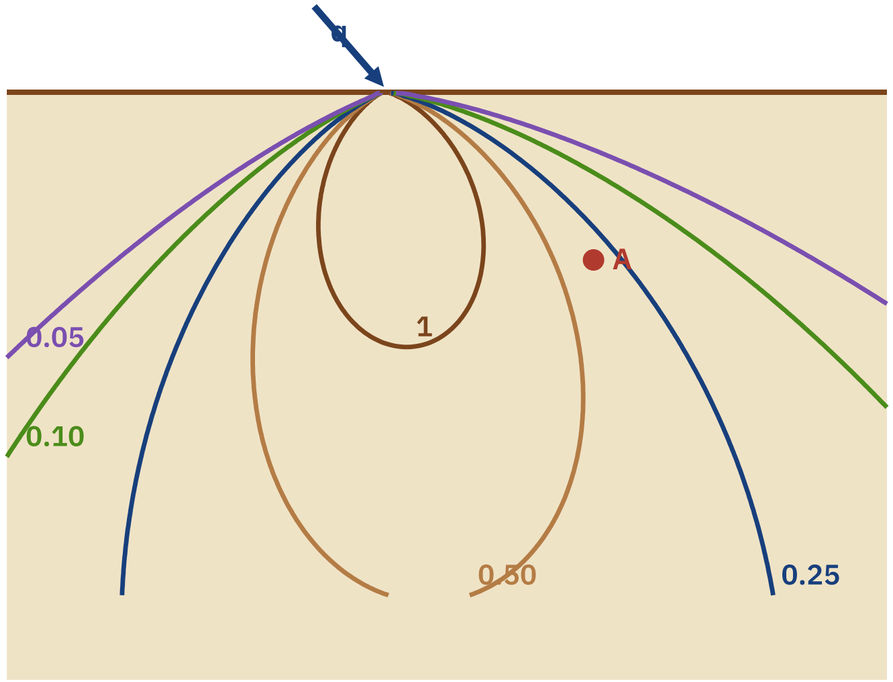
지반공학 강의 자료 · 지반 내 응력분포

# 수평 선하중 아래의 응력

강의: 수평 및 경사 선하중이 지반에 일으키는 연직응력; 초기 예제를 구성 성분과 함께 처음부터 끝까지 손으로 풀이하고, 깊이 방향 및 횡방향 분포는 표로 제시한다.

수평 선하중 · 기울어진 하중의 성분 · 부호 규약 · 중첩 · 등응력선



개요

# 이 강의에서 다루는 내용

지표면에 작용하는 **수평** 선하중(벽체 저면 마찰, 제동력, 아치 추력)에 의한 연직응력: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\, x\, z^2/(x^2 + z^2)^2$

**부호 규약**: 하중이 미는 쪽($x > 0$)에서는 응력이 증가하고 반대쪽에서는 감소하며, 하중 바로 아래에서는 0이다; 최댓값은 $x/z = 1/\sqrt{3}$에서 나타난다

**경사** 선하중의 성분 분해: $q_V = q\cos\alpha$, $q_H = q\sin\alpha$; 두 응력의 중첩

사면 경사, 깊이, 측방 위치가 응력에 미치는 영향; 여러 하중에 대한 **중첩**

모듈의 초기 예제($q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$)를 **처음부터 끝까지 수계산**으로 풀이; 각 성분의 기여를 표에서 개별적으로 제시

### 강의 흐름

각 주제는 **세 단계**로 다룬다:

1 · **이론**: 공식과 그 근거

2 · **문제**: 조건과 구하는 값

3 · **풀이**: 단계별 수치 계산

예제: $q = 10$ kN/m, 연직선과 이루는 각 $\alpha = 20°$; 점 A: $x = 5$ m, $z = 4$ m.

# 수평 및 기울어진 선하중

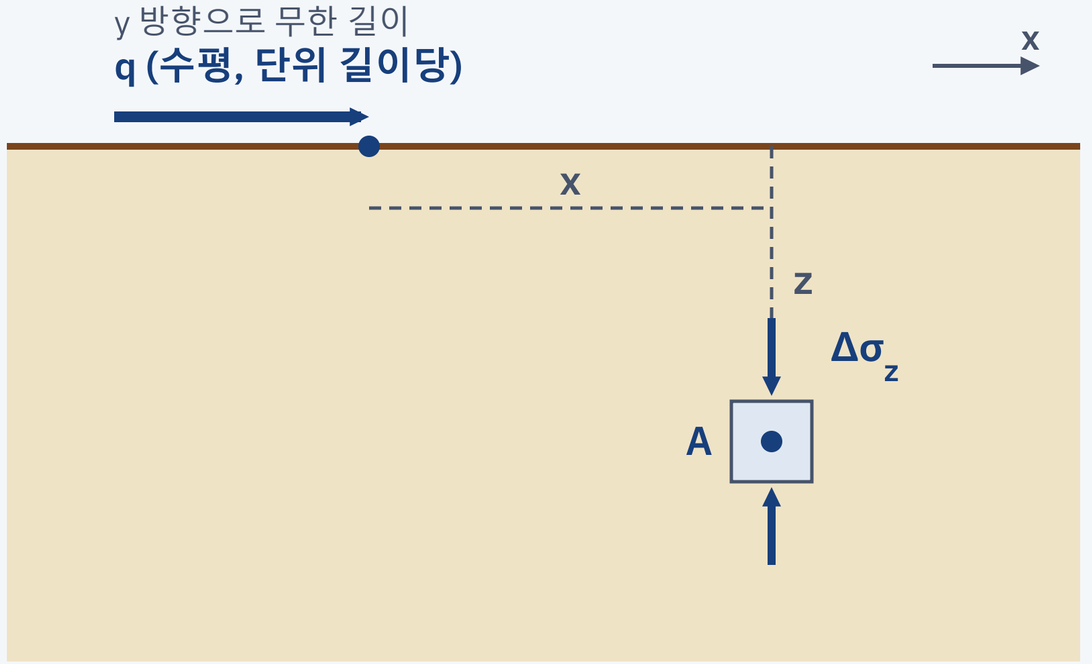
이론

선하중은 표면을 아래로 누르는 대신 표면을 따라 밀 수도 있다; 벽체 저면의 마찰, 철도 제동력, 아치 추력이 그 예이다.

모듈은 수평 선하중 아래의 연직응력 증가량과, 두 성분을 합산하여 경사 선하중 아래의 연직응력 증가량을 계산한다.

연성 선하중은 y 방향으로 무한히 길고, q는 단위 길이당 하중이며, 모든 횡단면에서 평면변형률 조건이 성립한다.

지반은 균질하고 등방이며 선형 탄성인 반무한 매질이다; $\Delta\sigma_z$는 하중에 의한 응력 증가량만을 뜻한다.



# 수평 선하중의 $\Delta\sigma_z$ 값

이론

수평 선하중에 대한 탄성해는 점 A의 연직응력 증가량을 다음과 같이 제시한다: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi) \times z^2/(x^2 + z^2)^2$.

응력의 부호는 x 값에 따라 달라진다: 연직응력은 하중이 미는 쪽(x > 0)에서 증가하고 반대쪽에서 감소하며, 하중 바로 아래(x = 0)에서는 0이다.

무차원 형태로는 **$\Delta\sigma_z/(q/z) = (2/\pi)(x/z) / [(x/z)^2 + 1]^2$**이 되며, 하나의 곡선을 모든 q와 z에 대해 사용한다.

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi}\,\frac{x\,z^2}{(x^2+z^2)^2}$$

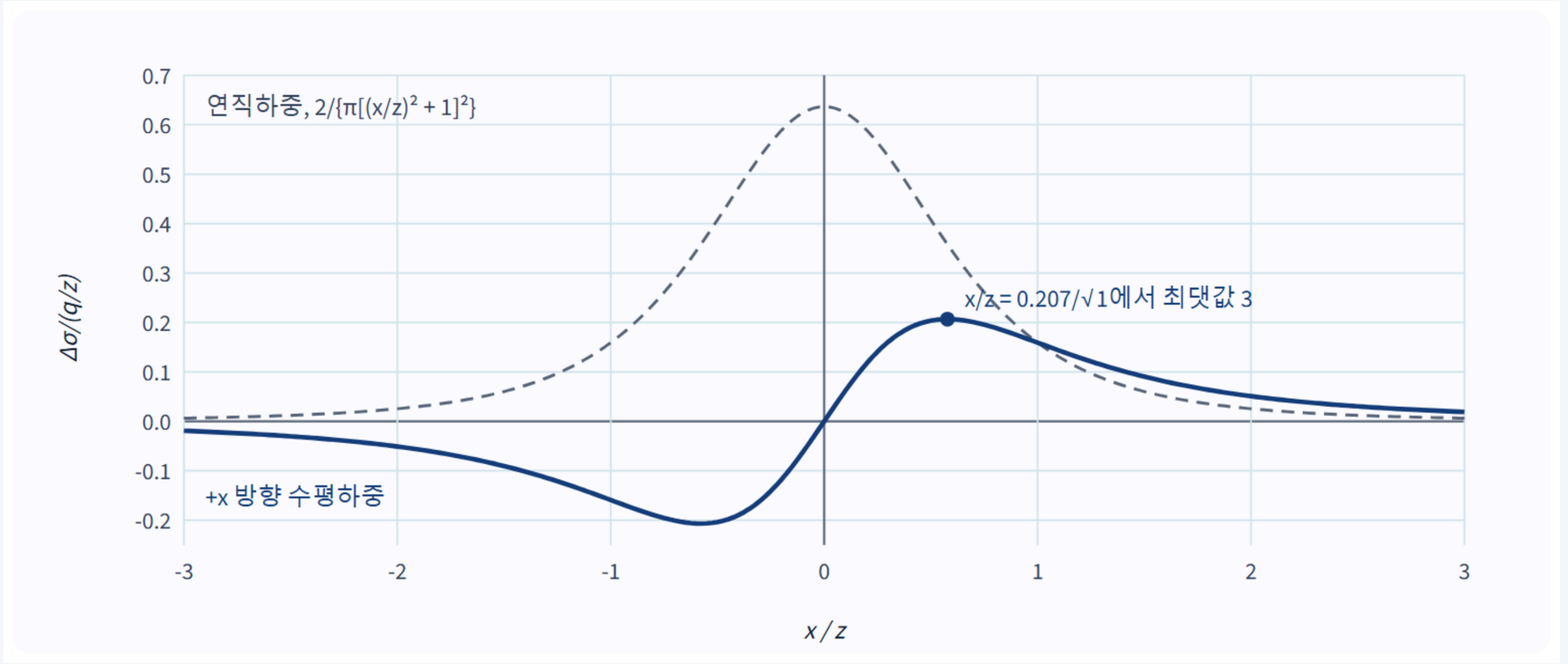
$$\frac{\Delta\sigma_z}{q/z} = \frac{2}{\pi}\,\frac{x/z}{\left[(x/z)^2+1\right]^2}$$

**$\Delta\sigma_z/(q/z)$ 값 (모듈)**

| x/z | $\Delta\sigma_z/(q/z)$ | x/z | $\Delta\sigma_z/(q/z)$ |
|---|---|---|---|
| 0.00 | 0.000 | 0.70 | 0.201 |
| 0.10 | 0.062 | 0.80 | 0.189 |
| 0.20 | 0.118 | 0.90 | 0.175 |
| 0.30 | 0.161 | 1.00 | 0.159 |
| 0.40 | 0.189 | 1.25 | 0.121 |
| 0.50 | 0.204 | 1.50 | 0.090 |
| 0.60 | 0.207 | 2.00 | 0.051 |

# x/z에 따른 $\Delta\sigma_z/(q/z)$

이론




수평 선하중 하부(실선) 및 동일한 크기의 연직 선하중 하부(점선)의 x/z에 따른 Δσz/(q/z). 수평하중은 +x 방향으로 작용한다.

# 성분과 중첩

이론

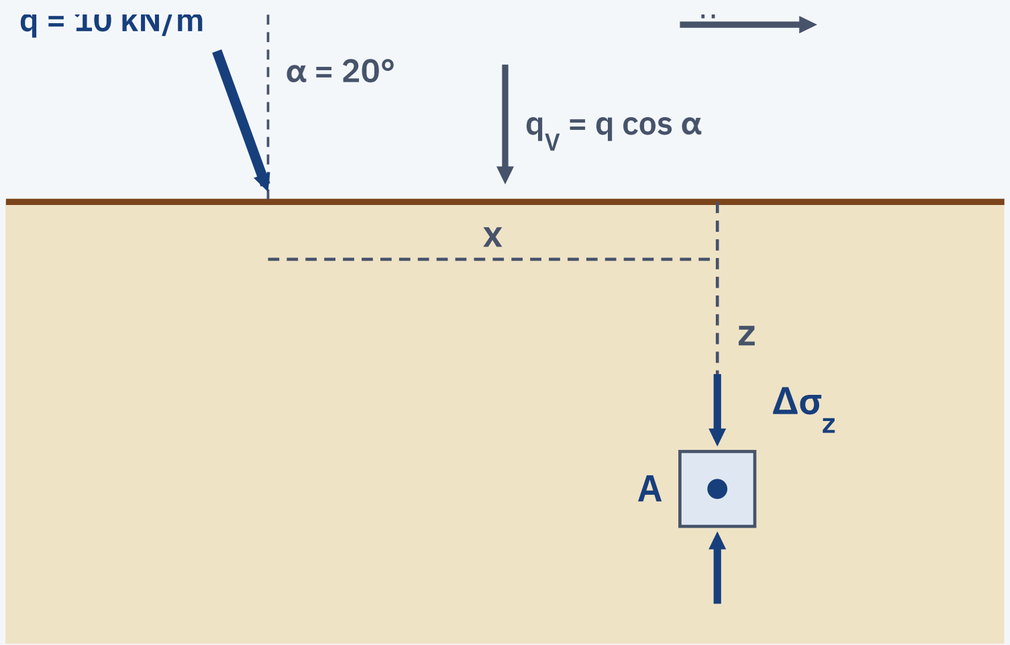
경사 선하중은 연직선과 α의 각을 이루는 선하중 q의 성분들의 합이며, 지반이 탄성이므로 성분별 응력을 합산한다.

α = 90°는 완전한 수평하중을, α = 0은 연직하중을 나타낸다.

각각 자신의 크기, 경사 및 위치로 정의되는 추가 선하중은 선하중 추가를 통해 하나씩 입력한다(최대 8개이며, 두 개를 같은 위치에 둘 수 없다).

$$q_V = q\cos\alpha, \qquad q_H = q\sin\alpha$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q_V\, z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} + \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{x\, z^2}{(x^2+z^2)^2}$$



# 문제

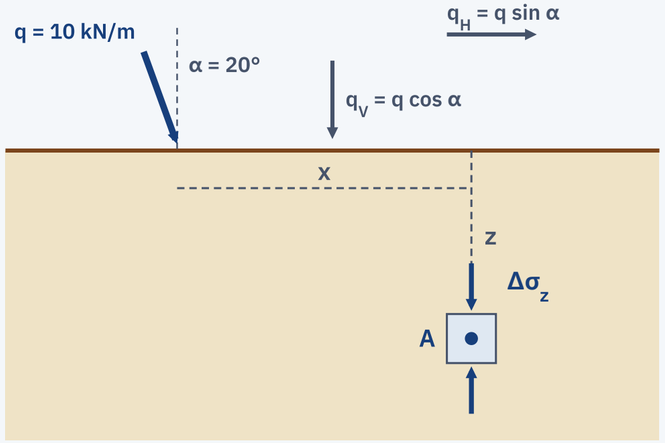
예제

## 조건

| | |
|---|---|
| 하중 | 선하중 $q = 10$ kN/m, 연직으로부터 $\alpha = 20^\circ$ 기울어짐 (수평 성분은 $+x$ 방향), $x_L = 0$ |
| 점 A | $x = 5$ m, $z = 4$ m |
| 지반 | 균질한 탄성 반무한 매질; 평면변형률 |

## 구하는 값

$q_V$, $q_H$; 각 성분의 $\Delta\sigma_z$ 값과 전체 $\Delta\sigma_z$.



# 풀이 (1/2)

풀이

**1** 경사 하중의 성분 (α = 20°)

$$q_V = q\cos\alpha = 10\cos 20^\circ = \mathbf{9.397}\ \text{kN/m}$$

$$q_H = q\sin\alpha = 10\sin 20^\circ = \mathbf{3.420}\ \text{kN/m}$$

**2** 연직 성분에 의한 응력 (x = 5, z = 4)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V z^3}{\pi\left(x^2+z^2\right)^2} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{1{,}202.8}{\pi\,(1{,}681)} = \mathbf{0.22776}\ \text{kPa}$$

수직 성분만으로 **0.22776 kPa**이 산출되며, 수평 성분의 기여는 다음 페이지에 있다.

# 풀이 (2/2)

풀이

**3** 수평 성분의 응력 (x = 5 m: 하중이 미는 쪽, 부호는 양)

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{xz^2}{(x^2+z^2)^2} = \frac{2(3.420)(5)(4^2)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{547.23}{\pi\,(1{,}681)} = \mathbf{0.10362}\ \text{kPa}$$

**4** 중첩

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)} = 0.22776 + 0.10362 = \mathbf{0.33138}\ \text{kPa}$$

**$\Delta\sigma_z$ = 0.33138 kPa**(수직 0.22776 + 수평 0.10362). 검토: x/z = 1.25에서 $\Delta\sigma_{z(V)}/(q_V/z)$ = 0.0970, $\Delta\sigma_{z(H)}/(q_H/z)$ = 0.1212이며, 곱은 0.22776 및 0.10362 kPa이다. 모듈은 동일한 값을 제공한다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

# 문제

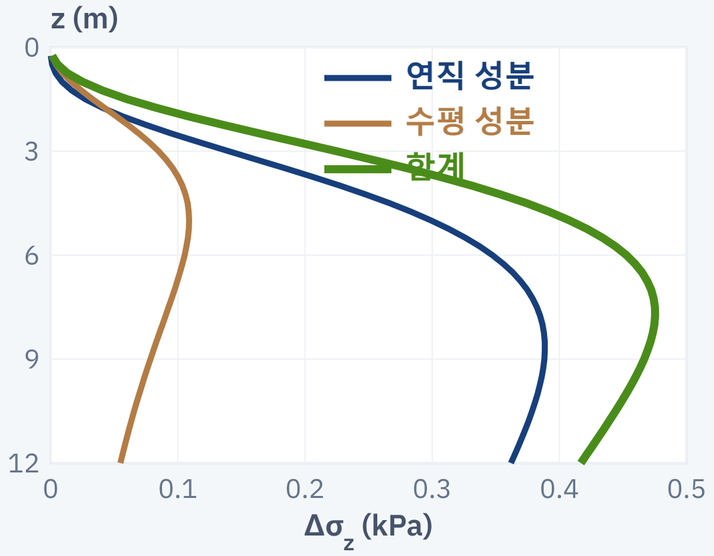
예제

### 조건

| | |
|---|---|
| 하중 | **예제 1의 하중:** $q = 10$ **kN/m,** $\alpha = 20^\circ$**,** $x_L = 0$ |
| 점 | $x_A = 5$ **m;** $z = 1.2; 2.4;$ **...;** $12$ **m (모듈의 프로필 행)** |

### 구하는 값

각 깊이에 대한 $\Delta\sigma_{z(V)}$, $\Delta\sigma_{z(H)}$ 및 합계; z = 5 m에서의 상세 풀이; 각 성분이 최대가 되는 깊이.



# 풀이 (1/2)

풀이

**1** 수직 성분 (x = 5, z = 5: $x^2 + z^2 = 50$)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(5^3)}{\pi(50)^2} = \frac{2{,}349.2}{7{,}854.0} = \mathbf{0.29911}\ \text{kPa}$$

**2** 수평 성분

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(5)(5^2)}{\pi(50)^2} = \frac{855.05}{7{,}854.0} = \mathbf{0.10887}\ \text{kPa}$$

**3** 합계

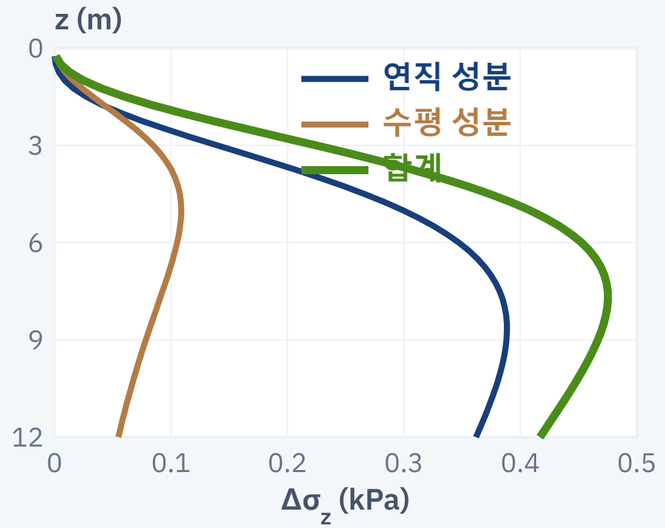
$$\Delta\sigma_z = 0.29911 + 0.10887 = \mathbf{0.40798}\ \text{kPa}$$

z = 5 m에서 $\Delta\sigma_z$ = 0.40798 kPa이며, 이는 z = 4 m에서의 값(0.33138 kPa)보다 크다. 표는 다음 페이지에 있다.

# 풀이 (2/2)

풀이

| z (m) | $\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa) | $\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa) | 합계 $\Delta\sigma_z$ (kPa) |
|---|---|---|---|
| 1.2 | 0.01479 | 0.02243 | **0.03721** |
| 2.4 | 0.08740 | 0.06628 | **0.15368** |
| 3.6 | 0.19370 | 0.09792 | **0.29161** |
| 4.8 | 0.28667 | 0.10869 | **0.39536** |
| 6.0 | 0.34726 | 0.10533 | **0.45259** |
| 7.2 | 0.37817 | 0.09559 | **0.47376** |
| 8.4 | 0.38829 | 0.08412 | **0.47241** |
| 9.6 | 0.38559 | 0.07309 | **0.45868** |
| 10.8 | 0.37563 | 0.06330 | **0.43893** |
| 12.0 | 0.36194 | 0.05489 | **0.41683** |




수평 성분에 의한 응력은 깊이 $z = x = 5$ m에서 최대이며 ($q_H/(2\pi x) = 0.10887$ kPa) 그 이후 감소한다. 연직 성분은 $z = \sqrt{3}\cdot x = 8.66$ m에서 최대이다(0.3886 kPa). 합계는 $z \approx 7.7$ m에서 최대 0.4753 kPa이다.

GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

# 문제

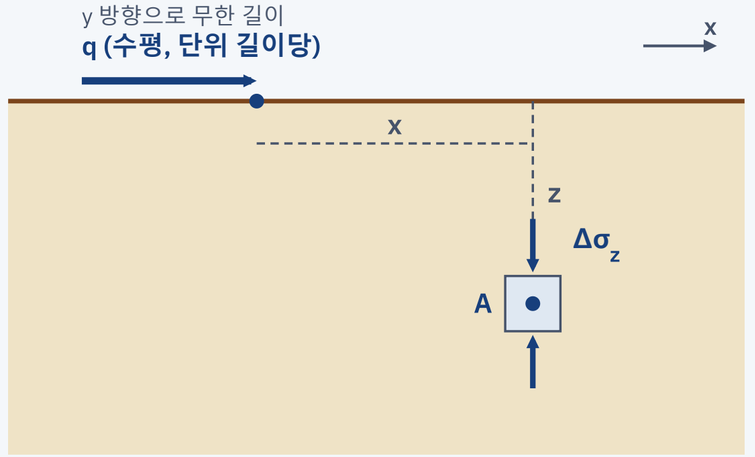
예제

## 조건

| | |
|---|---|
| 하중 | **수평 선하중** $q = 20$ **kN/m (**$\alpha = 90^\circ$**),** $+x$ **방향,** $x_L = 0$ |
| 점 | $z = 3$ **m;** $x = -6; -3; -1.73; 0; 1.73; 3;$ $6$ **m (**$x/z = -2 \ldots 2$**)** |

## 구하는 값

각 점에 대해 **x/z**, **$\Delta\sigma_z/(q/z)$**, **$\Delta\sigma_z$**; 같은 강도의 연직하중과의 비교; 최댓값.



# 풀이 (1/2)

풀이

**1** x = 3 m (x/z = 1): 하중이 미는 쪽

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{(1^2+1)^2} = \frac{1}{2\pi} = 0.15915$$

$$\Delta\sigma_z = 0.15915\,(20/3) = \mathbf{1.0610}\ \text{kPa} \qquad (x=-3\ \text{m}:\ -\mathbf{1.0610}\ \text{kPa})$$

**2** 최댓값: x/z = 1/√3 = 0.5774 (x = 1.732 m)

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{0.5774}{(1/3+1)^2} = 0.20675$$

$$\Delta\sigma_z = 0.20675\,(20/3) = \mathbf{1.3783}\ \text{kPa}$$

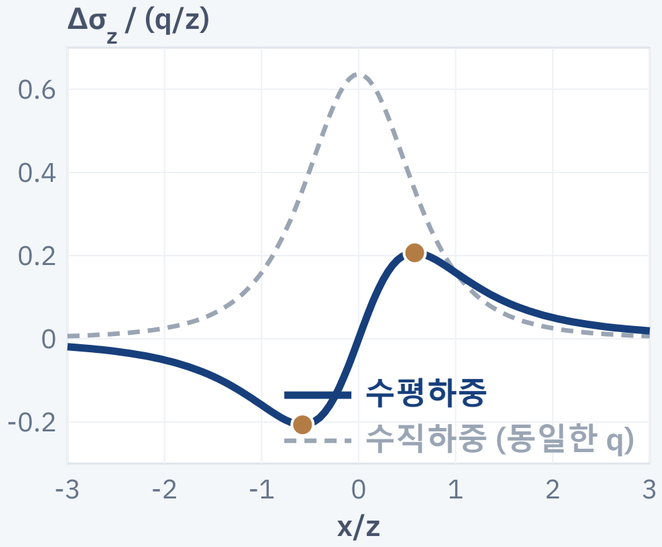
수평하중 바로 아래(x = 0)에서 응력은 **0**이다. 하중이 미는 쪽에서는 증가하고 반대쪽에서는 같은 크기만큼 감소한다. 최댓값은 x/z = 0.5774에서 0.2067·(q/z) = 1.378 kPa이다.

# 풀이 (2/2)

풀이

| x (m) | x/z | $\Delta\sigma_z/(q/z)$ | 수평하중 $\Delta\sigma_z$ (kPa) | 연직하중, 동일한 q (kPa) |
|---|---|---|---|---|
| −6.00 | −2.000 | −0.0509 | **−0.3395** | 0.1698 |
| −3.00 | −1.000 | −0.1592 | **−1.0610** | 1.0610 |
| −1.73 | −0.577 | −0.2067 | **−1.3783** | 2.3873 |
| 0.00 | 0.000 | 0.0000 | **0.0000** | 4.2441 |
| 1.73 | 0.577 | 0.2067 | **1.3783** | 2.3873 |
| 3.00 | 1.000 | 0.1592 | **1.0610** | 1.0610 |
| 6.00 | 2.000 | 0.0509 | **0.3395** | 0.1698 |

수평하중의 경우 곡선은 x = 0에 대해 **반대칭**이다(홀함수). 수직하중의 곡선은 짝함수이며 하중 바로 아래에서 최대이다(4.244 kPa). x/z = 1에서는 두 하중이 같은 크기를 준다(1.061 kPa).




GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

# 문제

예제

**조건**

| | |
|---|---|
| 하중 | $q = 10$ **kN/m, 연직에서** $\alpha$ **경사;** $x_L = 0$ |
| 점 A | $x = 5$ **m,** $z = 4$ **m** |
| 경사 | $\alpha = 0; 10; 20; 30; 45; 60; 90^\circ$ |

**구하는 값**

각 경사각에 대한 $q_V$, $q_H$, $\Delta\sigma_{z(V)}$, $\Delta\sigma_{z(H)}$ 및 합계; α = 45°인 경우의 상세; 합계가 최대가 되는 경사각.

# 풀이 (1/2)

풀이

**1** 단위하중에 대한 계수 (x = 5, z = 4): 각 성분에 해당 계수를 곱한다

$$a = \frac{2z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{128}{5{,}281.0} = 0.024238$$

$$b = \frac{2xz^2}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{160}{5{,}281.0} = 0.030297 \qquad \Delta\sigma_z = q\,(a\cos\alpha + b\sin\alpha)$$

**2** α = 45° ($q_V = q_H$ = 7,071 kN/m)

$$\Delta\sigma_z = 10\,(0.024238)(0.7071) + 10\,(0.030297)(0.7071)$$
$$= 0.17139 + 0.21423 = \mathbf{0.38562}\ \text{kPa}$$

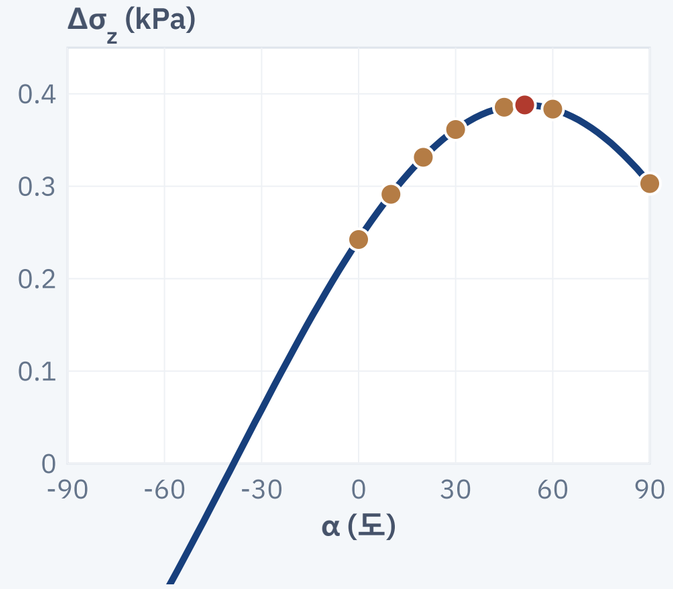
검토: x/z = 1.25이므로 b/a = 1.25; 합계는 tan α = b/a = x/z 조건에서 최대이다: α = 51.34°에서 $\Delta\sigma_z = q\sqrt{a^2+b^2}$ = **0.38799 kPa**.

# 풀이 (2/2)

풀이

| α (°) | $q_V$ (kN/m) | $q_H$ (kN/m) | $\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa) | $\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa) | 합계 $\Delta\sigma_z$ (kPa) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10.000 | 0.000 | 0.24238 | 0.00000 | **0.24238** |
| 10 | 9.848 | 1.736 | 0.23870 | 0.05261 | **0.29131** |
| 20 | 9.397 | 3.420 | 0.22776 | 0.10362 | **0.33138** |
| 30 | 8.660 | 5.000 | 0.20991 | 0.15149 | **0.36139** |
| 45 | 7.071 | 7.071 | 0.17139 | 0.21423 | **0.38562** |
| 60 | 5.000 | 8.660 | 0.12119 | 0.26238 | **0.38357** |
| 90 | 0.000 | 10.000 | 0.00000 | 0.30297 | **0.30297** |

연직하중(α = 0)은 0.24238 kPa을 주며, 하중이 A점 쪽으로 기울어질수록 수평 성분이 작용하기 시작하여 합계가 증가한다: 최댓값은 α ≈ 51.3°에서 0.3880 kPa이다. 완전한 수평하중(α = 90°)에서는 0.3030 kPa로 감소한다. 음의 α는 수평 성분을 A에서 멀어지는 쪽으로 돌려 합계를 줄인다(그림).




GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

# 문제

예제

## 조건

| | |
|---|---|
| 하중 | **예제 1의 하중:** $q = 10$ **kN/m,** $\alpha = 20^\circ$ **(**$+x$ **방향으로 민다),** $x_L = 0$ |
| 점 | $z = 4$ **m;** $x = -10; -5; 0; 5; 10$ **m** |

## 구하는 값

각 점에 대한 $\Delta\sigma_{z(V)}$, $\Delta\sigma_{z(H)}$ 및 합계; x = −5 m와 x = 0에 대한 상세; 곡선의 비대칭.

# 풀이 (1/2)

풀이

**1** x = −5 m (하중이 밀지 않는 쪽): 연직 성분은 같고 수평 성분은 음의 값

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi((-5)^2+4^2)^2} = 0.22776 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(-5)(4^2)}{\pi(41)^2} = \mathbf{-0.10362} \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.22776 + (-0.10362) = \mathbf{0.12414} \text{ kPa}$$

**2** x = 0 (하중 바로 아래): 수평 성분 0

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V}{\pi z} = \frac{2(9.397)}{\pi(4)} = \mathbf{1.49557} \text{ kPa}, \qquad \Delta\sigma_{z(H)} = 0$$

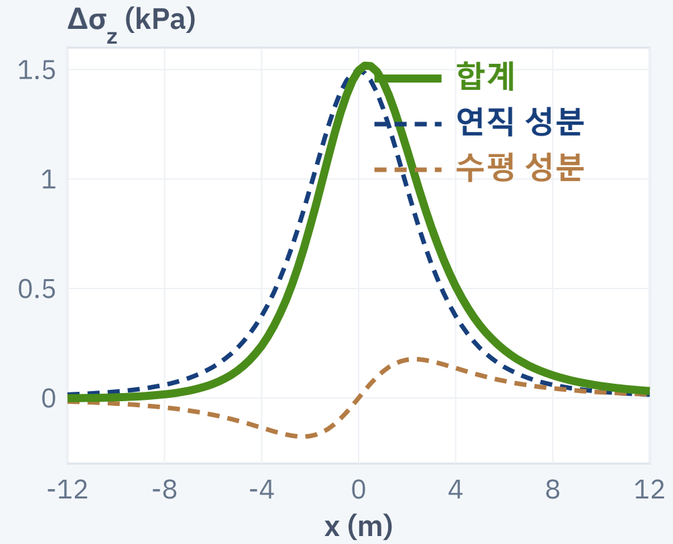
x = +5 m에서 0.3314 kPa, x = −5 m에서 0.1241 kPa: 같은 거리에서 하중이 미는 쪽의 응력이 **2.67배** 더 크다. 연직 성분은 우함수, 수평 성분은 기함수이다.

# 풀이 (2/2)

풀이

| x (m) | $\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa) | $\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa) | 합계 $\Delta\sigma_z$ (kPa) |
|---|---|---|---|
| −10 | 0.02845 | −0.02589 | **0.00256** |
| −5 | 0.22776 | −0.10362 | **0.12414** |
| 0 | 1.49557 | 0.00000 | **1.49557** |
| 5 | 0.22776 | 0.10362 | **0.33138** |
| 10 | 0.02845 | 0.02589 | **0.05434** |

합산 곡선은 하중 바로 아래(x = 0)에서 가장 높고(1.4956 kPa), 하중이 미는 쪽에서 더 천천히 감소한다: x = 10 m에서 0.05434, x = −10 m에서는 0.00256 kPa에 불과하다.




GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

# 문제

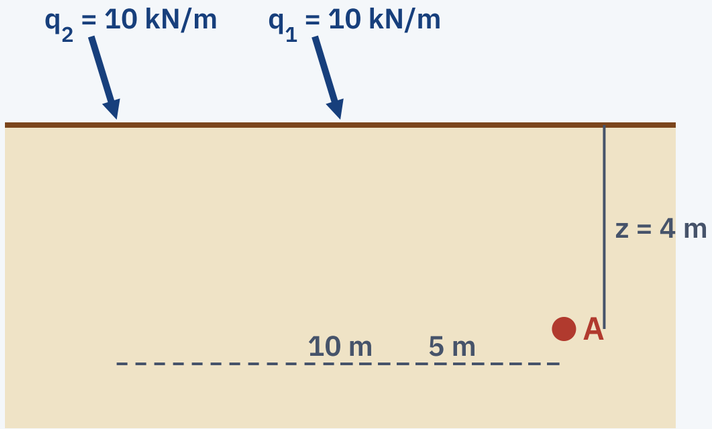
예제

## 조건

| | |
|---|---|
| 하중 | **하중 1:** $q_1 = 10$ **kN/m,** $\alpha_1 = 20^\circ$**,** $x_{L1} = 0$**; 하중 2:** $q_2 = 10$ **kN/m,** $\alpha_2 = 20^\circ$**,** $x_{L2} = -5$ **m** |
| 점 A | $x_A = 5$ **m;** $z = 4$ **m (이후** $2; 6; 8; 12$ **m)** |

## 구하는 값

하중 2의 기여 (연직 및 수평), 두 하중의 합; 깊이별 분포.



# 풀이 (1/2)

풀이

**1** 하중 2 (x = 5 − (−5) = 10 m): 동일한 성분 $q_V = 9.397$, $q_H = 3.420$ kN/m

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1{,}202.8}{42{,}273.3} = 0.02845$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(10)(4^2)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1{,}094.5}{42{,}273.3} = 0.02589 \qquad \Delta\sigma_{z(2)} = \mathbf{0.05434}\ \text{kPa}$$

**2** 합계: 하중 1의 기여분은 예제 1의 값이다

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 0.33138 + 0.05434 = \mathbf{0.38573}\ \text{kPa}$$

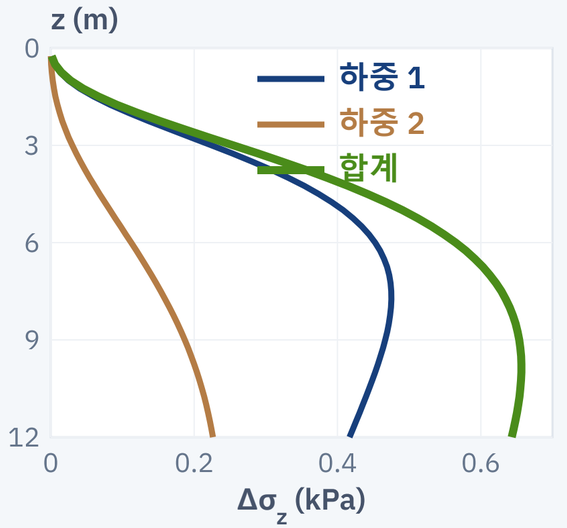
**$\Delta\sigma_z$ = 0.38573 kPa**(연직 성분 0.25621, 수평 성분 0.12951). 하중 2는 0.05434 kPa만 더한다: 10 m 떨어져 있다.

# 풀이 (2/2)

풀이

| z (m) | 하중 1: V + H | 하중 2: V + H | 합계 $\Delta\sigma_z$ (kPa) |
|---|---|---|---|
| 2 | 0.0569 + 0.0518 = 0.1087 | 0.0044 + 0.0081 = 0.0125 | **0.1212** |
| 4 | 0.2278 + 0.1036 = 0.3314 | 0.0285 + 0.0259 = 0.0543 | **0.3857** |
| 6 | 0.3473 + 0.1053 = 0.4526 | 0.0699 + 0.0424 = 0.1122 | **0.5648** |
| 8 | 0.3867 + 0.0880 = 0.4746 | 0.1139 + 0.0518 = 0.1657 | **0.6403** |
| 12 | 0.3619 + 0.0549 = 0.4168 | 0.1736 + 0.0527 = 0.2263 | **0.6431** |

각 깊이에서 하중의 연직 성분과 수평 성분을 각각 합산하며, 그 결과는 두 하중의 합이다. 합계는 z = 8 m에서 0.6403 kPa, z = 12 m에서 0.6431 kPa이며, 하중 2의 비중은 깊은 곳에서 증가한다.




GeoTerva에서 풀이 확인하기 ↗

요약

# 핵심 정리

**수평하중**: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\, x\, z^2/(x^2 + z^2)^2$; 하중이 미는 쪽($x > 0$)에서 증가하고 반대쪽에서 감소하며 하중 바로 아래에서는 0이다. 최댓값은 $x/z = 1/\sqrt{3}$일 때 $0.2067 \cdot (q/z)$이다

**경사하중**: $q_V = q \cos\alpha$ 및 $q_H = q \sin\alpha$; $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)}$ (탄성 지반에서는 성분별 응력을 합산한다)

**예제 ($q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$; A: $x = 5$, $z = 4$ m)**: $q_V = 9.397$, $q_H = 3.420$ kN/m; $\Delta\sigma_{z(V)} = 0.22776$ + $\Delta\sigma_{z(H)} = 0.10362$ = **0.33138 kPa**

**경사와 깊이**: 합은 $\tan\alpha = x/z$일 때($\alpha = 51.3°$) 최대이며, 수평 성분은 $z = x$에서, 연직 성분은 $z = \sqrt{3} \cdot x$에서 최댓값을 갖는다

**양측**: $x = +5$ m에서 0.3314, $x = -5$ m에서 0.1241 kPa; **두 하중**의 경우 성분을 따로 합산한다(예제에서 0.3857 kPa)

# 참고문헌

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

**참고**

수치 예제는 모두 모듈 자체의 계산 엔진으로 산출하였으며, 모듈도 같은 값을 준다. 모듈의 초기 설정은 q = 10 kN/m, α = 20°인 하중과 점 A (x = 5 m, z = 4 m)이다.

온라인 지반공학 계산

# 이론에서 실무로

자신의 수평 또는 경사 선하중, 그 경사각, 위치와 점을 GeoTerva에 입력한다; 모듈은 연직 및 수평 성분의 기여, 합계 $\Delta\sigma_z$ 값, 깊이 프로필, 등응력선, 단계별 풀이와 보고서를 함께 제공한다.

모듈 열기 →

이론 페이지 →

**스마트폰으로 열기**

체험 모듈은 가입 없이 이용할 수 있습니다.