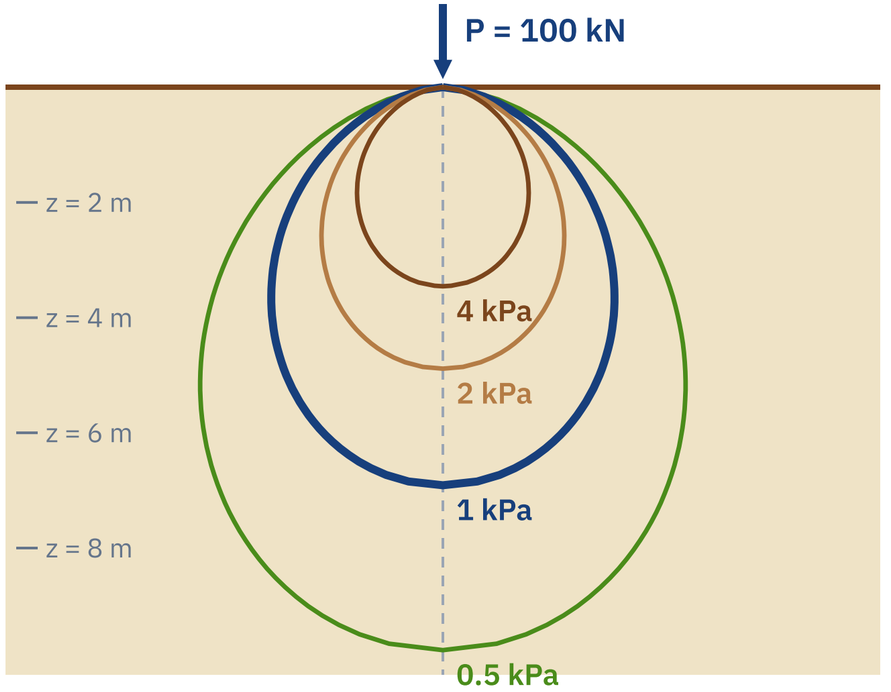
GeoTerva

Presentación de clase de geotecnia · Distribución de tensiones en el suelo

Tensión bajo una carga puntual (Boussinesq)

Clase: tensiones que produce en el terreno una carga puntual vertical en la superficie; el punto inicial se resuelve a mano de principio a fin, los perfiles en profundidad y laterales con tablas.

- Solución de Boussinesq
- Factor de influencia I_1
- Tensiones horizontales
- Superposición
- Bulbos de presiones



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

Las tres tensiones normales en un punto debidas a una **carga puntual vertical** en la superficie de un medio semiinfinito, homogéneo, isótropo y elástico lineal: $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$

Que la tensión vertical **no depende de μ ni del módulo de elasticidad**; que las tensiones horizontales sí dependen de μ

Factor de influencia I_1: $\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$ y la dependencia de I_1 únicamente de r/z

Superposición: suma de las tensiones de varias cargas puntuales; **curvas de igual tensión** (bulbos de presiones) y $0.4775\ P/z^2$ bajo el eje de la carga

El punto inicial del módulo **resuelto a mano de principio a fin**; variación con la profundidad y lateral, y tensiones horizontales, en tablas

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: P = 5 kN; punto A: x = 3 m, y = 4 m, z = 6 m (r = 5 m); μ = 0.5.

Medio semiinfinito de Boussinesq

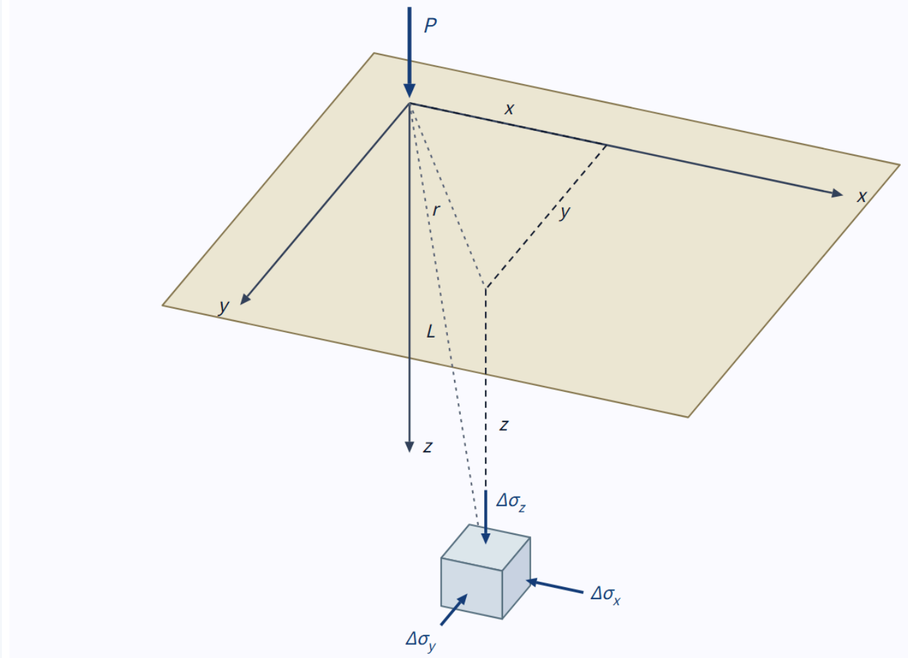
TEORÍA

Boussinesq (1883) resolvió las tensiones que produce una carga puntual que actúa sobre la superficie de un semiespacio infinito, en un medio homogéneo, elástico e isótropo.

Según las hipótesis de la solución, el suelo es un **medio semiinfinito**: bajo una superficie plana se extiende sin límite hacia los lados y hacia abajo.

El medio es homogéneo, isótropo y elástico lineal; se define mediante el **coeficiente de Poisson** μ, y el módulo de elasticidad no interviene en las tensiones.

La carga **P** es una carga puntual vertical que actúa sobre la superficie; las tensiones obtenidas son los incrementos debidos a la carga, y a ellas se suman las tensiones debidas al peso propio del suelo.



Tres tensiones normales en un punto

TEORÍA

Con las coordenadas de la figura (**r** = distancia horizontal del punto al eje de la carga, **L** = distancia a la carga), las tensiones normales en el punto son:

$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3x^2 z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{x^2-y^2}{L\,r^2(L+z)} + \frac{y^2 z}{L^3 r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3y^2 z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{y^2-x^2}{L\,r^2(L+z)} + \frac{x^2 z}{L^3 r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\,\frac{z^3}{L^5} = \frac{3P}{2\pi}\,\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}} \qquad r = \sqrt{x^2+y^2},\;\; L = \sqrt{r^2+z^2}$$

Efecto del coeficiente de Poisson

TEORÍA

Las **tensiones horizontales** dependen del coeficiente de Poisson μ; la **tensión vertical**, en cambio, no depende ni de μ ni del módulo de elasticidad.

Para μ = 0.5 (sin cambio de volumen, arcilla sin drenaje) se anulan los términos entre corchetes y resulta $\Delta\sigma_x = 3P\,x^2z/(2\pi L^5)$, $\Delta\sigma_y = 3P\,y^2z/(2\pi L^5)$.

En el eje de la carga (r = 0) ambas tensiones horizontales tienden a $-P(1-2\mu)/(4\pi\,z^2)$; se trata de una pequeña reducción.

$$\mu = 0.5: \qquad \Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2z}{2\pi L^5}, \qquad \Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2z}{2\pi L^5}$$

$$r = 0: \qquad \Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P\,(1-2\mu)}{4\pi z^2}$$

$\Delta\sigma_z = (P/z^2)\, I_1$

TEORÍA

Como $L^2 = z^2[(r/z)^2 + 1]$, la ecuación puede escribirse con un coeficiente que depende únicamente de r/z.

El factor de influencia I_1 depende solo de r/z; por ello una única tabla o curva sirve para cualquier P y cualquier z.

$$L^2 = z^2\left[(r/z)^2 + 1\right]$$

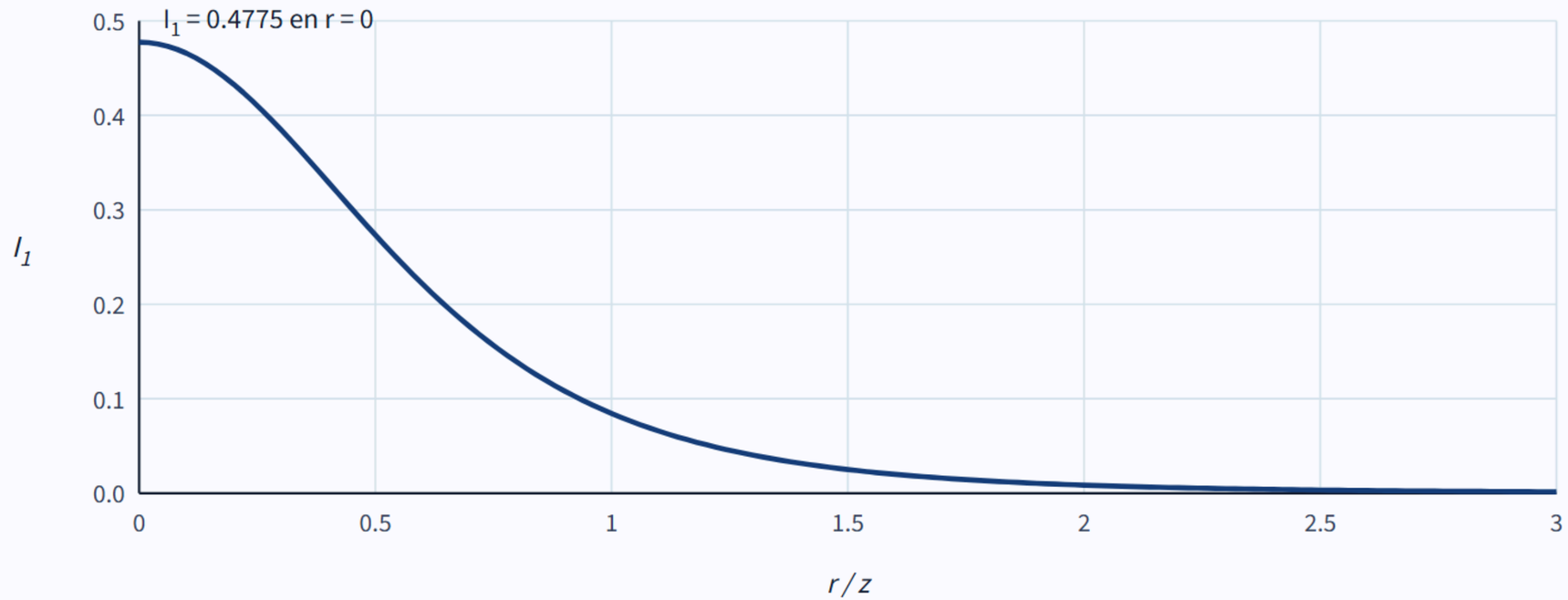
$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 \qquad I_1 = \frac{3}{2\pi} \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}}$$

VALORES DE I_1 (MÓDULO)

r/z	I_1	r/z	I_1
0.0	0.4775	1.0	0.0844
0.1	0.4657	1.2	0.0513
0.2	0.4329	1.4	0.0317
0.3	0.3849	1.6	0.0200
0.4	0.3295	1.8	0.0129
0.5	0.2733	2.0	0.0085
0.6	0.2214	2.5	0.0034
0.7	0.1762	3.0	0.0015
0.8	0.1386	4.0	0.0004
0.9	0.1083	5.0	0.0001

I_1 y r/z

TEORÍA



El factor de influencia I1 frente a r/z. Es máximo sobre el eje de la carga, 3/(2π) = 0.4775, y desciende a 0.0844 en r/z = 1 y por debajo de 0.002 más allá de r/z = 3.

Superposición

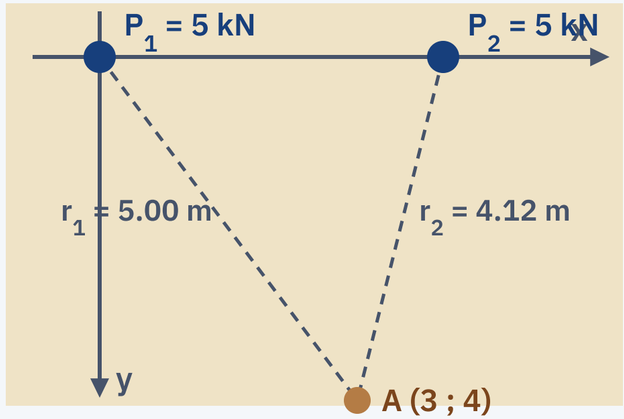
TEORÍA

Para varias cargas puntuales en un terreno elástico lineal, las tensiones se suman por superposición: $\Delta\sigma_z = \Sigma\Delta\sigma_{z,k}$, $\Delta\sigma_x = \Sigma\Delta\sigma_{x,k}$, $\Delta\sigma_y = \Sigma\Delta\sigma_{y,k}$.

Cada carga se considera por separado y el punto se toma a una distancia $(x - x_{L,k}, y - y_{L,k})$ de ella; así, r_k y L_k son los valores propios de la carga.

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \frac{3P_k}{2\pi}\,\frac{z^3}{L_k^5}, \qquad L_k = \sqrt{(x - x_{L,k})^2 + (y - y_{L,k})^2 + z^2}$$

El módulo admite como máximo ocho cargas y no puede haber dos en la misma posición; las líneas de igual tensión de la vista en sección se trazan en el plano vertical $y = y_A$.



Bulbos de tensiones de una carga puntual

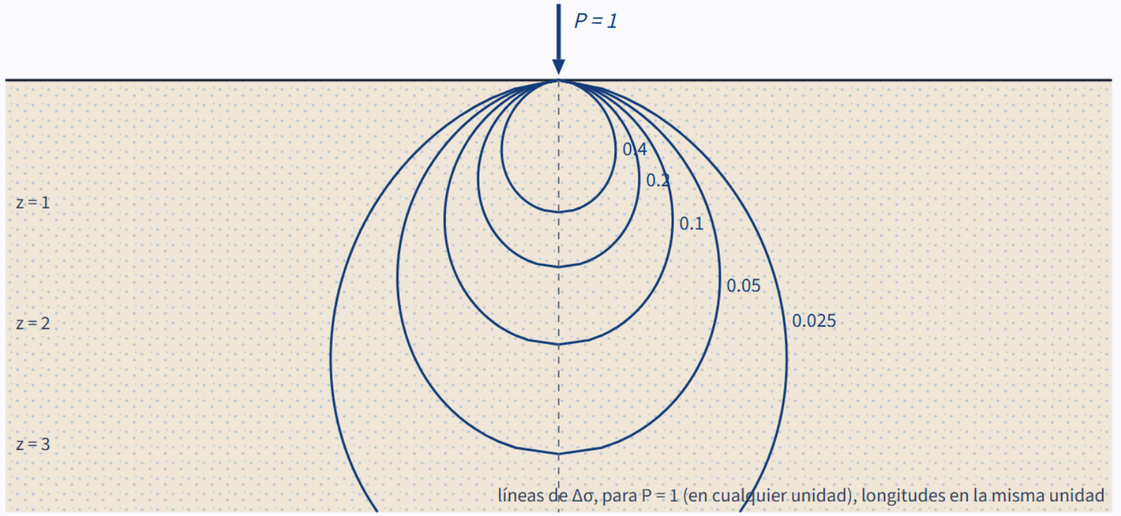
TEORÍA

Uniendo los puntos con el mismo valor de $\Delta\sigma_z$ se obtienen curvas de igual tensión en forma de bulbo.

A lo largo del eje de la carga, la tensión disminuye con el cuadrado de la profundidad: $\Delta\sigma_z = 0.4775\ P/z^2$.

En la zona muy próxima a la carga la solución da tensiones muy elevadas: una carga real nunca es un punto.

$$r = \sqrt{\left(\frac{3P\,z^3}{2\pi\,\Delta\sigma_z}\right)^{2/5} - z^2}$$



Enunciado

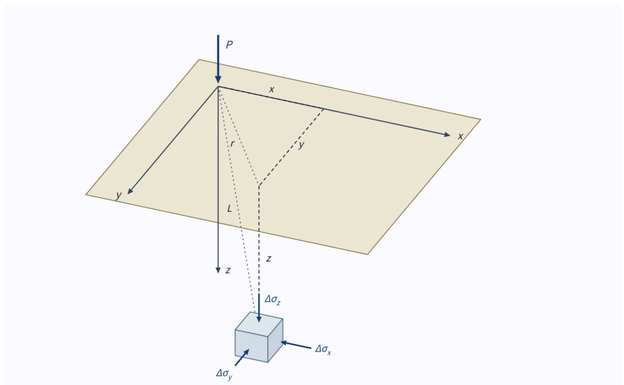
EJEMPLO

Datos

Carga	**carga puntual vertical $P = 5$ kN, en la superficie, en el origen de coordenadas**
Punto A	$x = 3$ m, $y = 4$ m, $z = 6$ m
Suelo	**medio semiinfinito elástico y homogéneo;** $\mu = 0.5$

SE PIDE

r, **L**, **r/z**, factor de influencia $\mathbf{I_1}$ e incremento de tensión vertical $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; comprobación directa del resultado con la ecuación.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Distancia horizontal r, distancia a la carga L y r/z

$$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = \mathbf{5}\ \text{m} \qquad L = \sqrt{r^2 + z^2} = \sqrt{5^2 + 6^2} = \mathbf{7.810}\ \text{m}$$

$$r/z = 5/6 = \mathbf{0.8333}$$

2 Factor de influencia I_1

$$I_1 = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{1}{\left[(r/z)^2 + 1\right]^{5/2}} = \frac{0.47746}{\left[0.8333^2 + 1\right]^{2.5}}$$

$$I_1 = \frac{0.47746}{1.6944^{2.5}} = \frac{0.47746}{3.7374} = \mathbf{0.12775}$$

El punto está a **5 m** del eje de la carga y a **6 m** de profundidad; como r/z = 0.8333, I_1 es 0.27 veces el valor bajo el eje de la carga (0.4775).

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Incremento de tensión vertical

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{5}{6^2}\,(0.12775) = 0.13889\,(0.12775) = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

4 Comprobación: ecuación directa de Boussinesq

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3(5)(6^3)}{2\pi\,(7.810)^5}$$

$$= \frac{3{,}240}{2\pi\,(29{,}062)} = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0.01774 kPa (I_1 = 0.12775). Como la carga es pequeña, la tensión también lo es; el módulo da el mismo valor en este punto.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

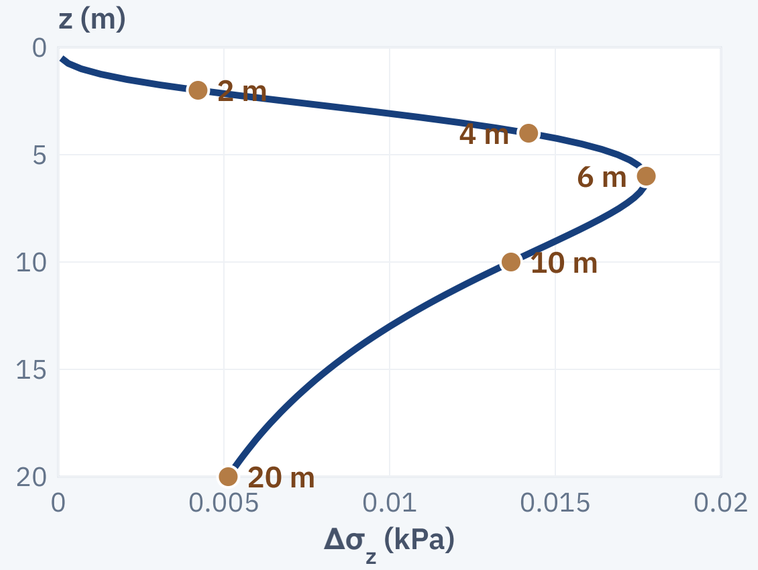
EJEMPLO

SE PIDE

Para cada profundidad, **r/z**, $\mathbf{I_1}$ y $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; comparación con 0.4775 P/z² bajo el eje de la carga; la profundidad a la que la tensión es máxima.

Datos

Carga y punto	$P = 5$ **kN;** $x = 3$ **m,** $y = 4$ **m, por tanto** $r = 5$ **m (igual a cualquier profundidad)**
Profundidades	$z = 2; 4; 6; 10; 20$ **m**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 z = 2 m (r = 5 m): r/z = 2.5

$$I_1 = \frac{0.47746}{\left[2.50^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{141.529} = 0.00337$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0.00337) = \mathbf{0.00422}\ \mathrm{kPa}$$

2 z = 4 m (r = 5 m): r/z = 1.25

$$I_1 = \frac{0.47746}{\left[1.25^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{10.511} = 0.04542$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{4^2}\,(0.04542) = \mathbf{0.01419}\ \mathrm{kPa}$$

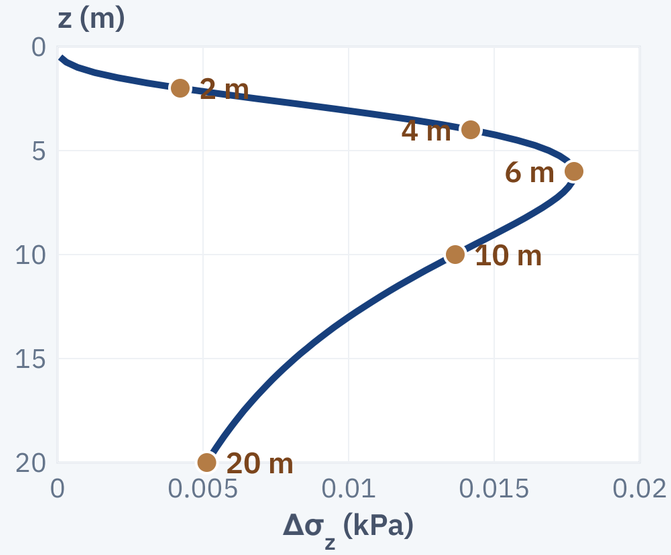
Para un mismo r = 5 m, al aumentar z disminuye r/z y aumenta I_1, pero disminuye P/z². El producto primero crece y después decrece: 0.00422 para z = 2 m y 0.01419 kPa para z = 4 m.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

z (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)	0.4775 P/z² (kPa)
2	2.500	0.0034	0.00422	0.59683
4	1.250	0.0454	0.01419	0.14921
6	0.833	0.1278	**0.01774**	0.06631
10	0.500	0.2733	0.01367	0.02387
20	0.250	0.4103	0.00513	0.00597

La tensión máxima se da a la profundidad z = r√(3/2) = **6.12 m** (0.01775 kPa); z = 6 m está muy próximo a esa profundidad (punto con el que se abre el módulo). A 5 m del eje la tensión a poca profundidad es mucho menor que bajo el eje de la carga y se aproxima a ella al profundizar (z = 20 m: 0.00513 y 0.00597 kPa).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

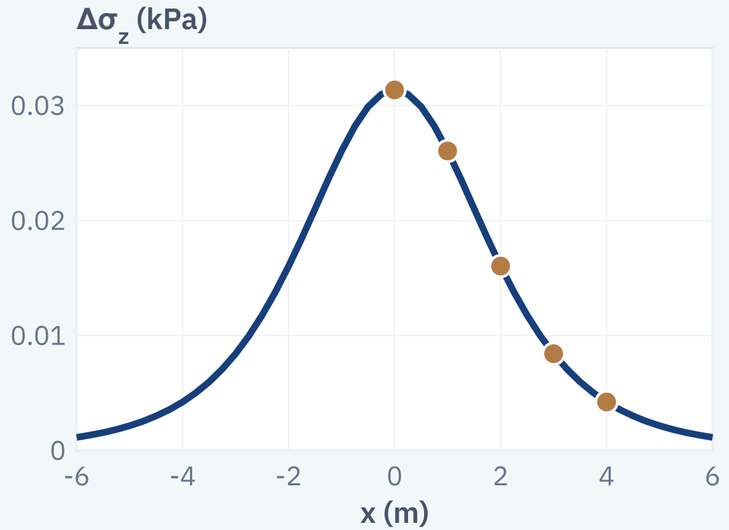
EJEMPLO

Datos

Carga	$P = 5$ **kN, en el origen de coordenadas**
Puntos	$z = 2$ **m,** $y = 3$ **m;** $x = 0, 1, 2, 3, 4$ **m**
Suelo	$\mu = 0.5$ **(tensión vertical independiente de** μ**)**

SE PIDE

Para cada punto, **r**, **r/z**, $\mathbf{I_1}$ y $\mathbf{\Delta\sigma_z}$; relación entre el valor bajo la carga (x = 0) y el más alejado (x = 4 m).



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Distancia horizontal y r/z (x = 2 m, y = 3 m)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} = \mathbf{3.606}\ \text{m}$$

$$\frac{r}{z} = \frac{3.606}{2} = \mathbf{1.8028} \qquad \left(\frac{r}{z}\right)^2 + 1 = 4.250$$

2 Factor de influencia y tensión

$$I_1 = \frac{0.47746}{4.250^{2.5}} = \frac{0.47746}{37.237} = 0.01282$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{5}{2^2}\,(0.01282) = \mathbf{0.01603}\ \text{kPa}$$

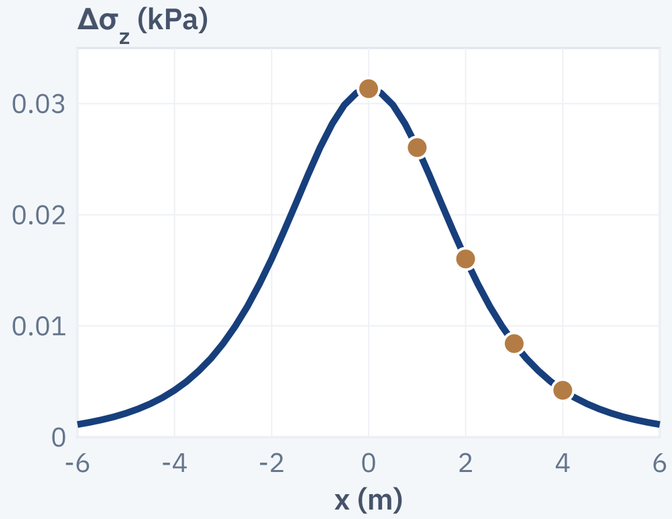
Para x = 2 m, r = 3.606 m, r/z = 1.803, **$\Delta\sigma_z$ = 0.01603 kPa**. Los demás valores de x se obtienen con los mismos tres pasos (tabla en la página siguiente).

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

x (m)	r (m)	r/z	I_1	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
0	3.000	1.500	0.0251	0.03134
1	3.162	1.581	0.0208	0.02604
2	3.606	1.803	0.0128	**0.01603**
3	4.243	2.121	0.0067	0.00841
4	5.000	2.500	0.0034	0.00422

En el punto bajo la carga (x = 0, r = 3 m) **0.03134 kPa**; en x = 4 m (r = 5 m) **0.00422 kPa**: relación 7.4. A igual profundidad, la tensión disminuye rápidamente al aumentar la distancia horizontal; la curva alcanza su máximo en torno a x = 0 (como y = 3 m, la carga sigue estando a 3 m).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

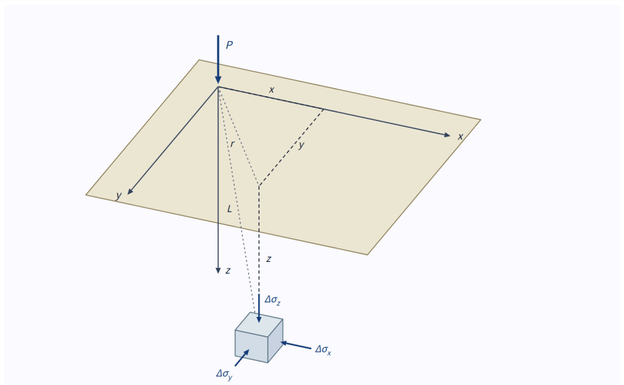
EJEMPLO

Datos

Carga y punto	$P = 5$ **kN; A:** $x = 3$ **m,** $y = 4$ **m,** $z = 6$ **m (** $r = 5$ **m,** $L = 7.810$ **m)**
Coeficiente de Poisson	$\mu = 0.5; 0.3; 0.2; 0$

SE PIDE

$\Delta\sigma_x$ y **$\Delta\sigma_y$** (a mano con la ecuación abreviada para μ = 0.5, con la ecuación completa para μ = 0.3); efecto de μ sobre la tensión vertical.



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 L^5 (L = 7,810 m)

$$L^5 = 61^{2.5} = 29{,}062\ \text{m}^5 \qquad 2\pi L^5 = 182{,}602$$

2 μ = 0.5: los términos entre corchetes se anulan

$$\Delta\sigma_x = \frac{3P\,x^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(3^2)(6)}{182{,}602} = \frac{810}{182{,}602} = \mathbf{0.00444}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{3P\,y^2 z}{2\pi L^5} = \frac{3(5)(4^2)(6)}{182{,}602} = \frac{1{,}440}{182{,}602} = \mathbf{0.00789}\ \text{kPa}$$

Comprobación: para μ = 0.5, $\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y = 3P\ r^2 z/(2\pi L^5) = 0.00444 + 0.00789 =$ **0.01232 kPa**; ambos son los valores que da el módulo.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

3 Términos de la ecuación completa (x = 3, y = 4, z = 6, r² = 25, L = 7.810)

$$\frac{3x^2z}{L^5} = \frac{162}{29{,}062} = 0.005574 \qquad \frac{3y^2z}{L^5} = \frac{288}{29{,}062} = 0.009910$$

$$\frac{x^2 - y^2}{L\,r^2(L+z)} = \frac{-7}{2{,}696.5} = -0.002596 \qquad \frac{y^2z}{L^3r^2} = \frac{96}{11{,}910.6} = 0.008060$$

$$\frac{x^2z}{L^3r^2} = \frac{54}{11{,}910.6} = 0.004534$$

4 μ = 0.3: 1 − 2μ = 0.4

$$\Delta\sigma_x = \frac{5}{2\pi}\left[0.005574 - 0.4\,(-0.002596 + 0.008060)\right] = \mathbf{0.00270}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{5}{2\pi}\left[0.009910 - 0.4\,(0.002596 + 0.004534)\right] = \mathbf{0.00562}\ \text{kPa}$$

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

μ	$\Delta\sigma_x$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_y$ (10^{-3} kPa)	$\Delta\sigma_z$ (10^{-3} kPa)
0.5	4.436	7.886	17.744
0.3	2.697	5.617	17.744
0.2	1.827	4.482	17.744
0.0	0.088	2.212	17.744

$\Delta\sigma_z$ no depende de μ ($17.744 \cdot 10^{-3}$ kPa es igual en todas las filas); las tensiones horizontales disminuyen al disminuir μ: $\Delta\sigma_x = 4.436$ para $\mu = 0.5$, $2.697 \cdot 10^{-3}$ kPa para $\mu = 0.3$. En este punto las tres tensiones son de compresión.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Carga	$P = 100$ **kN, carga puntual vertical**
Puntos	**sobre el eje de la carga,** $z = 1; 2; 3; 5; 10$ **m**
Suelo	$\mu = 0.3$

SE PIDE

Para cada profundidad, $\Delta\sigma_z$ ($I_1 = 3/(2\pi)$ para r = 0) y las tensiones horizontales $\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Tensión vertical (r = 0 ⇒ r/z = 0 ⇒ $I_1 = 3/(2\pi) = 0.4775$)

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2} I_1 = \frac{100}{2^2}(0.4775) = \mathbf{11.937}\ \text{kPa}$$

2 Tensiones horizontales (valor límite para r = 0, μ = 0.3)

$$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y = -\frac{P(1-2\mu)}{4\pi z^2} = -\frac{100\,(0.4)}{4\pi\,(2^2)} = \mathbf{-0.796}\ \text{kPa}$$

En z = 2 m bajo el eje, **$\Delta\sigma_z$ = 11.937 kPa**; las tensiones horizontales son **negativas** (–0.796 kPa): una pequeña disminución. Son unas 15 veces menores que la tensión vertical.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

z (m)	$\Delta\sigma_z = 0.4775\ P/z^2$ (kPa)	$\Delta\sigma_x = \Delta\sigma_y$ (kPa)	Relación $\Delta\sigma_z$ (z = 1 m = 1)
1	47.746	−3.183	1.0000
2	11.937	−0.796	0.2500
3	5.305	−0.354	0.1111
5	1.910	−0.127	0.0400
10	0.477	−0.032	0.0100

Cuando la profundidad **se duplica, la tensión se reduce a la cuarta parte** (z = 1 → 2 m: 47.75 → 11.94 kPa). Como las tensiones son incrementos, se suman a la tensión debida al peso propio del terreno: por ejemplo, si γ = 18 kN/m³, a z = 2 m σ_{v0} = 36 kPa y la tensión vertical tras la carga resulta 47.94 kPa.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

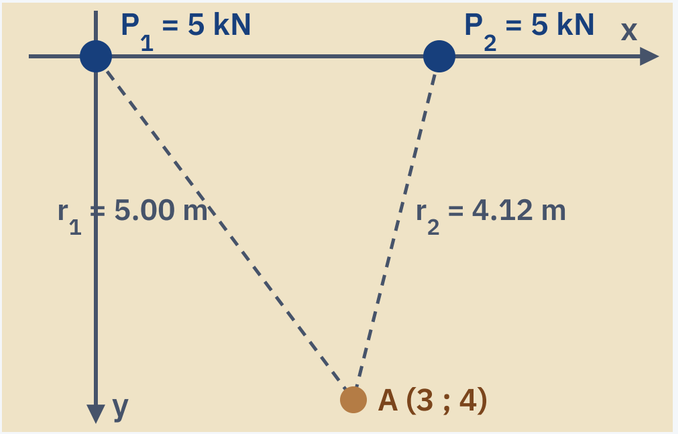
EJEMPLO

Datos

Cargas	$P_1 = 5$ **kN en el punto** $(0;0)$**;** $P_2 = 5$ **kN en el punto** $(4;0)$
Punto A	$x = 3$ **m,** $y = 4$ **m; profundidad** $z = 6$ **m (después** 2**;** 4**;** 10**;** 20 **m)**
Suelo	$\mu = 0.5$

SE PIDE

El valor de $\Delta\sigma_z$ de cada carga y su suma; $\Delta\sigma_x$ y $\Delta\sigma_y$ totales; perfil en profundidad.



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Carga 1 (inicial): idéntica a la del Ejemplo 1

$$r_1 = 5\ \text{m}, \quad \frac{r_1}{z} = 0.8333, \quad I_{1,1} = 0.12775 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z,1} = \frac{5}{36}(0.12775) = \mathbf{0.01774}\ \text{kPa}$$

2 Carga 2 (en el punto (4 ; 0)): la distancia de A a ella es (–1 ; 4) m

$$r_2 = \sqrt{(3-4)^2 + 4^2} = \sqrt{17} = 4.123\ \text{m}, \qquad \frac{r_2}{z} = 0.6872$$

$$I_{1,2} = \frac{0.47746}{\left[0.6872^2 + 1\right]^{2.5}} = \frac{0.47746}{2.6299} = 0.18155$$

$$\Delta\sigma_{z,2} = \frac{5}{6^2}\,(0.18155) = \mathbf{0.02522}\ \text{kPa}$$

Como la carga 2 está más cerca de A (4.12 m) que la carga 1 (5 m), produce una tensión mayor.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

3 Tensión vertical: superposición

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z,1} + \Delta\sigma_{z,2} = 0.01774 + 0.02522 = \mathbf{0.04296}\ \text{kPa}$$

4 Tensiones horizontales (μ = 0.5): para la carga 2, x = −1, y = 4 (desde su propia distancia)

$$\Delta\sigma_{x,2} = \frac{3(5)(1)(6)}{2\pi\,(53)^{2.5}} = 0.000700 \qquad \Delta\sigma_{y,2} = \frac{3(5)(16)(6)}{2\pi\,(53)^{2.5}} = 0.011207$$

$$\Delta\sigma_x = 0.004436 + 0.000700 = \mathbf{0.00514} \qquad \Delta\sigma_y = 0.007886 + 0.011207 = \mathbf{0.01909}\ \text{kPa}$$

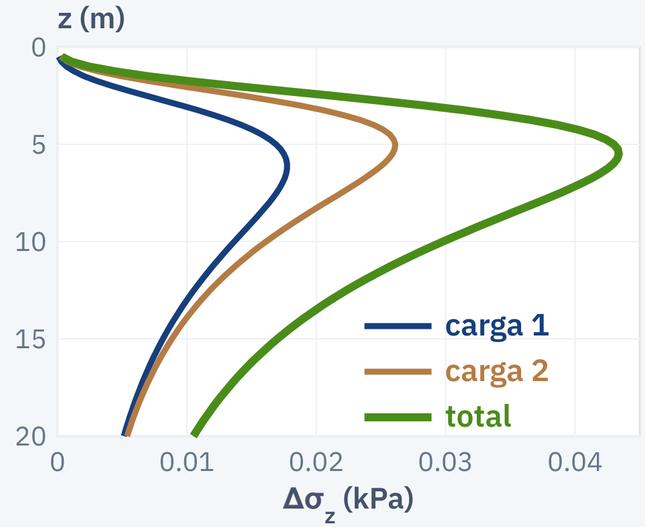
$\Delta\sigma_z$ = 0.04296 kPa, $\Delta\sigma_x$ = 0.00514, $\Delta\sigma_y$ = 0.01909 kPa; las tensiones de las cargas se suman en un terreno elástico lineal.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

z (m)	r_1/z	$\Delta\sigma_{z,1}$	r_2/z	$\Delta\sigma_{z,2}$	$\Delta\sigma_z$ total (kPa)
2	2.500	0.00422	2.062	0.00945	0.01367
4	1.250	0.01419	1.031	0.02442	0.03862
6	0.833	0.01774	0.687	0.02522	**0.04296**
10	0.500	0.01367	0.412	0.01612	0.02979
20	0.250	0.00513	0.206	0.00538	0.01051

En cada profundidad, el total es la suma de las dos cargas; el mayor total está en torno a z ≈ 5 m (z = 4 m: 0.03862, z = 6 m: 0.04296 kPa). La carga 2 aporta más que la carga 1 en todas las profundidades.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

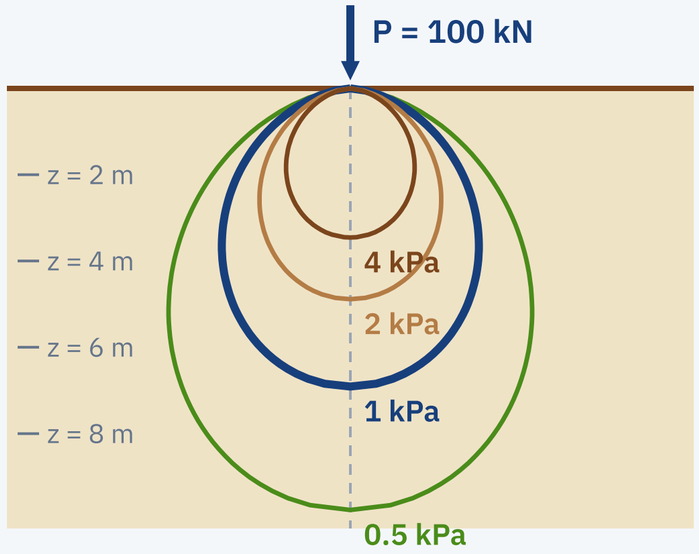
EJEMPLO

Datos

Carga	$P = 100$ **kN, carga puntual vertical**
Línea	**Puntos de valor igual a** $\Delta\sigma_z = 1$ **kPa;** $z = 1 - 6$ **m**
Líneas adicionales	0.5; 2; 4 **kPa (figura)**

SE PIDE

En cada profundidad, la distancia de la línea al eje de la carga, **r**; la profundidad a la que la línea se cierra sobre el eje; la comprobación de que el valor de r da realmente $\Delta\sigma_z$ = 1 kPa.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Resolver la ecuación para r: $\Delta\sigma_z = 3P\, z^3/[2\pi(r^2 + z^2)^{5/2}] = 1$

$$r = \sqrt{\left(\frac{3(100)(4^3)}{2\pi\,(1)}\right)^{0.4} - 4^2} = \sqrt{(3{,}055.8)^{0.4} - 16}$$

$$r = \sqrt{24.777 - 16} = \mathbf{2.963}\ \mathrm{m}$$

2 Comprobación: ecuación de Boussinesq con el r obtenido

$$\Delta\sigma_z = \frac{3(100)}{2\pi}\,\frac{4^3}{(2.963^2 + 4^2)^{5/2}} = \mathbf{1.000}\ \mathrm{kPa}$$

A z = 4 m la isolínea de 1 kPa se encuentra a **2.963 m** del eje de la carga; al sustituir el valor de r hallado en la ecuación de Boussinesq se obtiene exactamente $\Delta\sigma_z$ = 1 kPa (las demás profundidades, en la página siguiente).

Solución (2/2)

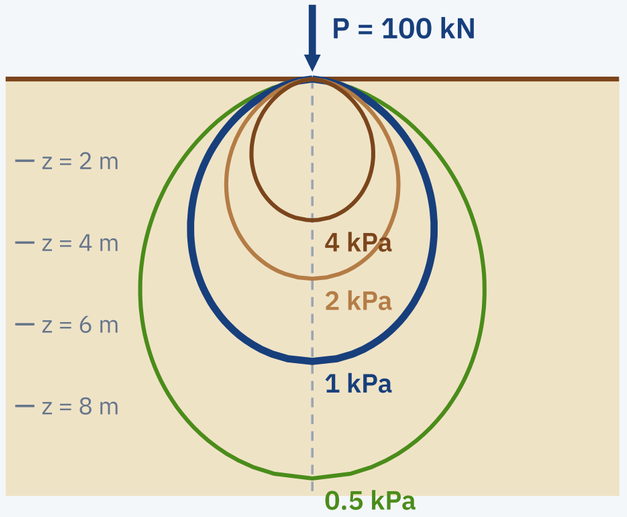
SOLUCIÓN

3 Profundidad a la que la línea se cierra en el eje (r = 0)

$$z_{axis} = \sqrt{\frac{3P}{2\pi\,\Delta\sigma_z}} = \sqrt{\frac{3(100)}{2\pi(1)}} = \sqrt{47.75} = \mathbf{6.91}\ \text{m}$$

z (m)	r (m)	Ancho 2r (m)	$\Delta\sigma_z$ según Boussinesq (kPa)
1	1.922	3.84	1.000
2	2.605	5.21	1.000
3	2.923	5.85	1.000
4	2.963	5.93	1.000
5	2.717	5.43	1.000
6	2.075	4.15	1.000

La curva de igual tensión de 1 kPa comienza en la superficie, en el punto de carga, alcanza su mayor anchura (r ≈ 2.98 m) a una profundidad z ≈ 3.65 m y se cierra sobre el eje a 6.91 m de profundidad; las curvas de las tensiones menores se extienden a mayor profundidad y con mayor anchura.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Boussinesq: $\Delta\sigma_z = 3P\,z^3/(2\pi L^5) = (P/z^2)\,I_1$, $I_1 = (3/2\pi) / [(r/z)^2 + 1]^{5/2}$; $\Delta\sigma_z$ no depende ni de μ ni de E; $\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$ dependen de μ

Ejemplo (P = 5 kN, A (3 ; 4 ; 6)): r = 5 m; L = 7.810 m; r/z = 0.8333; $I_1 = 0.12775$; **$\Delta\sigma_z = 0.01774$ kPa**; para μ = 0.5, $\Delta\sigma_x = 0.00444$, $\Delta\sigma_y = 0.00789$ kPa

Profundidad: para el mismo r = 5 m, la mayor tensión se produce en $z = r\sqrt{(3/2)} = 6.12$ m; **bajo el eje de la carga** $\Delta\sigma_z = 0.4775\,P/z^2$ (al duplicarse z, se reduce a la cuarta parte)

Superposición: cada carga se considera por separado con sus propios valores r_k y L_k y se suman las tensiones (en el ejemplo, 0.01774 + 0.02522 = 0.04296 kPa)

Bulbo de presiones: líneas de igual $\Delta\sigma_z$, $r = \sqrt{[(3Pz^3/(2\pi\Delta\sigma_z))^{2/5} - z^2]}$; para P = 100 kN la línea de 1 kPa se cierra sobre el eje a 6.91 m de profundidad

Referencias bibliográficas

Boussinesq, J. (1883). Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques. Gauthier-Villars, Paris.

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con una carga P = 5 kN y el punto A (3 ; 4 ; 6).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva las cargas puntuales propias, el punto de cálculo y el coeficiente de Poisson; el módulo proporciona los valores de $\Delta\sigma_z$, $\Delta\sigma_x$ y $\Delta\sigma_y$, el perfil en profundidad, las curvas de isotensión, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo → | **Página de teoría →**

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com