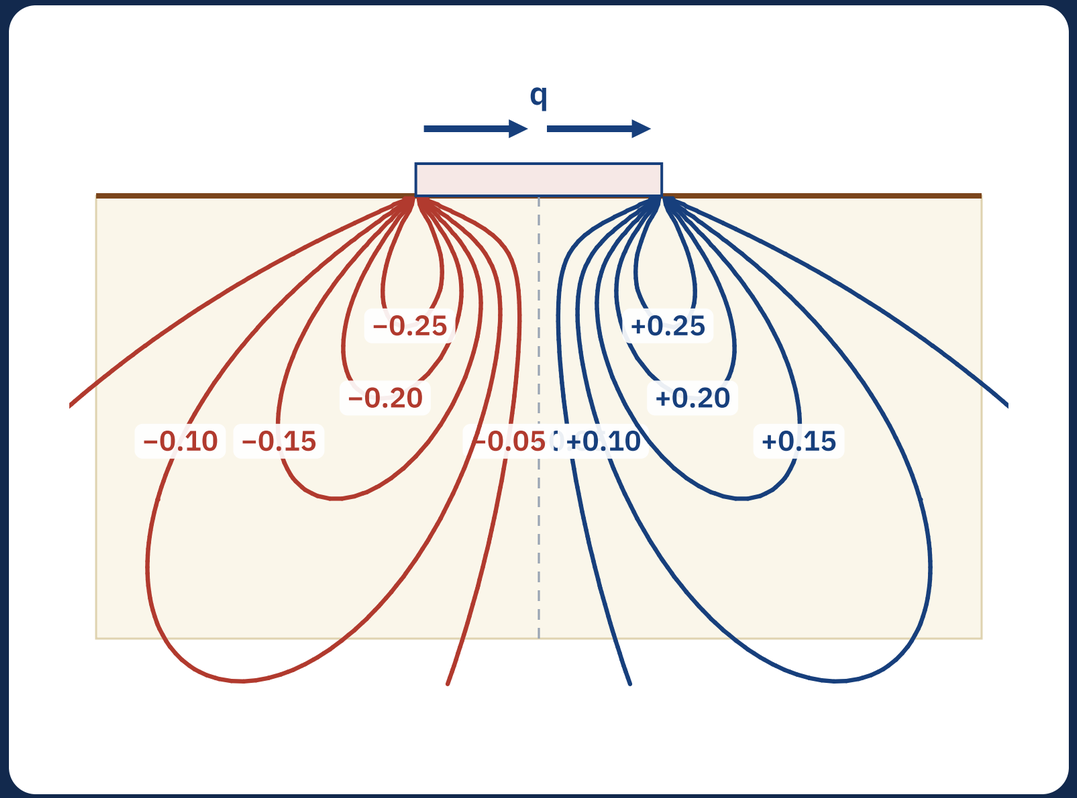
Cours de géotechnique · Contraintes dans le massif de sol

Contrainte sous une charge en bande horizontale

Cours : charges en bande horizontales et inclinées agissant le long de la surface ; un point calculé à la main, inclinaison, profondeur et profils horizontaux.

- Intégrale de la charge linéique horizontale
- Charge inclinée = verticale + horizontale
- Augmentation à l'avant, diminution à l'arrière
- Superposition
- Résoluble à la main



Introduction

Que verrons-nous dans ce cours ?

L'accroissement de contrainte verticale sous une charge en bande **poussante** (horizontale) et **inclinée** le long de la surface : l'intégrale de la charge linéique horizontale sur la largeur de la bande

L'équation de la bande horizontale et le fait que la contrainte est **fonction de x seul** : accroissement en avant de la charge, diminution en arrière, nulle sous l'axe

La décomposition de la charge inclinée en composantes $\mathbf{q_v = q \cos \alpha}$ et $\mathbf{q_h = q \sin \alpha}$, puis la **superposition** des solutions de charge en bande verticale et horizontale

Un point **de bout en bout à la main** (A en avant de la charge et B en arrière) ; l'effet de l'angle d'inclinaison, de la profondeur et de bandes multiples, avec des tableaux

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : formule et justification

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Exemple : q = 150 kN/m², inclinée de α = 30° par rapport à la verticale ; B = 3 m ; point A en x = +2.25 m, z = 3 m.

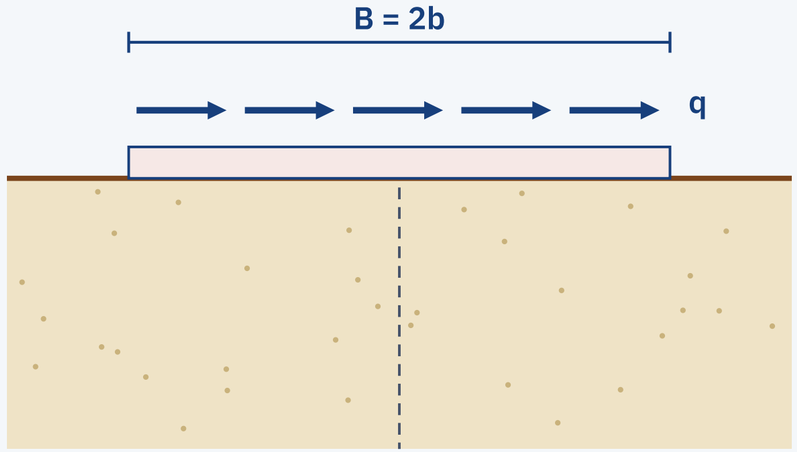
Une charge en bande pousse également le long de la surface

THÉORIE

Le frottement sous une semelle qui glisse, la poussée à la base d'un mur de soutènement, la force de freinage des véhicules sur une chaussée : une bande **pousse** aussi le long de la surface

Le module donne l'accroissement de contrainte verticale sous une **bande souple** soumise à une pression horizontale uniforme q et, par **superposition**, sous une bande inclinée ; la bande a une largeur B = 2b et une longueur infinie (déformation plane)

Le sol est un massif semi-infini **homogène, isotrope et élastique linéaire**. $\Delta\sigma_z$ n'est que l'accroissement dû à la charge et **peut être négatif** (diminution)



Coupe : la charge horizontale pousse dans la direction +x ; la bande s'étend à l'infini dans la direction y

De la charge linéique horizontale à la charge en bande

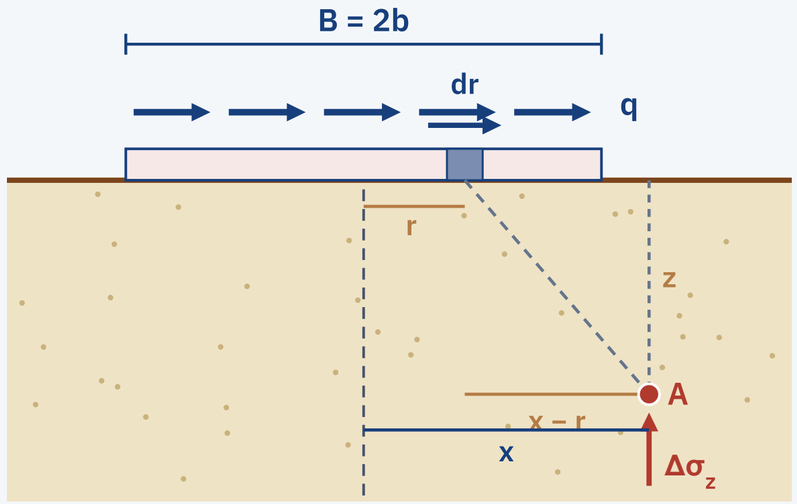
THÉORIE

Comme pour la bande verticale, la bande élémentaire de largeur dr supporte **q dr** par unité de longueur et se comporte comme une **charge linéique horizontale** agissant dans la direction +x

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,(x-r)\,z^2}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

Si l'on pose u = x − r, la primitive est −1/(u² + z²). Sur l'intervalle −b ≤ r ≤ b, l'intégrale se réduit à la différence de deux charges linéiques :

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$



$\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$

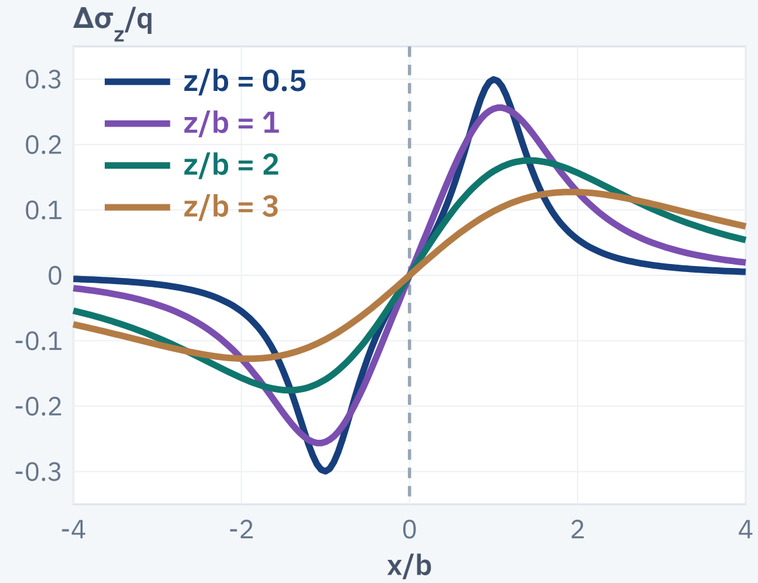
THÉORIE

Le produit des deux dénominateurs devient (x² + z² – b²)² + 4b²z² ; on obtient l'**équation de la bande horizontale** (b = B/2) :

$$\Delta\sigma_z = \frac{4\,b\,q\,x\,z^2}{\pi\,[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2]} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4XZ^2}{\pi\,[(X^2+Z^2-1)^2+4Z^2]}$$

La contrainte est une **fonction impaire** de x : de valeur égale et de signe opposé aux points +x et –x. **À l'avant** de la charge, le sol est poussé vers le bas, **à l'arrière** il est soulevé ; elle est nulle à toute profondeur sous l'axe de la bande

Avec X = x/b, Z = z/b, **une seule famille de courbes** est valable pour tout q et B. Vérification numérique (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1) : l'intégrale de la charge linéique horizontale le long de la bande donne **12.7324 kPa**, l'équation **12.7324 kPa**



Contrainte de la bande horizontale : la charge pousse dans la direction +x

Charge inclinée = composante verticale + composante horizontale

THÉORIE

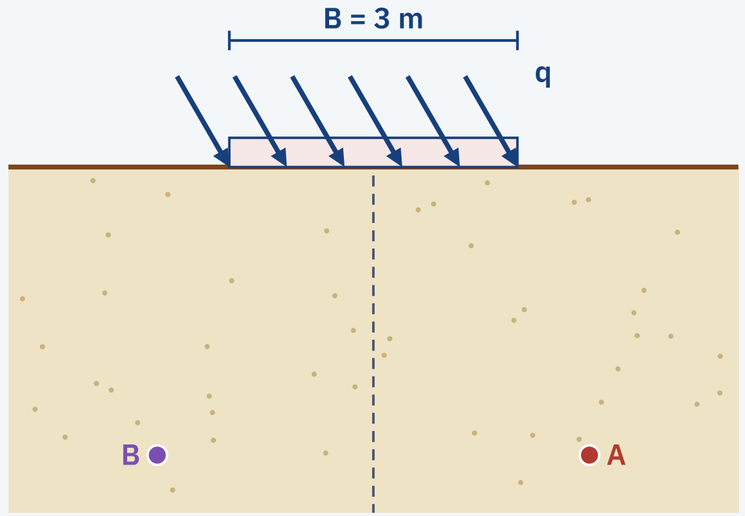
Une charge inclinée est une pression q agissant sous un angle **α** par rapport à la verticale (α est positif vers la direction +x ; α = 90° correspond à une charge entièrement horizontale, α = 0 à une bande verticale)

$$q_v = q\cos\alpha \qquad q_h = q\sin\alpha$$

La composante verticale donne la contrainte de la **bande verticale**, la composante horizontale celle de la **bande horizontale** ; les deux s'additionnent

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} \qquad \Delta\sigma_{z(v)} = q_v\, I_v \qquad \Delta\sigma_{z(h)} = q_h\, I_h$$

I_V est une fonction paire de x et I_h une fonction impaire de x : au point A, en avant de la charge, la composante horizontale **s'ajoute** ; au point B, derrière la charge, elle **se retranche**



q = 150 kN/m², α = 30°, B = 3 m ; A à l'avant, B à l'arrière (x = ±2.25 m, z = 3 m)

Bande horizontale : valeurs de $\Delta\sigma_z/q_h$

THÉORIE

z/b \ x/b	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0
0.25	0.0000	0.0551	0.3134	0.0605	0.0165	0.0070	0.0037	0.0014
0.50	0.0000	0.1273	0.2996	0.1469	0.0551	0.0255	0.0138	0.0055
1.00	0.0000	0.1567	0.2546	0.2107	0.1273	0.0739	0.0449	0.0196
1.50	0.0000	0.1273	0.2037	0.2022	0.1567	0.1098	0.0753	0.0374
2.00	0.0000	0.0959	0.1592	0.1754	0.1567	0.1254	0.0955	0.0540
3.00	0.0000	0.0551	0.0979	0.1219	0.1273	0.1198	0.1058	0.0749
4.00	0.0000	0.0343	0.0637	0.0845	0.0959	0.0988	0.0955	0.0795

$\Delta\sigma_{z(h)} = q_h \cdot$ (valeur du tableau), pour $x > 0$; aux points $x < 0$, la valeur est la même, de signe opposé. La colonne $x = 0$ est nulle à toute profondeur ; la valeur maximale diminue avec la profondeur et s'éloigne de l'axe de la bande.

Superposition

THÉORIE

Le sol étant **élastique**, la contrainte due à chaque bande est déterminée séparément, puis les contraintes sont sommées. Chaque bande est définie par son propre q, son inclinaison α, sa largeur B et sa ligne d'axe ; le module admet au plus huit bandes

Les bandes **ne peuvent pas se chevaucher** (elles peuvent se rejoindre au bord). La contrainte de chaque bande est déterminée avec **sa propre valeur de x**, c'est-à-dire la distance du point A à l'axe de cette bande ; les composantes verticale et horizontale peuvent aussi être sommées séparément

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \left(q_{v,k} I_{v,k} + q_{h,k} I_{h,k}\right) \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

Si la charge horizontale d'une bande est dirigée suivant −x (α < 0), q_h est négatif : le point « en avant de la charge » est désormais le point situé du côté **−x** de la bande

Énoncé

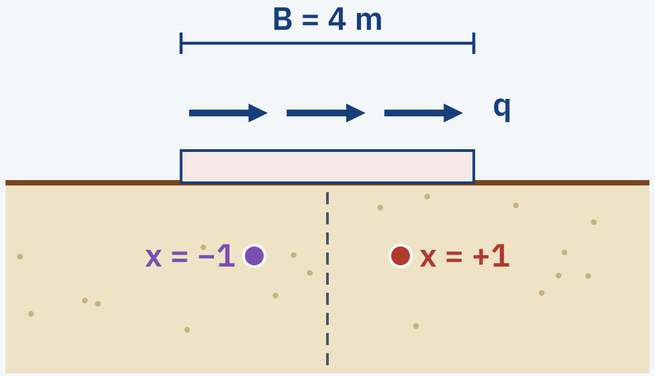
EXEMPLE

Données

Charge en bande	**Souple, horizontale (dans la direction $+x$) : $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m) ; ligne d'axe $x = 0$**
Points	**à la profondeur $z = 1$ m, $x = +1$ m (devant la charge) et $x = -1$ m (derrière)**

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_z$ et **$\Delta\sigma_z/q$** : avec l'équation fermée de la bande ; vérification par la **forme en différence**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Grandeurs au dénominateur (b = B/2 = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 1 + 1 - 4 = -2$$

$$(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2 = 4 + 4(4)(1) = \mathbf{20}$$

2 Valeur d'influence et contrainte

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\,[\ldots]} = \frac{4(2)(\pm1)(1)^2}{\pi\,(20)} = \pm\frac{8}{\pi\,(20)} = \pm\mathbf{0.1273}$$

$$\Delta\sigma_z = \pm0.1273\,(100) = \pm\mathbf{12.73}\ \mathrm{kPa}$$

x = +1 m (devant la charge) : $\Delta\sigma_z$ = **+12.73 kPa**, le sol est poussé vers le bas. **x = −1 m** (derrière) : **−12.73 kPa**, la contrainte diminue. Sous l'axe, $\Delta\sigma_z$ = 0 à toute profondeur.

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Forme de différence, x = +1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right] = \frac{100}{\pi}(0.4) = \mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

4 Forme de différence, x = −1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{(-1-2)^2+1} - \frac{1}{(-1+2)^2+1}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right] = -\mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

Les deux formes donnent **la même valeur** : ±12.73 kPa. Le module (α = 90°) donne la même valeur ; le signe provient uniquement de la position du point, devant ou derrière la charge.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

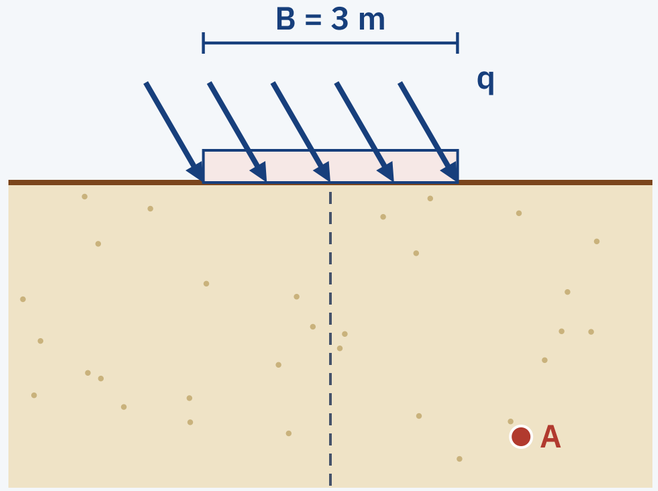
EXEMPLE

Données

Charge en bande	**Souple, inclinée de $\alpha = 30°$ par rapport à la verticale (dans la direction $+x$) : $q = 150$ kN/m², $B = 3$ m ($b = 1.5$ m) ; ligne d'axe $x = 0$**
Point A	**Devant la charge : $x = +2.25$ m, $z = 3$ m ($x/b = 1.5$; $z/b = 2$)**

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_{z(v)}$, **$\Delta\sigma_{z(h)}$** et **$\Delta\sigma_z$** total : par décomposition de la charge en ses composantes.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Composantes de la charge et distances adimensionnelles

$$q_v = 150\cos 30^\circ = \mathbf{129.90}\ \text{kPa} \qquad q_h = 150\sin 30^\circ = \mathbf{75.00}\ \text{kPa}$$

$$\frac{x}{b} = \frac{2.25}{1.5} = 1.5 \qquad \frac{z}{b} = \frac{3}{1.5} = 2$$

2 Composante verticale : arctangentes et terme algébrique (x – b = 0.75 m ; x + b = 3.75 m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{0.75} = 1.3258 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747$$

$$T = \frac{3(3)\,(5.0625 - 9 - 2.25)}{(5.0625 + 9 - 2.25)^2 + 9(9)} = \frac{-55.6875}{220.535} = -0.2525$$

Le point A se trouve **à l'extérieur** de la bande (x = 2.25 m > b = 1.5 m) : les deux arc tangentes sont prises directement, aucune correction de π n'est nécessaire.

Solution (2/3)

SOLUTION

3 Contrainte due à la composante verticale

$$I_v = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[1.3258 - 0.6747 - (-0.2525)\right] = \mathbf{0.2876}$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = 0.2876\,(129.90) = \mathbf{37.36}\ \text{kPa}$$

4 Contrainte de la composante horizontale (b = 1.5 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 5.0625 + 9 - 2.25 = 11.8125 \qquad 4b\,x\,z^2 = 4(1.5)(2.25)(9) = 121.5$$

$$I_h = \frac{121.5}{\pi\left[(11.8125)^2 + 4(2.25)(9)\right]} = \frac{121.5}{\pi\,(220.535)} = \mathbf{0.1754}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = 0.1754\,(75.00) = \mathbf{13.15}\ \text{kPa}$$

La charge étant inclinée de 30°, la **composante verticale de 37.36 kPa** et la **composante horizontale de 13.15 kPa** engendrent des contraintes ; l'effet de la composante horizontale en A est positif (à l'avant).

Solution (3/3)

SOLUTION

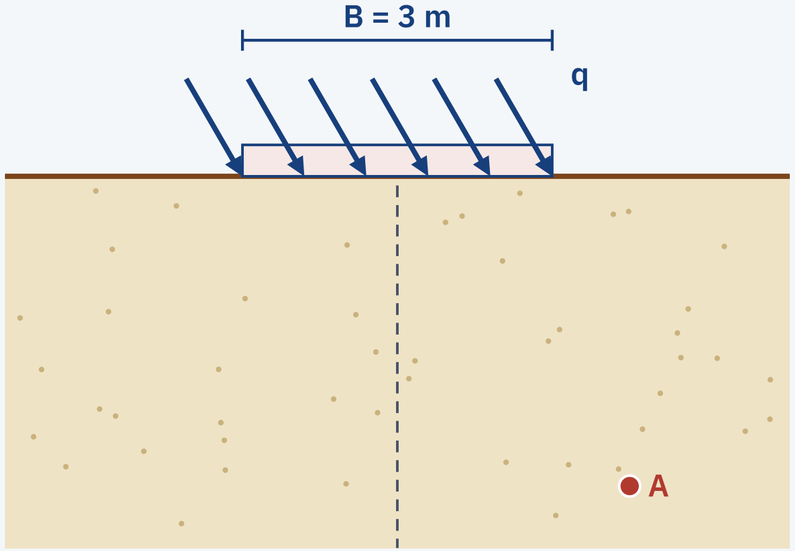
5 Superposition

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} = 37.36 + 13.15 = \mathbf{50.52}\ \text{kPa}$$

6 Vérification de la composante horizontale par la forme en différence

$$I_h = \frac{z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$

$$= \frac{9}{\pi}\left[\frac{1}{9.5625} - \frac{1}{23.0625}\right] = \mathbf{0.1754}$$



$\Delta\sigma_z$ = 50.52 kPa ; le module donne la même valeur (composante verticale 37.36, composante horizontale 13.15). Si la charge verticale était de 150 kPa (α = 0), on n'obtiendrait que 43.14 kPa en A.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

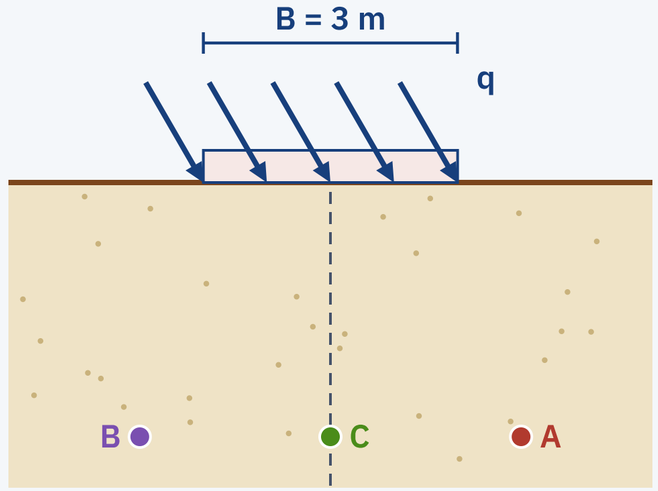
EXEMPLE

Données

Charge en bande	**La bande de l'exemple 2 :** $q = 150$ **kN/m²,** $B = 3$ **m,** $\alpha = 30°$
Points	**B :** $x = -2.25$ **m (arrière de la charge) ; C :** $x = 0$ **(axe) ;** $z = 3$ **m**
Inclinaison	$\alpha = 0,\ 15°,\ 30°,\ 45°,\ 60°,\ 75°,\ 90°$ **(en A et B)**

À DÉTERMINER

$\Delta\sigma_z$ aux points **B** et **C**, par symétrie ; variation de la contrainte en A et en B lorsque α varie.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Point B (x = −2.25 m) : composante verticale doublée, composante horizontale simple

$$\Delta\sigma_{z(v)}(B) = \Delta\sigma_{z(v)}(A) = 37.36\ \text{kPa} \qquad \Delta\sigma_{z(h)}(B) = -\Delta\sigma_{z(h)}(A) = -13.15\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_z(B) = 37.36 + (-13.15) = \mathbf{24.21}\ \text{kPa}$$

2 Point C (axe, x = 0) : composante horizontale nulle ; composante verticale par la formule sous l'axe

$$I_v = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4000\right] = 0.5498$$

$$\Delta\sigma_z(C) = 0.5498\,(129.90) = \mathbf{71.42}\ \text{kPa}$$

En avant de la charge (A) 50.52, **en arrière** (B) 24.21, **sous l'axe** (C) 71.42 kPa : à la même profondeur, la composante horizontale ajoute 13.15 kPa en A et retranche la même quantité en B. Le module donne les mêmes valeurs pour A et B.

Solution (2/2)

SOLUTION

α (°)	q_v	q_h	A: $\Delta\sigma_{z(v)}$	A: $\Delta\sigma_{z(h)}$	A: $\Delta\sigma_z$	B: $\Delta\sigma_z$
0	150.00	0.00	43.14	0.00	**43.14**	**43.14**
15	144.89	38.82	41.67	6.81	**48.48**	**34.86**
30	129.90	75.00	37.36	13.15	**50.52**	**24.21**
45	106.07	106.07	30.51	18.60	**49.11**	**11.91**
60	75.00	129.90	21.57	22.78	**44.35**	**−1.21**
75	38.82	144.89	11.17	25.41	**36.58**	**−14.24**
90	0.00	150.00	0.00	26.31	**26.31**	**−26.31**

Lorsque l'inclinaison augmente, la composante verticale diminue et la composante horizontale augmente. **En A**, le total est maximal autour de α ≈ 30° (50.5 kPa) ; pour α = 90°, seule la composante horizontale subsiste (26.3 kPa). **En B**, la contrainte **passe à une diminution** pour α = 60° avec -1.21 kPa et atteint −26.3 kPa pour α = 90°.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

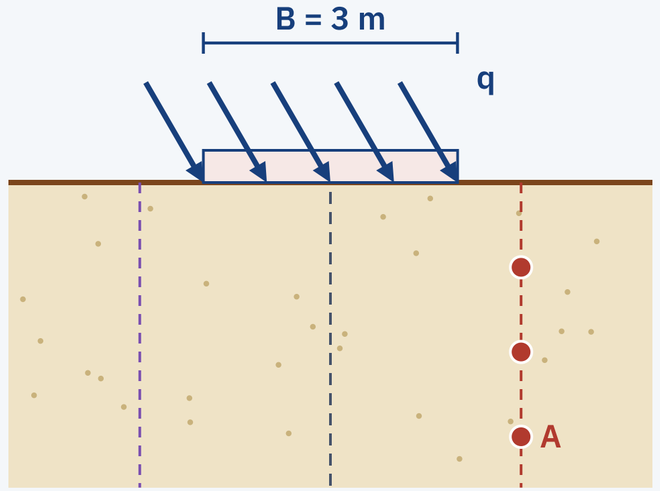
EXEMPLE

Données

Charge en bande	**Bande inclinée de l'exemple 2 :** $q = 150$ **kN/m²,** $\alpha = 30°$**,** $B = 3$ **m**
Droites	**L'ordonnée de A est** $x = +2.25$ **m et l'ordonnée de B est** $x = -2.25$ **m**
Profondeur	$z = 0.5$ **…** 12 **m**

À DÉTERMINER

Variation de $\Delta\sigma_{z(v)}$, $\Delta\sigma_{z(h)}$ et du total avec la profondeur ; la **profondeur où la composante horizontale est maximale**.

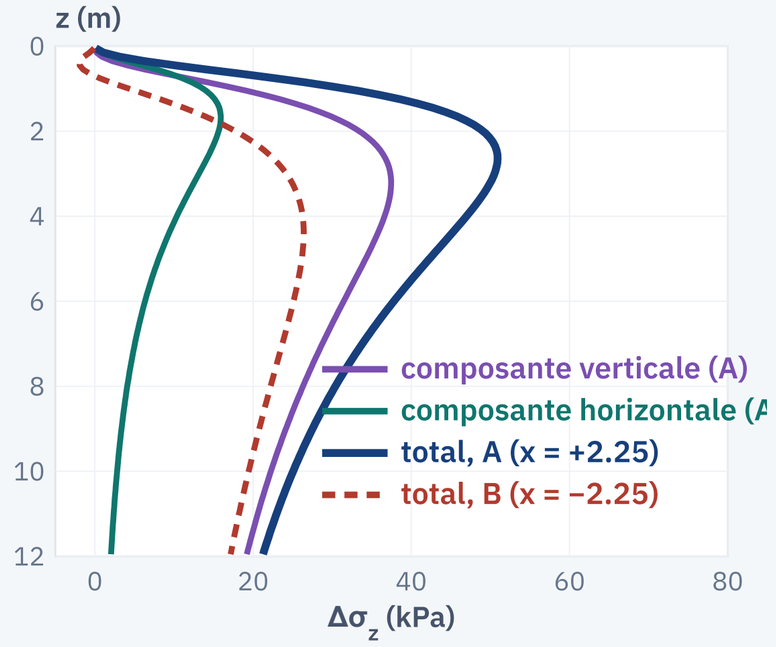


Solution

SOLUTION

z (m)	z/b	A: $\Delta\sigma_{z(v)}$	A: $\Delta\sigma_{z(h)}$	A: $\Delta\sigma_z$	B: $\Delta\sigma_z$
0.5	0.33	5.17	6.93	**12.09**	**−1.76**
1.0	0.67	18.01	13.69	**31.71**	**4.32**
1.5	1.00	27.77	15.81	**43.57**	**11.96**
2.0	1.33	33.43	15.64	**49.08**	**17.79**
3.0	**2.00**	**37.36**	**13.15**	**50.52**	**24.21**
4.0	2.67	36.62	10.36	**46.98**	**26.26**
5.0	3.33	34.23	8.07	**42.30**	**26.16**
6.0	4.00	31.45	6.34	**37.79**	**25.11**
8.0	5.33	26.31	4.09	**30.40**	**22.22**
10.0	6.67	22.25	2.81	**25.06**	**19.44**
12.0	8.00	19.14	2.03	**21.17**	**17.11**

Sous A, la **composante verticale** passe par un maximum à z ≈ 3.25 m (37.5 kPa) ; la **composante horizontale** est maximale à une profondeur plus faible, z ≈ 1.65 m (15.9 kPa), puis s'atténue comme 1/z². Sous B, la contrainte près de la surface est négative (-1.76 kPa à z = 0.5 m).



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

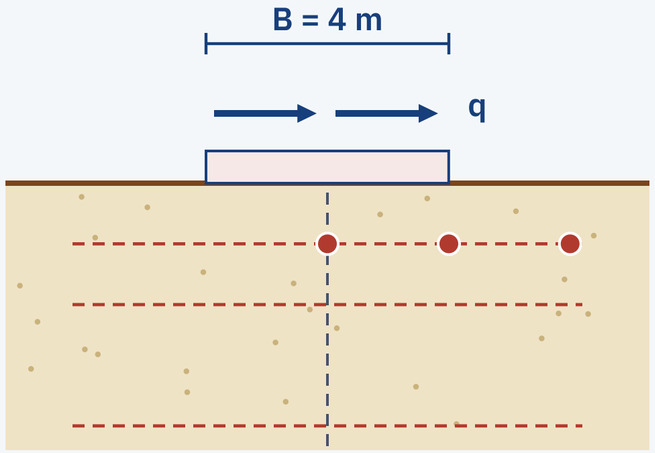
EXEMPLE

Données

Charge en bande	**Horizontal : $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = 2$ m), dans la direction $+x$**
Droites	**Droites horizontales à la profondeur $z = 1,\ 2,\ 4,\ 6$ m ; $x = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8$ m**
Calcul manuel	**Point $z = 1$ m, $x = 2$ m (bord)**

À DÉTERMINER

La variation de $\Delta\sigma_z$ suivant x à chaque profondeur ; la **position de la valeur maximale** et la variation de son amplitude avec la profondeur.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Grandeurs au dénominateur (b = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 4 + 1 - 4 = 1 \qquad (x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2 = 1 + 16 = 17$$

$$4b\,x\,z^2 = 4(2)(2)(1) = 16$$

2 Valeur d'influence et contrainte

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{16}{\pi\,(17)} = \mathbf{0.2996}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2996\,(100) = \mathbf{29.96}\ \mathrm{kPa}$$

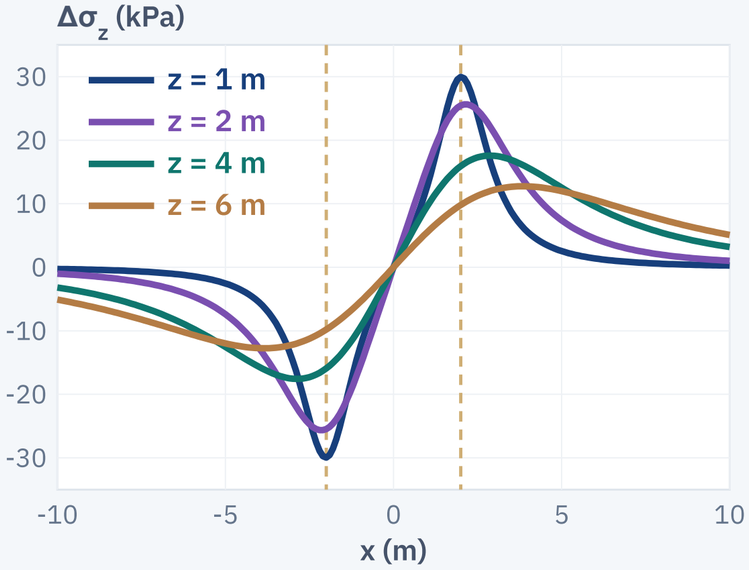
Au bord avant de la bande (x = b), à la profondeur z = 1 m, $\Delta\sigma_z$ = **29.96 kPa** : cette valeur est très proche de la **valeur maximale** sur la droite z = 1 m (x = 2.01 m, 29.96 kPa).

Solution (2/2)

SOLUTION

z (m)	x = 1 m	x = 2 m	x = 3 m	x = 4 m	x = 6 m	x = 8 m	Pic : x (m)	Pic : $\Delta\sigma_z$
1	12.73	29.96	14.69	5.51	1.38	0.55	**2.01**	**29.96**
2	15.67	25.46	21.07	12.73	4.49	1.96	**2.15**	**25.65**
4	9.59	15.92	17.54	15.67	9.55	5.40	**2.87**	**17.57**
6	5.51	9.79	12.19	12.73	10.58	7.49	**3.84**	**12.75**

La valeur de pointe, près de la surface (z = 1 m), est de **30.0 kPa** juste sous le bord de la bande ; avec la profondeur, elle **diminue** (12.7 kPa à z = 6 m) et **s'éloigne de la bande** (x = 2.0 m → 3.8 m). La colonne x = 0 est toujours nulle ; aux points x < 0, les valeurs sont identiques, de signe opposé (symétrie impaire).



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

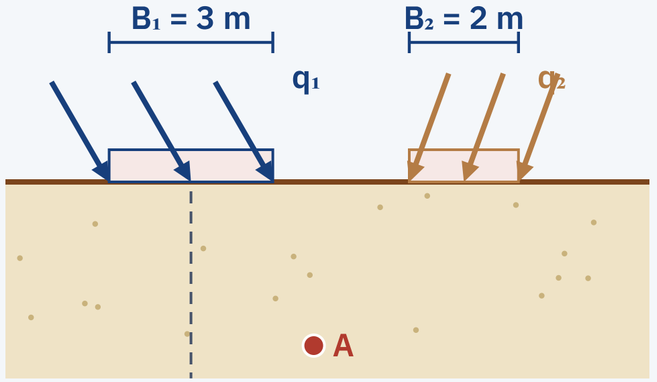
EXEMPLE

Données

1re bande	$q_1 = 150$ **kN/m²,** $\alpha_1 = 30^\circ$ **(+**x**),** $B_1 = 3$ **m,** $x_{c1} = 0$ **(–1.5 … 1.5 m) — la bande de l'exemple 2**
2e bande	$q_2 = 100$ **kN/m²,** $\alpha_2 = -20^\circ$ **(direction** $-x$**),** $B_2 = 2$ **m,** $x_{c2} = 5$ **m (4 … 6 m)**
Point A	$x = 2.25$ **m,** $z = 3$ **m (entre les deux bandes)**

À DÉTERMINER

Contribution de la bande 2 (verticale, horizontale) et **$\Delta\sigma_z$ total** ; profil en fonction de la profondeur.



Solution (1/3)

SOLUTION

1 Bande 2 : $x_2 = 2.25 - 5 = -2.75$ m ($|x_2| = 2.75$ m), b = 1 m ; $\alpha_2 = -20°$

$$q_v = 100\cos 20^\circ = \mathbf{93.97}\ \text{kPa} \qquad q_h = 100\sin(-20^\circ) = -\mathbf{34.20}\ \text{kPa}$$

2 Composante verticale (symétrie : pour $|x_2| = 2.75$ m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{1.75} = 1.0427 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747 \quad T = \frac{2(3)(-2.4375)}{(15.5625)^2 + 36} = -0.0526$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = \frac{93.97}{\pi}[A_1 - A_2 - T] = 0.1339\,(93.97) = \mathbf{12.58}\ \text{kPa}$$

Solution (2/3)

SOLUTION

3 Composante horizontale : q_h négative, x_2 négatif → $\Delta\sigma_{z(h)}$ positif

$$I_h(|x|) = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\left[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2\right]} = \frac{4(1)(2.75)(9)}{\pi\left[(15.5625)^2+36\right]} = \mathbf{0.1133}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = (-34.20)\left(-0.1133\right) = \mathbf{3.87}\ \text{kPa}$$

4 Superposition (1re bande : exemple 2)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = (37.36 + 13.15) + (12.58 + 3.87)$$

$$= 50.52 + 16.45 = \mathbf{66.97}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 66.97 kPa (composantes verticales 49.94, composantes horizontales 17.03 kPa). Le module donne les mêmes valeurs pour les deux bandes.

Solution (3/3)

SOLUTION

z (m)	1re bande (kPa)	2e bande (kPa)	Total (kPa)	part de la bande 2
1	31.71	4.25	**35.96**	%12
2	49.08	12.18	**61.26**	%20
3	50.52	16.45	**66.97**	%25
4	46.98	17.48	**64.45**	%27
6	37.79	15.83	**53.62**	%30
8	30.40	13.38	**43.79**	%31
12	21.17	9.71	**30.89**	%31

Dans la couche proche de la surface, la bande 1 est prépondérante ; à **z = 12 m**, la part de la bande 2 atteint 31 % du total. Les composantes horizontales des deux bandes s'additionnent en A dans le même sens (toutes deux vers A) : les charges poussent l'une vers l'autre.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Synthèse

Points à retenir

Bande horizontale : $\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$, $b = B/2$; expression équivalente $(qz^2/\pi)[1/((x - b)^2 + z^2) - 1/((x + b)^2 + z^2)]$. **Fonction impaire** de x : + à l'avant, – à l'arrière, 0 sous l'axe

Bande inclinée : $q_v = q \cos \alpha$, $q_h = q \sin \alpha$; $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)}$. La composante verticale est paire en x, la composante horizontale impaire

Exemple (q = 150 kPa, α = 30°, B = 3 m ; z = 3 m) : A (x = +2.25) : 37.36 + 13.15 = **50.52 kPa** ; B (x = −2.25) : 37.36 − 13.15 = **24.21 kPa** ; bande horizontale (q = 100, B = 4 ; x = ±1, z = 1) : **±12.73 kPa**

Effets : lorsque α augmente, le total en A est maximal pour $\alpha \approx 30°$; en B, la contrainte diminue pour $\alpha \geq 60°$; pour la bande horizontale, le maximum diminue à mesure qu'il s'approfondit et s'éloigne de la bande

Superposition : chaque bande avec ses propres valeurs de x et α ; dans l'exemple de deux bandes inclinées, 50.52 + 16.45 = **66.97 kPa**

Références bibliographiques

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

REMARQUE

L'ensemble des exemples numériques a été produit avec le moteur de calcul du module lui-même ; le module redonne les mêmes valeurs. Le module s'ouvre avec q = 150 kN/m², α = 30°, B = 3 m et A (x = +2.25 m, z = 3 m) ; en saisissant x = −2.25 m, on obtient le point B, et en saisissant α = 90°, une bande entièrement horizontale.

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva ses propres bandes (q, inclinaison, B, ligne d'axe) et le point A ; le module fournit conjointement la contrainte, les courbes d'isocontraintes, le profil en profondeur, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com