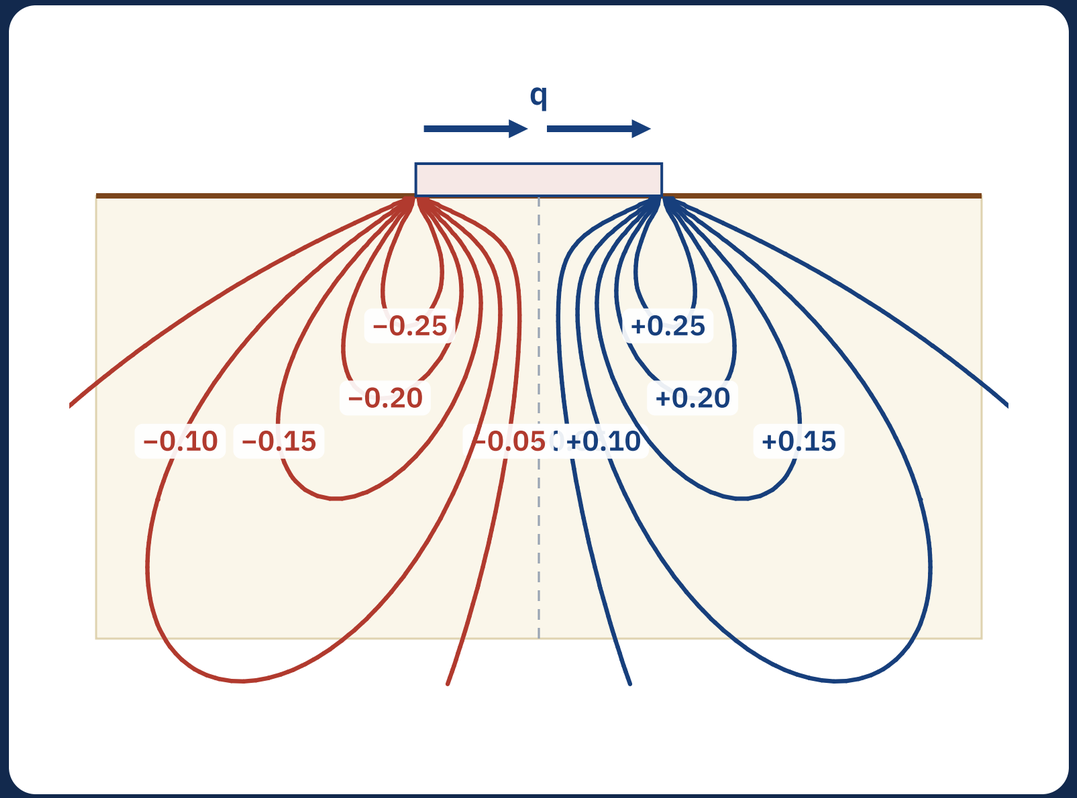
Geotechnische Vorlesungspräsentation · Spannungen im Baugrund

Spannung unter einer horizontalen Streifenlast

Vorlesung: horizontale und geneigte Streifenlasten, die entlang der Oberfläche wirken; ein Punkt von Hand, Neigung, Tiefe und horizontale Profile.

- Integral der horizontalen Linienlast
- Geneigte Last = vertikal + horizontal
- Anstieg vorn, Abnahme hinten
- Superposition
- Von Hand lösbar



Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Die vertikale Spannungszunahme unter einer entlang der Oberfläche **drückenden** (horizontalen) und **geneigten** Streifenlast: das Integral der horizontalen Linienlast über die Streifenbreite

Die Gleichung des horizontalen Streifens und die Tatsache, dass die Spannung **eine Funktion allein von x** ist: Zunahme vor der Last, Abnahme hinter ihr, null unter der Achse

Die geneigte Last in die Komponenten $\mathbf{q_v = q \cos \alpha}$ und $\mathbf{q_h = q \sin \alpha}$ zerlegen und die Lösungen für den vertikalen und den horizontalen Streifen **superponieren**

Einen Punkt **von Anfang bis Ende von Hand** (A vor und B hinter der Last); der Einfluss des Neigungswinkels, der Tiefe und mehrerer Streifen mit Tabellen

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Formel und Begründung

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispiel: q = 150 kN/m², unter α = 30° gegen die Vertikale geneigt; B = 3 m; Punkt A bei x = +2.25 m, z = 3 m.

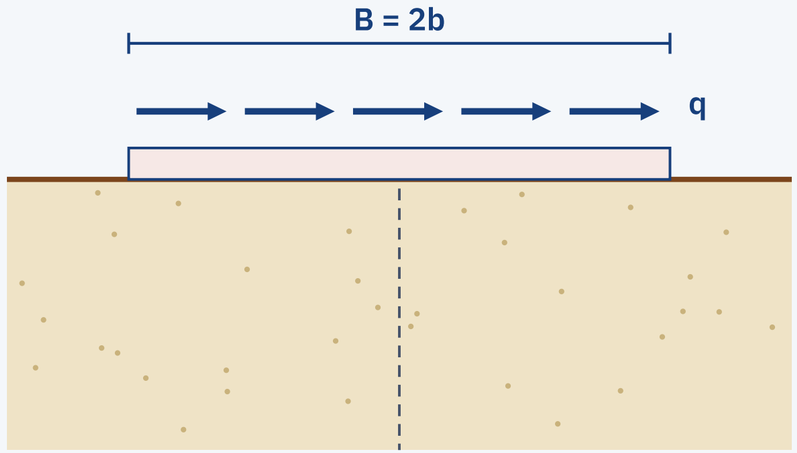
Eine Streifenlast drückt auch entlang der Oberfläche

THEORIE

Die Reibung unter einem gleitenden Fundament, der Erddruck am Fuß einer Stützwand, die Bremskraft von Fahrzeugen auf einer Straße: Eine Streifenlast **drückt** auch entlang der Oberfläche

Das Modul liefert den vertikalen Spannungszuwachs unter einem **elastischen Streifen**, der eine gleichmäßige horizontale Pressung q trägt, und durch **Superposition** unter einem geneigten Streifen; der Streifen hat die Breite B = 2b und ist unendlich lang (ebener Verzerrungszustand)

Der Boden ist ein **homogener, isotroper, linear elastischer** Halbraum. $\Delta\sigma_z$ ist nur der Spannungszuwachs aus der Last und **kann negativ sein** (eine Abnahme)



Schnitt: die Horizontallast wirkt in +x-Richtung; der Streifen erstreckt sich unendlich in y-Richtung

Von der horizontalen Linienlast zum Streifen

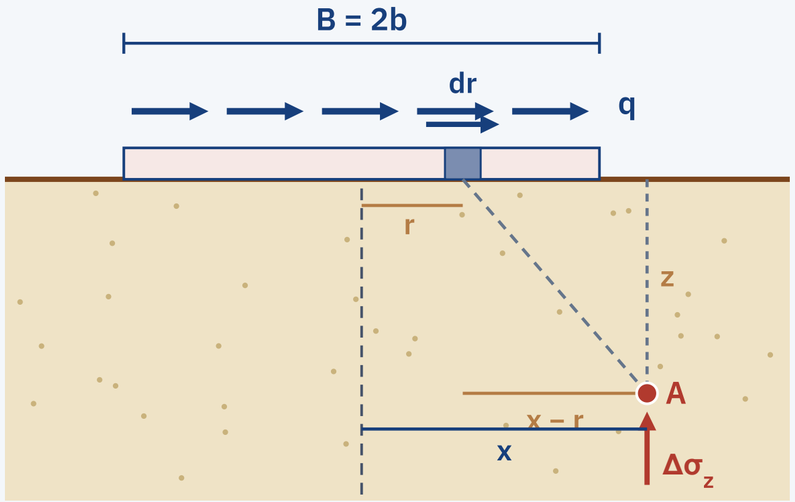
THEORIE

Wie beim vertikalen Streifen trägt der elementare Streifen der Breite dr je Längeneinheit **q dr** und wirkt wie eine in +x-Richtung angreifende **horizontale Linienlast**

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,(x-r)\,z^2}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

Setzt man u = x − r, so ist die Stammfunktion −1/(u² + z²). Im Intervall −b ≤ r ≤ b reduziert sich das Integral auf die Differenz zweier Linienlasten:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$



$\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$

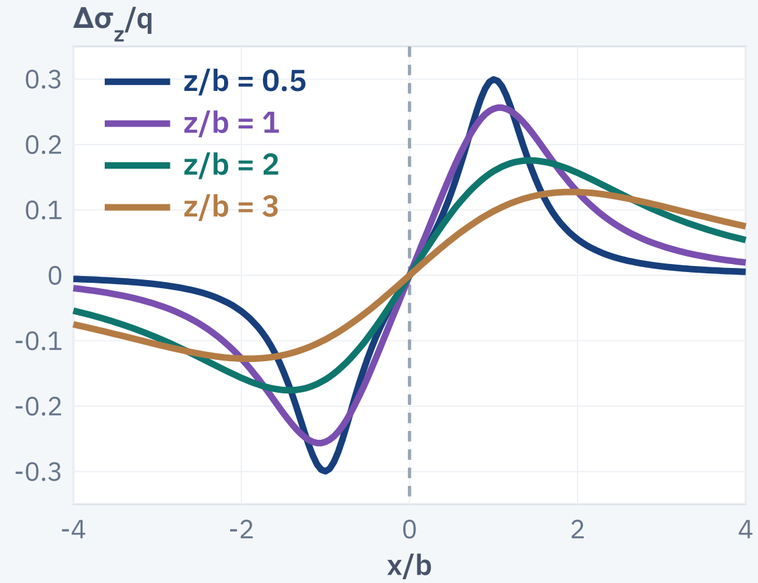
THEORIE

Das Produkt der beiden Nenner wird zu $(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2$; man erhält die **Gleichung des horizontalen Streifens** (b = B/2):

$$\Delta\sigma_z = \frac{4\,b\,q\,x\,z^2}{\pi\,[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2]} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4XZ^2}{\pi\,[(X^2+Z^2-1)^2+4Z^2]}$$

Die Spannung ist eine **einzige Funktion** von x: an den Punkten +x und –x gleich groß, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen. **Vor** der Last wird der Boden nach unten gedrückt, **hinter** ihr angehoben; unter der Streifenachse ist sie in jeder Tiefe null

Mit X = x/b, Z = z/b gilt **eine einzige Kurvenschar** für jedes q und B. Numerische Verifikation (q = 100, B = 4, x = 1, z = 1): die Integration der horizontalen Linienlast entlang des Streifens ergibt **12.7324 kPa**, die Gleichung **12.7324 kPa**



Spannung des horizontalen Streifens: die Last drückt in +x-Richtung

Schräge Last = vertikale Komponente + horizontale Komponente

THEORIE

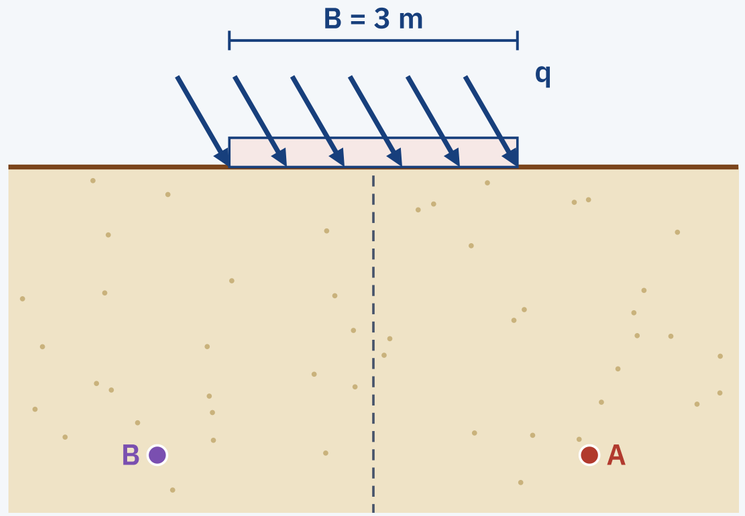
Die Schräglast ist die unter dem Winkel **α** zur Vertikalen wirkende Pressung q (α ist positiv in Richtung der +x-Achse; α = 90° entspricht einer rein horizontalen, α = 0 einer vertikalen Streifenlast)

$$q_v = q\cos\alpha \qquad q_h = q\sin\alpha$$

Die vertikale Komponente liefert die Spannung des **vertikalen Streifens**, die horizontale Komponente die des **horizontalen Streifens**; beide werden addiert

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} \qquad \Delta\sigma_{z(v)} = q_v\, I_v \qquad \Delta\sigma_{z(h)} = q_h\, I_h$$

I_V ist eine gerade, I_h eine ungerade Funktion von x: am Punkt A vor der Last wird die horizontale Komponente **addiert**, am Punkt B dahinter **subtrahiert**



q = 150 kN/m², α = 30°, B = 3 m; A vorne, B hinten (x = ±2.25 m, z = 3 m)

Horizontaler Streifen: Werte $\Delta\sigma_z/q_h$

THEORIE

z/b \ x/b	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0
0.25	0.0000	0.0551	0.3134	0.0605	0.0165	0.0070	0.0037	0.0014
0.50	0.0000	0.1273	0.2996	0.1469	0.0551	0.0255	0.0138	0.0055
1.00	0.0000	0.1567	0.2546	0.2107	0.1273	0.0739	0.0449	0.0196
1.50	0.0000	0.1273	0.2037	0.2022	0.1567	0.1098	0.0753	0.0374
2.00	0.0000	0.0959	0.1592	0.1754	0.1567	0.1254	0.0955	0.0540
3.00	0.0000	0.0551	0.0979	0.1219	0.1273	0.1198	0.1058	0.0749
4.00	0.0000	0.0343	0.0637	0.0845	0.0959	0.0988	0.0955	0.0795

$\Delta\sigma_{z(h)} = q_h \cdot$ (Tabellenwert) für $x > 0$; an Punkten mit $x < 0$ ist der Wert gleich, das Vorzeichen umgekehrt. Die Spalte $x = 0$ ist in jeder Tiefe null; der Spitzenwert nimmt mit der Tiefe ab und wandert von der Streifenachse weg.

Superposition

THEORIE

Da der Boden als **elastisch** angenommen wird, wird die Spannung jeder Streifenlast getrennt ermittelt und summiert. Jede Streifenlast ist durch ihr eigenes q, ihre Neigung α, ihre Breite B und ihre Achslinie definiert; im Modul können höchstens acht Streifenlasten eingegeben werden

Die Streifen **dürfen sich nicht überlappen** (am Rand dürfen sie aneinanderstoßen). Die Spannung jedes Streifens wird mit **seinem eigenen x-Wert** ermittelt, d. h. mit dem Abstand des Punktes A von der Achse dieses Streifens; die vertikalen und horizontalen Komponenten können auch getrennt summiert werden

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \left(q_{v,k} I_{v,k} + q_{h,k} I_{h,k}\right) \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

Wenn die Horizontallast eines Streifens in –x-Richtung wirkt (α < 0), ist q_h negativ: Der führende Punkt ist dann der Punkt auf der **–x**-Seite des Streifens

Aufgabe

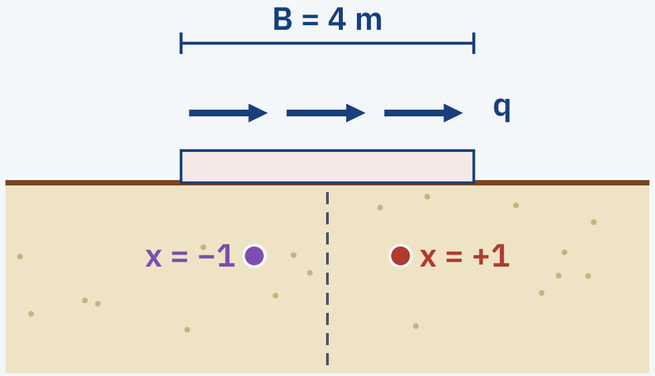
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	**Nachgiebig, horizontal (in Richtung $+x$): $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m); Achslinie $x = 0$**
Punkte	**in $z = 1$ m Tiefe, $x = +1$ m (vor der Last) und $x = -1$ m (dahinter)**

GESUCHT

$\Delta\sigma_z$ und **$\Delta\sigma_z/q$**: mit der geschlossenen Gleichung des Streifens; Nachweis mit der **Differenzform**.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Größen im Nenner (b = B/2 = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 1 + 1 - 4 = -2$$

$$(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2 = 4 + 4(4)(1) = \mathbf{20}$$

2 Einflusswert und Spannung

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\,[\ldots]} = \frac{4(2)(\pm1)(1)^2}{\pi\,(20)} = \pm\frac{8}{\pi\,(20)} = \pm\mathbf{0.1273}$$

$$\Delta\sigma_z = \pm 0.1273\,(100) = \pm\mathbf{12.73}\ \mathrm{kPa}$$

x = +1 m (vor der Last): $\Delta\sigma_z$ = **+12.73 kPa**, der Boden wird nach unten gedrückt. **x = −1 m** (dahinter): **−12.73 kPa**, die Spannung nimmt ab. Unter der Achse ist $\Delta\sigma_z$ = 0 in jeder Tiefe.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Differenzform, x = +1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right] = \frac{100}{\pi}(0.4) = \mathbf{12.73}\ \mathrm{kPa}$$

4 Differenzform, x = −1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{(-1-2)^2+1} - \frac{1}{(-1+2)^2+1}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right] = -\mathbf{12.73}\ \mathrm{kPa}$$

Beide Formen liefern **denselben Wert**: ±12.73 kPa. Das Modul (α = 90°) liefert denselben Wert; das Vorzeichen ergibt sich allein daraus, ob der Punkt vor oder hinter der Last liegt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

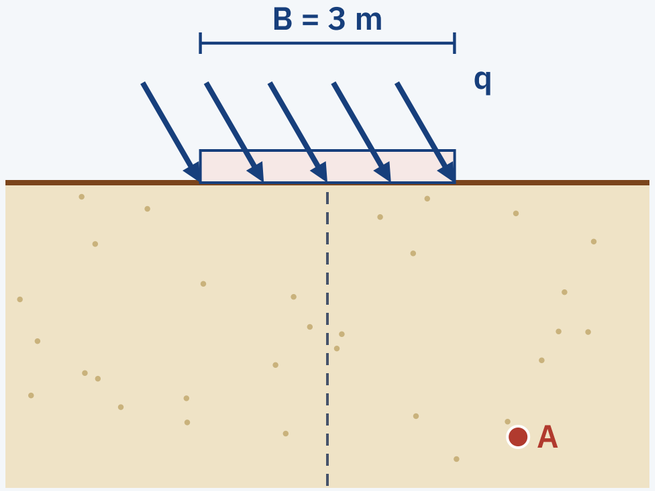
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	**Flexibel, um $\alpha = 30°$ aus der Vertikalen geneigt (in Richtung $+x$): $q = 150$ kN/m², $B = 3$ m ($b = 1.5$ m); Achslinie $x = 0$**
Punkt A	**Vor der Last: $x = +2.25$ m, $z = 3$ m ($x/b = 1.5$; $z/b = 2$)**

GESUCHT

$\Delta\sigma_{z(v)}$, **$\Delta\sigma_{z(h)}$** und insgesamt **$\Delta\sigma_z$**: durch Zerlegen der Last in ihre Komponenten.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Komponenten der Last und dimensionslose Abstände

$$q_v = 150\cos 30^\circ = \mathbf{129.90}\ \text{kPa} \qquad q_h = 150\sin 30^\circ = \mathbf{75.00}\ \text{kPa}$$

$$\frac{x}{b} = \frac{2.25}{1.5} = 1.5 \qquad \frac{z}{b} = \frac{3}{1.5} = 2$$

2 Vertikale Komponente: Arkustangens und algebraischer Term (x – b = 0.75 m; x + b = 3.75 m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{0.75} = 1.3258 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747$$

$$T = \frac{3(3)\,(5.0625 - 9 - 2.25)}{(5.0625 + 9 - 2.25)^2 + 9(9)} = \frac{-55.6875}{220.535} = -0.2525$$

Der Punkt A liegt **außerhalb** des Streifens (x = 2.25 m > b = 1.5 m): Die beiden Arkustangens werden direkt genommen, eine π-Korrektur ist nicht erforderlich.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

3 Spannung aus der vertikalen Komponente

$$I_v = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[1.3258 - 0.6747 - (-0.2525)\right] = \mathbf{0.2876}$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = 0.2876\,(129.90) = \mathbf{37.36}\ \text{kPa}$$

4 Spannung aus der horizontalen Komponente (b = 1.5 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 5.0625 + 9 - 2.25 = 11.8125 \qquad 4b\,x\,z^2 = 4(1.5)(2.25)(9) = 121.5$$

$$I_h = \frac{121.5}{\pi\left[(11.8125)^2 + 4(2.25)(9)\right]} = \frac{121.5}{\pi\,(220.535)} = \mathbf{0.1754}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = 0.1754\,(75.00) = \mathbf{13.15}\ \text{kPa}$$

Da die Last um 30° geneigt ist, erzeugen die **vertikale Komponente von 37.36 kPa** und die **horizontale Komponente von 13.15 kPa** eine Spannung; die Wirkung der horizontalen Komponente ist bei A positiv (vorne).

Lösung (3/3)

LÖSUNG

5 Superposition

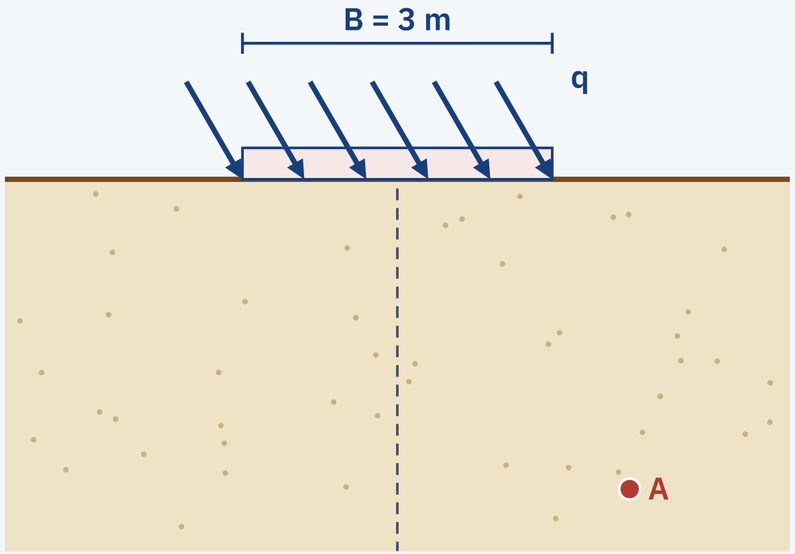
$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} = 37.36 + 13.15 = \mathbf{50.52}\ \mathrm{kPa}$$

6 Nachweis für die horizontale Komponente mit der Differenzenform

$$I_h = \frac{z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$

$$= \frac{9}{\pi}\left[\frac{1}{9.5625} - \frac{1}{23.0625}\right] = \mathbf{0.1754}$$

$\Delta\sigma_z$ = 50.52 kPa; das Modul liefert denselben Wert (vertikal 37.36, horizontal 13.15). Bei einer vertikalen Last von 150 kPa (α = 0) ergäben sich in A nur 43.14 kPa.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

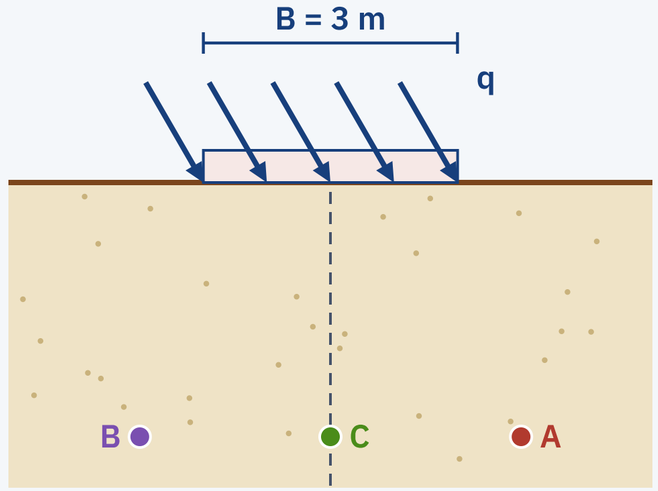
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	**Die Streifenlast aus Beispiel 2:** $q = 150$ **kN/m², $B = 3$ m, $\alpha = 30°$**
Punkte	**B: $x = -2.25$ m (hinter der Last); C: $x = 0$ (Achse); $z = 3$ m**
Neigung	$\alpha = 0,\ 15°,\ 30°,\ 45°,\ 60°,\ 75°,\ 90°$ **(bei A und B)**

GESUCHT

B und **C**: $\Delta\sigma_z$ aus der Symmetrie; Änderung der Spannung in A und B bei veränderlichem α.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1. Punkt B (x = −2.25 m): vertikale Komponente doppelt, horizontale Komponente einfach

$$\Delta\sigma_{z(v)}(B) = \Delta\sigma_{z(v)}(A) = 37.36\ \text{kPa} \qquad \Delta\sigma_{z(h)}(B) = -\Delta\sigma_{z(h)}(A) = -13.15\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_z(B) = 37.36 + (-13.15) = \mathbf{24.21}\ \text{kPa}$$

2. Punkt C (Achse, x = 0): horizontale Komponente null; vertikale Komponente nach der Formel unter der Achse

$$I_v = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4000\right] = 0.5498$$

$$\Delta\sigma_z(C) = 0.5498\,(129.90) = \mathbf{71.42}\ \text{kPa}$$

Vor der Last (A) 50.52, **hinter** ihr (B) 24.21, **unter der Achse** (C) 71.42 kPa: In derselben Tiefe addiert die horizontale Komponente bei A 13.15 kPa und zieht bei B ebenso viel ab. Das Modul liefert für A und B dieselben Werte.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

α (°)	q_v	q_h	A: $\Delta\sigma_{z(v)}$	A: $\Delta\sigma_{z(h)}$	A: $\Delta\sigma_z$	B: $\Delta\sigma_z$
0	150.00	0.00	43.14	0.00	**43.14**	**43.14**
15	144.89	38.82	41.67	6.81	**48.48**	**34.86**
30	129.90	75.00	37.36	13.15	**50.52**	**24.21**
45	106.07	106.07	30.51	18.60	**49.11**	**11.91**
60	75.00	129.90	21.57	22.78	**44.35**	**−1.21**
75	38.82	144.89	11.17	25.41	**36.58**	**−14.24**
90	0.00	150.00	0.00	26.31	**26.31**	**−26.31**

Mit zunehmender Neigung nimmt die vertikale Komponente ab und die horizontale Komponente zu. **Bei A** ist die Gesamtspannung bei etwa α ≈ 30° am größten (50.5 kPa); bei α = 90° bleibt nur die horizontale Komponente übrig (26.3 kPa). **Bei B geht die Spannung** bei α = 60° mit -1.21 kPa **in eine Abnahme über** und beträgt bei α = 90° −26.3 kPa.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

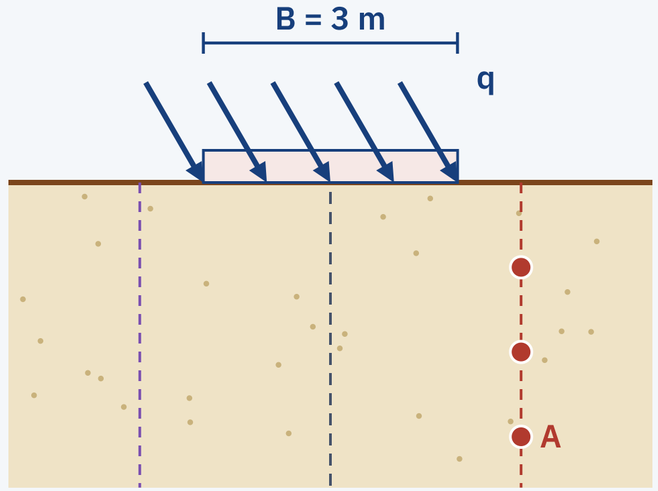
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	**Der geneigte Streifen aus Beispiel 2:** $q = 150$ **kN/m²,** $\alpha = 30°$**,** $B = 3$ **m**
Geraden	**Die Ordinate von A ist** $x = +2.25$ **m und die Ordinate von B ist** $x = -2.25$ **m**
Tiefe	$z = 0.5$ **…** 12 **m**

GESUCHT

Änderung von $\Delta\sigma_{z(v)}$, $\Delta\sigma_{z(h)}$ und der Summe mit der Tiefe; die **Tiefe, in der die horizontale Komponente am größten ist**.

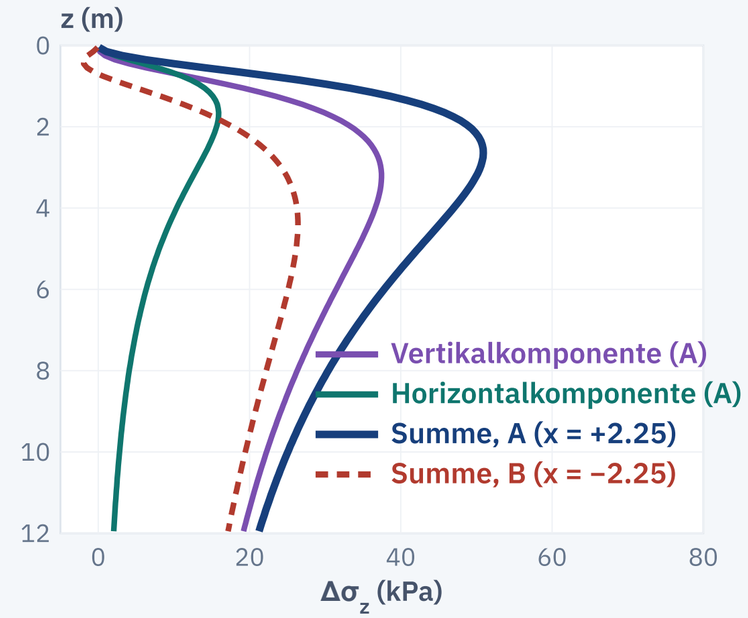


Lösung

LÖSUNG

z (m)	z/b	A: $\Delta\sigma_{z(v)}$	A: $\Delta\sigma_{z(h)}$	A: $\Delta\sigma_z$	B: $\Delta\sigma_z$
0.5	0.33	5.17	6.93	**12.09**	**−1.76**
1.0	0.67	18.01	13.69	**31.71**	**4.32**
1.5	1.00	27.77	15.81	**43.57**	**11.96**
2.0	1.33	33.43	15.64	**49.08**	**17.79**
3.0	**2.00**	**37.36**	**13.15**	**50.52**	**24.21**
4.0	2.67	36.62	10.36	**46.98**	**26.26**
5.0	3.33	34.23	8.07	**42.30**	**26.16**
6.0	4.00	31.45	6.34	**37.79**	**25.11**
8.0	5.33	26.31	4.09	**30.40**	**22.22**
10.0	6.67	22.25	2.81	**25.06**	**19.44**
12.0	8.00	19.14	2.03	**21.17**	**17.11**

Unter A erreicht die **vertikale Komponente** bei z ≈ 3.25 m ihr Maximum (37.5 kPa); die **horizontale Komponente** ist in geringerer Tiefe am größten, bei z ≈ 1.65 m (15.9 kPa), und klingt anschließend mit 1/z² ab. Unter B ist die Spannung nahe der Geländeoberfläche negativ (−1.76 kPa bei z = 0.5 m).



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

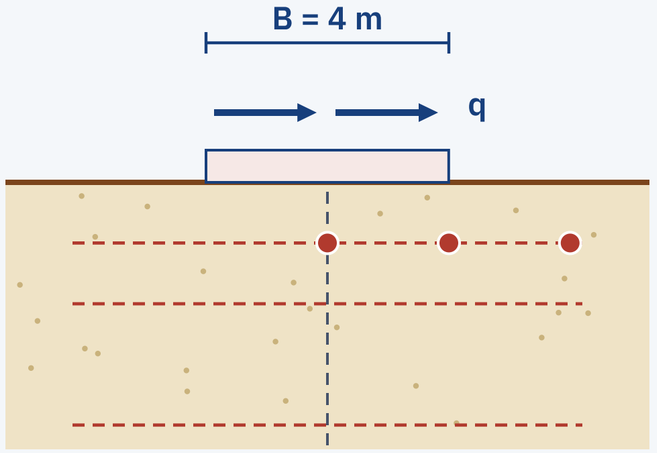
BEISPIEL

Gegeben

Streifenlast	**Horizontal: $q = 100$ kN/m², $B = 4$ m ($b = 2$ m), in Richtung $+x$**
Geraden	**Horizontale Geraden in der Tiefe $z = 1,\ 2,\ 4,\ 6$ m; $x = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8$ m**
Handrechnung	**Punkt $z = 1$ m, $x = 2$ m (Rand)**

GESUCHT

Die Änderung von $\Delta\sigma_z$ entlang x in jeder Tiefe; die **Lage des Spitzenwerts** und wie sich dessen Größe mit der Tiefe ändert.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Größen im Nenner (b = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 4 + 1 - 4 = 1 \qquad (x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2 = 1 + 16 = 17$$

$$4b\,x\,z^2 = 4(2)(2)(1) = 16$$

2 Einflusswert und Spannung

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{16}{\pi\,(17)} = \mathbf{0.2996}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2996\,(100) = \mathbf{29.96}\ \mathrm{kPa}$$

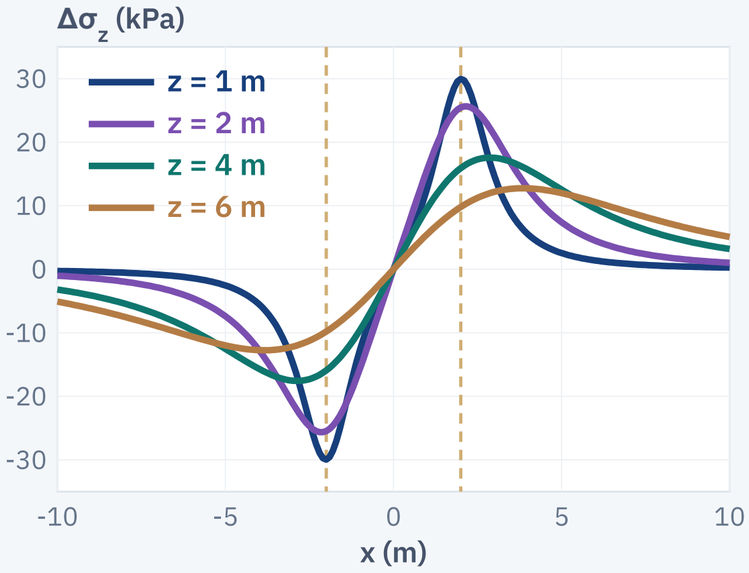
Am vorderen Rand des Streifens (x = b) ergibt sich in der Tiefe z = 1 m $\Delta\sigma_z$ = **29.96 kPa**: Dies liegt sehr nahe am **Spitzenwert** auf der Linie z = 1 m (x = 2.01 m, 29.96 kPa).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

z (m)	x = 1 m	x = 2 m	x = 3 m	x = 4 m	x = 6 m	x = 8 m	Spitze: x (m)	Spitze: $\Delta\sigma_z$
1	12.73	29.96	14.69	5.51	1.38	0.55	**2.01**	**29.96**
2	15.67	25.46	21.07	12.73	4.49	1.96	**2.15**	**25.65**
4	9.59	15.92	17.54	15.67	9.55	5.40	**2.87**	**17.57**
6	5.51	9.79	12.19	12.73	10.58	7.49	**3.84**	**12.75**

Der Spitzenwert liegt oberflächennah (z = 1 m) mit **30.0 kPa** unmittelbar unter der Streifenkante; mit zunehmender Tiefe **nimmt er ab** (12.7 kPa bei z = 6 m) und **wandert vom Streifen weg** (x = 2.0 m → 3.8 m). Die Spalte x = 0 ist stets null; an den Punkten x < 0 sind die Werte gleich, das Vorzeichen ist umgekehrt (einfache Symmetrie).



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

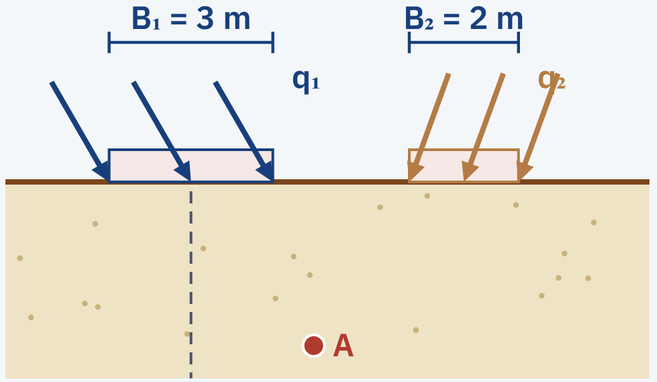
BEISPIEL

Gegeben

1. Streifen	$q_1 = 150$ **kN/m²,** $\alpha_1 = 30°$ **(**$+x$**),** $B_1 = 3$ **m,** $x_{c1} = 0$ **(–1.5 … 1.5 m) — der Streifen aus Beispiel 2**
2. Streifen	$q_2 = 100$ **kN/m²,** $\alpha_2 = -20°$ **(Richtung** $-x$**),** $B_2 = 2$ **m,** $x_{c2} = 5$ **m (4 … 6 m)**
Punkt A	$x = 2.25$ **m,** $z = 3$ **m (zwischen den beiden Streifen)**

GESUCHT

2. der Anteil des Streifens (vertikal, horizontal) und die **Gesamtspannung** $\Delta\sigma_z$; Tiefenprofil.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 2. Streifen: $x_2 = 2.25 - 5 = -2.75$ m ($|x_2| = 2.75$ m), b = 1 m; $\alpha_2 = -20°$

$$q_v = 100\cos 20^\circ = \mathbf{93.97}\ \text{kPa} \qquad q_h = 100\sin(-20^\circ) = -\mathbf{34.20}\ \text{kPa}$$

2 Vertikale Komponente (Symmetrie: für $|x_2| = 2.75$ m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{1.75} = 1.0427 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747 \quad T = \frac{2(3)(-2.4375)}{(15.5625)^2 + 36} = -0.0526$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = \frac{93.97}{\pi}[A_1 - A_2 - T] = 0.1339\,(93.97) = \mathbf{12.58}\ \text{kPa}$$

Lösung (2/3)

LÖSUNG

3 Horizontale Komponente: q_h negativ, x_2 negativ → $\Delta\sigma_{z(h)}$ positiv

$$I_h(|x|) = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\left[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2\right]} = \frac{4(1)(2.75)(9)}{\pi\left[(15.5625)^2+36\right]} = \mathbf{0.1133}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = (-34.20)\,(-0.1133) = \mathbf{3.87}\ \text{kPa}$$

4 Superposition (1. Streifen: Beispiel 2)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = (37.36+13.15)+(12.58+3.87)$$

$$= 50.52 + 16.45 = \mathbf{66.97}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 66.97 kPa (vertikale Komponenten 49.94, horizontale Komponenten 17.03 kPa). Das Modul liefert für beide Streifen dieselben Werte.

Lösung (3/3)

LÖSUNG

z (m)	1. Streifen (kPa)	2. Streifen (kPa)	Summe (kPa)	Anteil des Streifens 2
1	31.71	4.25	**35.96**	%12
2	49.08	12.18	**61.26**	%20
3	50.52	16.45	**66.97**	%25
4	46.98	17.48	**64.45**	%27
6	37.79	15.83	**53.62**	%30
8	30.40	13.38	**43.79**	%31
12	21.17	9.71	**30.89**	%31

In der oberflächennahen Schicht dominiert der Streifen 1; bei **z = 12 m** steigt der Anteil des Streifens 2 auf 31 % der Summe. Die horizontalen Komponenten der beiden Streifen addieren sich in A in derselben Richtung (beide zu A hin): Die Lasten drücken aufeinander zu.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Horizontale Streifenlast: $\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$, $b = B/2$; äquivalente Form $(qz^2/\pi)[1/((x - b)^2 + z^2) - 1/((x + b)^2 + z^2)]$. Eine **ungerade Funktion** von x: + vor der Last, – hinter der Last, 0 unter der Achse

Geneigter Streifen: $q_v = q \cos\alpha$, $q_h = q \sin\alpha$; $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)}$. Die vertikale Komponente wird bei x verdoppelt, die horizontale Komponente einfach

Beispiel ($q = 150$ kPa, $\alpha = 30°$, $B = 3$ m; $z = 3$ m): A ($x = +2.25$): 37.36 + 13.15 = **50.52 kPa**; B ($x = -2.25$): 37.36 – 13.15 = **24.21 kPa**; horizontaler Streifen ($q = 100$, $B = 4$; $x = \pm1$, $z = 1$): **±12.73 kPa**

Auswirkungen: Mit wachsendem α ist die Summe in A bei etwa $\alpha \approx 30°$ am größten, bei B nimmt die Spannung für $\alpha \geq 60°$ ab; bei einer Streifenlast nimmt sie ab, je tiefer der Scheitel liegt und je weiter er sich vom Streifen entfernt

Superposition: jeder Streifen mit seinen eigenen x- und α-Werten; im Beispiel mit zwei geneigten Streifenlasten 50.52 + 16.45 = **66.97 kPa**

Literatur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Modul öffnet mit q = 150 kN/m², α = 30°, B = 3 m und A (x = +2.25 m, z = 3 m); bei Eingabe von x = −2.25 m ergibt sich Punkt B, bei Eingabe von α = 90° ein vollständig horizontaler Streifen.

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie Ihre eigenen Streifenlasten (q, Neigung, B, Achslinie) und den Punkt A in GeoTerva ein; das Modul liefert die Spannung, die Isolinien gleicher Spannung, das Tiefenprofil, die Schritt-für-Schritt-Lösung und den Bericht gemeinsam.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com