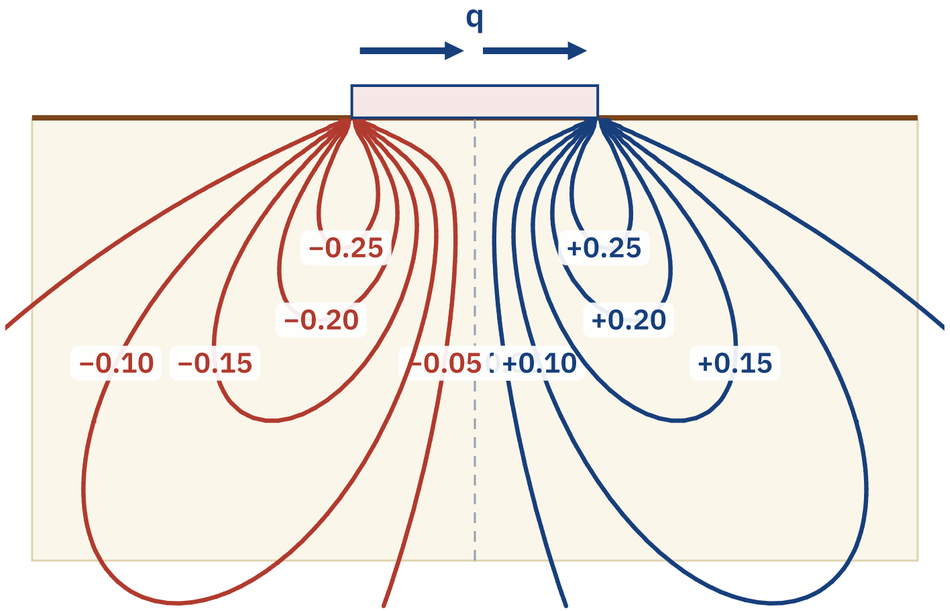
Presentación de clase de geotecnia · Tensiones en la masa de suelo

# Tensión bajo una carga en franja horizontal

Clase: cargas en franja horizontales e inclinadas que empujan a lo largo de la superficie; un punto a mano, inclinación, perfiles en profundidad y horizontales.

- Integral de la carga lineal horizontal
- Carga inclinada = vertical + horizontal
- Aumento delante, disminución detrás
- Superposición
- Resoluble a mano



Introducción

# ¿Qué aprenderemos en esta clase?

El incremento de tensión vertical bajo una carga en franja **de empuje** (horizontal) e **inclinada** sobre la superficie: la integral de la carga lineal horizontal en el ancho de la franja

La ecuación de la franja horizontal y el hecho de que la tensión es **función únicamente de x**: aumento por delante de la carga, disminución por detrás y cero bajo el eje

La descomposición de la carga inclinada en las componentes $\mathbf{q_v = q \cos \alpha}$ y $\mathbf{q_h = q \sin \alpha}$ y la **superposición** de las soluciones de franja vertical y horizontal

Un punto **a mano de principio a fin** (A delante de la carga y B detrás); el efecto del ángulo de inclinación, de la profundidad y de varias franjas, con tablas

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: q = 150 kN/m², inclinada α = 30° respecto de la vertical; B = 3 m; punto A en x = +2.25 m, z = 3 m.

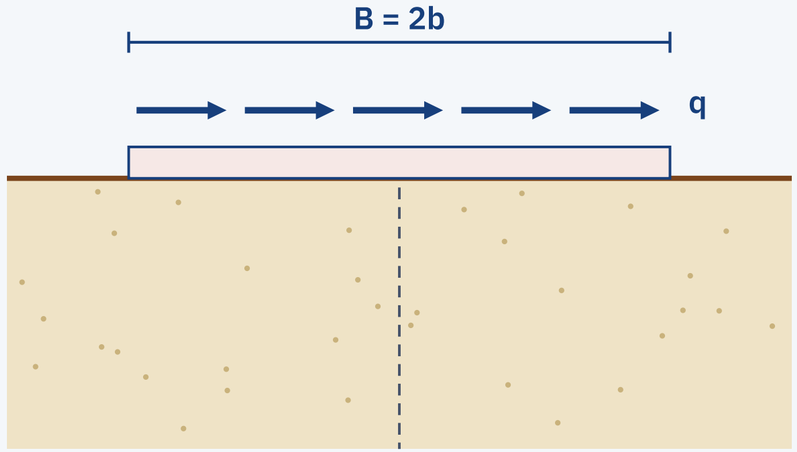
# La carga en franja también empuja a lo largo de la superficie

TEORÍA

El rozamiento bajo una cimentación que desliza, el empuje en la base de un muro de contención, la fuerza de frenado de los vehículos en una carretera: una franja también **empuja** a lo largo de la superficie

El módulo da el incremento de tensión vertical bajo una **franja flexible** que soporta una presión horizontal uniforme q y, por **superposición**, bajo una franja inclinada; la franja tiene ancho B = 2b y longitud infinita (deformación plana)

El terreno es un medio semiinfinito **homogéneo, isótropo y elástico lineal**. $\Delta\sigma_z$ es únicamente el incremento debido a la carga y **puede ser negativo** (disminución)




Sección: la carga horizontal empuja en el sentido +x; la franja se extiende hasta el infinito en la dirección y

# De la carga lineal horizontal a la franja

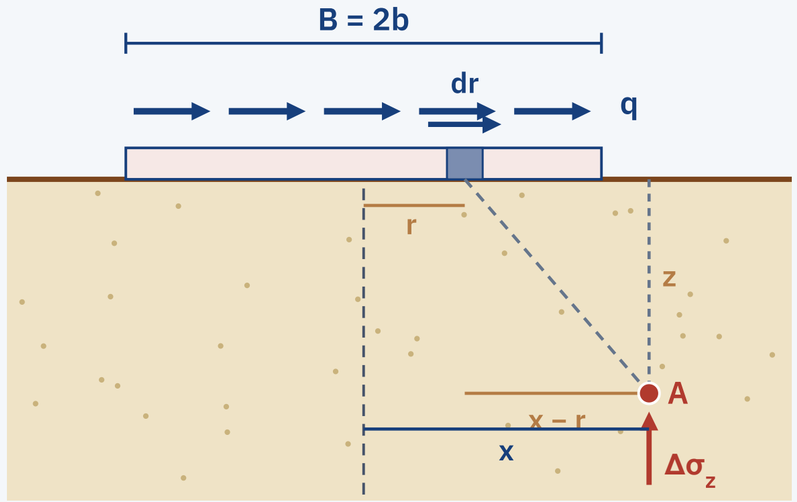
TEORÍA

Como en la franja vertical, la franja elemental de ancho dr soporta **q dr** por unidad de longitud y se comporta como una **carga lineal horizontal** que actúa en el sentido +x

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,(x-r)\,z^2}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

Tomando u = x − r, la primitiva es −1/(u² + z²). En el intervalo −b ≤ r ≤ b, la integral se reduce a la diferencia de dos cargas lineales:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$



# $\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$

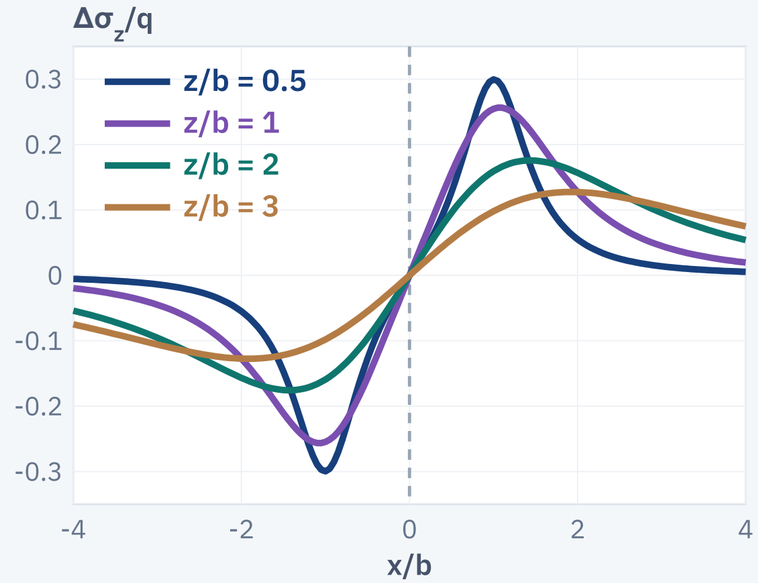
TEORÍA

El producto de los dos denominadores es $(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2$; resulta la **ecuación de la franja horizontal** (b = B/2):

$$\Delta\sigma_z = \frac{4\,b\,q\,x\,z^2}{\pi\,[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2]} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4XZ^2}{\pi\,[(X^2+Z^2-1)^2+4Z^2]}$$

La tensión es una **función impar** de x: de igual magnitud y signo contrario en los puntos +x y –x. **Delante** de la carga el suelo es empujado hacia abajo, **detrás** se levanta; bajo el eje de la franja es nula a cualquier profundidad

Con X = x/b, Z = z/b, **una única familia de curvas** es válida para cualquier q y B. Comprobación numérica (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1): la integral de la carga lineal horizontal a lo largo de la franja da **12.7324 kPa**, la ecuación **12.7324 kPa**




Tensión de la franja horizontal: la carga empuja en la dirección +x

# Carga inclinada = componente vertical + componente horizontal

TEORÍA

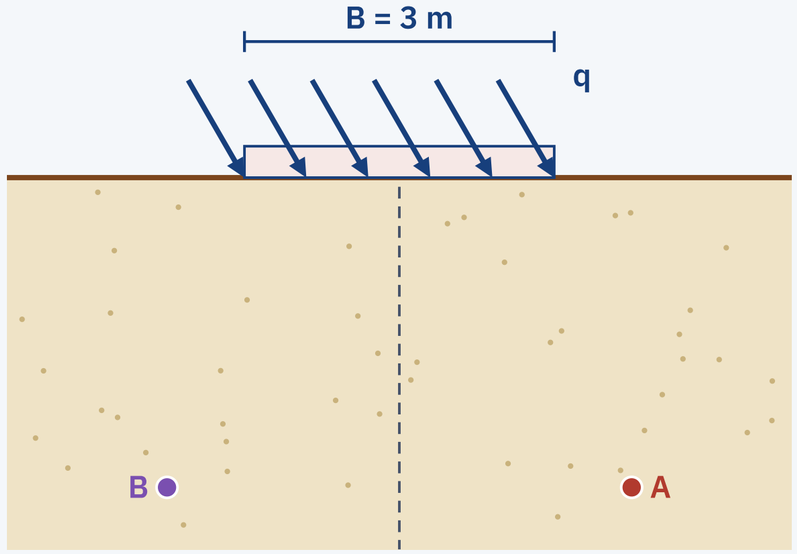
La carga inclinada es la presión q que actúa formando un ángulo **α** con la vertical (α es positivo hacia la dirección +x; α = 90° es totalmente horizontal, α = 0 es una franja vertical)

$$q_v = q\cos\alpha \qquad q_h = q\sin\alpha$$

La componente vertical da la tensión de la **franja vertical** y la componente horizontal la de la **franja horizontal**; ambas se suman

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} \qquad \Delta\sigma_{z(v)} = q_v\, I_v \qquad \Delta\sigma_{z(h)} = q_h\, I_h$$

$I_v$ es una función par de x e $I_h$ una función impar de x: en el punto A, delante de la carga, la componente horizontal se **suma**, y en el punto B, detrás de ella, se **resta**




q = 150 kN/m², α = 30°, B = 3 m; A delante, B detrás (x = ±2.25 m, z = 3 m)

# Franja horizontal: valores de $\Delta\sigma_z/q_h$

TEORÍA

| z/b \ x/b | 0.0 | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 4.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.25 | 0.0000 | 0.0551 | 0.3134 | 0.0605 | 0.0165 | 0.0070 | 0.0037 | 0.0014 |
| 0.50 | 0.0000 | 0.1273 | 0.2996 | 0.1469 | 0.0551 | 0.0255 | 0.0138 | 0.0055 |
| 1.00 | 0.0000 | 0.1567 | 0.2546 | 0.2107 | 0.1273 | 0.0739 | 0.0449 | 0.0196 |
| 1.50 | 0.0000 | 0.1273 | 0.2037 | 0.2022 | 0.1567 | 0.1098 | 0.0753 | 0.0374 |
| 2.00 | 0.0000 | 0.0959 | 0.1592 | 0.1754 | 0.1567 | 0.1254 | 0.0955 | 0.0540 |
| 3.00 | 0.0000 | 0.0551 | 0.0979 | 0.1219 | 0.1273 | 0.1198 | 0.1058 | 0.0749 |
| 4.00 | 0.0000 | 0.0343 | 0.0637 | 0.0845 | 0.0959 | 0.0988 | 0.0955 | 0.0795 |

$\Delta\sigma_{z(h)} = q_h \cdot$ (valor de la tabla), para $x > 0$; en los puntos $x < 0$ el valor es el mismo con signo contrario. La columna $x = 0$ es nula a cualquier profundidad; el valor máximo disminuye con la profundidad y se aleja del eje de la franja.

# Superposición

TEORÍA

Como el terreno es **elástico**, la tensión de cada franja se obtiene por separado y se suma. Cada franja se define con su propio q, su inclinación α, su ancho B y su eje central; en el módulo se introducen como máximo ocho franjas

Las franjas **no pueden solaparse** (pueden unirse en el borde). La tensión de cada franja se obtiene **con su propio valor de x**, es decir, con la distancia del punto A al eje de esa franja; las componentes vertical y horizontal también pueden sumarse por separado

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \left(q_{v,k} I_{v,k} + q_{h,k} I_{h,k}\right) \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

Si la carga horizontal de una franja tiene sentido −x (α < 0), $q_h$ es negativa: el punto delantero pasa a ser el punto situado en el lado **−x** de la franja

# Enunciado

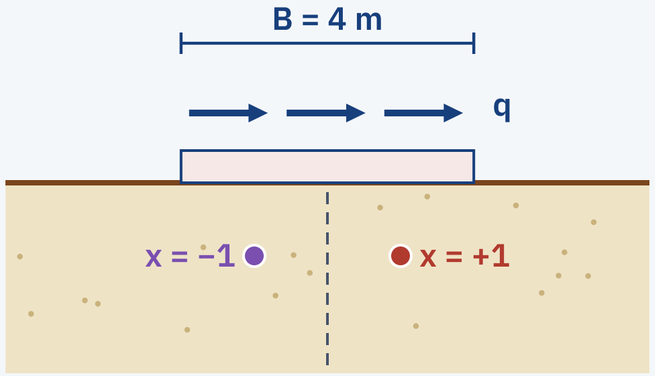
EJEMPLO

## Datos

| | |
|---|---|
| Carga en franja | **Flexible, horizontal (en la dirección $+x$): $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m); línea del eje $x = 0$** |
| Puntos | **a $z = 1$ m de profundidad, $x = +1$ m (delante de la carga) y $x = -1$ m (detrás)** |

### SE PIDE

**$\Delta\sigma_z$** y **$\Delta\sigma_z/q$**: con la ecuación cerrada de la franja; verificación con la **forma en diferencias**.



# Solución (1/2)

SOLUCIÓN

**1** Magnitudes del denominador (b = B/2 = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 1 + 1 - 4 = -2$$

$$(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2 = 4 + 4(4)(1) = \mathbf{20}$$

**2** Valor de influencia y tensión

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\,[\ldots]} = \frac{4(2)(\pm1)(1)^2}{\pi\,(20)} = \pm\frac{8}{\pi\,(20)} = \pm\mathbf{0.1273}$$

$$\Delta\sigma_z = \pm0.1273\,(100) = \pm\mathbf{12.73}\ \mathrm{kPa}$$

**x = +1 m** (delante de la carga): $\Delta\sigma_z$ = **+12.73 kPa**, el suelo es empujado hacia abajo. **x = −1 m** (detrás): **−12.73 kPa**, la tensión disminuye. Bajo el eje, $\Delta\sigma_z$ = 0 a cualquier profundidad.

# Solución (2/2)

SOLUCIÓN

**3** Forma de diferencia, x = +1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right] = \frac{100}{\pi}(0.4) = \mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

**4** Forma de diferencia, x = −1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{(-1-2)^2+1} - \frac{1}{(-1+2)^2+1}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right] = -\mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

Ambas formas dan el **mismo valor**: ±12.73 kPa. El módulo (α = 90°) da el mismo valor; el signo procede únicamente de que el punto esté delante o detrás de la carga.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Enunciado

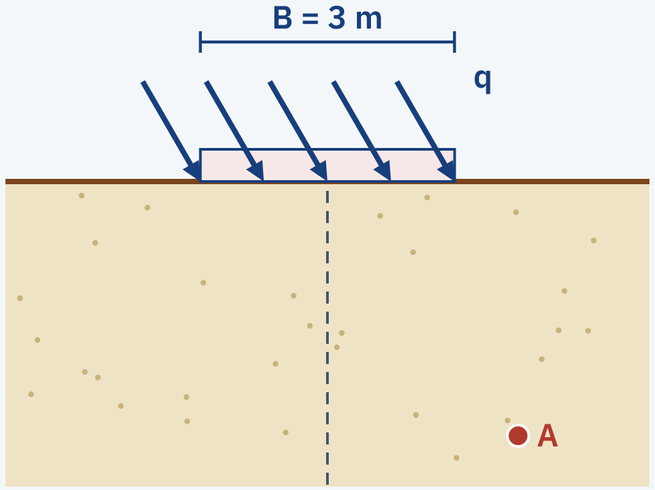
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Carga en franja | **Flexible, inclinada $\alpha = 30°$ respecto de la vertical (en la dirección de $+x$): $q = 150$ kN/m², $B = 3$ m ($b = 1.5$ m); línea del eje $x = 0$** |
| Punto A | **Delante de la carga: $x = +2.25$ m, $z = 3$ m ($x/b = 1.5$; $z/b = 2$)** |

**SE PIDE**

**$\Delta\sigma_{z(v)}$, $\Delta\sigma_{z(h)}$** y el total **$\Delta\sigma_z$**: descomponiendo la carga en sus componentes.



# Solución (1/3)

SOLUCIÓN

**1** Componentes de la carga y distancias adimensionales

$$q_v = 150\cos 30^\circ = \mathbf{129.90}\ \text{kPa} \qquad q_h = 150\sin 30^\circ = \mathbf{75.00}\ \text{kPa}$$

$$\frac{x}{b} = \frac{2.25}{1.5} = 1.5 \qquad \frac{z}{b} = \frac{3}{1.5} = 2$$

**2** Componente vertical: arcotangentes y término algebraico (x – b = 0.75 m; x + b = 3.75 m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{0.75} = 1.3258 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747$$

$$T = \frac{3(3)\,(5.0625 - 9 - 2.25)}{(5.0625 + 9 - 2.25)^2 + 9(9)} = \frac{-55.6875}{220.535} = -0.2525$$

El punto A se encuentra **fuera** de la franja (x = 2.25 m > b = 1.5 m): las dos arcotangentes se toman directamente y no se requiere corrección de π.

# Solución (2/3)

SOLUCIÓN

**3** Tensión debida a la componente vertical

$$I_v = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[1.3258 - 0.6747 - (-0.2525)\right] = \mathbf{0.2876}$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = 0.2876\,(129.90) = \mathbf{37.36}\ \text{kPa}$$

**4** Tensión debida a la componente horizontal (b = 1.5 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 5.0625 + 9 - 2.25 = 11.8125 \qquad 4b\,x\,z^2 = 4(1.5)(2.25)(9) = 121.5$$

$$I_h = \frac{121.5}{\pi\left[(11.8125)^2 + 4(2.25)(9)\right]} = \frac{121.5}{\pi\,(220.535)} = \mathbf{0.1754}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = 0.1754\,(75.00) = \mathbf{13.15}\ \text{kPa}$$

Como la carga está inclinada 30°, la **componente vertical de 37.36 kPa** y la **componente horizontal de 13.15 kPa** generan tensión; el efecto de la componente horizontal en A es positivo (delante).

# Solución (3/3)

SOLUCIÓN

**5** Superposición

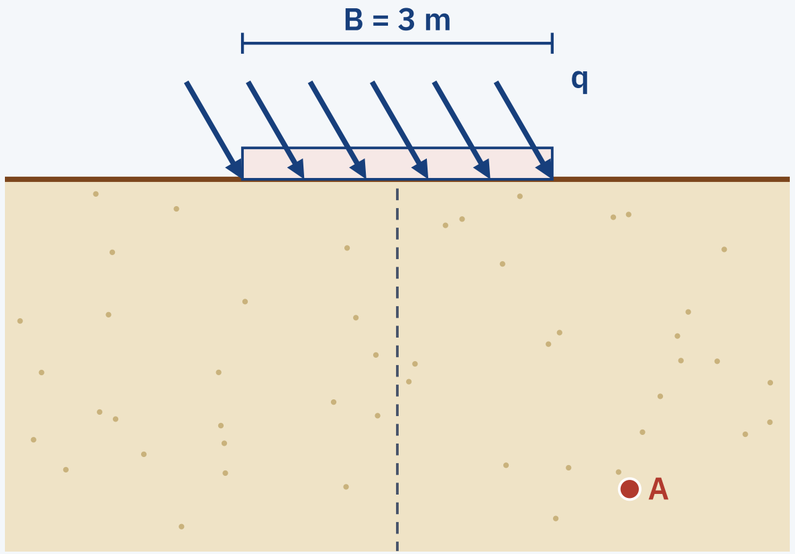
$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} = 37.36 + 13.15 = \mathbf{50.52}\ \text{kPa}$$

**6** Verificación de la componente horizontal mediante la forma en diferencias

$$I_h = \frac{z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$

$$= \frac{9}{\pi}\left[\frac{1}{9.5625} - \frac{1}{23.0625}\right] = \mathbf{0.1754}$$

**$\Delta\sigma_z$ = 50.52 kPa**; el módulo da el mismo valor (vertical 37.36, horizontal 13.15). Si la carga vertical fuese de 150 kPa (α = 0), en A sería solo de 43.14 kPa.




Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Enunciado

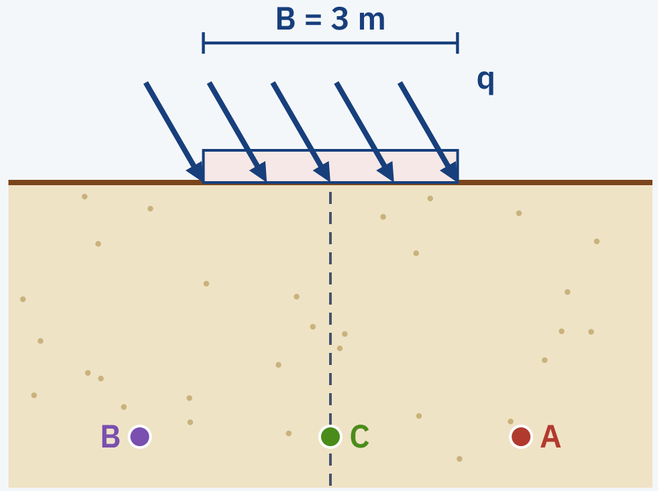
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Carga en franja | **La carga en franja del Ejemplo 2: $q = 150$ kN/m², $B = 3$ m, $\alpha = 30°$** |
| Puntos | **B: $x = -2.25$ m (detrás de la carga); C: $x = 0$ (eje); $z = 3$ m** |
| Inclinación | **$\alpha = 0,\ 15°,\ 30°,\ 45°,\ 60°,\ 75°,\ 90°$ (en A y B)** |

**SE PIDE**

$\Delta\sigma_z$ en los puntos **B** y **C** por simetría; variación de la tensión en A y B al cambiar α.



# Solución (1/2)

SOLUCIÓN

**1** Punto B (x = −2.25 m): componente vertical doble, componente horizontal simple

$$\Delta\sigma_{z(v)}(B) = \Delta\sigma_{z(v)}(A) = 37.36\ \text{kPa} \qquad \Delta\sigma_{z(h)}(B) = -\Delta\sigma_{z(h)}(A) = -13.15\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_z(B) = 37.36 + (-13.15) = \mathbf{24.21}\ \text{kPa}$$

**2** Punto C (eje, x = 0): componente horizontal nula; componente vertical mediante la fórmula bajo el eje

$$I_v = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4000\right] = 0.5498$$

$$\Delta\sigma_z(C) = 0.5498\,(129.90) = \mathbf{71.42}\ \text{kPa}$$

**Por delante** de la carga (A) 50.52, **por detrás** (B) 24.21, **bajo el eje** (C) 71.42 kPa: a la misma profundidad, la componente horizontal añade 13.15 kPa en A y resta otro tanto en B. El módulo da los mismos valores para A y B.

# Solución (2/2)

SOLUCIÓN

| α (°) | $q_v$ | $q_h$ | A: $\Delta\sigma_{z(v)}$ | A: $\Delta\sigma_{z(h)}$ | A: $\Delta\sigma_z$ | B: $\Delta\sigma_z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 150.00 | 0.00 | 43.14 | 0.00 | **43.14** | **43.14** |
| 15 | 144.89 | 38.82 | 41.67 | 6.81 | **48.48** | **34.86** |
| 30 | 129.90 | 75.00 | 37.36 | 13.15 | **50.52** | **24.21** |
| 45 | 106.07 | 106.07 | 30.51 | 18.60 | **49.11** | **11.91** |
| 60 | 75.00 | 129.90 | 21.57 | 22.78 | **44.35** | **−1.21** |
| 75 | 38.82 | 144.89 | 11.17 | 25.41 | **36.58** | **−14.24** |
| 90 | 0.00 | 150.00 | 0.00 | 26.31 | **26.31** | **−26.31** |

Al aumentar la inclinación, la componente vertical disminuye y la horizontal aumenta. En **A**, el total es máximo hacia α ≈ 30° (50.5 kPa); con α = 90° solo queda la componente horizontal (26.3 kPa). En **B**, la tensión **pasa a disminuir** con α = 60°, con -1.21 kPa, y llega a −26.3 kPa con α = 90°.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Enunciado

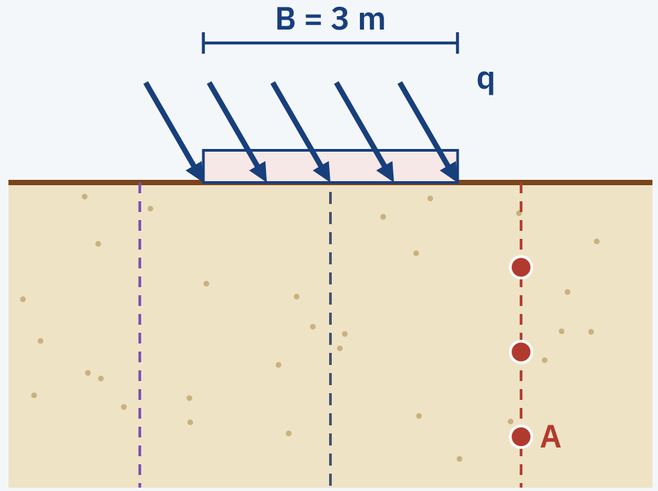
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Carga en franja | **Franja inclinada del Ejemplo 2:** $q = 150$ **kN/m²,** $\alpha = 30°$**,** $B = 3$ **m** |
| Rectas | **La recta de A:** $x = +2.25$ **m; la recta de B:** $x = -2.25$ **m** |
| Profundidad | $z = 0.5$ **…** $12$ **m** |

**SE PIDE**

Variación de $\Delta\sigma_{z(v)}$, $\Delta\sigma_{z(h)}$ y del total con la profundidad; la **profundidad en que la componente horizontal es máxima**.

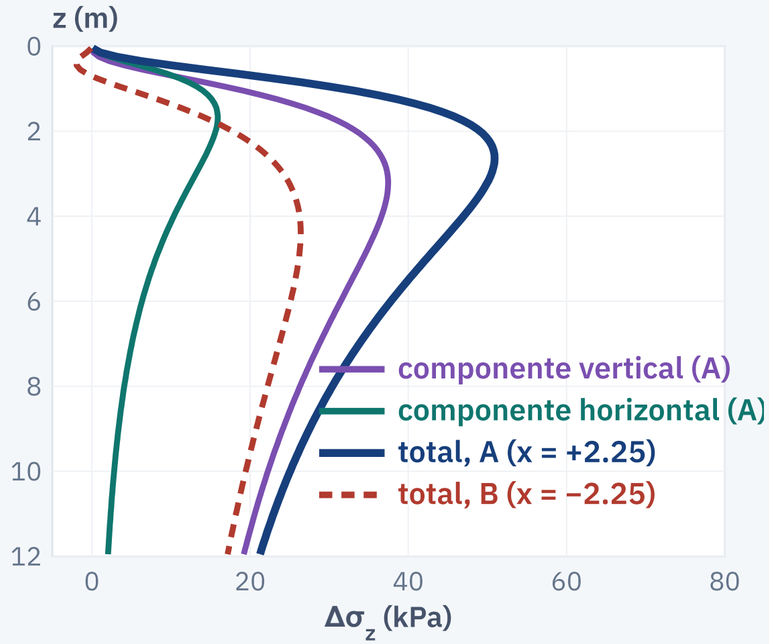


# Solución

SOLUCIÓN

| z (m) | z/b | A: $\Delta\sigma_{z(v)}$ | A: $\Delta\sigma_{z(h)}$ | A: $\Delta\sigma_z$ | B: $\Delta\sigma_z$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.5 | 0.33 | 5.17 | 6.93 | **12.09** | **−1.76** |
| 1.0 | 0.67 | 18.01 | 13.69 | **31.71** | **4.32** |
| 1.5 | 1.00 | 27.77 | 15.81 | **43.57** | **11.96** |
| 2.0 | 1.33 | 33.43 | 15.64 | **49.08** | **17.79** |
| **3.0** | **2.00** | **37.36** | **13.15** | **50.52** | **24.21** |
| 4.0 | 2.67 | 36.62 | 10.36 | **46.98** | **26.26** |
| 5.0 | 3.33 | 34.23 | 8.07 | **42.30** | **26.16** |
| 6.0 | 4.00 | 31.45 | 6.34 | **37.79** | **25.11** |
| 8.0 | 5.33 | 26.31 | 4.09 | **30.40** | **22.22** |
| 10.0 | 6.67 | 22.25 | 2.81 | **25.06** | **19.44** |
| 12.0 | 8.00 | 19.14 | 2.03 | **21.17** | **17.11** |

Bajo A, la **componente vertical** alcanza su máximo en z ≈ 3.25 m (37.5 kPa); la **componente horizontal** es máxima a menor profundidad, en z ≈ 1.65 m (15.9 kPa), y después decae como 1/z². Bajo B, la tensión cerca de la superficie es negativa (-1.76 kPa en z = 0.5 m).




Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Enunciado

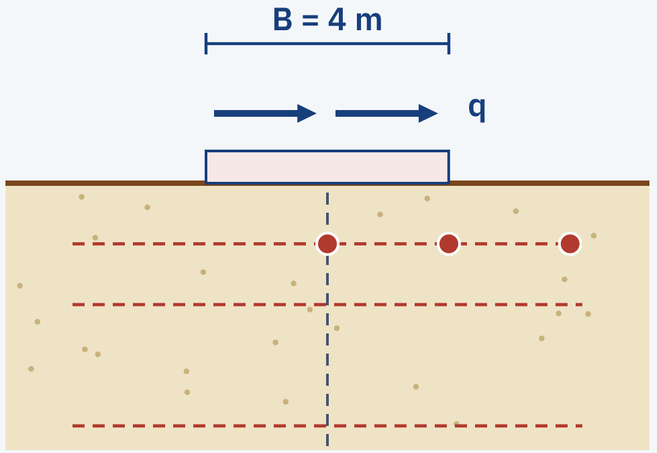
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| Carga en franja | **Horizontal: $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = 2$ m), en la dirección $+x$** |
| Rectas | **Rectas horizontales a $z = 1,\ 2,\ 4,\ 6$ m de profundidad; $x = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8$ m** |
| Cálculo manual | **Punto $z = 1$ m, $x = 2$ m (borde)** |

**SE PIDE**

La variación de $\Delta\sigma_z$ a lo largo de x en cada profundidad; la **posición del valor máximo** y la variación de su magnitud con la profundidad.



# Solución (1/2)

SOLUCIÓN

**1** Magnitudes del denominador (b = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 4 + 1 - 4 = 1 \qquad (x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2 z^2 = 1 + 16 = 17$$

$$4b\,x\,z^2 = 4(2)(2)(1) = 16$$

**2** Valor de influencia y tensión

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{16}{\pi\,(17)} = \mathbf{0.2996}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2996\,(100) = \mathbf{29.96}\ \mathrm{kPa}$$

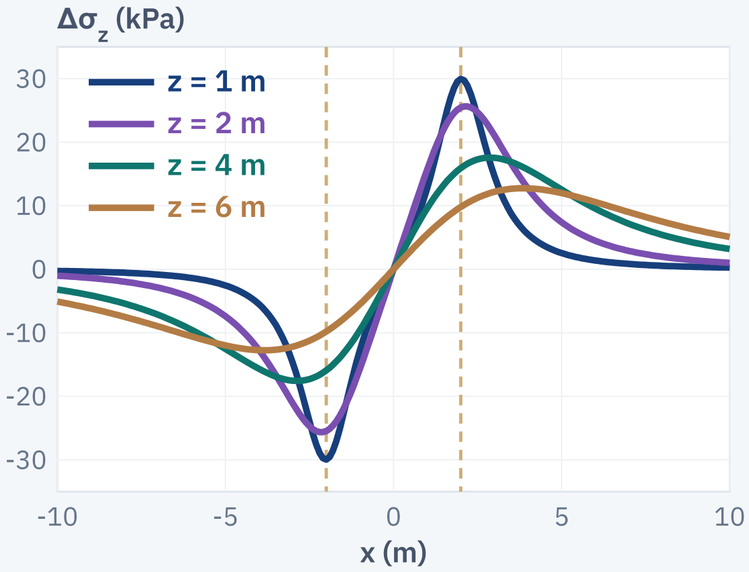
En el borde delantero de la franja (x = b), a la profundidad z = 1 m, $\Delta\sigma_z$ = **29.96 kPa**: es muy próximo al **valor máximo** a lo largo de la recta z = 1 m (x = 2.01 m, 29.96 kPa).

# Solución (2/2)

SOLUCIÓN

| z (m) | x = 1 m | x = 2 m | x = 3 m | x = 4 m | x = 6 m | x = 8 m | Pico: x (m) | Pico: $\Delta\sigma_z$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12.73 | 29.96 | 14.69 | 5.51 | 1.38 | 0.55 | **2.01** | **29.96** |
| 2 | 15.67 | 25.46 | 21.07 | 12.73 | 4.49 | 1.96 | **2.15** | **25.65** |
| 4 | 9.59 | 15.92 | 17.54 | 15.67 | 9.55 | 5.40 | **2.87** | **17.57** |
| 6 | 5.51 | 9.79 | 12.19 | 12.73 | 10.58 | 7.49 | **3.84** | **12.75** |

El valor máximo, cerca de la superficie (z = 1 m), es de **30.0 kPa** justo bajo el borde de la franja; al profundizar **disminuye** (12.7 kPa a z = 6 m) y **se aleja de la franja** (x = 2.0 m → 3.8 m). La columna x = 0 es siempre cero; en los puntos x < 0 los valores son los mismos con el signo contrario (simetría impar).




Comprobar la solución en GeoTerva ↗

# Enunciado

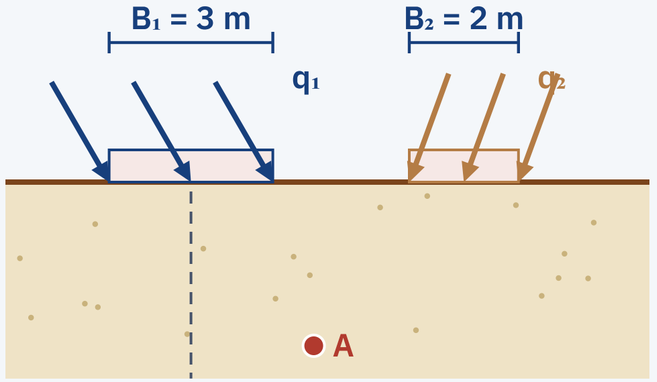
EJEMPLO

**Datos**

| | |
|---|---|
| 1.ª franja | $q_1 = 150$ **kN/m²,** $\alpha_1 = 30^\circ$ **(+**$x$**),** $B_1 = 3$ **m,** $x_{c1} = 0$ **(–1.5 … 1.5 m) — la franja del Ejemplo 2** |
| 2.ª franja | $q_2 = 100$ **kN/m²,** $\alpha_2 = -20^\circ$ **(dirección** $-x$**),** $B_2 = 2$ **m,** $x_{c2} = 5$ **m (4 … 6 m)** |
| Punto A | $x = 2.25$ **m,** $z = 3$ **m (entre las dos franjas)** |

**SE PIDE**

Aporte de la franja 2 (vertical, horizontal) y **$\Delta\sigma_z$ total**; perfil en profundidad.



# Solución (1/3)

SOLUCIÓN

**1** Franja 2: $x_2 = 2.25 - 5 = -2.75$ m ($|x_2| = 2.75$ m), b = 1 m; $\alpha_2 = -20°$

$$q_v = 100\cos 20^\circ = \mathbf{93.97}\ \text{kPa} \qquad q_h = 100\sin(-20^\circ) = -\mathbf{34.20}\ \text{kPa}$$

**2** Componente vertical (simetría: para $|x_2| = 2.75$ m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{1.75} = 1.0427 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747 \quad T = \frac{2(3)(-2.4375)}{(15.5625)^2 + 36} = -0.0526$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = \frac{93.97}{\pi}[A_1 - A_2 - T] = 0.1339\,(93.97) = \mathbf{12.58}\ \text{kPa}$$

# Solución (2/3)

SOLUCIÓN

**3** Componente horizontal: $q_h$ negativa, $x_2$ negativa → $\Delta\sigma_{z(h)}$ positiva

$$I_h(|x|) = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\left[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2\right]} = \frac{4(1)(2.75)(9)}{\pi\left[(15.5625)^2+36\right]} = \mathbf{0.1133}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = (-34.20)\,(-0.1133) = \mathbf{3.87}\ \text{kPa}$$

**4** Superposición (1.ª franja: Ejemplo 2)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = (37.36 + 13.15) + (12.58 + 3.87)$$

$$= 50.52 + 16.45 = \mathbf{66.97}\ \text{kPa}$$

**$\Delta\sigma_z$ = 66.97 kPa** (componentes verticales 49.94, componentes horizontales 17.03 kPa). El módulo da los mismos valores para las dos franjas.

# Solución (3/3)

SOLUCIÓN

| z (m) | 1.ª franja (kPa) | 2.ª franja (kPa) | Total (kPa) | contribución de la franja 2 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 31.71 | 4.25 | **35.96** | %12 |
| 2 | 49.08 | 12.18 | **61.26** | %20 |
| 3 | 50.52 | 16.45 | **66.97** | %25 |
| 4 | 46.98 | 17.48 | **64.45** | %27 |
| 6 | 37.79 | 15.83 | **53.62** | %30 |
| 8 | 30.40 | 13.38 | **43.79** | %31 |
| 12 | 21.17 | 9.71 | **30.89** | %31 |

En el estrato próximo a la superficie predomina la franja 1; a **z = 12 m** la contribución de la franja 2 asciende al 31 % del total. Las componentes horizontales de las dos franjas se suman en A en el mismo sentido (ambas hacia A): las cargas empujan una hacia la otra.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

# Puntos clave

**Franja horizontal**: $\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$, $b = B/2$; forma equivalente $(qz^2/\pi)[1/((x - b)^2 + z^2) - 1/((x + b)^2 + z^2)]$.
**Función impar** de x: + delante, – detrás, 0 bajo el eje

**Franja inclinada**: $q_v = q \cos\alpha$, $q_h = q \sin\alpha$; $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)}$. La componente vertical es par en x y la horizontal, impar

**Ejemplo** ($q = 150$ kPa, $\alpha = 30°$, $B = 3$ m; $z = 3$ m): A ($x = +2.25$): 37.36 + 13.15 = **50.52 kPa**; B ($x = -2.25$): 37.36 – 13.15 = **24.21 kPa**; franja horizontal ($q = 100$, $B = 4$; $x = \pm1$, $z = 1$): **±12.73 kPa**

**Efectos**: al aumentar α, el total en A es máximo hacia $\alpha \approx 30°$, y en B la tensión disminuye para $\alpha \geq 60°$; en la franja horizontal, el máximo disminuye al aumentar la profundidad y se aleja de la franja

**Superposición**: cada franja con su propio x y α; en el ejemplo de dos franjas inclinadas, 50.52 + 16.45 = **66.97 kPa**

# Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

**NOTA**

Todos los ejemplos numéricos se han generado con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con q = 150 kN/m², α = 30°, B = 3 m y A (x = +2.25 m, z = 3 m); al introducir x = −2.25 m se obtiene el punto B, y al introducir α = 90° se obtiene una franja totalmente horizontal.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

# De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva las franjas propias (q, inclinación, B, eje central) y el punto A; el módulo proporciona conjuntamente la tensión, las curvas de igual tensión, el perfil en profundidad, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

**Abrir en el teléfono**
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com