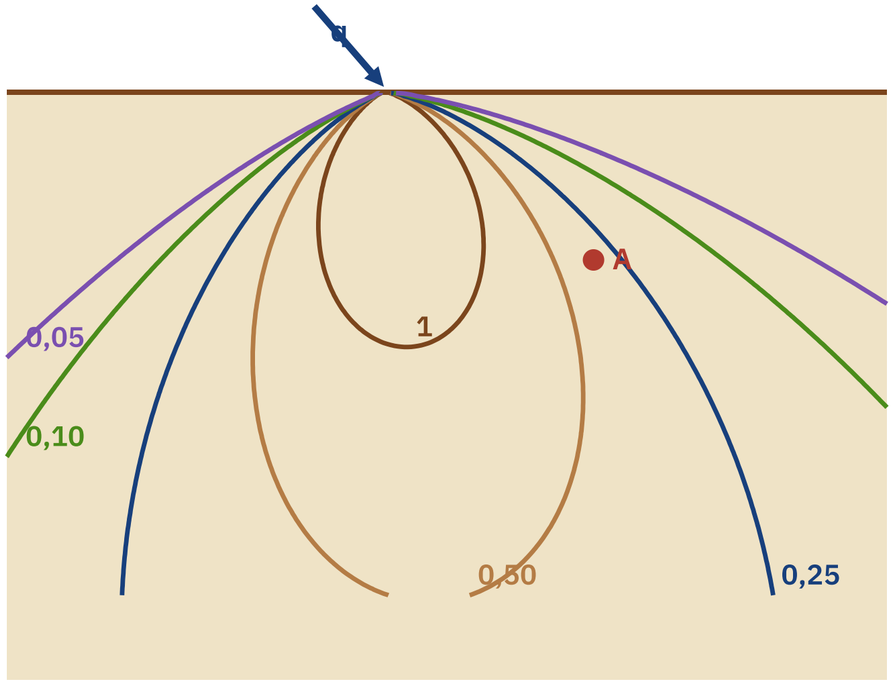
Geoteknik ders sunumu · Zeminde gerilme dağılımı

Yatay çizgisel yük altındaki gerilme

Ders anlatımı: yatay ve eğik çizgisel yükün zeminde oluşturduğu düşey gerilme; açılış örneği bileşenleriyle uçtan uca elle, derinlik ve yanal profiller tablolarla.

- Yatay çizgisel yük
- Eğik yük bileşenleri
- İşaret kuralı
- Süperpozisyon
- Eş gerilme eğrileri



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

Yüzeyde **yatay** bir çizgisel yükün (duvar tabanı sürtünmesi, fren kuvveti, kemer itkisi) düşey gerilmesi: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi) \times z^2/(x^2 + z^2)^2$

İşaret kuralı: yükün ittiği tarafta ($x > 0$) gerilme artar, diğer tarafta azalır, yükün altında sıfırdır; en büyük değer $x/z = 1/\sqrt{3}$'te

Eğik çizgisel yükün bileşenlerine ayrılması: $q_V = q \cos\alpha$, $q_H = q \sin\alpha$; iki gerilmenin toplanması

Eğimin, derinliğin ve yanal konumun gerilmeye etkisi; birden çok yükte **süperpozisyon**

Modülün açılış örneğini ($q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$) **uçtan uca elle**; bileşenlerin ayrı ayrı katkısı tablolarda

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: formül ve gerekçesi

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek: $q = 10$ kN/m, düşeyden $\alpha = 20°$; nokta A: $x = 5$ m, $z = 4$ m.

Yatay ve eğik çizgisel yükler

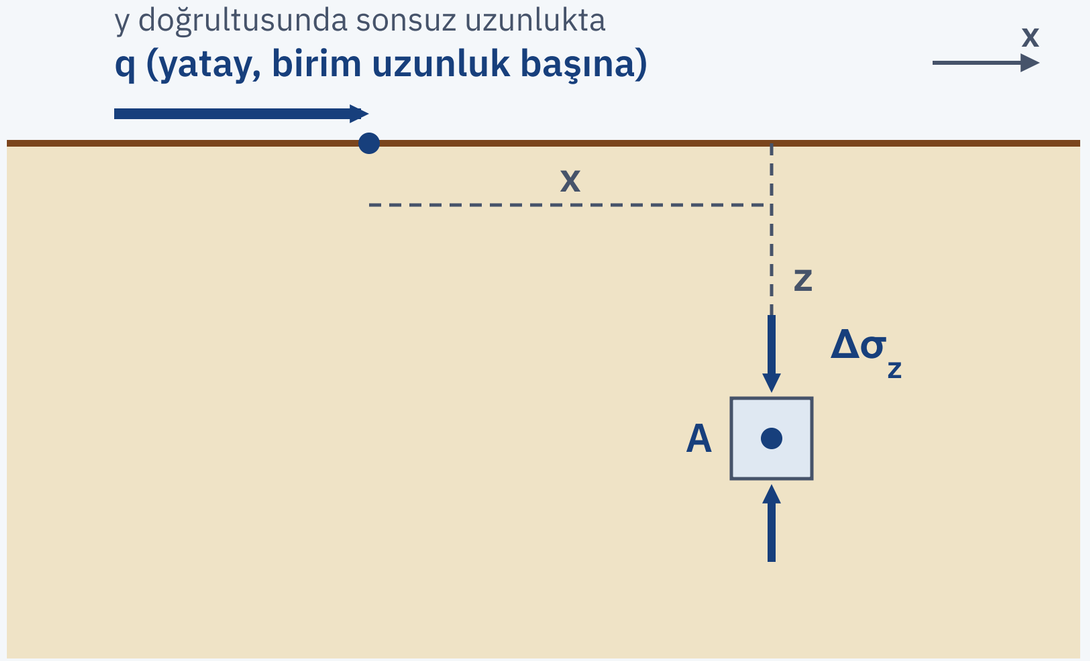
KURAM

Bir çizgisel yük yüzeye aşağı doğru bastırmak yerine yüzey boyunca da itebilir; duvar tabanındaki sürtünme, demiryolu fren kuvveti ve kemer itkisi bunlara örnektir.

Modül, yatay bir çizgisel yük altındaki ve iki bileşenin toplanmasıyla eğik bir çizgisel yük altındaki düşey gerilme artışını hesaplar.

Esnek çizgisel yük y doğrultusunda sonsuz uzunluktadır, q birim uzunluğa etkiyen yüktür ve her en kesitte düzlem şekil değiştirme durumu geçerlidir.

Zemin homojen, izotrop ve doğrusal elastik bir yarı sonsuz ortamdır; $\Delta\sigma_z$ yalnızca yükün oluşturduğu gerilme artışıdır.



Yatay çizgisel yükün $\Delta\sigma_z$ değeri

KURAM

Yatay çizgisel yük için elastik çözüm, A noktasındaki düşey gerilme artışını $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\ x\ z^2/(x^2 + z^2)^2$ biçiminde verir.

Gerilmenin işareti x değerine bağlıdır: düşey gerilme yükün ittiği tarafta (x > 0) artar, diğer tarafta azalır ve yükün tam altında (x = 0) sıfırdır.

Boyutsuz biçimde **$\Delta\sigma_z/(q/z) = (2/\pi)(x/z) / [(x/z)^2 + 1]^2$** olur; tek bir eğri her q ve her z için kullanılır.

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi}\,\frac{x\,z^2}{(x^2+z^2)^2}$$

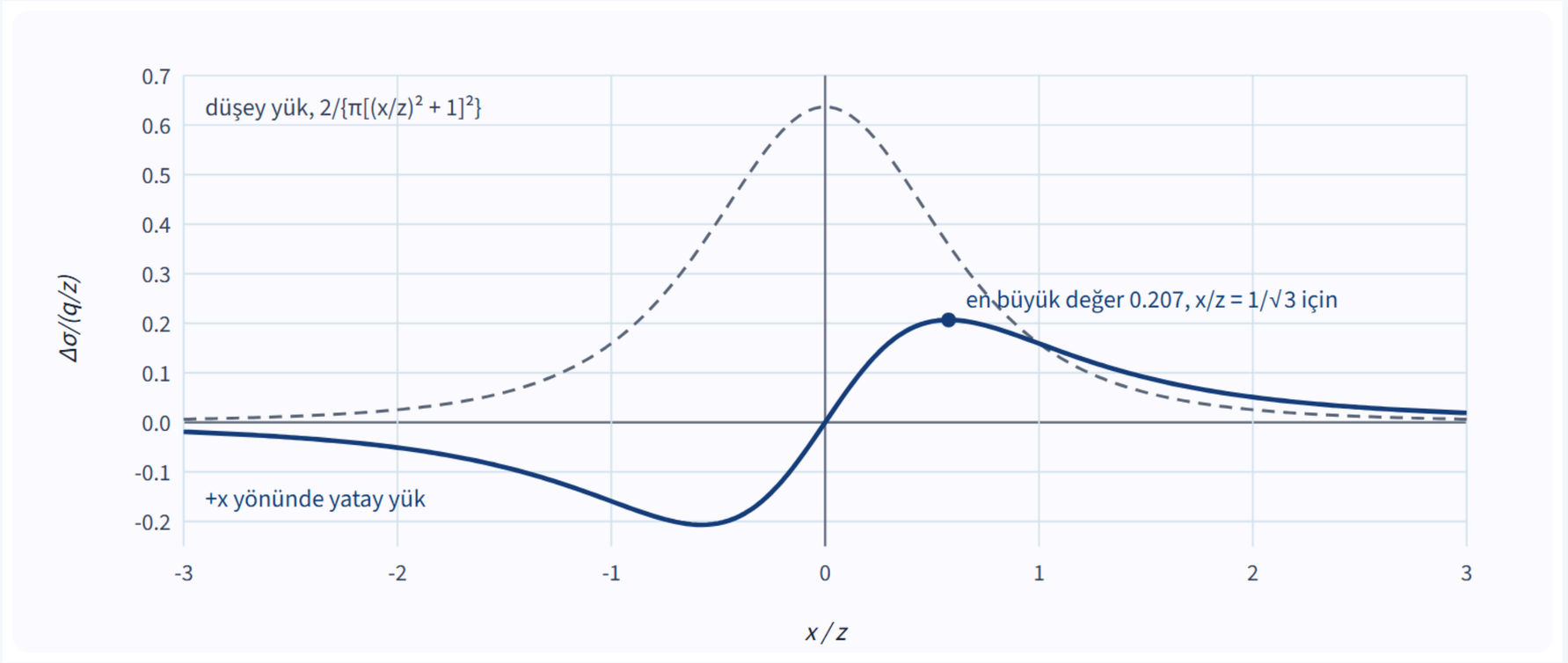
$$\frac{\Delta\sigma_z}{q/z} = \frac{2}{\pi}\,\frac{x/z}{\left[(x/z)^2+1\right]^2}$$

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ DEĞERLERİ (MODÜL)

x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$
0,00	0,000	0,70	0,201
0,10	0,062	0,80	0,189
0,20	0,118	0,90	0,175
0,30	0,161	1,00	0,159
0,40	0,189	1,25	0,121
0,50	0,204	1,50	0,090
0,60	0,207	2,00	0,051

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ ile x/z

KURAM



Yatay çizgisel yük altında (sürekli çizgi) ve aynı şiddetteki düşey çizgisel yük altında (kesikli çizgi) x/z oranına göre Δσz/(q/z). Yatay yük +x yönünde etkimektedir.

Bileşenler ve süperpozisyon

KURAM

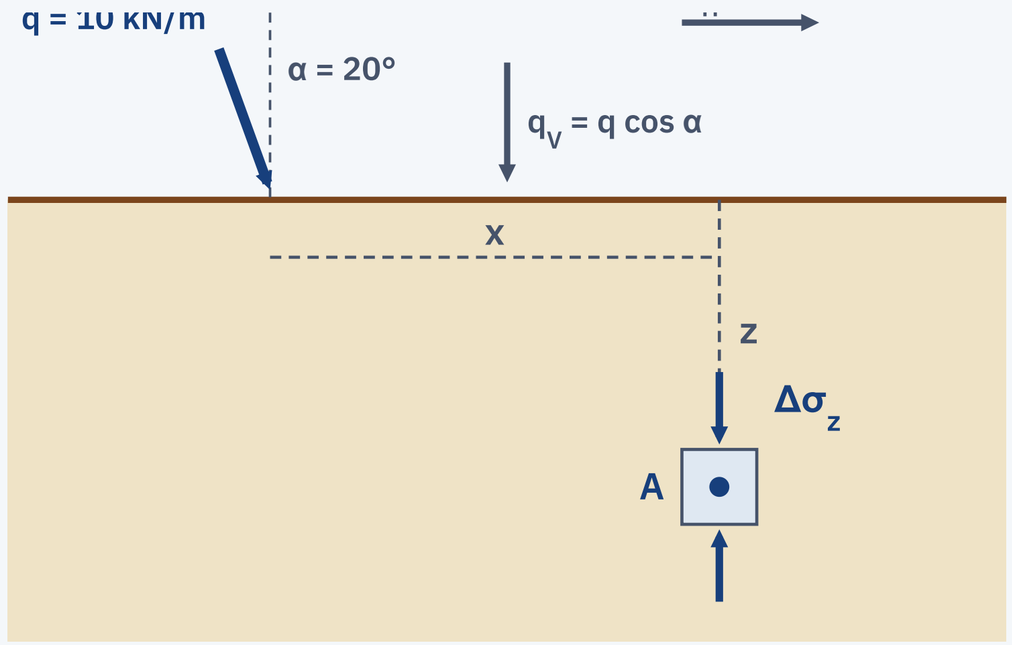
Eğik çizgisel yük, düşeyden α açısıyla eğik q çizgisel yükünün bileşenlerinin toplamıdır ve zemin elastik olduğundan bileşenlerin gerilmeleri toplanır.

α = 90° tamamen yatay yükü, α = 0 ise düşey yükü verir.

Her biri kendi büyüklüğü, eğimi ve konumuyla tanımlanan ek çizgisel yükler Çizgisel yük ekle ile tek tek girilir (en çok sekiz; ikisi aynı konumda olamaz).

$$q_V = q\cos\alpha, \qquad q_H = q\sin\alpha$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q_V\, z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} + \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{x\, z^2}{(x^2+z^2)^2}$$



Soru

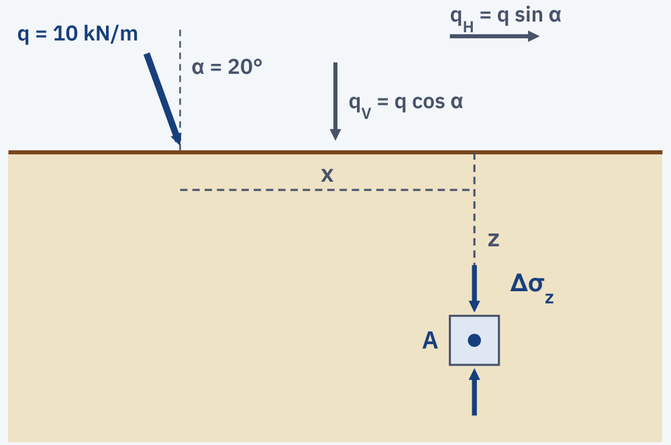
SORU

Verilenler

Yük	**çizgisel yük $q = 10$ kN/m, düşeyden $\alpha = 20^\circ$ eğik (yatay bileşeni $+x$ yönünde), $x_L = 0$**
Nokta A	**$x = 5$ m, $z = 4$ m**
Zemin	**homojen, elastik yarı sonsuz ortam; düzlem şekil değiştirme**

İSTENEN

q_V, **q_H**; her bileşenin **$\Delta\sigma_z$** değeri ve toplam **$\Delta\sigma_z$**.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Eğik yükün bileşenleri (α = 20°)

$$q_V = q\cos\alpha = 10\cos 20^\circ = \mathbf{9{,}397}\ \mathrm{kN/m}$$

$$q_H = q\sin\alpha = 10\sin 20^\circ = \mathbf{3{,}420}\ \mathrm{kN/m}$$

2 Düşey bileşenin gerilmesi (x = 5, z = 4)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(9{,}397)(4^3)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{1\,202{,}8}{\pi\,(1\,681)} = \mathbf{0{,}22776}\ \mathrm{kPa}$$

Düşey bileşen tek başına **0,22776 kPa** verir; yatay bileşenin katkısı sonraki sayfada.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

3 Yatay bileşenin gerilmesi (x = 5 m: yükün ittiği taraf, işaret pozitif)

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{xz^2}{(x^2+z^2)^2} = \frac{2(3{,}420)(5)(4^2)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{547{,}23}{\pi\,(1\,681)} = \mathbf{0{,}10362}\ \text{kPa}$$

4 Süperpozisyon

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)} = 0{,}22776 + 0{,}10362 = \mathbf{0{,}33138}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0,33138 kPa (düşey 0,22776 + yatay 0,10362). Kontrol: x/z = 1,25 için $\Delta\sigma_{z(V)}/(q_V/z)$ = 0,0970, $\Delta\sigma_{z(H)}/(q_H/z)$ = 0,1212; çarpımlar 0,22776 ve 0,10362 kPa'dır. Modül aynı değeri verir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

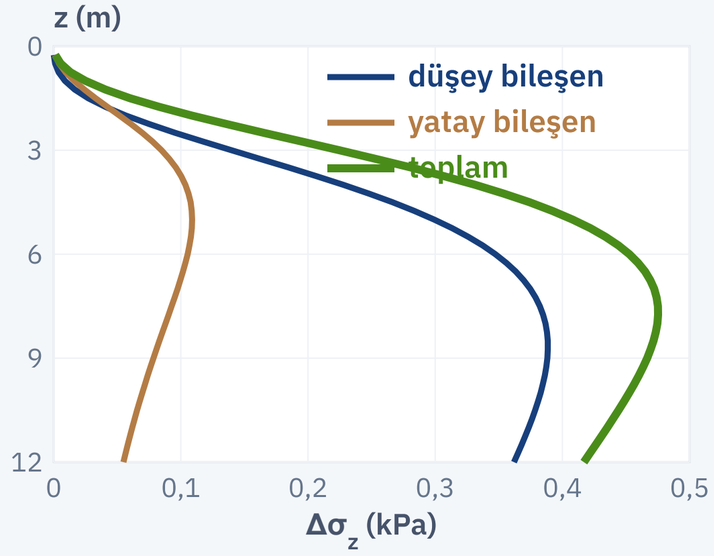
SORU

Verilenler

Yük	**Örnek 1'deki yük: $q = 10$ kN/m, $\alpha = 20^\circ$, $x_L = 0$**
Noktalar	**$x_A = 5$ m; $z = 1{,}2; 2{,}4;$ ...; 12 m (modülün profil satırları)**

İSTENEN

Her derinlik için **$\Delta\sigma_{z(V)}$**, **$\Delta\sigma_{z(H)}$** ve toplam; z = 5 m için ayrıntılı çözüm; bileşenlerin en büyük olduğu derinlikler.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Düşey bileşen (x = 5, z = 5: $x^2 + z^2 = 50$)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9{,}397)(5^3)}{\pi(50)^2} = \frac{2\,349{,}2}{7\,854{,}0} = \mathbf{0{,}29911}\ \mathrm{kPa}$$

2 Yatay bileşen

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3{,}420)(5)(5^2)}{\pi(50)^2} = \frac{855{,}05}{7\,854{,}0} = \mathbf{0{,}10887}\ \mathrm{kPa}$$

3 Toplam

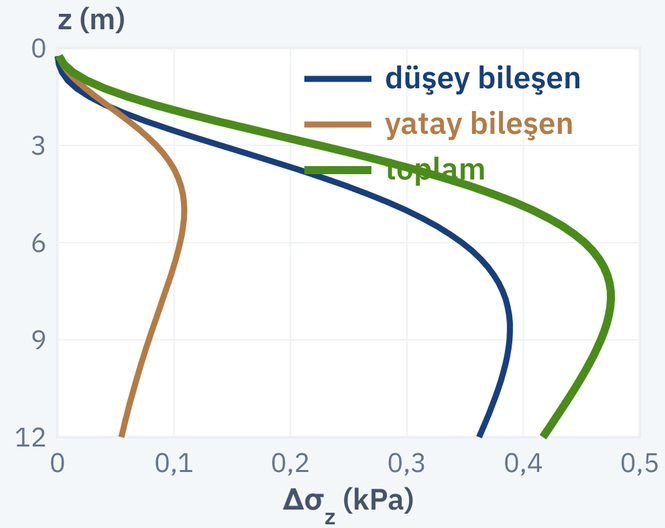
$$\Delta\sigma_z = 0{,}29911 + 0{,}10887 = \mathbf{0{,}40798}\ \mathrm{kPa}$$

z = 5 m'de $\Delta\sigma_z$ = 0,40798 kPa; z = 4 m'deki değerden (0,33138 kPa) büyüktür. Tablo sonraki sayfada.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

z (m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
1,2	0,01479	0,02243	**0,03721**
2,4	0,08740	0,06628	**0,15368**
3,6	0,19370	0,09792	**0,29161**
4,8	0,28667	0,10869	**0,39536**
6,0	0,34726	0,10533	**0,45259**
7,2	0,37817	0,09559	**0,47376**
8,4	0,38829	0,08412	**0,47241**
9,6	0,38559	0,07309	**0,45868**
10,8	0,37563	0,06330	**0,43893**
12,0	0,36194	0,05489	**0,41683**



Yatay bileşenin gerilmesi z = x = 5 m derinliğinde en büyüktür ($q_H/(2\pi x)$ = 0,10887 kPa), sonra azalır; düşey bileşen z = $\sqrt{3}\cdot x$ = 8,66 m'de en büyüktür (0,3886 kPa). Toplam en çok z ≈ 7,7 m'de 0,4753 kPa olur.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

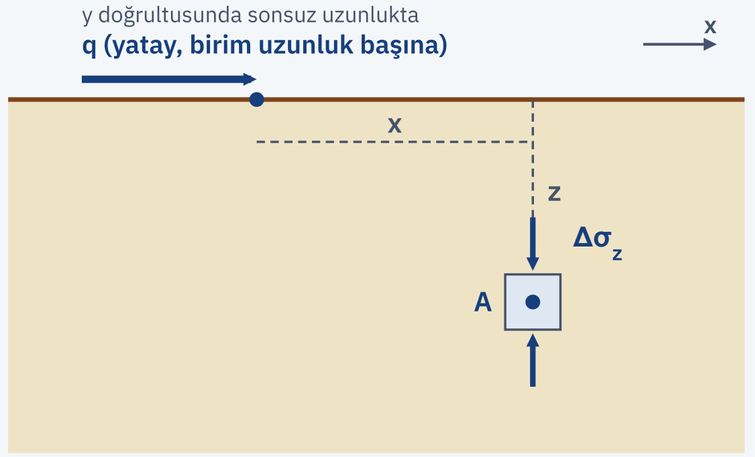
SORU

Verilenler

Yük	**yatay çizgisel yük** $q = 20$ **kN/m** ($\alpha = 90^\circ$), $+x$ **yönünde,** $x_L = 0$
Noktalar	$z = 3$ **m;** $x = -6; -3; -1{,}73; 0; 1{,}73; 3; 6$ **m** ($x/z = -2 \ldots 2$)

İSTENEN

Her nokta için **x/z**, **$\Delta\sigma_z/(q/z)$** ve **$\Delta\sigma_z$**; aynı şiddette düşey yükle karşılaştırma; en büyük değer.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 x = 3 m (x/z = 1): yükün ittiği taraf

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{(1^2+1)^2} = \frac{1}{2\pi} = 0{,}15915$$

$$\Delta\sigma_z = 0{,}15915\,(20/3) = \mathbf{1{,}0610}\ \mathrm{kPa} \qquad (x=-3\ \mathrm{m}:\ -\mathbf{1{,}0610}\ \mathrm{kPa})$$

2 En büyük değer: x/z = 1/√3 = 0,5774 (x = 1,732 m)

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{0{,}5774}{(1/3+1)^2} = 0{,}20675$$

$$\Delta\sigma_z = 0{,}20675\,(20/3) = \mathbf{1{,}3783}\ \mathrm{kPa}$$

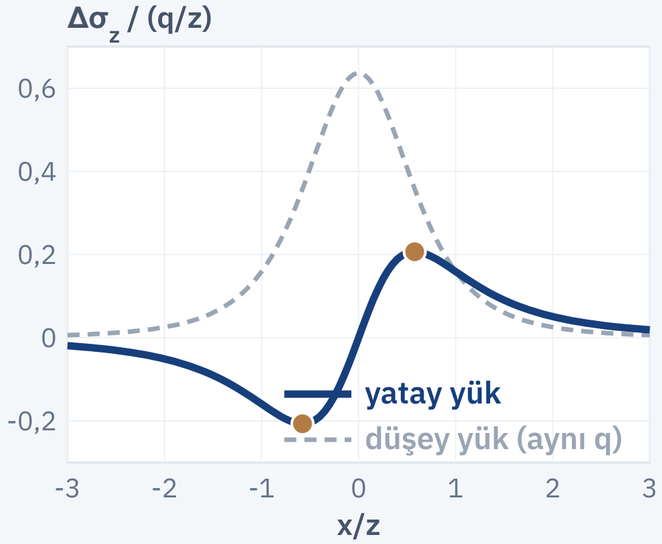
Yatay yük altında (x = 0) gerilme **sıfırdır**; ittiği tarafta artar, karşı tarafta aynı büyüklükte azalır. En büyük değer x/z = 0,5774'te 0,2067·(q/z) = 1,378 kPa'dır.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

x (m)	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	Yatay yük $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Düşey yük, aynı q (kPa)
−6,00	−2,000	−0,0509	**−0,3395**	0,1698
−3,00	−1,000	−0,1592	**−1,0610**	1,0610
−1,73	−0,577	−0,2067	**−1,3783**	2,3873
0,00	0,000	0,0000	**0,0000**	4,2441
1,73	0,577	0,2067	**1,3783**	2,3873
3,00	1,000	0,1592	**1,0610**	1,0610
6,00	2,000	0,0509	**0,3395**	0,1698

Yatay yük için eğri x = 0'a göre **ters simetriktir** (tek fonksiyon); düşey yükün eğrisi ise çifttir ve yük altında en büyüktür (4,244 kPa). x/z = 1'de iki yük aynı büyüklüğü verir (1,061 kPa).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yük	$q = 10$ **kN/m, düşeyden** α **eğik;** $x_L = 0$
Nokta A	$x = 5$ **m,** $z = 4$ **m**
Eğimler	$\alpha = 0; 10; 20; 30; 45; 60; 90^\circ$

İSTENEN

Her eğim için q_V, q_H, $\Delta\sigma_{z(V)}$, $\Delta\sigma_{z(H)}$ ve toplam; α = 45° için ayrıntı; toplamın en büyük olduğu eğim.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Birim yük için katsayılar (x = 5, z = 4): her bileşen kendi katsayısı ile çarpılır

$$a = \frac{2z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{128}{5\,281{,}0} = 0{,}024238$$

$$b = \frac{2xz^2}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{160}{5\,281{,}0} = 0{,}030297 \qquad \Delta\sigma_z = q\,(a\cos\alpha + b\sin\alpha)$$

2 α = 45° ($q_V = q_H$ = 7,071 kN/m)

$$\Delta\sigma_z = 10\,(0{,}024238)(0{,}7071) + 10\,(0{,}030297)(0{,}7071)$$
$$= 0{,}17139 + 0{,}21423 = \mathbf{0{,}38562}\ \mathrm{kPa}$$

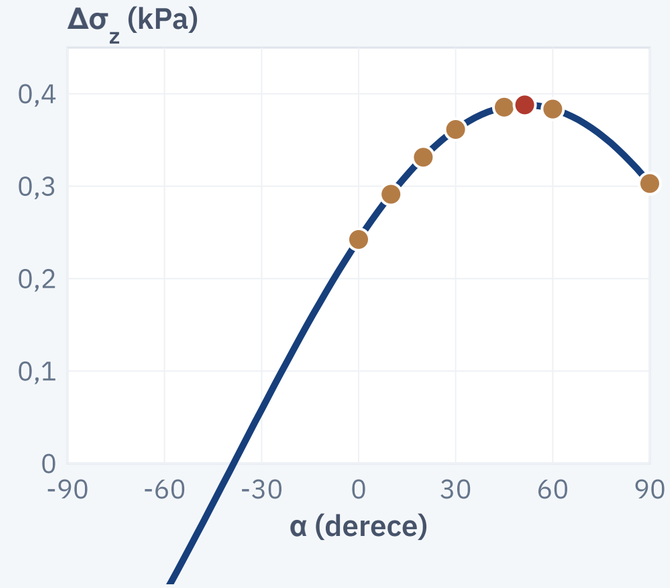
Kontrol: x/z = 1,25 olduğundan b/a = 1,25; toplam, tan α = b/a = x/z koşulunda en büyüktür: α = 51,34° için $\Delta\sigma_z = q\sqrt{(a^2 + b^2)}$ = **0,38799 kPa**.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

α (°)	q_V (kN/m)	q_H (kN/m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
0	10,000	0,000	0,24238	0,00000	**0,24238**
10	9,848	1,736	0,23870	0,05261	**0,29131**
20	9,397	3,420	0,22776	0,10362	**0,33138**
30	8,660	5,000	0,20991	0,15149	**0,36139**
45	7,071	7,071	0,17139	0,21423	**0,38562**
60	5,000	8,660	0,12119	0,26238	**0,38357**
90	0,000	10,000	0,00000	0,30297	**0,30297**

Düşey yük (α = 0) 0,24238 kPa verir; yük A noktasına doğru eğildikçe yatay bileşen devreye girer ve toplam artar: en büyük değer α ≈ 51,3°'de 0,3880 kPa. Tam yatay yükte (α = 90°) 0,3030 kPa'a iner. Negatif α, yatay bileşeni A'dan uzağa çevirir ve toplamı azaltır (şekil).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Yük	**Örnek 1'deki yük: $q = 10$ kN/m, $\alpha = 20^\circ$ ($+x$ yönünde itiyor), $x_L = 0$**
Noktalar	$z = 4$ **m;** $x = -10; -5; 0; 5; 10$ **m**

İSTENEN

Her nokta için $\Delta\sigma_{z(V)}$, $\Delta\sigma_{z(H)}$ ve toplam; x = −5 m ve x = 0 için ayrıntı; eğrinin asimetrisi.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 x = −5 m (yükün itmediği taraf): düşey bileşen aynı, yatay bileşen negatif

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9{,}397)(4^3)}{\pi((-5)^2+4^2)^2} = 0{,}22776\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3{,}420)(-5)(4^2)}{\pi(41)^2} = \mathbf{-0{,}10362}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_z = 0{,}22776 + (-0{,}10362) = \mathbf{0{,}12414}\ \text{kPa}$$

2 x = 0 (yükün tam altında): yatay bileşen sıfır

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V}{\pi z} = \frac{2(9{,}397)}{\pi(4)} = \mathbf{1{,}49557}\ \text{kPa}, \qquad \Delta\sigma_{z(H)} = 0$$

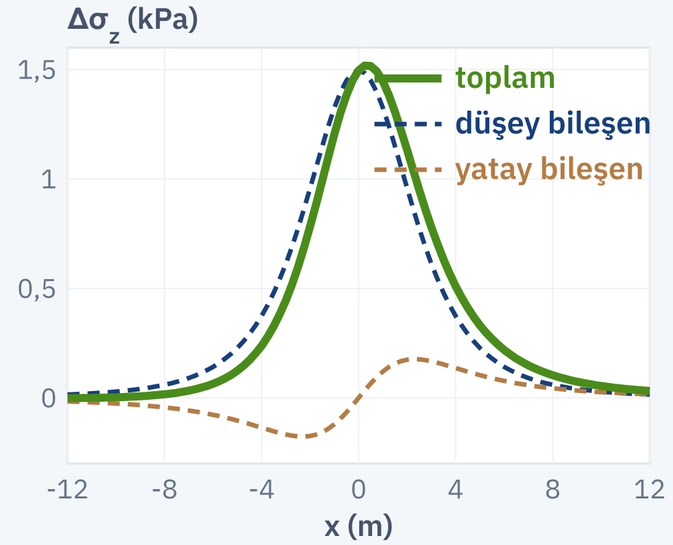
x = +5 m'de 0,3314 kPa, x = −5 m'de 0,1241 kPa: aynı uzaklıkta, yükün ittiği yanda gerilme **2,67 kat** daha büyüktür. Düşey bileşen çift, yatay bileşen tek fonksiyondur.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

x (m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
−10	0,02845	−0,02589	**0,00256**
−5	0,22776	−0,10362	**0,12414**
0	1,49557	0,00000	**1,49557**
5	0,22776	0,10362	**0,33138**
10	0,02845	0,02589	**0,05434**

Toplam eğri yük altında (x = 0) en yüksektir (1,4956 kPa) ve yükün ittiği yanda daha yavaş azalır: x = 10 m'de 0,05434, x = −10 m'de yalnızca 0,00256 kPa.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

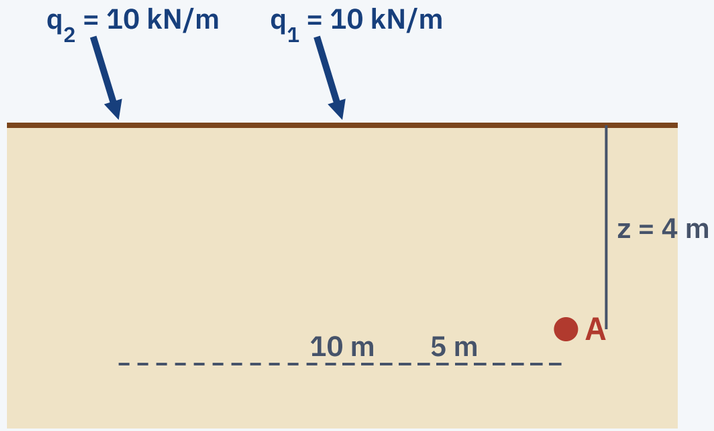
SORU

Verilenler

Yükler	**yük 1:** $q_1 = 10$ **kN/m,** $\alpha_1 = 20^\circ$**,** $x_{L1} = 0$ **; yük 2:** $q_2 = 10$ **kN/m,** $\alpha_2 = 20^\circ$**,** $x_{L2} = -5$ **m**
Nokta A	$x_A = 5$ **m;** $z = 4$ **m (sonra** $2; 6; 8; 12$ **m)**

İSTENEN

Yük 2'nin katkısı (düşey ve yatay), iki yükün toplamı; derinlik profili.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yük 2 (x = 5 − (−5) = 10 m): aynı bileşenler q_V = 9,397, q_H = 3,420 kN/m

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9{,}397)(4^3)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1\,202{,}8}{42\,273{,}3} = 0{,}02845$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3{,}420)(10)(4^2)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1\,094{,}5}{42\,273{,}3} = 0{,}02589 \qquad \Delta\sigma_{z(2)} = \mathbf{0{,}05434}\ \mathrm{kPa}$$

2 Toplam: yük 1'in katkısı Örnek 1'deki değerdir

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 0{,}33138 + 0{,}05434 = \mathbf{0{,}38573}\ \mathrm{kPa}$$

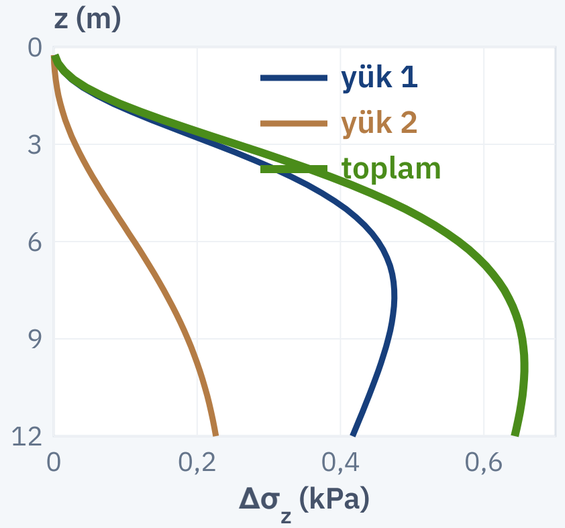
$\Delta\sigma_z$ = 0,38573 kPa (düşey bileşenler 0,25621, yatay bileşenler 0,12951). Yük 2 yalnız 0,05434 kPa ekler: 10 m uzaktır.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

z (m)	Yük 1: V + H	Yük 2: V + H	Toplam $\Delta\sigma_z$ (kPa)
2	0,0569 + 0,0518 = 0,1087	0,0044 + 0,0081 = 0,0125	**0,1212**
4	0,2278 + 0,1036 = 0,3314	0,0285 + 0,0259 = 0,0543	**0,3857**
6	0,3473 + 0,1053 = 0,4526	0,0699 + 0,0424 = 0,1122	**0,5648**
8	0,3867 + 0,0880 = 0,4746	0,1139 + 0,0518 = 0,1657	**0,6403**
12	0,3619 + 0,0549 = 0,4168	0,1736 + 0,0527 = 0,2263	**0,6431**

Her derinlikte yüklerin düşey ve yatay bileşenleri ayrı ayrı toplanır ve sonuç iki yükün toplamıdır. Toplam z = 8 m'de 0,6403, z = 12 m'de 0,6431 kPa'dır; yük 2'nin payı derinde artar.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Özet

Akılda kalacak noktalar

Yatay yük: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\, x\, z^2/(x^2 + z^2)^2$; ittiği tarafta ($x > 0$) artar, karşı tarafta azalır, altında sıfırdır; en büyük değer $x/z = 1/\sqrt{3}$ için $0{,}2067\cdot(q/z)$

Eğik yük: $q_V = q \cos\alpha$ ve $q_H = q \sin\alpha$; $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)}$ (elastik zeminde bileşenlerin gerilmeleri toplanır)

Örnek (q = 10 kN/m, α = 20°; A: x = 5, z = 4 m): $q_V = 9{,}397$, $q_H = 3{,}420$ kN/m; $\Delta\sigma_{z(V)} = 0{,}22776$ + $\Delta\sigma_{z(H)} = 0{,}10362$ = **0,33138 kPa**

Eğim ve derinlik: toplam, $\tan\alpha = x/z$ olduğunda ($\alpha = 51{,}3°$) en büyüktür; yatay bileşen $z = x$'te, düşey bileşen $z = \sqrt{3}\cdot x$'te tepe yapar

İki yan: $x = +5$ m'de 0,3314, $x = -5$ m'de 0,1241 kPa; **iki yük** için bileşenler ayrı ayrı toplanır (örnekte 0,3857 kPa)

Kaynaklar

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modül q = 10 kN/m, α = 20° yükü ve A (x = 5 m, z = 4 m) noktasıyla açılır.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Kendi yatay ya da eğik çizgisel yüklerinizi, eğimlerini, konumlarını ve noktanızı GeoTerva'da girin; modül düşey ve yatay bileşenlerin katkısını, toplam $\Delta\sigma_z$ değerini, derinlik profilini, eş gerilme eğrilerini, adım adım çözümü ve raporu birlikte verir.

Modülü açın → | **Teori sayfası →**

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.

Derslerinizde kullanmak isterseniz: info@geoterva.com