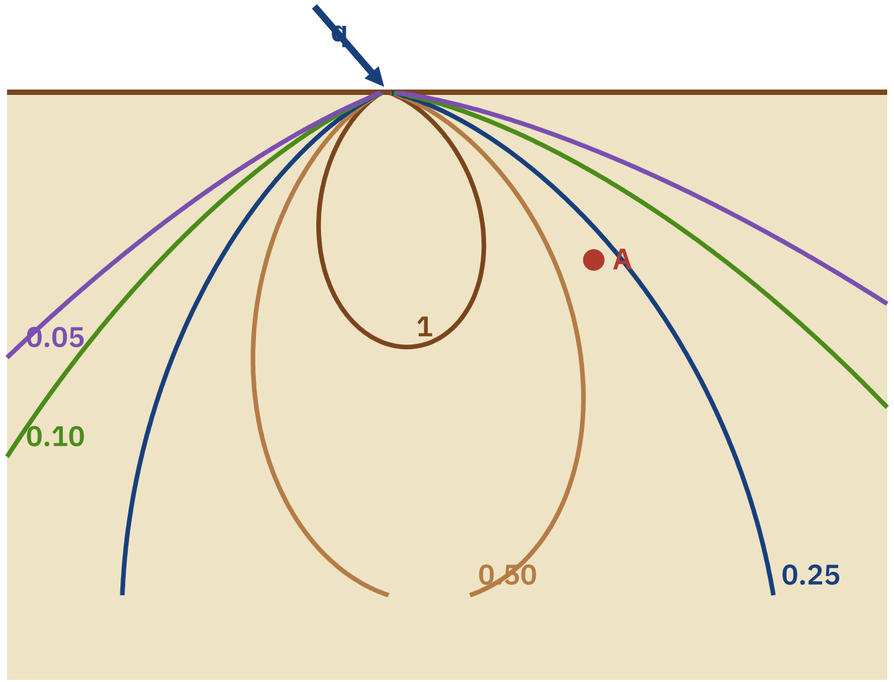


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · توزيع الإجهادات في التربة

الإجهاد تحت حمل خطي أفقي

المحاضرة: الإجهاد الرأسي الناتج في التربة عن حمل خطي أفقي ومائل؛ ويحل المثال الابتدائي يدويا من البداية إلى النهاية بمركباته، وتعرض المخططات العمقية والجانبية في جداول.

- حمل خطي أفقي
- مركبات الحمل المائل
- اصطلاح الإشارات
- التراكب
- منحنيات تساوي الإجهاد

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

الإجهاد الرأسي الناتج عن حمل خطي **أفقي** على السطح (احتكاك قاع الجدار، قوة الكبح، دفع القوس): $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\ x\ z^2/(x^2 + z^2)^2$

قاعدة الإشارة: في الجهة التي يدفع إليها الحمل ($x > 0$) يزداد الإجهاد، وفي الجهة الأخرى ينقص، وهو صفر تحت الحمل مباشرة؛ وتقع القيمة العظمى عند $x/z = 1/\sqrt{3}$

تحليل الحمل الخطي **المائل** إلى مركباته: $q_V = q\cos\alpha$ و $q_H = q\sin\alpha$؛ وجمع الإجهادين

تأثير الميل والعمق والموضع الجانبي على الإجهاد؛ **التراكب** عند وجود أحمال متعددة

المثال الابتدائي للوحدة ($q = 10$ kN/m، $\alpha = 20°$) **يدوياً من البداية إلى النهاية**؛ وإسهام كل مكوّن على حدة في جداول

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: المعادلة ومبرراتها

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

مثال: $q = 10$ kN/m، $\alpha = 20°$ عن الرأسي؛ النقطة A: $x = 5$ m، $z = 4$ m.

الأحمال الخطية الأفقية والمائلة

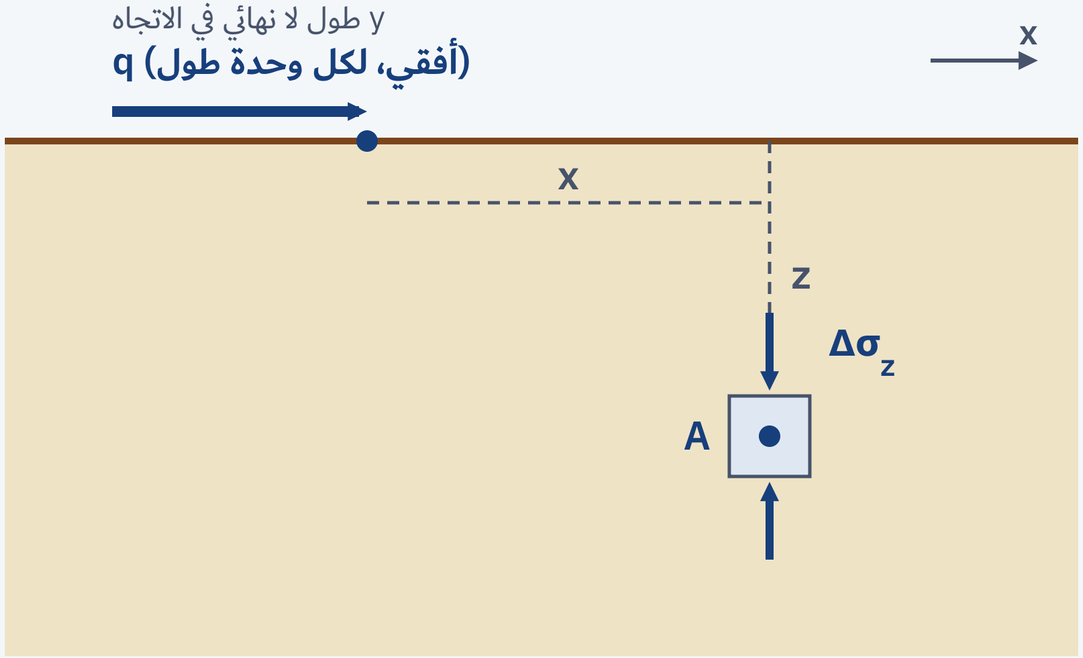
النظرية

قد يدفع الحمل الخطي على امتداد السطح بدلا من أن يضغط عليه نحو الأسفل؛ ومن أمثلة ذلك الاحتكاك عند قاع الجدار وقوة كبح السكك الحديدية ودفع القوس.

تحسب الوحدة زيادة الإجهاد الرأسي تحت حمل خطي أفقي، وتحت حمل خطي مائل بجمع المركبتين.

الحمل الخطي المرن لانهائي الطول في اتجاه y، وq هو الحمل المؤثر على وحدة الطول، وتسود حالة التشوه المستوي في كل مقطع عرضي.

التربة وسط نصف لانهائي متجانس ومتماثل الخواص وخطي المرونة؛ أما $\Delta\sigma_z$ فهي زيادة الإجهاد الناتجة عن الحمل وحده.



قيمة $\Delta\sigma_z$ لحمل خطي أفقي

النظرية

يعطي الحل المرن للحمل الخطي الأفقي زيادة الإجهاد الرأسي عند النقطة A بالصيغة $\Delta\sigma_z = (2q/\pi) \times z^2/(x^2 + z^2)^2$.

تتوقف إشارة الإجهاد على قيمة x: يزداد الإجهاد الرأسي في الجهة التي يدفع إليها الحمل ($x > 0$)، وينقص في الجهة الأخرى، وينعدم تحت الحمل تماماً ($x = 0$).

في الصورة عديمة الأبعاد يصبح $\Delta\sigma_z/(q/z) = (2/\pi)(x/z) / [(x/z)^2 + 1]^2$؛ ويستخدم منحنى واحد لكل q ولكل z.

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q}{\pi}\,\frac{x\,z^2}{(x^2+z^2)^2}$$

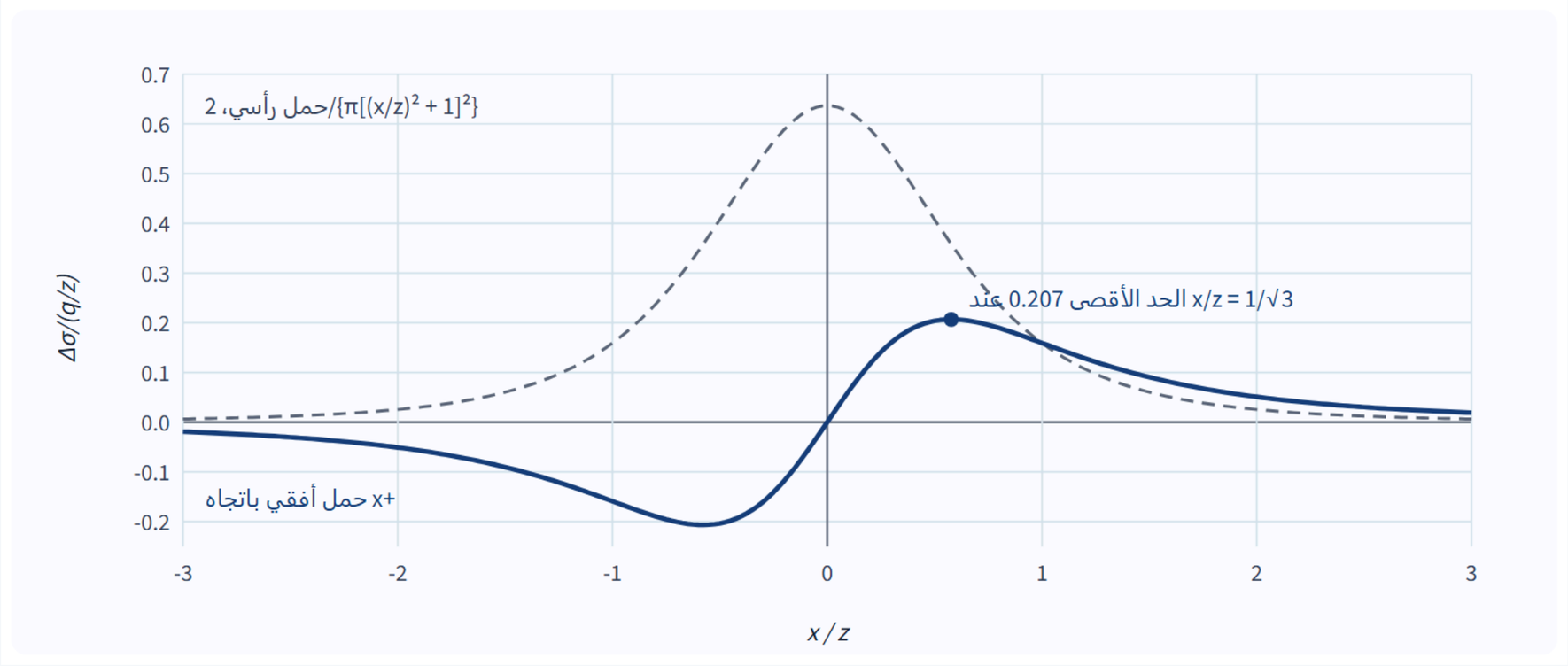
$$\frac{\Delta\sigma_z}{q/z} = \frac{2}{\pi}\,\frac{x/z}{\left[(x/z)^2+1\right]^2}$$

قيم $\Delta\sigma_z/(q/z)$ (الوحدة)

x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$
0.00	0.000	0.70	0.201
0.10	0.062	0.80	0.189
0.20	0.118	0.90	0.175
0.30	0.161	1.00	0.159
0.40	0.189	1.25	0.121
0.50	0.204	1.50	0.090
0.60	0.207	2.00	0.051

النظرية

$\Delta\sigma_z/(q/z)$ مقابل x/z



$\Delta\sigma z/(q/z)$ مقابل x/z تحت حمل خطي أفقي (خط متصل) وتحت حمل رأسي بنفس الشدة (خط منقط). يعمل الحمل الأفقي باتجاه +x.

المركبات والتراكب

النظرية

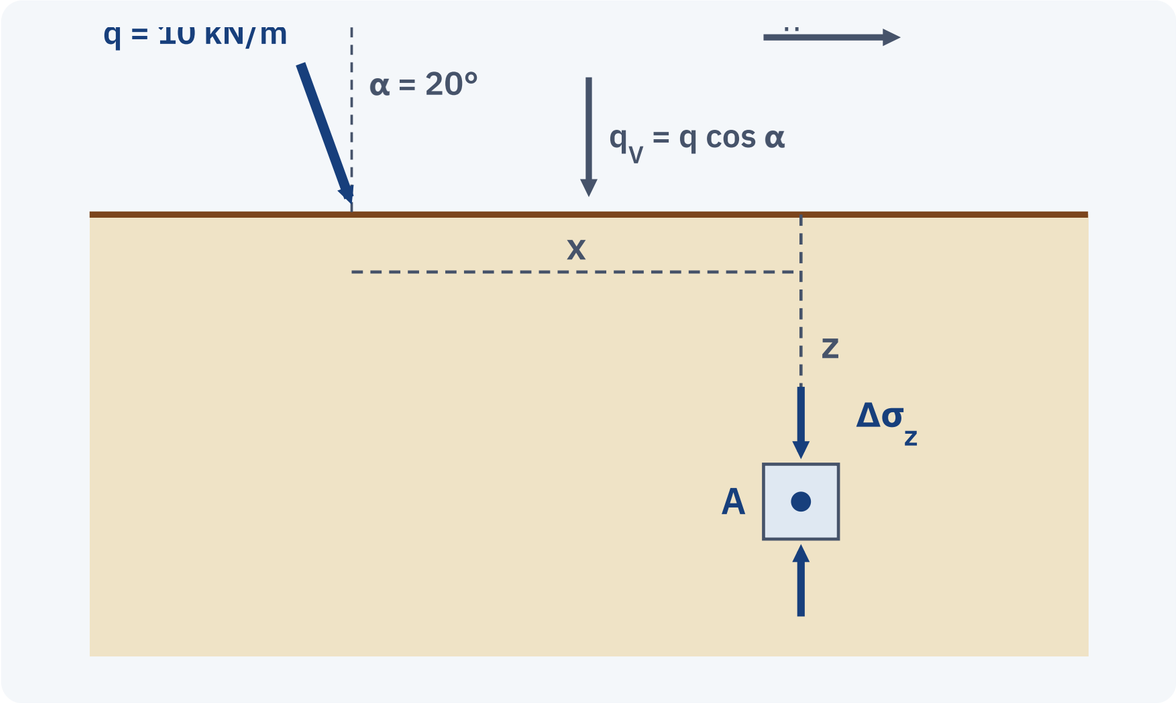
الحمل الخطي المائل هو مجموع مركبات الحمل الخطي q المائل بزاوية α عن الرأسي، ولما كانت التربة مرنة فإن إجهادات المركبات تجمع.

يعطي α = 90° حملاً أفقياً تماماً، ويعطي α = 0 حملاً رأسياً.

تدخل الأحمال الخطية الإضافية، التي يعرف كل منها بمقداره وميله وموضعه، واحداً تلو الآخر بالأمر «إضافة حمل خطي» (حتى ثمانية أحمال كحد أقصى؛ ولا يجوز أن يقع حملان في الموضع نفسه).

$$q_V = q\cos\alpha, \qquad q_H = q\sin\alpha$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q_V\,z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} + \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{x\,z^2}{(x^2+z^2)^2}$$



مثال

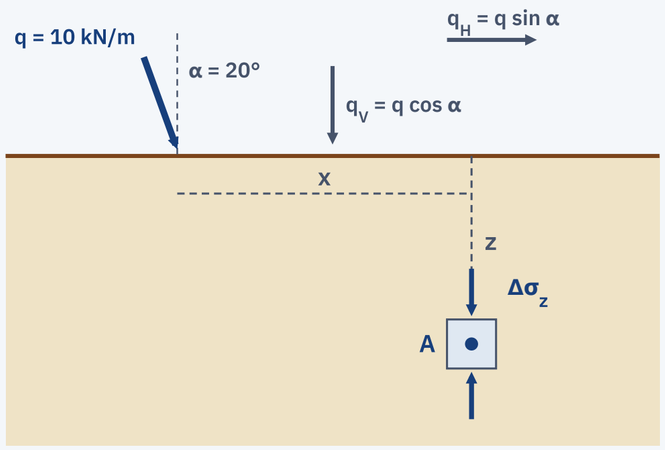
المسألة

المعطيات

الحمل	**حمل خطي $q = 10$ kN/m، مائل عن الرأسي بزاوية $\alpha = 20^\circ$ (مركبته الأفقية في اتجاه $+x$)، $x_L = 0$**
النقطة A	$x = 5$ m, $z = 4$ m
التربة	**وسط نصف لانهائي متجانس ومرن؛ انفعال مستوٍ**

المطلوب

q_V و q_H؛ قيمة $\Delta\sigma_z$ لكل مركبة، و $\Delta\sigma_z$ الكلي.



الحل (1/2)

الحل

1 مركبات الحمل المائل (α = 20°)

$$q_V = q\cos\alpha = 10\cos 20^\circ = \mathbf{9.397}\ \text{kN/m}$$

$$q_H = q\sin\alpha = 10\sin 20^\circ = \mathbf{3.420}\ \text{kN/m}$$

2 إجهاد المكون الرأسي (x = 5، z = 4)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{1{,}202.8}{\pi\,(1{,}681)} = \mathbf{0.22776}\ \text{kPa}$$

تعطي المركبة الرأسية وحدها **0.22776 kPa**؛ أما إسهام المركبة الأفقية فيرد في الصفحة التالية.

الحل (2/2)

الحل

3 إجهاد المركبة الأفقية (x = 5 m: الجانب المدفوع بالحمل، الإشارة موجبة)

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2q_H}{\pi}\,\frac{xz^2}{(x^2+z^2)^2} = \frac{2(3.420)(5)(4^2)}{\pi(5^2+4^2)^2} = \frac{547.23}{\pi\,(1{,}681)} = \mathbf{0.10362}\ \text{kPa}$$

4 التراكب

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)} = 0.22776 + 0.10362 = \mathbf{0.33138}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z$ = 0.33138 kPa (الرأسي 0.22776 + الأفقي 0.10362). التحقق: عند x/z = 1.25 تكون $\Delta\sigma_{z(V)}/(q_V/z)$ = 0.0970 و $\Delta\sigma_{z(H)}/(q_H/z)$ = 0.1212؛ وحاصلا الضرب هما 0.22776 و 0.10362 kPa. وتعطي الوحدة القيمة نفسها.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

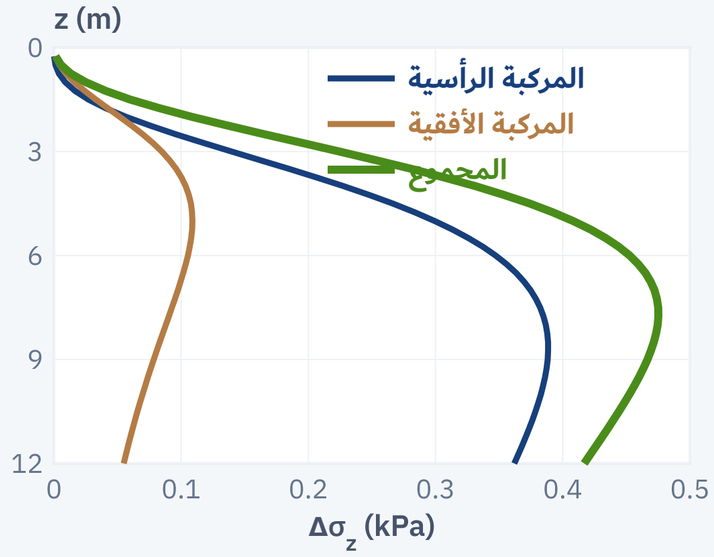
مثال

المعطيات

الحمل	**الحمل في المثال 1:** $q = 10$ **kN/m**، $\alpha = 20^\circ$، $x_L = 0$
النقاط	$x_A = 5$ **m**؛ $z = 1.2$؛ 2.4؛ ...؛ 12 **m** (**صفوف الملف الشخصي للوحدة**)

المطلوب

لكل عمق: $\Delta\sigma_{z(V)}$ و $\Delta\sigma_{z(H)}$ والمجموع؛ وحل مفصل عند z = 5 m؛ والأعماق التي تبلغ عندها المركبتان أكبر قيمة.



الحل (1/2)

الحل

1 المركبة الرأسية (x = 5، z = 5: x² + z² = 50)

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(5^3)}{\pi(50)^2} = \frac{2{,}349.2}{7{,}854.0} = \mathbf{0.29911}\ \text{kPa}$$

2 المركبة الأفقية

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(5)(5^2)}{\pi(50)^2} = \frac{855.05}{7{,}854.0} = \mathbf{0.10887}\ \text{kPa}$$

3 المجموع

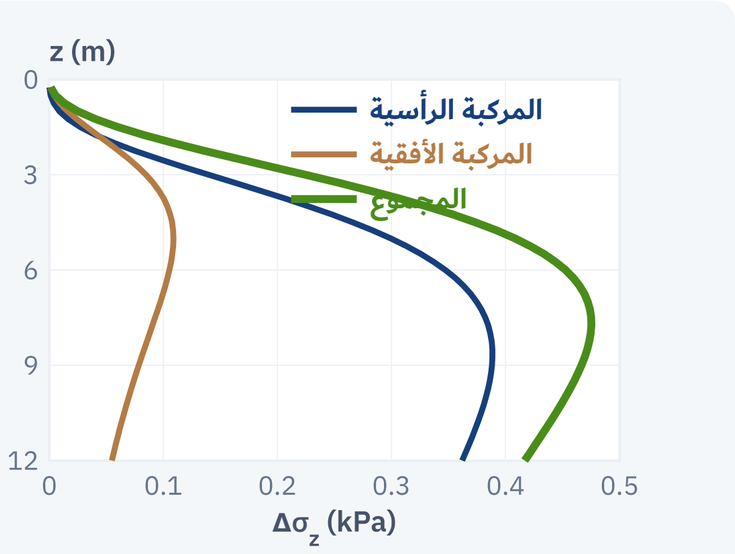
$$\Delta\sigma_z = 0.29911 + 0.10887 = \mathbf{0.40798}\ \text{kPa}$$

عند z = 5 m يكون $\Delta\sigma_z$ = 0.40798 kPa؛ وهو أكبر من القيمة عند z = 4 m (0.33138 kPa). ويظهر الجدول في الصفحة التالية.

الحل (2/2)

الحل

z (m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ الكلي (kPa)
1.2	0.01479	0.02243	**0.03721**
2.4	0.08740	0.06628	**0.15368**
3.6	0.19370	0.09792	**0.29161**
4.8	0.28667	0.10869	**0.39536**
6.0	0.34726	0.10533	**0.45259**
7.2	0.37817	0.09559	**0.47376**
8.4	0.38829	0.08412	**0.47241**
9.6	0.38559	0.07309	**0.45868**
10.8	0.37563	0.06330	**0.43893**
12.0	0.36194	0.05489	**0.41683**



يبلغ إجهاد المركبة الأفقية أقصاه عند العمق $z = x = 5\ m$ ($q_H/(2\pi x) = 0.10887\ kPa$) ثم يتناقص؛ أما المركبة الرأسية فتبلغ أقصاها عند $z = \sqrt{3}\cdot x = 8.66\ m$ ($0.3886\ kPa$). ويبلغ المجموع أقصاه $0.4753\ kPa$ عند $z \approx 7.7\ m$.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

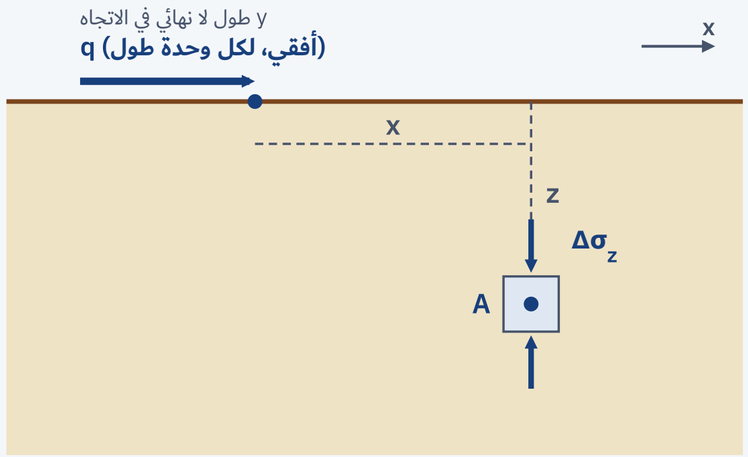
مثال

المعطيات

الحمل	**حمل خطي أفقي** $q = 20$ **kN/m** $(\alpha = 90^\circ)$، **في اتجاه** $+x$، $x_L = 0$
النقاط	$z = 3$ **m**؛ $x = -6$؛ -3؛ -1.73؛ 0؛ 1.73؛ 3؛ 6 **m** $(x/z = -2 \ldots 2)$

المطلوب

لكل نقطة: **x/z** و**$\Delta\sigma_z/(q/z)$** و**$\Delta\sigma_z$**؛ والمقارنة مع حمل رأسي بالشدة نفسها؛ وأكبر قيمة.



الحل (1/2)

الحل

1 الجهة التي يدفعها الحمل: x = 3 m (x/z = 1)

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{1}{(1^2+1)^2} = \frac{1}{2\pi} = 0.15915$$

$$\Delta\sigma_z = 0.15915\,(20/3) = \mathbf{1.0610}\ \text{kPa} \qquad (x=-3\ \text{m}:\ -\mathbf{1.0610}\ \text{kPa})$$

2 أكبر قيمة: x/z = 1/√3 = 0.5774 (x = 1.732 m)

$$\Delta\sigma_z/(q/z) = \frac{2}{\pi}\cdot\frac{0.5774}{(1/3+1)^2} = 0.20675$$

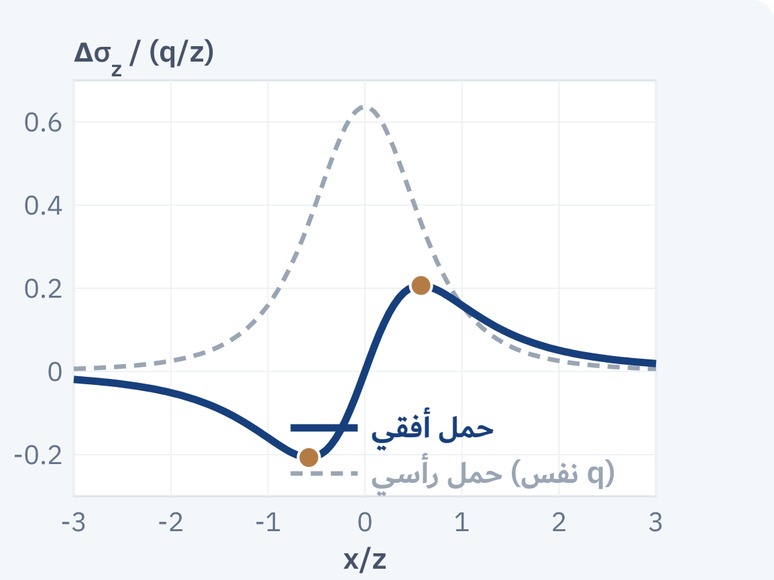
$$\Delta\sigma_z = 0.20675\,(20/3) = \mathbf{1.3783}\ \text{kPa}$$

تحت الحمل الأفقي (x = 0) يكون الإجهاد **صفراً**؛ ويزداد في الجهة التي يدفع نحوها الحمل وينقص بالمقدار نفسه في الجهة المقابلة. وتبلغ القيمة العظمى 0.2067·(q/z) = 1.378 kPa عند x/z = 0.5774.

الحل (2/2)

الحل

x (m)	x/z	$\Delta\sigma_z/(q/z)$	$\Delta\sigma_z$ (kPa) الحمل الأفقي	q (kPa) حمل رأسي، نفس
6.00−	2.000−	0.0509−	**0.3395−**	0.1698
3.00−	1.000−	0.1592−	**1.0610−**	1.0610
1.73−	0.577−	0.2067−	**1.3783−**	2.3873
0.00	0.000	0.0000	**0.0000**	4.2441
1.73	0.577	0.2067	**1.3783**	2.3873
3.00	1.000	0.1592	**1.0610**	1.0610
6.00	2.000	0.0509	**0.3395**	0.1698



في حالة الحمل الأفقي يكون المنحنى **ذا تماثل عكسي** حول x = 0 (دالة فردية)؛ أما منحنى الحمل الرأسي فزوجي وأكبر قيمة له تحت الحمل (4.244 kPa). وعند x/z = 1 يعطي الحملان المقدار نفسه (1.061 kPa).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الحمل	$q = 10$ **kN/m**، **مائلة عن الرأسي بزاوية** α؛ $x_L = 0$
النقطة A	$x = 5$ **m** ,$z = 4$ **m**
الميول	$\alpha = 0$; 10; 20; 30; 45; 60; 90°

المطلوب

لكل زاوية ميل: q_V، q_H، $\Delta\sigma_{z(V)}$، $\Delta\sigma_{z(H)}$ والمجموع؛ والتفاصيل عند α = 45°؛ وزاوية الميل التي يبلغ عندها المجموع أكبر قيمة.

الحل (1/2)

الحل

1 معاملات الحمل الوحدوي (x = 5, z = 4): تضرب كل مركبة في معاملها الخاص

$$a = \frac{2z^3}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{128}{5{,}281.0} = 0.024238$$

$$b = \frac{2xz^2}{\pi(x^2+z^2)^2} = \frac{160}{5{,}281.0} = 0.030297 \qquad \Delta\sigma_z = q\,(a\cos\alpha + b\sin\alpha)$$

2 α = 45° ($q_V = q_H$ = 7,071 kN/m)

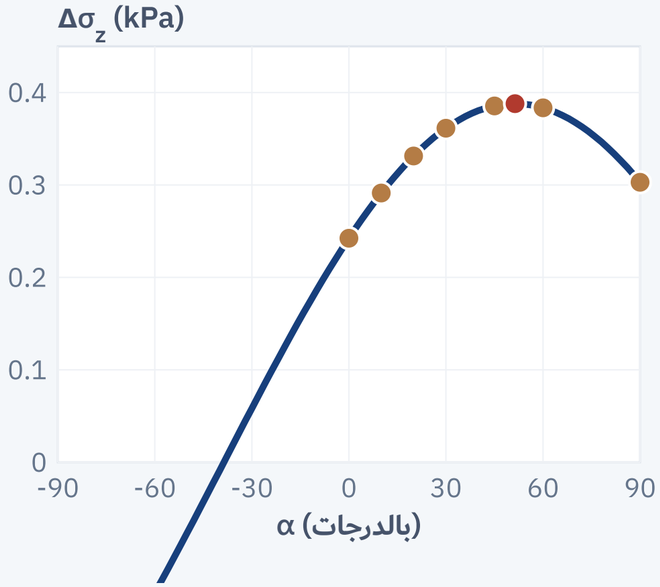
$$\Delta\sigma_z = 10\,(0.024238)(0.7071) + 10\,(0.030297)(0.7071)$$
$$= 0.17139 + 0.21423 = \mathbf{0.38562}\ \text{kPa}$$

التحقق: لأن x/z = 1.25 فإن b/a = 1.25؛ ويبلغ المجموع أكبر قيمة عند الشرط tan α = b/a = x/z: فعند α = 51.34° يكون **0.38799 kPa** = $\Delta\sigma_z = q\sqrt{(a^2 + b^2)}$.

الحل (2/2)

الحل

α (°)	q_V (kN/m)	q_H (kN/m)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_z$ الكلي (kPa)
0	10.000	0.000	0.24238	0.00000	**0.24238**
10	9.848	1.736	0.23870	0.05261	**0.29131**
20	9.397	3.420	0.22776	0.10362	**0.33138**
30	8.660	5.000	0.20991	0.15149	**0.36139**
45	7.071	7.071	0.17139	0.21423	**0.38562**
60	5.000	8.660	0.12119	0.26238	**0.38357**
90	0.000	10.000	0.00000	0.30297	**0.30297**



يعطي الحمل الرأسي ($\alpha = 0$) القيمة 0.24238 kPa؛ وكلما مال الحمل نحو النقطة A دخلت المركبة الأفقية في التأثير وازداد المجموع: وتبلغ القيمة العظمى 0.3880 kPa عند $\alpha \approx 51.3°$. وعند الحمل الأفقي تماما ($\alpha = 90°$) تنخفض إلى 0.3030 kPa. ويوجه α السالب المركبة الأفقية بعيدا عن A فيقلل المجموع (الشكل).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

الحمل	**الحمل في المثال 1:** $q = 10$ **kN/m**، $\alpha = 20^\circ$ **(يدفع في اتجاه** $+x$**)**، $x_L = 0$
النقاط	$z = 4$ **m**؛ $x = -10$؛ -5؛ 0؛ 5؛ 10 **m**

المطلوب

لكل نقطة: $\Delta\sigma_{z(V)}$ و $\Delta\sigma_{z(H)}$ والمجموع؛ وتفصيل عند x = 0 و x = −5 m؛ وعدم تماثل المنحنى.

الحل (1/2)

الحل

1 x = −5 m (الجانب الذي لا يدفعه الحمل): المركبة الرأسية كما هي، والمركبة الأفقية سالبة

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi((-5)^2+4^2)^2} = 0.22776 \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(-5)(4^2)}{\pi(41)^2} = \mathbf{-0.10362} \text{ kPa}$$

$$\Delta\sigma_z = 0.22776 + (-0.10362) = \mathbf{0.12414} \text{ kPa}$$

2 x = 0 (أسفل الحمل مباشرة): المركبة الأفقية تساوي صفراً

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2q_V}{\pi z} = \frac{2(9.397)}{\pi(4)} = \mathbf{1.49557} \text{ kPa}, \qquad \Delta\sigma_{z(H)} = 0$$

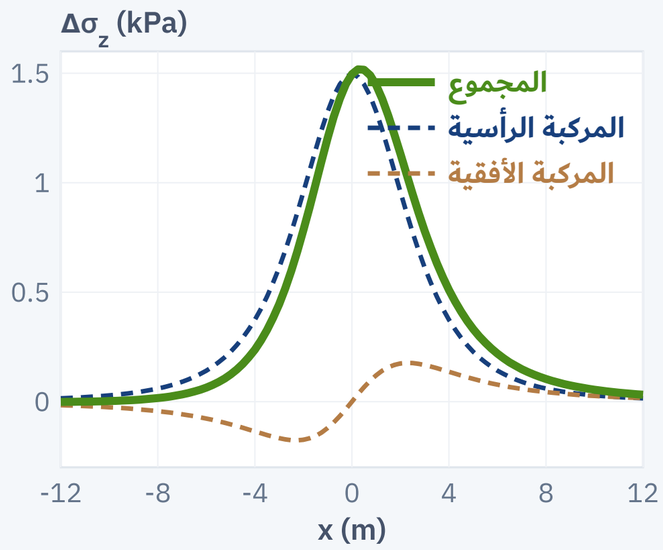
عند x = +5 m يبلغ 0.3314 kPa، وعند x = −5 m يبلغ 0.1241 kPa: فعلى البعد نفسه يكون الإجهاد في الجهة التي يدفع نحوها الحمل أكبر **2.67 مرة**. والمركبة الرأسية دالة زوجية، والمركبة الأفقية دالة فردية.

الحل (2/2)

الحل

$\Delta\sigma_z$ الكلي (kPa)	$\Delta\sigma_{z(H)}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{z(V)}$ (kPa)	x (m)
0.00256	0.02589−	0.02845	10−
0.12414	0.10362−	0.22776	5−
1.49557	0.00000	1.49557	0
0.33138	0.10362	0.22776	5
0.05434	0.02589	0.02845	10

المنحنى الكلي أعلى ما يكون تحت الحمل (x = 0) (1.4956 kPa) وينخفض ببطء أكبر في الجهة التي يدفع إليها الحمل: ففي x = 10 m يبلغ 0.05434، وفي x = −10 m يبلغ 0.00256 kPa فقط.



تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

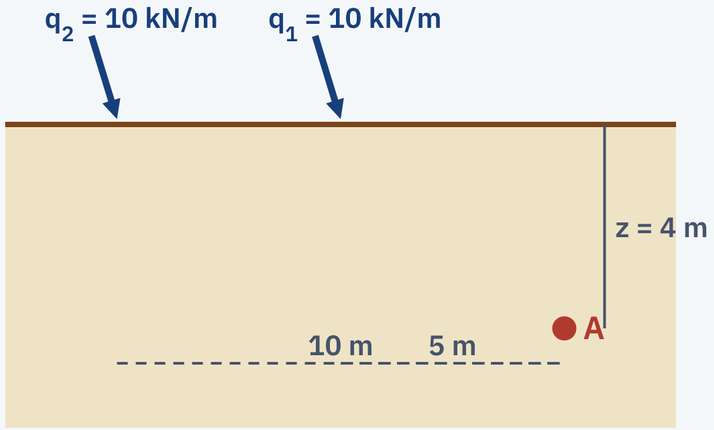
مثال

المعطيات

الأحمال	الحمل 1: $q_1 = 10$ kN/m، $\alpha_1 = 20^\circ$، $x_{L1} = 0$؛ الحمل 2: $q_2 = 10$ kN/m، $\alpha_2 = 20^\circ$، $x_{L2} = -5$ m
النقطة A	$x_A = 5$ m؛ $z = 4$ m (ثم 2؛ 6؛ 8؛ 12 m)

المطلوب

مساهمة الحمل 2 (الرأسية والأفقية)، ومجموع الحملين؛ ومقطع العمق.



الحل (1/2)

الحل

1 الحمل 2 ($x = 5 - (-5) = 10$ m): المركبتان نفساهما $q_H = 3{,}420$ kN/m، $q_V = 9{,}397$

$$\Delta\sigma_{z(V)} = \frac{2(9.397)(4^3)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1{,}202.8}{42{,}273.3} = 0.02845$$

$$\Delta\sigma_{z(H)} = \frac{2(3.420)(10)(4^2)}{\pi(10^2+4^2)^2} = \frac{1{,}094.5}{42{,}273.3} = 0.02589 \qquad \Delta\sigma_{z(2)} = \mathbf{0.05434}\ \text{kPa}$$

2 المجموع: مساهمة الحمل 1 هي القيمة الواردة في المثال 1

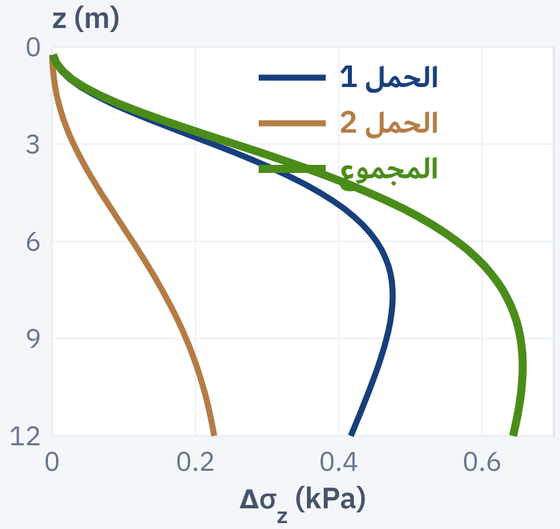
$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 0.33138 + 0.05434 = \mathbf{0.38573}\ \text{kPa}$$

$\Delta\sigma_z = 0.38573$ kPa (المركبات الرأسية 0.25621 والمركبات الأفقية 0.12951). ولا يضيف الحمل 2 سوى 0.05434 kPa: فهو يبعد 10 m.

الحل (2/2)

الحل

z (m)	الحمل 1: V + H	الحمل 2: V + H	$\Delta\sigma_z$ الكلي (kPa)
2	0.1087 = 0.0518 + 0.0569	0.0125 = 0.0081 + 0.0044	**0.1212**
4	0.3314 = 0.1036 + 0.2278	0.0543 = 0.0259 + 0.0285	**0.3857**
6	0.4526 = 0.1053 + 0.3473	0.1122 = 0.0424 + 0.0699	**0.5648**
8	0.4746 = 0.0880 + 0.3867	0.1657 = 0.0518 + 0.1139	**0.6403**
12	0.4168 = 0.0549 + 0.3619	0.2263 = 0.0527 + 0.1736	**0.6431**



تجمع المركبتان الرأسية والأفقية للأحمال عند كل عمق على حدة، والنتيجة هي مجموع الحملين. المجموع 0.6403 kPa عند z = 8 m و 0.6431 kPa عند z = 12 m؛ وتزداد حصة الحمل 2 مع العمق.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النقاط الرئيسية

الحمل الأفقي: $\Delta\sigma_z = (2q/\pi)\ x\ z^2/(x^2+z^2)^2$؛ يزداد في الجهة التي يدفعها الحمل ($x > 0$) ويتناقص في الجهة المقابلة، وينعدم تحته؛ وأكبر قيمة له $0.2067 \cdot (q/z)$ عند $x/z = 1/\sqrt{3}$

الحمل المائل: $q_V = q\cos\alpha$ و $q_H = q\sin\alpha$؛ $\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(V)} + \Delta\sigma_{z(H)}$ (في التربة المرنة تجمع إجهادات المركبتين)

مثال ($q = 10$ kN/m، $\alpha = 20°$؛ A: $x = 5$، $z = 4$ m): $q_H = 3.420$، $q_V = 9.397$؛ $\Delta\sigma_{z(H)} = 0.10362$ + $\Delta\sigma_{z(V)} = 0.22776$ = **0.33138 kPa**

الميل والعمق: يبلغ المجموع أكبر قيمة عندما ($\alpha = 51.3°$) $\tan\alpha = x/z$؛ وتبلغ المركبة الأفقية ذروتها عند $z = x$، والمركبة الرأسية عند $z = \sqrt{3}\cdot x$

الجانبان: 0.3314 عند $x = +5$ m و 0.1241 kPa عند $x = -5$ m؛ وفي حالة **حملين** تجمع المركبات كلاً على حدة (0.3857 kPa في المثال)

المراجع

.Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية مستخرجة بمحرك الحساب الخاص بالوحدة؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. وتُفتح الوحدة بالحمل $q = 10\ \text{kN/m}$ بزاوية $\alpha = 20^\circ$ وبالنقطة $A\ (x = 5\ \text{m}، z = 4\ \text{m})$.

GeoTerva

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل الأحمال الخطية الأفقية أو المائلة الخاصة بك وميولها ومواضعها ونقطتك في GeoTerva؛ وتقدم الوحدة معا إسهام المركبتين الرأسية والأفقية وقيمة $\Delta\sigma_z$ الكلية ومخطط التغير مع العمق ومنحنيات تساوي الإجهاد والحل خطوة بخطوة والتقرير.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com