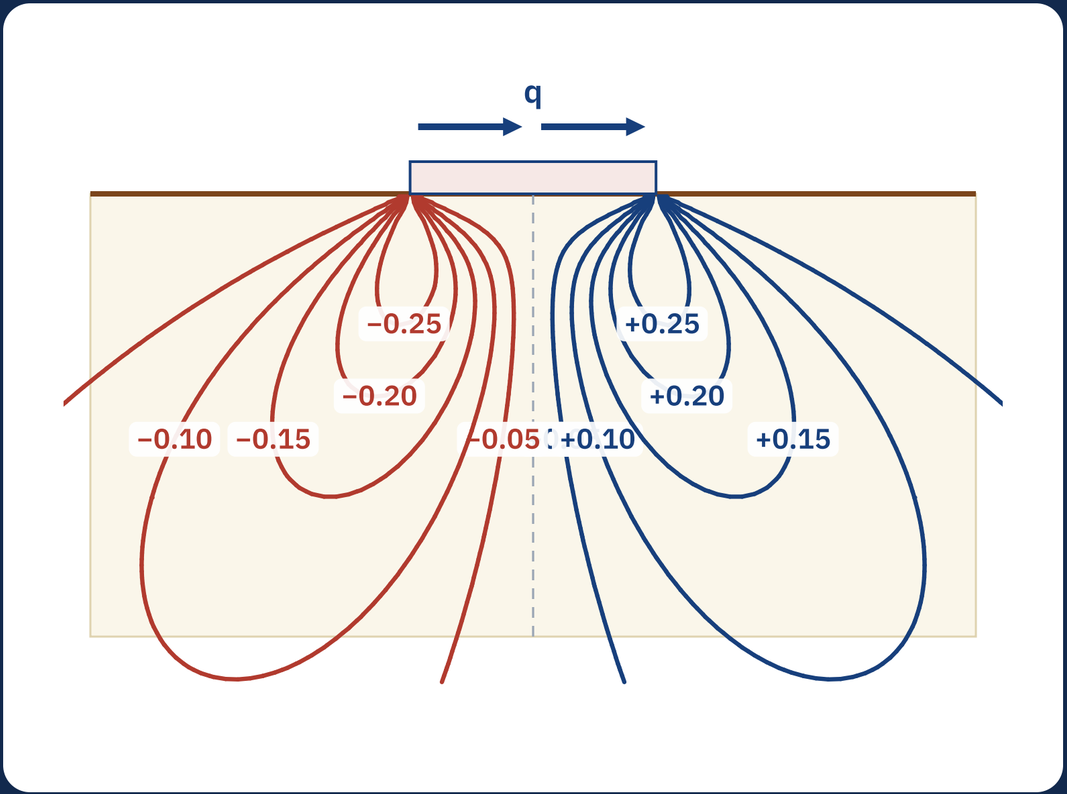
# الإجهاد تحت حمل شريطي أفقي

المحاضرة: الأحمال الشريطية الأفقية والمائلة المؤثرة على السطح؛ وحمل نقطي يدوياً، والميل، والعمق، والمقاطع الأفقية.




- تكامل الحمل الخطي الأفقي
- الحمل المائل = رأسي + أفقي
- زيادة في الأمام ونقصان في الخلف
- التراكب
- قابل للحل يدوياً

# ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

زيادة الإجهاد الرأسي تحت حمل شريطي **دافع** (أفقي) و **مائل** على امتداد السطح: وهي تكامل الحمل الخطي الأفقي على عرض الشريط

معادلة الشريط الأفقي، وكون الإجهاد **دالة في x وحدها**: زيادة أمام الحمل ونقصان خلفه وانعدام تحت المحور

تحليل الحمل المائل إلى المركبتين $q_v = q\cos\alpha$ و $q_h = q\sin\alpha$ ثم **جمع** الحلين الرأسي والأفقي للشريط

حساب نقطة واحدة **يدوياً من البداية إلى النهاية** (A أمام الحمل و B خلفه)؛ وأثر زاوية الميل والعمق وتعدد الشرائط بالجداول

**تسلسل المحاضرة**

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: المعادلة ومبرراتها

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

مثال: $q = 150\ \text{kN/m}^2$، مائل بزاوية $\alpha = 30°$ عن الرأسي؛ $B = 3$ m؛ النقطة A عند $z = 3$ m، $x = +2.25$ m.

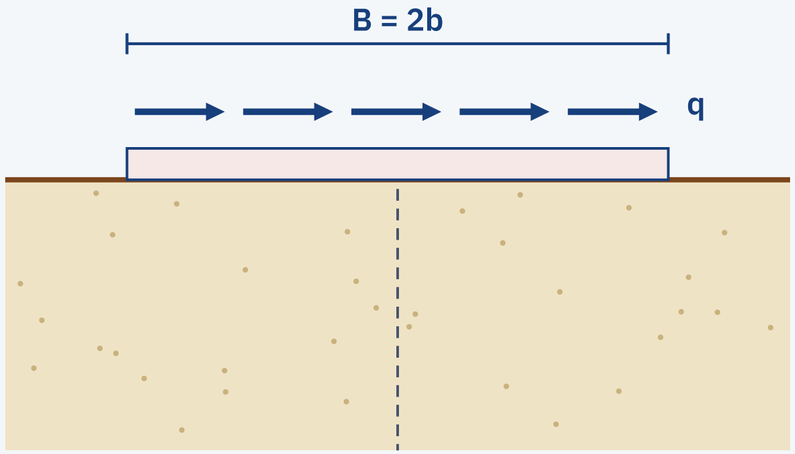
# الحمل الشريطي يدفع أيضاً بمحاذاة السطح

النظرية

الاحتكاك تحت قاعدة منزلقة، والدفع عند قاع جدار ساند، وقوة فرملة المركبات على الطريق: الشريط **يدفع** أيضاً على امتداد السطح

تعطي الوحدة الزيادة في الإجهاد الرأسي تحت **شريط مرن** يحمل ضغطاً أفقياً منتظماً q، وبطريقة **التراكب** تحت شريط مائل؛ وعرض الشريط B = 2b وطوله لانهائي (حالة الانفعال المستوي)

التربة وسط نصف لانهائي **متجانس ومتماثل الخواص وخطي المرونة.** $\Delta\sigma_z$ هو زيادة الحمل فقط و**يمكن أن يكون سالباً** (نقصان)




المقطع: الحمل الأفقي يدفع في الاتجاه +x؛ ويمتد الشريط إلى ما لا نهاية في اتجاه y

# من الحمل الخطي الأفقي إلى الحمل الشريطي

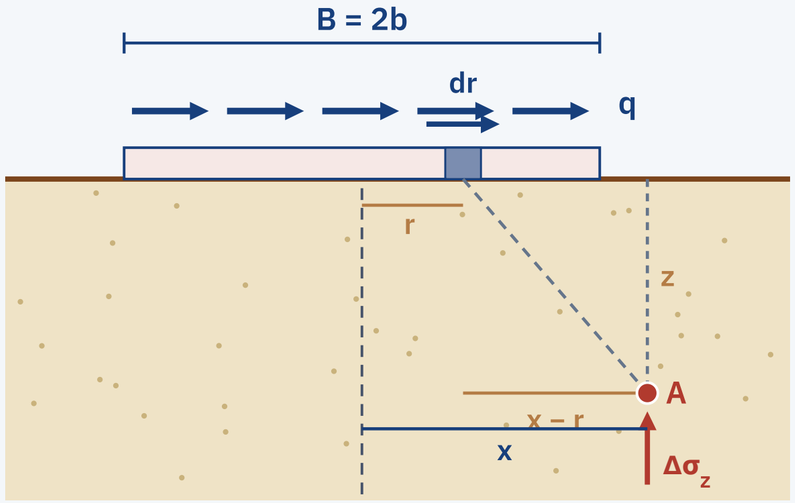
النظرية

كما في الشريط الرأسي، يحمل الشريط العنصري ذو العرض dr القيمة **q dr** لكل وحدة طول ويسلك سلوك **حمل خطي أفقي** يؤثر في الاتجاه +x

$$d\sigma_z = \frac{2\,(q\,dr)\,(x-r)\,z^2}{\pi\,[(x-r)^2+z^2]^2}$$

إذا أُخذ u = x − r فإن الدالة الأولية هي −1/(u² + z²). وفي المجال −b ≤ r ≤ b يختزل التكامل إلى الفرق بين حملين خطيين:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$



النظرية

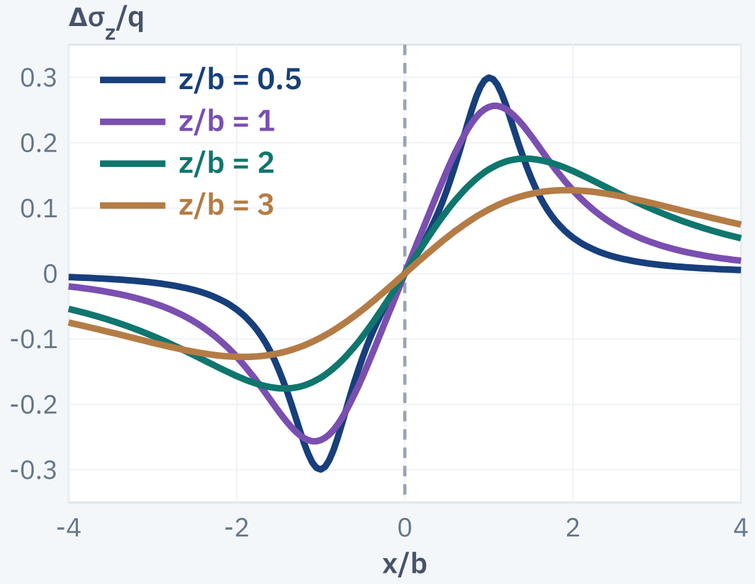
# $\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$

يصبح حاصل ضرب المقامين $(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2$؛ ومنه نحصل على **معادلة الشريط الأفقي** $(b = B/2)$:

$$\Delta\sigma_z = \frac{4\,b\,q\,x\,z^2}{\pi\,[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2]} \qquad \frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4XZ^2}{\pi\,[(X^2+Z^2-1)^2+4Z^2]}$$

الإجهاد **دالة فردية** في x: قيمتاه متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الإشارة عند النقطتين +x و −x. يدفع الحمل التربة إلى الأسفل **أمامه** ويرفعها **خلفه**؛ وهو يساوي صفراً عند كل عمق تحت محور الشريط

بالمتغيرين $X = x/b$، $Z = z/b$ تصح **عائلة منحنيات واحدة** لكل قيم q و B. التحقق العددي $(q = 100، B = 4، x = 1، z = 1)$: يعطي تكامل الحمل الخطي الأفقي على امتداد الشريط **12.7324 kPa**، وتعطي المعادلة **12.7324 kPa**




إجهاد الشريط الأفقي: الحمل يدفع في الاتجاه +x

# الحمل المائل = المركبة الرأسية + المركبة الأفقية

النظرية

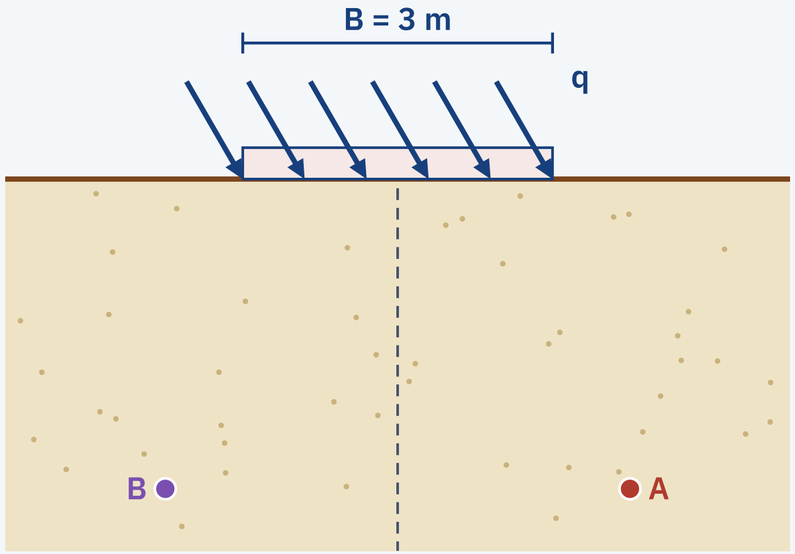
الحمل المائل هو الضغط q المؤثر بزاوية **α** عن الرأسي (α موجبة باتجاه +x؛ α = 90° أفقي تماماً، α = 0 شريط رأسي)

$$q_v = q\cos\alpha \qquad q_h = q\sin\alpha$$

تعطي المركبة الرأسية إجهاد **الشريط الرأسي**، وتعطي المركبة الأفقية إجهاد **الشريط الأفقي**؛ ويجمع الإجهادان

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} \qquad \Delta\sigma_{z(v)} = q_v\, I_v \qquad \Delta\sigma_{z(h)} = q_h\, I_h$$

$I_V$ دالة زوجية في x، و $I_h$ دالة فردية في x: فعند النقطة A أمام الحمل **تضاف** المركبة الأفقية، وعند النقطة B خلفه **تطرح**




q = 150 kN/m²، α = 30°، B = 3 m؛ A في المقدمة، B في الخلف (x = ±2.25 m، z = 3 m)

# الحمل الشريطي الأفقي: قيم $\Delta\sigma_z/q_h$

النظرية

| z/b \ x/b | 0.0 | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 4.0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.25 | 0.0000 | 0.0551 | 0.3134 | 0.0605 | 0.0165 | 0.0070 | 0.0037 | 0.0014 |
| 0.50 | 0.0000 | 0.1273 | 0.2996 | 0.1469 | 0.0551 | 0.0255 | 0.0138 | 0.0055 |
| 1.00 | 0.0000 | 0.1567 | 0.2546 | 0.2107 | 0.1273 | 0.0739 | 0.0449 | 0.0196 |
| 1.50 | 0.0000 | 0.1273 | 0.2037 | 0.2022 | 0.1567 | 0.1098 | 0.0753 | 0.0374 |
| 2.00 | 0.0000 | 0.0959 | 0.1592 | 0.1754 | 0.1567 | 0.1254 | 0.0955 | 0.0540 |
| 3.00 | 0.0000 | 0.0551 | 0.0979 | 0.1219 | 0.1273 | 0.1198 | 0.1058 | 0.0749 |
| 4.00 | 0.0000 | 0.0343 | 0.0637 | 0.0845 | 0.0959 | 0.0988 | 0.0955 | 0.0795 |

$\Delta\sigma_{z(h)} = q_h$ · (قيمة الجدول) عند $x > 0$؛ وعند النقاط $x < 0$ تكون القيمة نفسها بإشارة معاكسة. وعمود $x = 0$ يساوي صفراً عند كل عمق؛ وتتناقص القيمة العظمى مع العمق وتبتعد عن محور الشريط.

# التراكب

النظرية

لما كانت التربة **مرنة**، يحسب إجهاد كل شريط على حدة ثم تجمع الإجهادات. ويعرف كل شريط بقيمته q وميله α وعرضه B وخط محوره؛ ويمكن إدخال ثمانية أشرطة كحد أقصى في الوحدة

لا يجوز أن **تتراكب** الشرائط (يجوز أن تتلامس عند الحافة). ويحسب إجهاد كل شريط **بقيمة x الخاصة به**، أي ببعد النقطة A عن خط محور ذلك الشريط؛ ويمكن أيضاً جمع المركبتين الرأسية والأفقية كلاً على حدة

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \left(q_{v,k} I_{v,k} + q_{h,k} I_{h,k}\right) \qquad x_k = x_A - x_{c,k}$$

إذا كان الحمل الأفقي للشريط في اتجاه −x (α < 0) فإن $q_h$ سالبة: وتصبح النقطة الأمامية هي النقطة الواقعة في جانب **−x** من الشريط

# المسألة

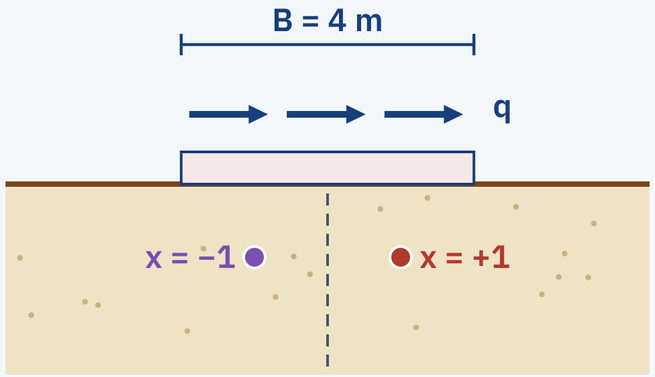
مثال

## المعطيات

| | |
|---|---|
| حمل شريطي | مرن، أفقي (في اتجاه $+x$): $q = 100$ kN/m²، $B = 4$ m ($b = B/2 = 2$ m)؛ خط المحور $x = 0$ |
| النقاط | على عمق $z = 1$ m: $x = +1$ m (أمام الحمل) و $x = -1$ m (خلفه) |

## المطلوب

$\Delta\sigma_z$ و$\Delta\sigma_z/q$: بالمعادلة المغلقة للشريط؛ والتحقق بصيغة الفروق.



# الحل (1/2)

الحل

**1** الكميات في المقام (b = B/2 = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 1 + 1 - 4 = -2$$

$$(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2 = 4 + 4(4)(1) = \mathbf{20}$$

**2** قيمة التأثير والإجهاد

$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\,[\ldots]} = \frac{4(2)(\pm1)(1)^2}{\pi\,(20)} = \pm\frac{8}{\pi\,(20)} = \pm\mathbf{0.1273}$$

$$\Delta\sigma_z = \pm 0.1273\,(100) = \pm\mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

**x = +1 m** (أمام الحمل): $\Delta\sigma_z$ = **+12.73 kPa**، فتُدفع التربة إلى الأسفل. **x = −1 m** (خلفه): **−12.73 kPa**، فينخفض الإجهاد. وتحت المحور يكون $\Delta\sigma_z = 0$ عند كل عمق.

# الحل (2/2)

الحل

**3** صيغة الفرق، x = +1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{q\,z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right] = \frac{100}{\pi}(0.4) = \mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

**4** صيغة الفرق، x = −1 m

$$\Delta\sigma_z = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{(-1-2)^2+1} - \frac{1}{(-1+2)^2+1}\right] = \frac{100}{\pi}\left[\frac{1}{10} - \frac{1}{2}\right] = -\mathbf{12.73}\ \text{kPa}$$

يعطي كلا الشكلين **القيمة نفسها**: ±12.73 kPa. وتعطي الوحدة (α = 90°) القيمة نفسها؛ وتنشأ الإشارة فقط من وقوع النقطة أمام الحمل أو خلفه.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

# المسألة

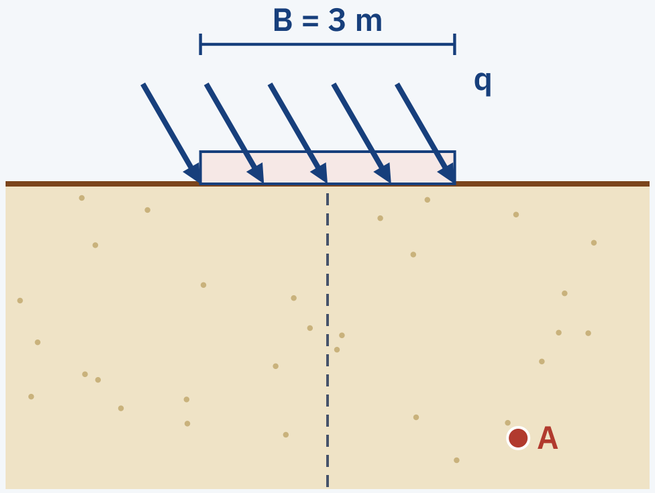
مثال

## المعطيات

| | |
|---|---|
| حمل شريطي | **حمل مرن، مائل عن الرأسي بزاوية** $\alpha = 30^\circ$ **(في اتجاه** $+x$**):** $q = 150$ **kN/m²،** $B = 3$ **m** $(b = 1.5$ **m)؛** **خط المحور** $x = 0$ |
| النقطة A | **أمام الحمل:** $x = +2.25$ **m،** $z = 3$ **m** $(x/b = 1.5;$ $z/b = 2)$ |

**المطلوب**

**$\Delta\sigma_{z(v)}$** و**$\Delta\sigma_{z(h)}$** والإجمالي **$\Delta\sigma_z$**: بتحليل الحمل إلى مركباته.



# الحل (1/3)

الحل

**1** مكونات الحمل والمسافات اللابعدية

$$q_v = 150\cos 30^\circ = \mathbf{129.90}\ \text{kPa} \qquad q_h = 150\sin 30^\circ = \mathbf{75.00}\ \text{kPa}$$

$$\frac{x}{b} = \frac{2.25}{1.5} = 1.5 \qquad \frac{z}{b} = \frac{3}{1.5} = 2$$

**2** المركبة الرأسية: دوال قوس الظل والحد الجبري (x − b = 0.75 m؛ x + b = 3.75 m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{0.75} = 1.3258 \qquad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747$$

$$T = \frac{3(3)\,(5.0625 - 9 - 2.25)}{(5.0625 + 9 - 2.25)^2 + 9(9)} = \frac{-55.6875}{220.535} = -0.2525$$

النقطة A تقع **خارج** الشريط (x = 2.25 m > b = 1.5 m): يؤخذ قوسا الظل مباشرة ولا حاجة إلى تصحيح π.

# الحل (2/3)

الحل

**3** الإجهاد الناتج عن المركبة الرأسية

$$I_v = \frac{1}{\pi}\left[A_1 - A_2 - T\right] = \frac{1}{\pi}\left[1.3258 - 0.6747 - (-0.2525)\right] = \mathbf{0.2876}$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = 0.2876\,(129.90) = \mathbf{37.36}\ \text{kPa}$$

**4** إجهاد المكون الأفقي (b = 1.5 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 5.0625 + 9 - 2.25 = 11.8125 \qquad 4b\,x\,z^2 = 4(1.5)(2.25)(9) = 121.5$$

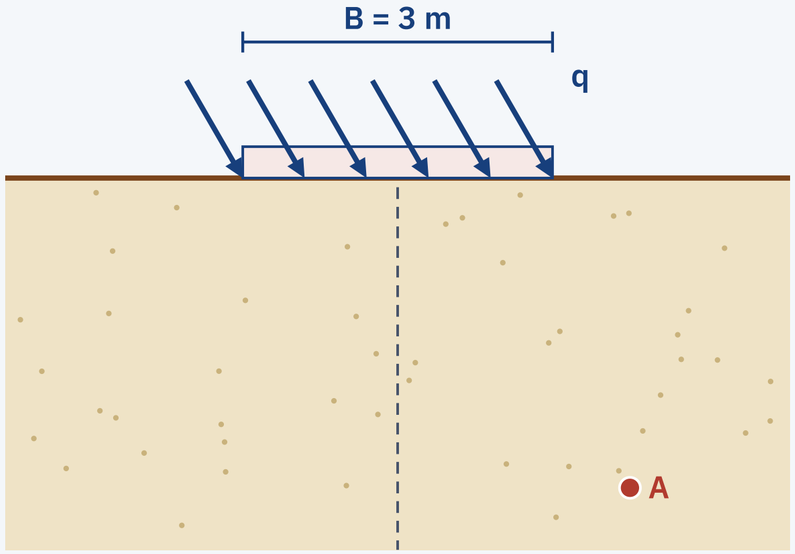
$$I_h = \frac{121.5}{\pi\left[(11.8125)^2 + 4(2.25)(9)\right]} = \frac{121.5}{\pi\,(220.535)} = \mathbf{0.1754}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = 0.1754\,(75.00) = \mathbf{13.15}\ \text{kPa}$$

لما كان الحمل مائلاً بزاوية 30°، فإن **المركبة الرأسية البالغة 37.36 kPa** و **المركبة الأفقية البالغة 13.15 kPa** تولدان إجهاداً؛ وأثر المركبة الأفقية عند A موجب (في الأمام).

# الحل (3/3)

الحل




**5** التراكب

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)} = 37.36 + 13.15 = \mathbf{50.52}\ \text{kPa}$$

**6** التحقق للمركبة الأفقية بصيغة الفرق

$$I_h = \frac{z^2}{\pi}\left[\frac{1}{(x-b)^2+z^2} - \frac{1}{(x+b)^2+z^2}\right]$$
$$= \frac{9}{\pi}\left[\frac{1}{9.5625} - \frac{1}{23.0625}\right] = \mathbf{0.1754}$$

**$\Delta\sigma_z$ = 50.52 kPa**؛ وتعطي الوحدة القيمة نفسها (الرأسي 37.36 والأفقي 13.15). ولو كان الحمل الرأسي (α = 0) 150 kPa لكان الإجهاد عند النقطة A نحو 43.14 kPa فقط.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

# المسألة

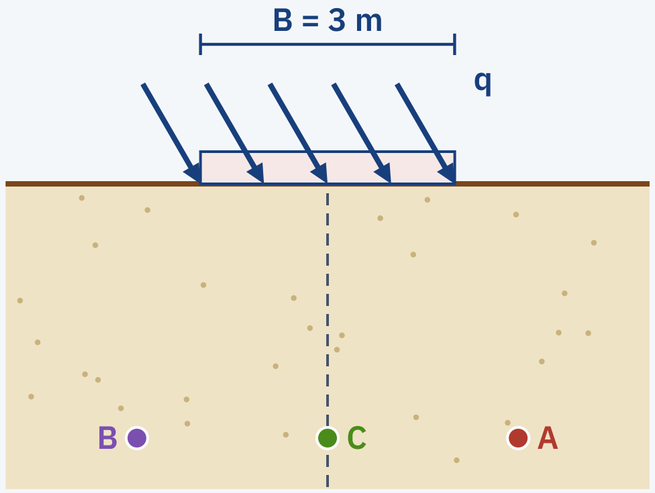
مثال

### المعطيات

| | |
|---|---|
| حمل شريطي | **الحمل الشريطي في المثال 2:** $q = 150$ kN/m²، $B = 3$ m، $\alpha = 30^\circ$ |
| النقاط | **B:** $x = -2.25$ m (خلف الحمل)؛ **C:** $x = 0$ (المحور)؛ $z = 3$ m |
| الميل | $\alpha = 0,\ 15^\circ,\ 30^\circ,\ 45^\circ,\ 60^\circ,\ 75^\circ,\ 90^\circ$ (عند A و B) |

### المطلوب

$\Delta\sigma_z$ عند النقطتين **B** و**C** بالتناظر؛ تغير الإجهاد عند A وB بتغير α.



# الحل (1/2)

الحل

**1** النقطة B (x = −2.25 m): المركبة الرأسية مضاعفة، والمركبة الأفقية مفردة

$$\Delta\sigma_{z(v)}(B) = \Delta\sigma_{z(v)}(A) = 37.36 \text{ kPa} \qquad \Delta\sigma_{z(h)}(B) = -\Delta\sigma_{z(h)}(A) = -13.15 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_z(B) = 37.36 + (-13.15) = \mathbf{24.21} \text{ kPa}$$

**2** النقطة C (المحور، x = 0): المركبة الأفقية تساوي صفراً؛ والمركبة الرأسية بصيغة ما أسفل المحور

$$I_v = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{b}{z} + \frac{bz}{b^2+z^2}\right] = \frac{2}{\pi}\left[0.4636 + 0.4000\right] = 0.5498$$

$$\Delta\sigma_z(C) = 0.5498\,(129.90) = \mathbf{71.42} \text{ kPa}$$

**أمام** الحمل (A) 50.52 kPa، و**خلفه** (B) 24.21 kPa، و**تحت المحور** (C) 71.42 kPa: وعند العمق نفسه تضيف المركبة الأفقية 13.15 kPa عند A وتنقص المقدار نفسه عند B. وتعطي الوحدة القيم نفسها عند A و B.

# الحل (2/2)

الحل

| B: $\Delta\sigma_z$ | A: $\Delta\sigma_z$ | A: $\Delta\sigma_{z(h)}$ | A: $\Delta\sigma_{z(v)}$ | $q_h$ | $q_v$ | (°) α |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **43.14** | **43.14** | 0.00 | 43.14 | 0.00 | 150.00 | 0 |
| **34.86** | **48.48** | 6.81 | 41.67 | 38.82 | 144.89 | 15 |
| **24.21** | **50.52** | 13.15 | 37.36 | 75.00 | 129.90 | 30 |
| **11.91** | **49.11** | 18.60 | 30.51 | 106.07 | 106.07 | 45 |
| **1.21−** | **44.35** | 22.78 | 21.57 | 129.90 | 75.00 | 60 |
| **14.24−** | **36.58** | 25.41 | 11.17 | 144.89 | 38.82 | 75 |
| **26.31−** | **26.31** | 26.31 | 0.00 | 150.00 | 0.00 | 90 |

بازدياد الميل تتناقص المركبة الرأسية وتتزايد المركبة الأفقية. **عند A** تبلغ القيمة الكلية أقصاها عند $\alpha \approx 30°$ تقريبا (50.5 kPa)؛ وعند $\alpha = 90°$ لا تبقى سوى المركبة الأفقية (26.3 kPa). أما **عند B** فإن الإجهاد **ينتقل إلى النقصان** عند $\alpha = 60°$ بقيمة -1.21 kPa، ويصبح −26.3 kPa عند $\alpha = 90°$.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

# المسألة

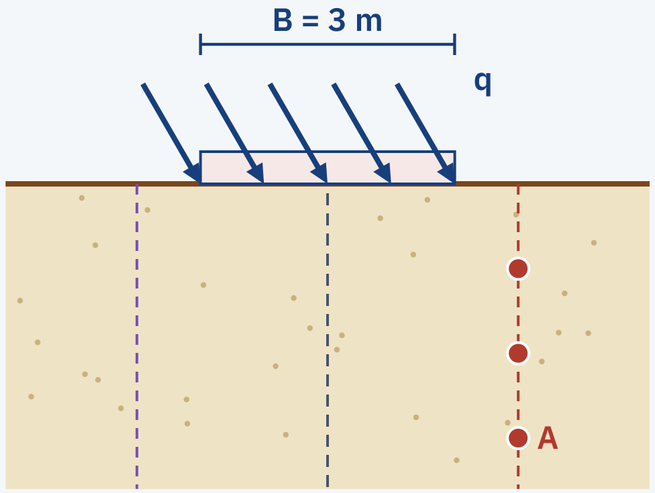
مثال

## المعطيات

| | |
|---|---|
| حمل شريطي | **الحمل الشريطي المائل في المثال 2:** $B = 3$ m، $\alpha = 30^\circ$، $q = 150$ kN/m² |
| المستقيمات | **خط A يساوي** $x = +2.25$ m **وخط B يساوي** $x = -2.25$ m |
| العمق | $z = 0.5$ m ... 12 |

### المطلوب

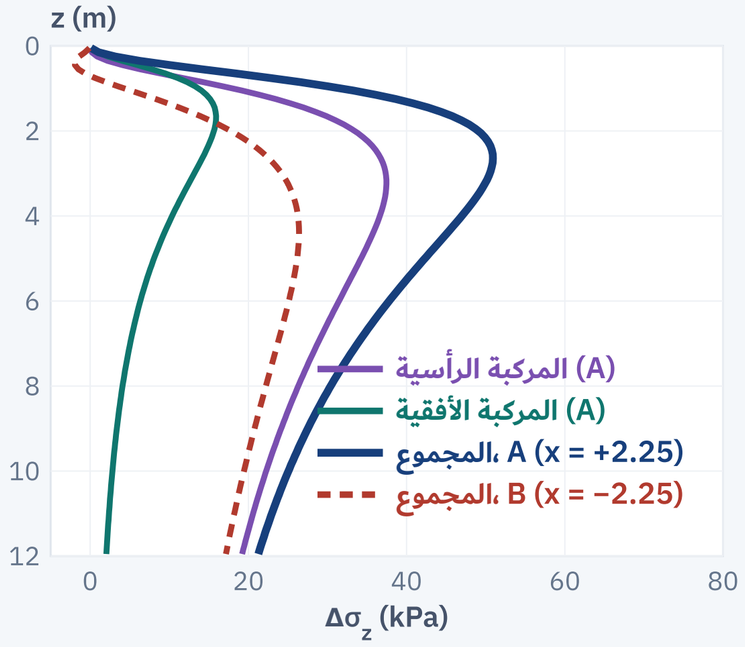
تغير $\Delta\sigma_{z(v)}$ و $\Delta\sigma_{z(h)}$ والمجموع مع العمق؛ و **العمق الذي تبلغ عنده المركبة الأفقية أكبر قيمة.**



# الحل

الحل

| B: $\Delta\sigma_z$ | A: $\Delta\sigma_z$ | A: $\Delta\sigma_{z(h)}$ | A: $\Delta\sigma_{z(v)}$ | z/b | z (m) |
|---|---|---|---|---|---|
| **1.76−** | **12.09** | 6.93 | 5.17 | 0.33 | 0.5 |
| **4.32** | **31.71** | 13.69 | 18.01 | 0.67 | 1.0 |
| **11.96** | **43.57** | 15.81 | 27.77 | 1.00 | 1.5 |
| **17.79** | **49.08** | 15.64 | 33.43 | 1.33 | 2.0 |
| **24.21** | **50.52** | **13.15** | **37.36** | **2.00** | **3.0** |
| **26.26** | **46.98** | 10.36 | 36.62 | 2.67 | 4.0 |
| **26.16** | **42.30** | 8.07 | 34.23 | 3.33 | 5.0 |
| **25.11** | **37.79** | 6.34 | 31.45 | 4.00 | 6.0 |
| **22.22** | **30.40** | 4.09 | 26.31 | 5.33 | 8.0 |
| **19.44** | **25.06** | 2.81 | 22.25 | 6.67 | 10.0 |
| **17.11** | **21.17** | 2.03 | 19.14 | 8.00 | 12.0 |




تحت النقطة A تبلغ **المركبة الرأسية** ذروتها عند 37.5) z ≈ 3.25 m (kPa)؛ أما **المركبة الأفقية** فتكون أكبر ما يمكن على عمق أقل، عند z ≈ 1.65 m (15.9 kPa)، ثم تضمحل بنسبة $1/z^2$. وتحت النقطة B يكون الإجهاد قرب السطح سالباً (-1.76 kPa عند z = 0.5 m).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

# المسألة

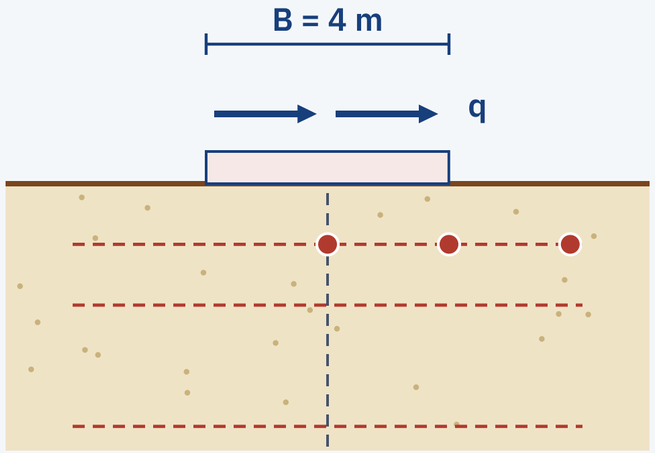
مثال

### المعطيات

| | |
|---|---|
| حمل شريطي | أفقي: $q = 100$ kN/m²، $B = 4$ m $(b = 2$ m)، باتجاه $+x$ |
| المستقيمات | الخطوط الأفقية عند العمق $z = 1,\ 2,\ 4,\ 6$ m؛ $x = 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8$ m |
| الحساب اليدوي | النقطة $z = 1$ m، $x = 2$ m (الحافة) |

### المطلوب

تغير $\Delta\sigma_z$ على امتداد x عند كل عمق؛ و **موضع قيمة الذروة** وتغير مقدارها مع العمق.



# الحل (1/2)

الحل

**1** الكميات في المقام (b = 2 m)

$$x^2 + z^2 - b^2 = 4 + 1 - 4 = 1 \qquad (x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2 z^2 = 1 + 16 = 17$$

$$4b\,x\,z^2 = 4(2)(2)(1) = 16$$

**2** قيمة التأثير والإجهاد

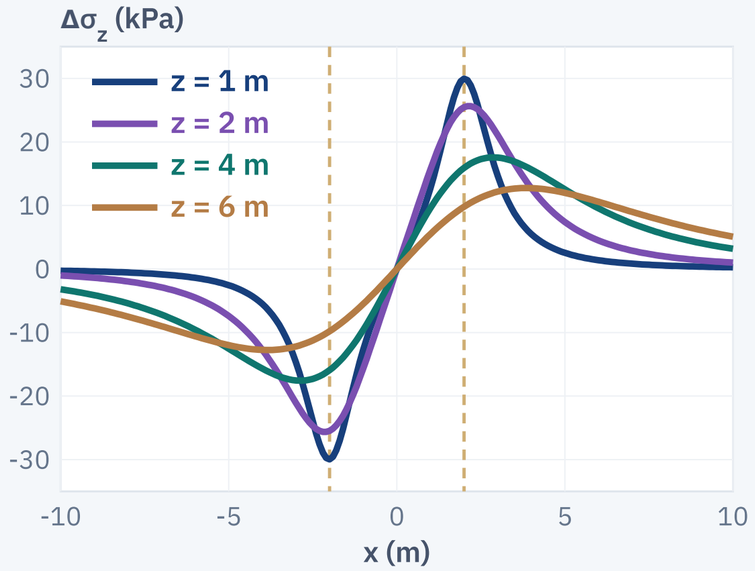
$$\frac{\Delta\sigma_z}{q} = \frac{16}{\pi\,(17)} = \mathbf{0.2996}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.2996\,(100) = \mathbf{29.96}\ \text{kPa}$$

عند الحافة الأمامية للشريط (x = b)، وعلى عمق z = 1 m، يكون $\Delta\sigma_z$ = **29.96 kPa**: وهي قريبة جدا من **القيمة القصوى** على الخط (x = 2.01 m، 29.96 kPa) z = 1 m.

# الحل (2/2)

الحل




| القمة: $\Delta\sigma_z$ | القمة: x (m) | x = 8 m | x = 6 m | x = 4 m | x = 3 m | x = 2 m | x = 1 m | z (m) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **29.96** | **2.01** | 0.55 | 1.38 | 5.51 | 14.69 | 29.96 | 12.73 | 1 |
| **25.65** | **2.15** | 1.96 | 4.49 | 12.73 | 21.07 | 25.46 | 15.67 | 2 |
| **17.57** | **2.87** | 5.40 | 9.55 | 15.67 | 17.54 | 15.92 | 9.59 | 4 |
| **12.75** | **3.84** | 7.49 | 10.58 | 12.73 | 12.19 | 9.79 | 5.51 | 6 |

القيمة القصوى (الذروة) قرب السطح (z = 1 m) هي **30.0 kPa** وتقع تحت حافة الشريط مباشرة؛ ومع ازدياد العمق **تتناقص** (12.7 kPa عند z = 6 m) و**تبتعد عن الشريط** (من x = 2.0 m إلى 3.8 m). ويساوي العمود x = 0 صفرا دائما؛ وفي النقاط x < 0 تكون القيم نفسها بإشارة معاكسة (تناظر فردي).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

# المسألة

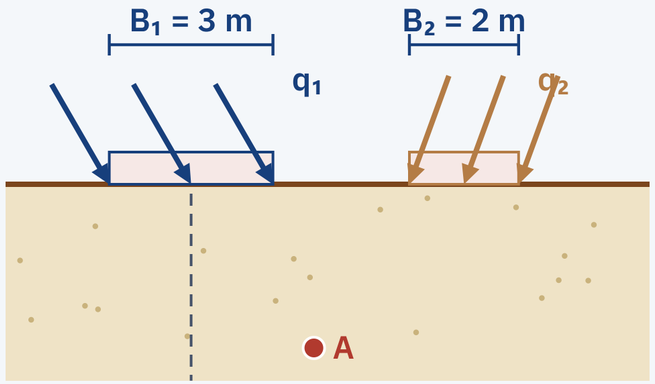
مثال

## المعطيات

| | |
|---|---|
| الشريحة 1 | $q_1 = 150$ kN/m²، $\alpha_1 = 30^\circ$ $(+x)$، $B_1 = 3$ m، $x_{c1} = 0$ (−1.5 m ... 1.5) — الحمل الشريطي في المثال 2 |
| الشريط 2 | $q_2 = 100$ kN/m²، $\alpha_2 = -20^\circ$ (اتجاه $-x$)، $B_2 = 2$ m، $x_{c2} = 5$ m (4 ... 6 m) |
| النقطة A | $x = 2.25$ m، $z = 3$ m (بين الشريطين) |

## المطلوب

حصة الشريط الثاني (الرأسية والأفقية) و $\Delta\sigma_z$ **الكلي**؛ توزيعه مع العمق.



# الحل (1/3)

الحل

**1** الشريط الثاني: $b = 1$ m، $x_2 = 2.25 - 5 = -2.75$ m ($|x_2| = 2.75$ m)؛ $\alpha_2 = -20°$

$$q_v = 100\cos 20^\circ = \mathbf{93.97}\ \text{kPa} \qquad q_h = 100\sin(-20^\circ) = -\mathbf{34.20}\ \text{kPa}$$

**2** المركبة الرأسية (التماثل: من أجل $|x_2| = 2.75$ m)

$$A_1 = \tan^{-1}\frac{3}{1.75} = 1.0427 \quad A_2 = \tan^{-1}\frac{3}{3.75} = 0.6747 \quad T = \frac{2(3)(-2.4375)}{(15.5625)^2 + 36} = -0.0526$$

$$\Delta\sigma_{z(v)} = \frac{93.97}{\pi}[A_1 - A_2 - T] = 0.1339\,(93.97) = \mathbf{12.58}\ \text{kPa}$$

# الحل (2/3)

الحل

**3** المركبة الأفقية: $q_h$ سالب، $x_2$ سالب ← $\Delta\sigma_{z(h)}$ موجب

$$I_h(|x|) = \frac{4b\,x\,z^2}{\pi\left[(x^2+z^2-b^2)^2+4b^2z^2\right]} = \frac{4(1)(2.75)(9)}{\pi\left[(15.5625)^2+36\right]} = \mathbf{0.1133}$$

$$\Delta\sigma_{z(h)} = (-34.20)\,(-0.1133) = \mathbf{3.87}\ \text{kPa}$$

**4** التراكب (الشريط 1: المثال 2)

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = (37.36 + 13.15) + (12.58 + 3.87)$$

$$= 50.52 + 16.45 = \mathbf{66.97}\ \text{kPa}$$

**$\Delta\sigma_z$ = 66.97 kPa** (المركبات الرأسية 49.94 والمركبات الأفقية 17.03 kPa). وتعطي الوحدة القيم نفسها للشريطين.

# الحل (3/3)

الحل

| z (m) | الشريط 1 (kPa) | الشريط 2 (kPa) | المجموع (kPa) | حصة الشريط 2 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 31.71 | 4.25 | **35.96** | %12 |
| 2 | 49.08 | 12.18 | **61.26** | %20 |
| 3 | 50.52 | 16.45 | **66.97** | %25 |
| 4 | 46.98 | 17.48 | **64.45** | %27 |
| 6 | 37.79 | 15.83 | **53.62** | %30 |
| 8 | 30.40 | 13.38 | **43.79** | %31 |
| 12 | 21.17 | 9.71 | **30.89** | %31 |

في الطبقة القريبة من السطح يغلب الشريط 1؛ وعند **z = 12 m** ترتفع حصة الشريط 2 إلى 31% من المجموع.
وتُجمع المركبتان الأفقيتان للشريطين عند A في الاتجاه نفسه (كلتاهما نحو A): فتدفع الأحمال بعضها نحو بعض.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

# النقاط الرئيسية

**الحمل الشريطي الأفقي**: $b = B/2$، $\Delta\sigma_z = 4bqxz^2 / \{\pi[(x^2 + z^2 - b^2)^2 + 4b^2z^2]\}$؛ والصيغة المكافئة $(qz^2/\pi)[1/((x - b)^2 + z^2) - 1/((x + b)^2 + z^2)]$. وهو **دالة فردية** في x: + في الأمام، و − في الخلف، و 0 تحت المحور

**الشريط المائل**: $q_h = q \sin\alpha$، $q_v = q \cos\alpha$؛ $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(v)} + \Delta\sigma_{z(h)}$. المركبة الرأسية دالة زوجية في x، والمركبة الأفقية دالة فردية

**مثال** ($B = 3$ m، $\alpha = 30°$، $q = 150$ kPa؛ $z = 3$ m): A ($x = +2.25$): $37.36 + 13.15 =$ **50.52 kPa**؛ B ($x = -2.25$): $37.36 - 13.15 =$ **24.21 kPa**؛ شريط أفقي ($B = 4$، $q = 100$؛ $z = 1$، $x = \pm 1$): **±12.73 kPa**

**التأثيرات**: كلما ازدادت α كان المجموع عند A أكبر ما يمكن عند $\alpha \approx 30°$، وعند B يتناقص الإجهاد عند $\alpha \geq 60°$؛ وفي الحمل الشريطي الأفقي يتناقص مع تعمق القمة وابتعادها عن الشريط

**التراكب**: كل شريط بقيمتي x وα الخاصتين به؛ في مثال الشريطين المائلين $50.52 + 16.45 =$ **66.97 kPa**

# المراجع

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

**ملاحظة**

جميع الأمثلة العددية أنتجت بمحرك الحساب الخاص بالوحدة نفسها؛ وتعطي الوحدة القيم ذاتها. وتفتح الوحدة عند القيم الابتدائية $q = 150\ \text{kN/m}^2$ و $\alpha = 30°$ و $B = 3\ \text{m}$ والنقطة $A\ (x = +2.25\ \text{m}, z = 3\ \text{m})$؛ وعند إدخال $x = -2.25\ \text{m}$ نحصل على النقطة B، وعند إدخال $\alpha = 90°$ نحصل على شريط أفقي بالكامل.

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

# من النظرية إلى التطبيق

أدخل الأشرطة الخاصة بك (q، الميل، B، خط المحور) والنقطة A في GeoTerva؛
وتعطي الوحدة الإجهاد ومنحنيات تساوي الإجهاد ومخطط العمق والحل خطوة بخطوة
والتقرير معاً.

**افتح الوحدة ←**

**صفحة النظرية ←**



**افتح على الهاتف**

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com