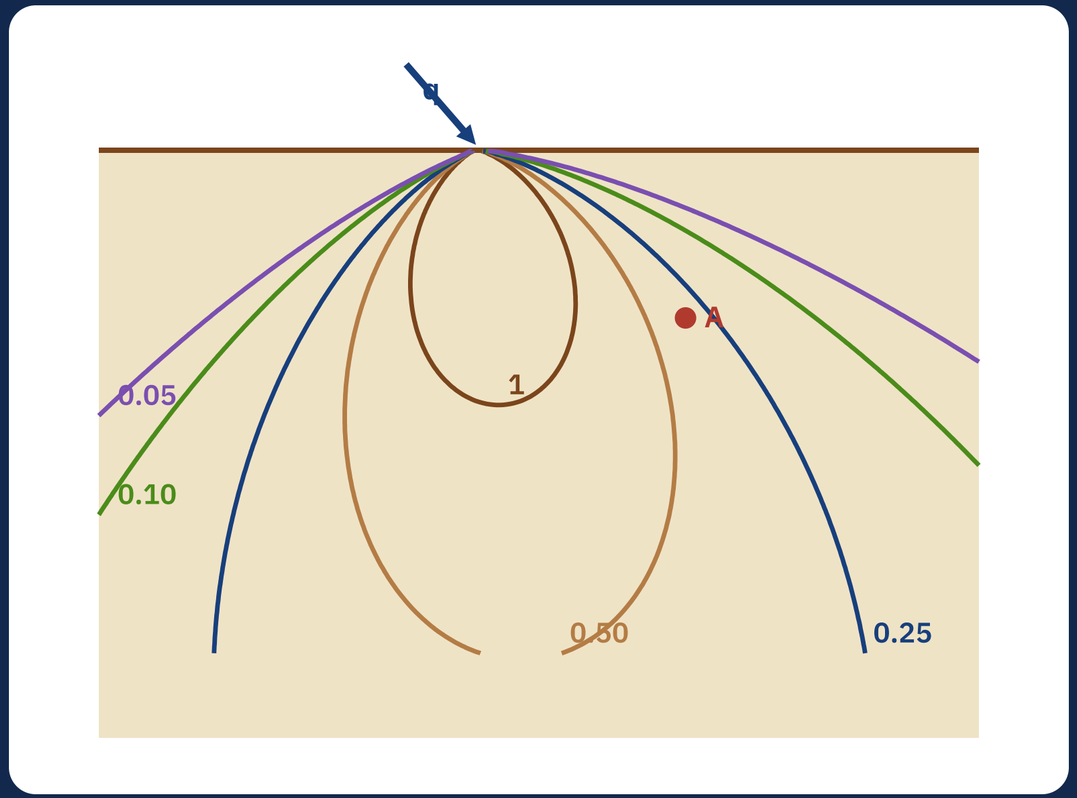
Presentación de clase de geotecnia · Distribución de tensiones en el suelo

Tensión bajo una carga lineal horizontal

Clase: tensión vertical en el suelo debida a una carga lineal horizontal e inclinada; el ejemplo inicial se resuelve a mano de principio a fin con sus componentes, y los perfiles en profundidad y laterales, con tablas.



- Carga lineal horizontal
- Componentes de una carga inclinada
- Convenio de signos
- Superposición
- Curvas de isotensión

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

La tensión vertical debida a una carga lineal **horizontal** en la superficie (rozamiento en la base de un muro, fuerza de frenado, empuje de un arco): $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\, x\, z^2/(x^2 + z^2)^2$

Convenio de signos: en el lado hacia el que empuja la carga ($x > 0$) la tensión aumenta, en el otro lado disminuye, y bajo la carga es nula; el valor máximo se da en $x/z = 1/\sqrt{3}$

Descomposición de la carga lineal inclinada en sus componentes: $q_V = q \cos\alpha$, $q_H = q \sin\alpha$; suma de las dos tensiones

Efecto de la inclinación, de la profundidad y de la posición lateral sobre la tensión; **superposición** con varias cargas

El ejemplo inicial del módulo ($q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$) **a mano de principio a fin**; la aportación de cada componente por separado, en tablas

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Ejemplo: $q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$ respecto a la vertical; punto A: $x = 5$ m, $z = 4$ m.

Cargas lineales horizontales e inclinadas

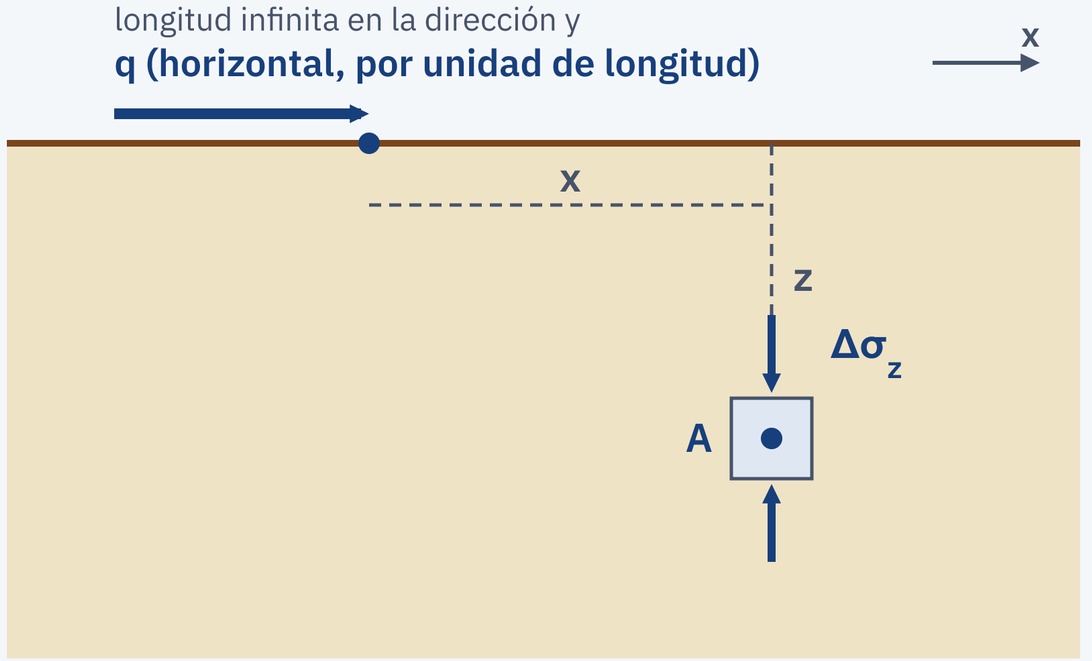
TEORÍA

Una carga lineal también puede empujar a lo largo de la superficie en lugar de presionar hacia abajo sobre ella; el rozamiento en la base de un muro, la fuerza de frenado ferroviaria y el empuje de un arco son ejemplos de ello.

El módulo calcula el incremento de tensión vertical bajo una carga lineal horizontal y, sumando las dos componentes, bajo una carga lineal inclinada.

La carga lineal flexible tiene longitud infinita en la dirección y, q es la carga por unidad de longitud y en cada sección transversal rige un estado de deformación plana.

El terreno es un medio semiinfinito homogéneo, isótropo y elástico lineal; $\Delta\sigma_z$ es únicamente el incremento de tensión producido por la carga.



Valor de $\Delta\sigma_z$ de una carga lineal horizontal

TEORÍA

Para una carga lineal horizontal, la solución elástica da el incremento de tensión vertical en el punto A como $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\ x\ z^2/(x^2 + z^2)^2$.

El signo de la tensión depende del valor de x: la tensión vertical aumenta del lado hacia el que empuja la carga (x > 0), disminuye del lado contrario y es nula justo bajo la carga (x = 0).

En forma adimensional resulta **$\Delta\sigma_z/(q/z) = (2/\pi)(x/z) / [(x/z)^2 + 1]^2$**; una sola curva sirve para cualquier q y cualquier z.

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi}\,\frac{x\,z^2}{(x^2+z^2)^2}$$

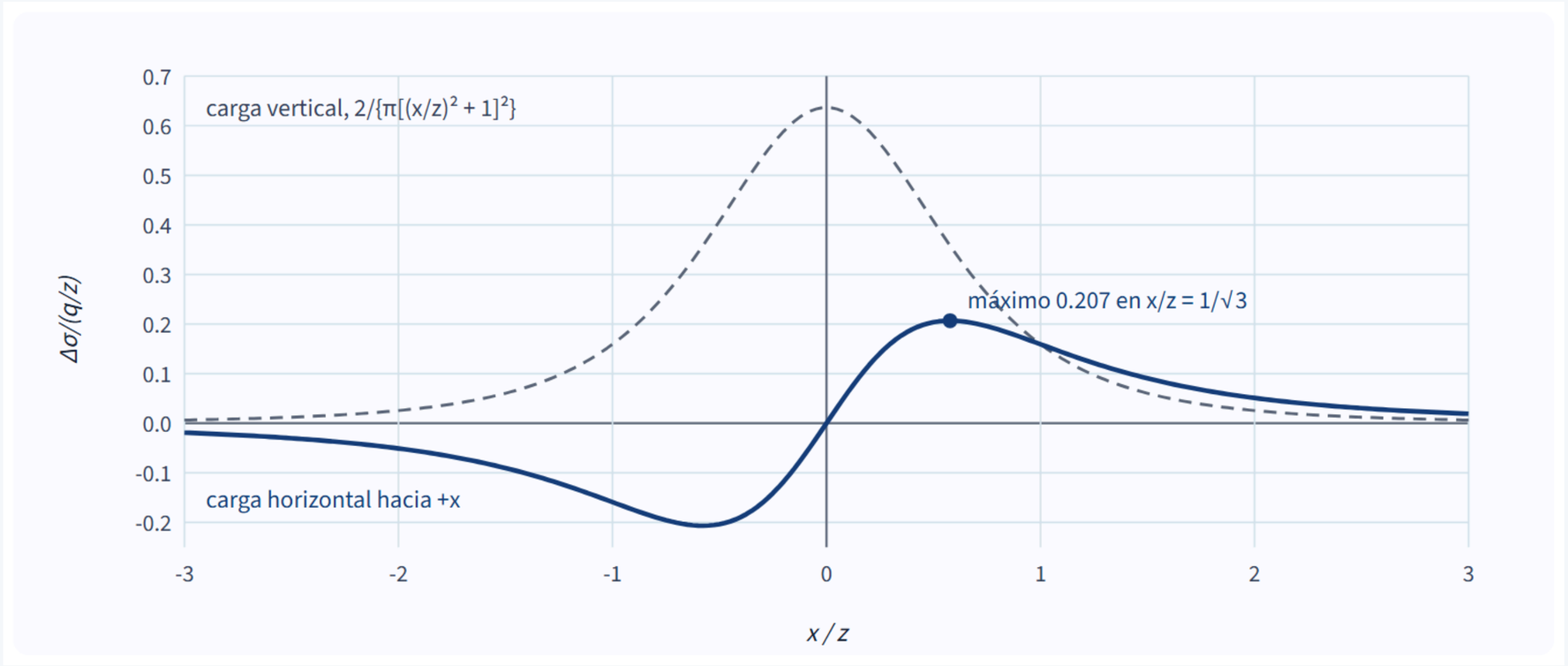
$$\frac{\Delta\sigma_z}{q/z} = \frac{2}{\pi}\,\frac{x/z}{\left[(x/z)^2+1\right]^2}$$

VALORES DE $\Delta\sigma_z/(q/z)$ (MÓDULO)

x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$
0.00	0.000	0.70	0.201
0.10	0.062	0.80	0.189
0.20	0.118	0.90	0.175
0.30	0.161	1.00	0.159
0.40	0.189	1.25	0.121
0.50	0.204	1.50	0.090
0.60	0.207	2.00	0.051

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ frente a x/z

TEORÍA



Δσz/(q/z) frente a x/z bajo una carga lineal horizontal (línea continua) y, a trazos, bajo una carga vertical de la misma intensidad. La carga horizontal actúa hacia +x.

Componentes y superposición

TEORÍA

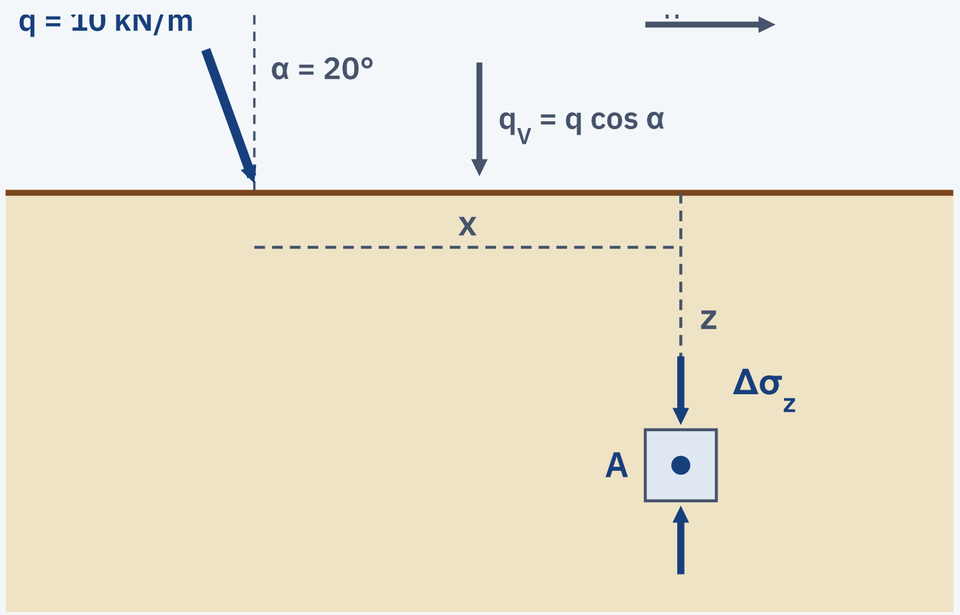
Una carga lineal inclinada es la suma de las componentes de una carga lineal q inclinada un ángulo α respecto de la vertical y, como el terreno es elástico, se suman las tensiones de las componentes.

α = 90° corresponde a una carga totalmente horizontal y α = 0 a una carga vertical.

Las cargas lineales adicionales, cada una definida por su propia magnitud, inclinación y posición, se introducen una a una con Añadir carga lineal (como máximo ocho; dos no pueden estar en la misma posición).

$$q_V = q\cos\alpha, \qquad q_H = q\sin\alpha$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q_V\, z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} + \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{x\, z^2}{(x^2+z^2)^2}$$



Enunciado

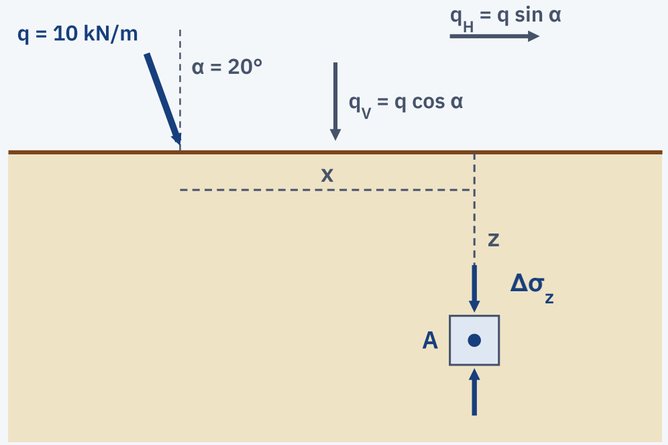
EJEMPLO

Datos

Carga	**carga lineal $q = 10$ kN/m, inclinada $\alpha = 20°$ respecto de la vertical (componente horizontal en la dirección $+x$), $x_L = 0$**
Punto A	$x = 5$ **m,** $z = 4$ **m**
Suelo	**homogéneo, medio elástico semiinfinito; deformación plana**

SE PIDE

q_V, q_H; el valor de **$\Delta\sigma_z$** de cada componente y el **$\Delta\sigma_z$** total.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Componentes de la carga inclinada (α = 20°)

$$q_V = q\cos\alpha = 10\cos 20^\circ = \mathbf{9.397}\ \mathrm{kN/m}$$

$$q_H = q\sin\alpha = 10\sin 20^\circ = \mathbf{3.420}\ \mathrm{kN/m}$$

2 Tensión debida a la componente vertical (x = 5, z = 4)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{1{,}202.8}{\pi\,(1{,}681)} = \mathbf{0.22776}\ \mathrm{kPa}$$

La componente vertical por sí sola da **0.22776 kPa**; la contribución de la componente horizontal figura en la página siguiente.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Tensión de la componente horizontal (x = 5 m: lado empujado por la carga, signo positivo)

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{xz^2}{(x^2+z^2)^2} = \frac{2(3.420)(5)(4^2)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{547.23}{\pi\,(1{,}681)} = \mathbf{0.10362}\ \text{kPa}$$

4 Superposición

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)} = 0.22776 + 0.10362 = \mathbf{0.33138}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0.33138 kPa (vertical 0.22776 + horizontal 0.10362). Comprobación: para x/z = 1.25, $\Delta\sigma_{z(V)}/(q_V/z)$ = 0.0970, $\Delta\sigma_{z(H)}/(q_H/z)$ = 0.1212; los productos son 0.22776 y 0.10362 kPa. El módulo da el mismo valor.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

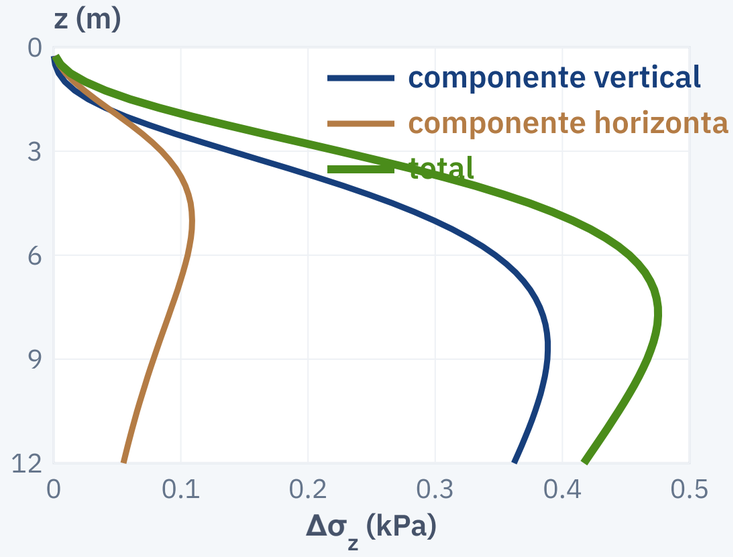
EJEMPLO

SE PIDE

Para cada profundidad, $\Delta\sigma_{z(V)}$, $\Delta\sigma_{z(H)}$ y el total; solución detallada para z = 5 m; profundidades a las que las componentes alcanzan su máximo.

Datos

Carga	**La carga del Ejemplo 1: $q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$, $x_L = 0$**
Puntos	**$x_A = 5$ m; $z = 1.2; 2.4;$ ...; 12 m (filas del perfil del módulo)**



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Componente vertical (x = 5, z = 5: $x^2 + z^2 = 50$)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(5^3)}{\pi(50)^2} = \frac{2{,}349.2}{7{,}854.0} = \mathbf{0.29911}\ \text{kPa}$$

2 Componente horizontal

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(5)(5^2)}{\pi(50)^2} = \frac{855.05}{7{,}854.0} = \mathbf{0.10887}\ \text{kPa}$$

3 Total

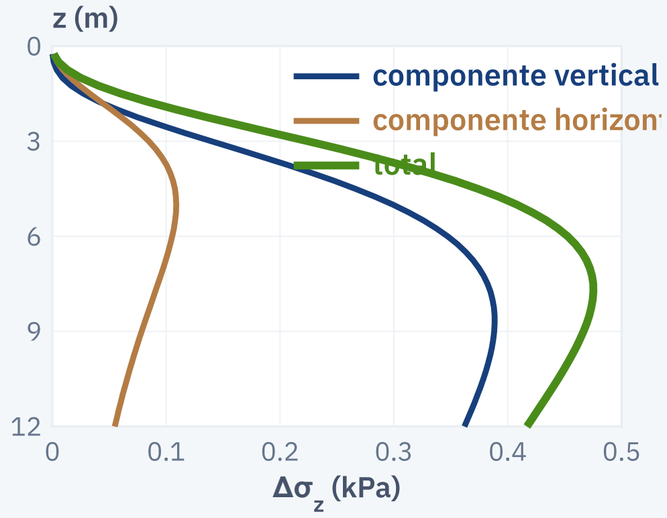
$$\Delta\sigma_z = 0.29911 + 0.10887 = \mathbf{0.40798}\ \text{kPa}$$

En z = 5 m, $\Delta\sigma_z$ = 0.40798 kPa; es mayor que el valor en z = 4 m (0.33138 kPa). La tabla está en la página siguiente.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

z (m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ total (kPa)
1.2	0.01479	0.02243	**0.03721**
2.4	0.08740	0.06628	**0.15368**
3.6	0.19370	0.09792	**0.29161**
4.8	0.28667	0.10869	**0.39536**
6.0	0.34726	0.10533	**0.45259**
7.2	0.37817	0.09559	**0.47376**
8.4	0.38829	0.08412	**0.47241**
9.6	0.38559	0.07309	**0.45868**
10.8	0.37563	0.06330	**0.43893**
12.0	0.36194	0.05489	**0.41683**



La tensión de la componente horizontal es máxima a la profundidad z = x = 5 m ($q_H/(2\pi x)$ = 0.10887 kPa) y después disminuye; la componente vertical es máxima en z = $\sqrt{3}\cdot x$ = 8.66 m (0.3886 kPa). El total alcanza como máximo 0.4753 kPa en z ≈ 7.7 m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

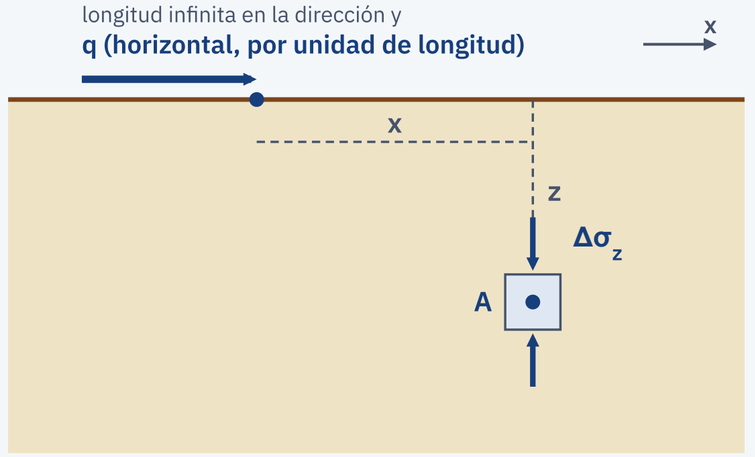
EJEMPLO

Datos

Carga	**carga lineal horizontal $q = 20$ kN/m ($\alpha = 90°$), en la dirección $+x$, $x_L = 0$**
Puntos	$z = 3$ m; $x = -6; -3; -1.73; 0; 1.73; 3; 6$ m ($x/z = -2 \ldots 2$)

SE PIDE

Para cada punto, **x/z**, **$\Delta\sigma_z/(q/z)$** y **$\Delta\sigma_z$**; comparación con una carga vertical de la misma intensidad; el valor máximo.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 x = 3 m (x/z = 1): lado hacia el que empuja la carga

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{(1^2+1)^2} = \frac{1}{2\pi} = 0.15915$$

$$\Delta\sigma_z = 0.15915\,(20/3) = \mathbf{1.0610}\ \mathrm{kPa} \qquad (x = -3\ \mathrm{m}:\ -\mathbf{1.0610}\ \mathrm{kPa})$$

2 Valor máximo: x/z = 1/√3 = 0.5774 (x = 1.732 m)

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{0.5774}{(1/3+1)^2} = 0.20675$$

$$\Delta\sigma_z = 0.20675\,(20/3) = \mathbf{1.3783}\ \mathrm{kPa}$$

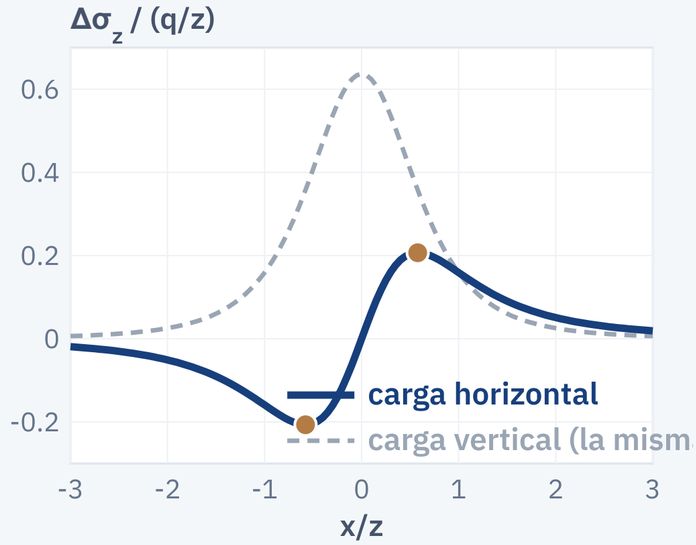
Bajo la carga horizontal (x = 0) la tensión es **nula**; aumenta en el lado hacia el que empuja y disminuye en la misma cuantía en el lado opuesto. El valor máximo es 0.2067·(q/z) = 1.378 kPa para x/z = 0.5774.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

x (m)	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	Carga horizontal $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Carga vertical, mismo q (kPa)
−6.00	−2.000	−0.0509	**−0.3395**	0.1698
−3.00	−1.000	−0.1592	**−1.0610**	1.0610
−1.73	−0.577	−0.2067	**−1.3783**	2.3873
0.00	0.000	0.0000	**0.0000**	4.2441
1.73	0.577	0.2067	**1.3783**	2.3873
3.00	1.000	0.1592	**1.0610**	1.0610
6.00	2.000	0.0509	**0.3395**	0.1698

Para la carga horizontal, la curva es **antisimétrica** respecto de x = 0 (función impar); la curva de la carga vertical es par y alcanza su máximo bajo la carga (4.244 kPa). Para x/z = 1, las dos cargas dan la misma magnitud (1.061 kPa).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Carga	$q = 10$ **kN/m, inclinada** α **respecto a la vertical;** $x_L = 0$
Punto A	$x = 5$ **m,** $z = 4$ **m**
Inclinaciones	$\alpha = 0; 10; 20; 30; 45; 60; 90^\circ$

SE PIDE

Para cada inclinación: $\mathbf{q_V}$, $\mathbf{q_H}$, $\mathbf{\Delta\sigma_{z(V)}}$, $\mathbf{\Delta\sigma_{z(H)}}$ y el total; detalle para α = 45°; la inclinación para la que el total es máximo.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Coeficientes para carga unitaria (x = 5, z = 4): cada componente se multiplica por su propio coeficiente

$$a = \frac{2z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{128}{5{,}281.0} = 0.024238$$

$$b = \frac{2xz^2}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{160}{5{,}281.0} = 0.030297 \qquad \Delta\sigma_z = q\,(a\cos\alpha + b\sin\alpha)$$

2 α = 45° ($q_V = q_H$ = 7,071 kN/m)

$$\Delta\sigma_z = 10\,(0.024238)(0.7071) + 10\,(0.030297)(0.7071)$$
$$= 0.17139 + 0.21423 = \mathbf{0.38562}\ \mathrm{kPa}$$

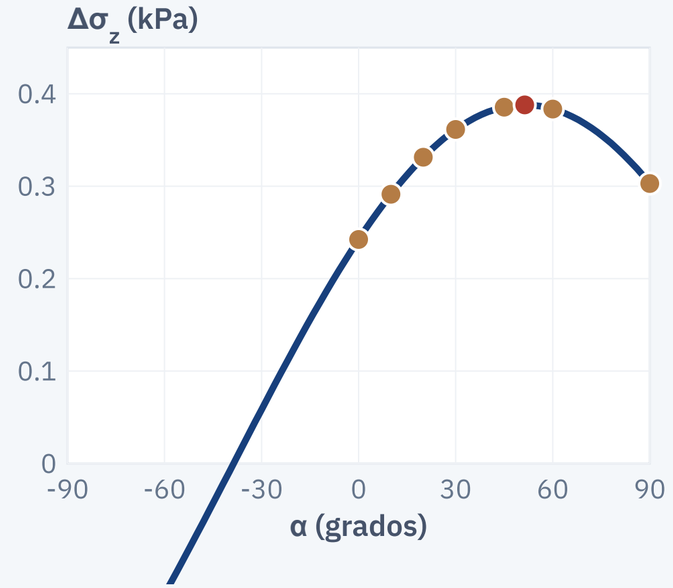
Comprobación: como x/z = 1.25, b/a = 1.25; el total es máximo cuando tan α = b/a = x/z: para α = 51.34°, $\Delta\sigma_Z = q\sqrt{a^2 + b^2}$ = **0.38799 kPa**.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

α (°)	q_V (kN/m)	q_H (kN/m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ total (kPa)
0	10.000	0.000	0.24238	0.00000	**0.24238**
10	9.848	1.736	0.23870	0.05261	**0.29131**
20	9.397	3.420	0.22776	0.10362	**0.33138**
30	8.660	5.000	0.20991	0.15149	**0.36139**
45	7.071	7.071	0.17139	0.21423	**0.38562**
60	5.000	8.660	0.12119	0.26238	**0.38357**
90	0.000	10.000	0.00000	0.30297	**0.30297**

Una carga vertical (α = 0) da 0.24238 kPa; a medida que la carga se inclina hacia el punto A entra en juego la componente horizontal y el total aumenta: el valor máximo es de 0.3880 kPa para α ≈ 51.3°. Con carga totalmente horizontal (α = 90°) desciende a 0.3030 kPa. Un α negativo aleja la componente horizontal de A y reduce el total (figura).



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Carga	**La carga del Ejemplo 1: $q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$ (empuja en la dirección $+x$), $x_L = 0$**
Puntos	$z = 4$ **m;** $x = -10; -5; 0; 5; 10$ **m**

SE PIDE

Para cada punto, **$\Delta\sigma_{z(V)}$**, **$\Delta\sigma_{z(H)}$** y el total; detalle para x = −5 m y x = 0; asimetría de la curva.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 x = −5 m (lado no empujado por la carga): la componente vertical es la misma, la horizontal es negativa

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi((-5)^2+4^2)^2} = 0.22776\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(-5)(4^2)}{\pi(41)^2} = -\mathbf{0.10362}\ \text{kPa}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.22776 + (-0.10362) = \mathbf{0.12414}\ \text{kPa}$$

2 x = 0 (justo debajo de la carga): la componente horizontal es nula

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V}{\pi z} = \frac{2(9.397)}{\pi(4)} = \mathbf{1.49557}\ \text{kPa}, \qquad \Delta\sigma_{z(H)} = 0$$

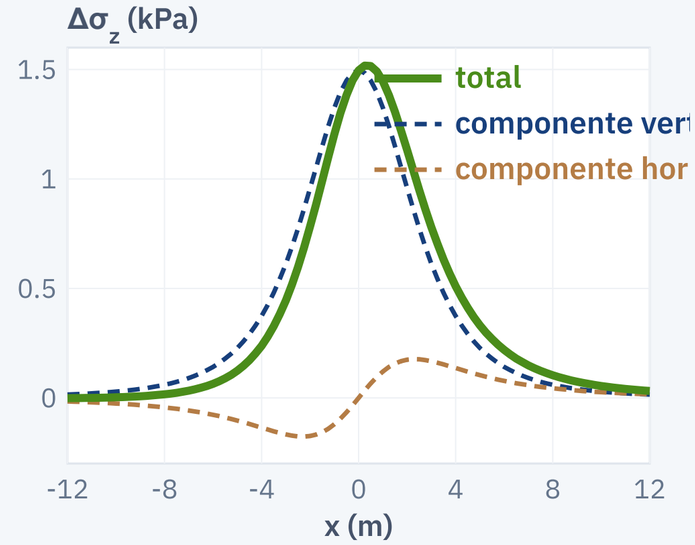
En x = +5 m, 0.3314 kPa; en x = −5 m, 0.1241 kPa: a la misma distancia, la tensión es **2.67 veces** mayor en el lado hacia el que empuja la carga. La componente vertical es una función par y la horizontal, una función impar.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

x (m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ total (kPa)
−10	0.02845	−0.02589	**0.00256**
−5	0.22776	−0.10362	**0.12414**
0	1.49557	0.00000	**1.49557**
5	0.22776	0.10362	**0.33138**
10	0.02845	0.02589	**0.05434**

La curva total es máxima bajo la carga (x = 0) (1.4956 kPa) y decrece más lentamente del lado hacia el que empuja la carga: en x = 10 m, 0.05434; en x = −10 m, solo 0.00256 kPa.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

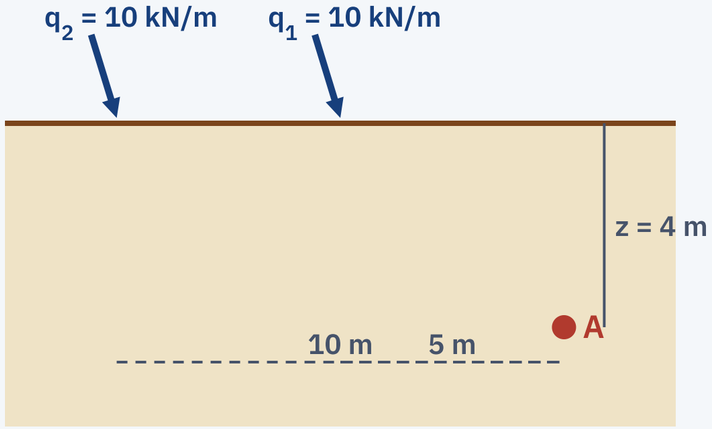
EJEMPLO

Datos

Cargas	**carga 1:** $q_1 = 10$ **kN/m,** $\alpha_1 = 20^\circ$, $x_{L1} = 0$**; carga 2:** $q_2 = 10$ **kN/m,** $\alpha_2 = 20^\circ$**,** $x_{L2} = -5$ **m**
Punto A	$x_A = 5$ **m;** $z = 4$ **m (después** $2; 6; 8; 12$ **m)**

SE PIDE

Contribución de la carga 2 (vertical y horizontal), suma de las dos cargas; perfil en profundidad.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Carga 2 (x = 5 – (–5) = 10 m): las mismas componentes q_V = 9.397, q_H = 3.420 kN/m

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1{,}202.8}{42{,}273.3} = 0.02845$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(10)(4^2)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1{,}094.5}{42{,}273.3} = 0.02589 \qquad \Delta\sigma_{z(2)} = \mathbf{0.05434}\ \text{kPa}$$

2 Total: la contribución de la carga 1 es el valor del Ejemplo 1

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 0.33138 + 0.05434 = \mathbf{0.38573}\ \text{kPa}$$

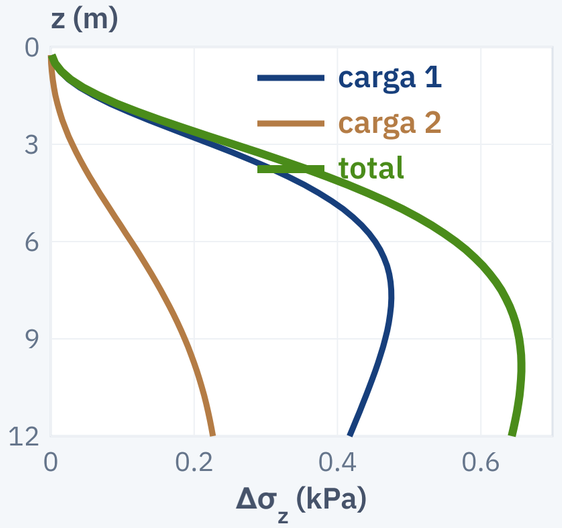
$\Delta\sigma_z$ = 0.38573 kPa (componentes verticales 0.25621, componentes horizontales 0.12951). La carga 2 solo añade 0.05434 kPa: está a 10 m de distancia.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

z (m)	Carga 1: V + H	Carga 2: V + H	$\Delta\sigma_z$ total (kPa)
2	0.0569 + 0.0518 = 0.1087	0.0044 + 0.0081 = 0.0125	**0.1212**
4	0.2278 + 0.1036 = 0.3314	0.0285 + 0.0259 = 0.0543	**0.3857**
6	0.3473 + 0.1053 = 0.4526	0.0699 + 0.0424 = 0.1122	**0.5648**
8	0.3867 + 0.0880 = 0.4746	0.1139 + 0.0518 = 0.1657	**0.6403**
12	0.3619 + 0.0549 = 0.4168	0.1736 + 0.0527 = 0.2263	**0.6431**

A cada profundidad se suman por separado las componentes vertical y horizontal de las cargas, y el resultado es la suma de las dos cargas. El total es 0.6403 kPa a z = 8 m y 0.6431 kPa a z = 12 m; la participación de la carga 2 aumenta en profundidad.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

Carga horizontal: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\, x\, z^2/(x^2 + z^2)^2$; aumenta en el lado hacia el que empuja ($x > 0$), disminuye en el lado opuesto y es nula bajo ella; el valor máximo es $0.2067 \cdot (q/z)$ para $x/z = 1/\sqrt{3}$

Carga inclinada: $q_V = q \cos\alpha$ y $q_H = q \sin\alpha$; $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)}$ (en un suelo elástico se suman las tensiones de las componentes)

Ejemplo ($q = 10$ kN/m, $\alpha = 20°$; A: $x = 5$, $z = 4$ m): $q_V = 9.397$, $q_H = 3.420$ kN/m; $\Delta\sigma_{z(V)} = 0.22776$ + $\Delta\sigma_{z(H)} = 0.10362$ = **0.33138 kPa**

Inclinación y profundidad: el total es máximo cuando $\tan\alpha = x/z$ ($\alpha = 51.3°$); la componente horizontal alcanza su máximo en $z = x$, la componente vertical en $z = \sqrt{3} \cdot x$

Dos lados: en $x = +5$ m, 0.3314; en $x = -5$ m, 0.1241 kPa; para **dos cargas**, las componentes se suman por separado (0.3857 kPa en el ejemplo)

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con q = 10 kN/m, una carga con α = 20° y el punto A (x = 5 m, z = 4 m).

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva las propias cargas lineales horizontales o inclinadas, sus inclinaciones, posiciones y el punto considerado; el módulo proporciona conjuntamente la contribución de las componentes vertical y horizontal, el valor total de $\Delta\sigma_z$, el perfil en profundidad, las curvas de igual tensión, la solución paso a paso y el informe.

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com