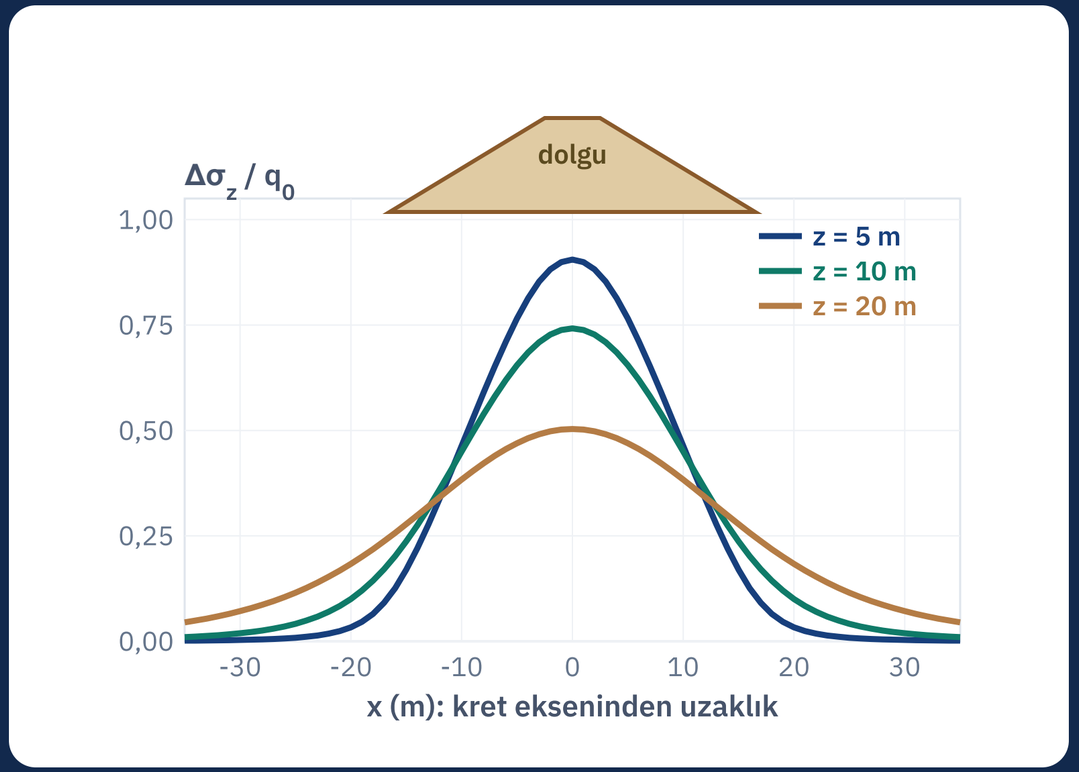
Geoteknik ders sunumu · Zemin kütlesinde gerilmeler

Dolgu altındaki gerilme

Ders anlatımı: dolgu (yamuk yük) altında düşey gerilme; Osterberg çözümü, şeritlerin süperpozisyonu ve elle çözülen örnekler.

- $q_0 = \gamma H$
- Osterberg I_2
- Üç şerit
- Şev altı ve yan
- Çok dolgu



Giriş

Bu derste neler öğreneceğiz?

Zemin üzerindeki uzun, **yamuk kesitli dolgunun** (karayolu, demiryolu dolgusu, set) altında düşey gerilme artışını: yük $q_0 = \gamma H$, problem iki boyutludur

Osterberg çözümünü: yarım dolgu için $\Delta\sigma_z = q_0\, I_2$; I_2 yalnız B_1/z ve B_2/z'ye bağlıdır

Kret altında iki yarının **toplanmasını**, dolgunun yanında büyük yarıdan küçük yarının **çıkarılmasını**

Aynı sonucu veren **üç şeridin toplamını**: kret şeridi + iki üçgen şerit; modül bu yoldan çalışır

Birden çok dolgunun gerilmelerinin **toplandığını**

DERS AKIŞI

Her konu **üç adımda** işlenir:

1 · **Kuram**: formül ve gerekçesi

2 · **Soru**: verilenler ve istenen

3 · **Çözüm**: adım adım, sayılarla

Örnek dolgu: H = 7 m, γ = 17,5 kN/m³, kret 5 m, şevler 14 m. A_1 kret merkezinin, A_2 sol topuktan 5 m uzaktaki noktanın altında; ikisi de z = 5 m derinde.

Yamuk kesitli dolgu

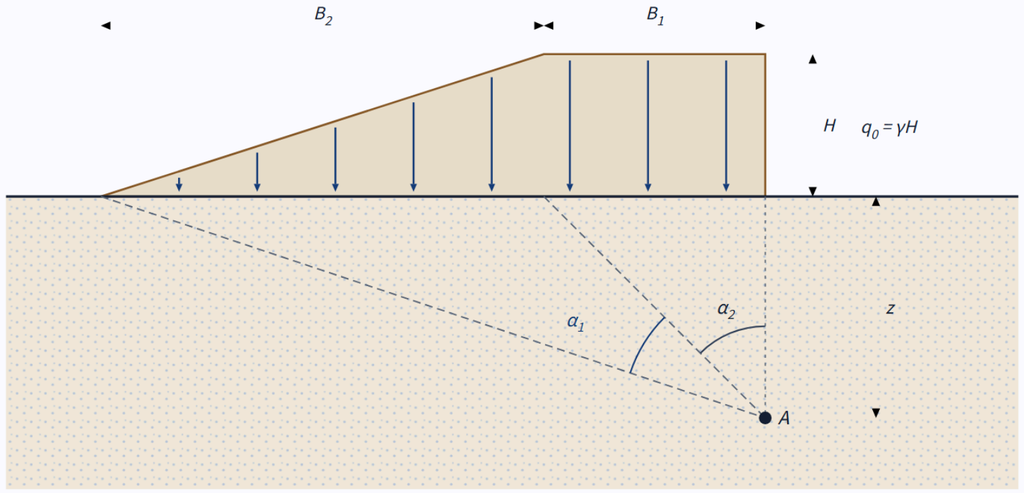
KURAM

Karayolu ya da demiryolu dolgusu, set, uzun bir yığın: zemin üzerindeki **yamuk kesitli** dolgunun yükü

Birim alana düşen ağırlık kret altında $\mathbf{q_0 = \gamma H}$'dir ve topuklarda doğrusal olarak **sıfıra** azalır

Dolgu uzundur: problem **iki boyutludur** (düzlem şekil değiştirme), şerit yüklerde olduğu gibi

Dolgu, kendi rijitliği ihmal edilerek zemin yüzeyinde esnek bir yük gibi etkir; zemin homojen, izotrop, doğrusal elastik yarı sonsuz ortamdır; $\Delta\sigma_z$ yalnız dolgunun artışıdır



$\Delta\sigma_z = q_0\, I_2$

KURAM

A noktası, B_1 genişliğinin iç kenarından geçen düşeyin altında olan **yarım dolgu** için ($q_0 = \gamma H$; açılar radyan):

$$\Delta\sigma_z = \frac{q_0}{\pi}\left[\frac{B_1 + B_2}{B_2}\,(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{B_1}{B_2}\,\alpha_2\right]$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\frac{B_1 + B_2}{z} - \tan^{-1}\frac{B_1}{z} \qquad \alpha_2 = \tan^{-1}\frac{B_1}{z}$$

Kısaca **$\Delta\sigma_z = q_0\, I_2$**: etki değeri I_2 yalnız **B_1/z** ve **B_2/z**'ye bağlıdır (Osterberg 1957)

I_2 ve iki yarı

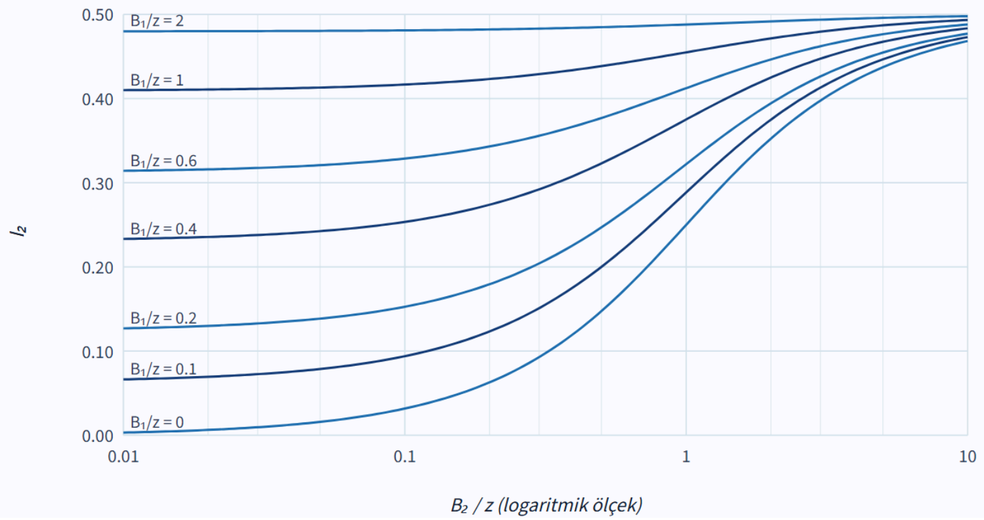
KURAM

Kret altındaki bir nokta dolguyu soldaki ve sağdaki **iki yarıya** ayırır; I_2 değerleri toplanır:

$$\Delta\sigma_z = q_0(I_{2,sol} + I_{2,sağ})$$

Dolgunun **yanındaki** bir nokta için büyük bir yarıdan küçük bir yarı **çıkarılır**

Her yarının katkısı en çok **0,5** olur



Herhangi bir nokta, herhangi eğimler

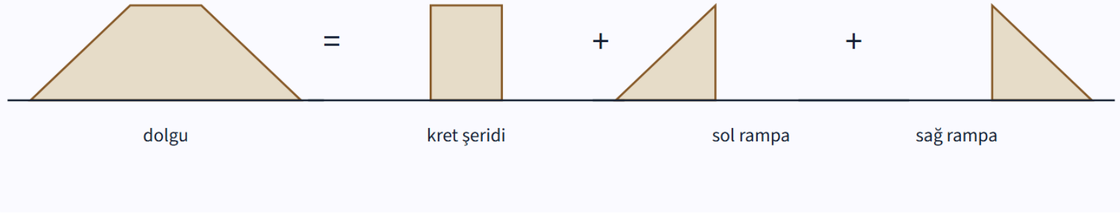
KURAM

Yamuk = B_c genişliğinde q_0 şiddetinde **düzgün şerit** + topuklarda sıfırdan kret kenarlarında q_0'a yükselen **iki üçgen şerit**

Modül bu yolla çalışır: durum ayrımı ve abak yoktur; kret altında $q_0(I_{2,sol} + I_{2,sağ})$ tam elde edilir ve hesap adımlarında bu kontrol de gösterilir

Şevlerin genişlikleri farklı olabilir; **$B_c = 0$** üçgen kesitli dolgu verir

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(\text{kret})} + \Delta\sigma_{z(\text{sol şev})} + \Delta\sigma_{z(\text{sağ şev})}$$



Süperpozisyon

KURAM

Her dolgu kendi **γ, H, kret, şevler** ve kret ekseninin konumu x_c ile tanımlanır (modülde en çok sekiz)

İki dolgunun topuktan topuğa kapladığı zemin **paylaşılamaz**; iki topuk birbirine değebilir

Zemin elastik olduğundan her dolgunun gerilmesi **kret eksenine göre** $(x - x_c)$ hesaplanır ve gerilmeler toplanır

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_{0,k}\,[\,\text{kret} + \text{sol şev} + \text{sağ şev}\,]$$

Soru

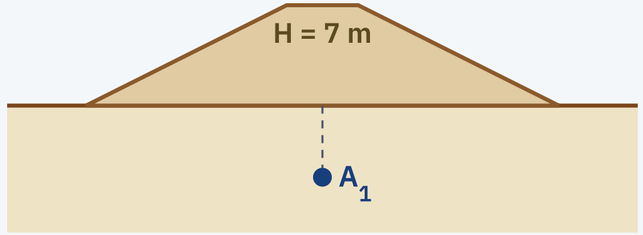
SORU

İSTENEN

$\Delta\sigma_z$: Osterberg çözümüyle (iki yarı) ve üç şeridin toplamıyla.

Verilenler

Dolgu	$H = 7$ **m,** $\gamma = 17{,}5$ **kN/m³; kret** $B_c = 5$ **m, şevler** $L_1 = L_2 = 14$ **m**
Nokta A_1	**kret ekseninin altında,** $z = 5$ **m**



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Yük, oranlar ve açılar (her yarı: B_1 = 2,5 m; B_2 = 14 m; z = 5 m)

$$q_0 = \gamma H = 17{,}5\,(7) = \mathbf{122{,}5}\ \text{kPa} \qquad B_1/z = 0{,}5 \qquad B_2/z = 2{,}8$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}(2{,}5/5) = 0{,}4636 \qquad \alpha_1 = \tan^{-1}(16{,}5/5) - \alpha_2 = 1{,}2766 - 0{,}4636 = 0{,}8129$$

2 Etki değeri ve gerilme

$$I_2 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{16{,}5}{14}(1{,}2766) - \frac{2{,}5}{14}(0{,}4636)\right] = \frac{1{,}4217}{\pi} = \mathbf{0{,}4525}$$

$$\Delta\sigma_z = q_0\,(I_{2,\text{sol}} + I_{2,\text{sağ}}) = 122{,}5\,(0{,}4525 + 0{,}4525) = \mathbf{110{,}87}\ \text{kPa}$$

Kret merkezinin 5 m altında **$\Delta\sigma_z$ = 110,87 kPa**: dolgu yükünün (q_0 = 122,5 kPa) %90,5'ü.

Çözüm (2/2)

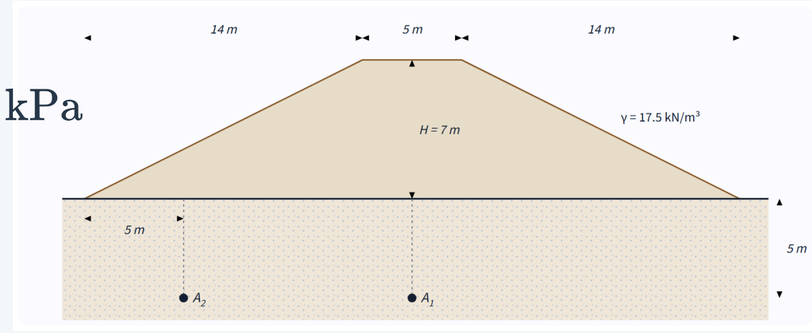
ÇÖZÜM

1 Kret şeridi (q_0, B_c = 5 m): $F(u) = \tan^{-1}(u/z) + zu/(u^2 + z^2)$

$$\Delta\sigma_z = \frac{q_0}{\pi}\left[F(2{,}5) - F(-2{,}5)\right] = \frac{122{,}5}{\pi}\left(2 \times 0{,}8636\right) = \mathbf{67{,}35}\ \text{kPa}$$

2 Sol şev (L_1 = 14 m; sol topuktan x' = 16,5 m): $G(u) = (x'/2)[zu/(u^2 + z^2) + \tan^{-1}(u/z)] + z^3/[2(u^2 + z^2)]$

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q_0}{\pi L_1}\left[G(16{,}5) - G(2{,}5)\right] = \frac{245}{14\pi}\left(13{,}0316 - 9{,}1251\right) = \mathbf{21{,}76}\ \text{kPa}$$



3 Sağ şev (simetrik) ve toplam

$$\Delta\sigma_z = 67{,}35 + 21{,}76 + 21{,}76 = \mathbf{110{,}87}\ \text{kPa}$$

Üç şeridin toplamı Osterberg çözümüyle aynıdır: **110,87 kPa**. Modül bu yolla çalışır ve kret altında Osterberg değerini kontrol olarak da gösterir.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

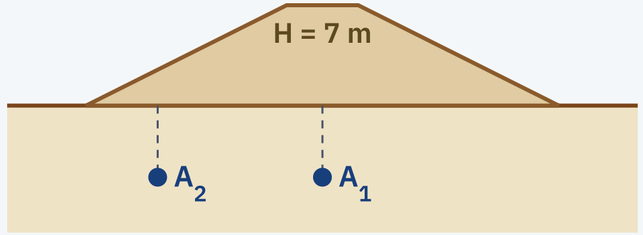
SORU

İSTENEN

$\Delta\sigma_z$: I_2 değerlerinin toplanıp çıkarılmasıyla (üç parça) ve üç şeritle.

Verilenler

Dolgu	**Örnek 1'deki dolgu: $q_0 = 122{,}5$ kPa**
Nokta A_2	**sol topuktan 5 m içeride ($x = -11{,}5$ m), $z = 5$ m**



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 A_2'den geçen düşeyde bölme: x = −11,5 m; yükseklik 5 m × 7/14 = 2,5 m → q = 2,5 × 17,5 = 43,75 kPa

Parça	q (kPa)	B_1 (m)	B_2 (m)	B_1/z	B_2/z	I_2	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
(+) sol küçük rampa	43,75	0	5	0	1,0	0,25000	**10,94**
(+) sağdaki tam yükseklik: dikdörtgen + rampa	122,5	14	14	2,8	2,8	0,49669	**60,84**
(−) şev altına eklenen üçgen	78,75	0	9	0	1,8	0,33859	**26,66**

2 I_2 değerleri (z = 5 m)

$$I_2(0;\,5) = \frac{1}{\pi}\,\frac{5}{5}\,\tan^{-1}1 = 0{,}25000 \qquad I_2(14;\,14) = \frac{1}{\pi}\left[2\,(1{,}3941) - 1{,}2278\right] = 0{,}49669$$

$$I_2(0;\,9) = \frac{1}{\pi}\,\tan^{-1}1{,}8 = 0{,}33859 \qquad \Delta\sigma_z = 10{,}94 + 60{,}84 - 26{,}66 = \mathbf{45{,}12}\ \text{kPa}$$

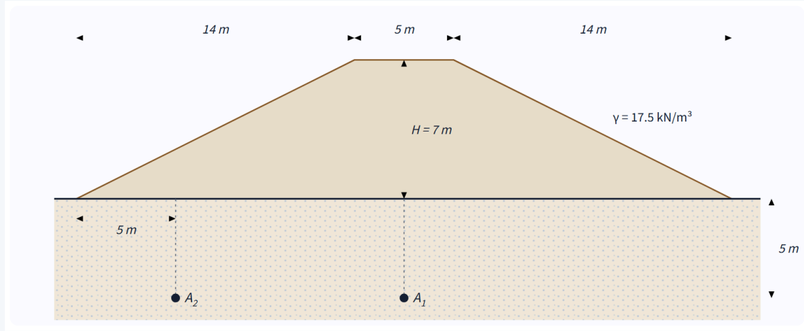
A_2 noktasında **$\Delta\sigma_z$ = 45,12 kPa** ($\Delta\sigma_z/q_0$ = 0,3683): kret merkezinin altındakinin (110,87 kPa) %41'i kadar.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

Şerit	Yük	Genişlik (m)	Noktaya göre konum	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
Kret şeridi	$q_0 = 122,5$	5	x = −11,5: u = x ± 2,5 = −9 ve −14	2,195
Sol şev (üçgen)	$q_0 = 122,5$	14	x′ = −11,5 + 16,5 = 5 (sol topuktan)	42,304
Sağ şev (üçgen)	$q_0 = 122,5$	14	x′ = 16,5 + 11,5 = 28	0,620
Toplam				**45,119**

Üç şeridin toplamı **45,12 kPa**; parçalı I_2 yoluyla bulunan 45,12 kPa ile aynıdır. Noktanın altındaki gerilmenin çoğunu **sol şev** (42,30 kPa) taşır; kret şeridi yalnız 2,19 kPa verir.



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

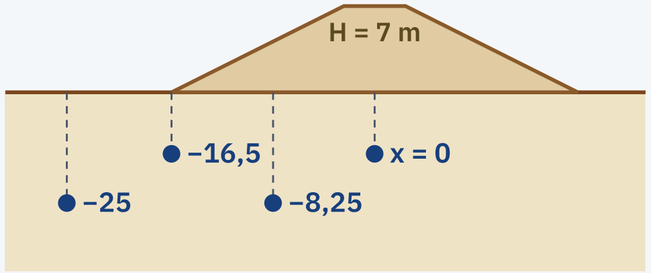
SORU

İSTENEN

Her konumda **$\Delta\sigma_z$** ve $\Delta\sigma_z/q_0$; derinlikle değişimin yorumu.

Verilenler

Dolgu	**Örnek 1'deki dolgu ($q_0 = 122{,}5$ kPa)**
Konumlar	$x = 0$ **(kret ekseni);** $-8{,}25$ **(şevin ortası);** $-16{,}5$ **(sol topuk);** -25 **m (topuktan** $8{,}5$ **m dışarıda)**
Derinlikler	$z = 2$; 5; 10; 15; 20; 30 **m**



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

z (m)	x = 0 m	x = -8,25 m	x = -16,50 m	x = -25 m	x = 0: $\Delta\sigma_z/q_0$
2	120,81	72,03	5,52	0,08	0,986
5	110,87	70,42	13,17	1,03	0,905
10	90,88	64,71	22,78	5,08	0,742
15	74,26	57,80	28,12	10,02	0,606
20	61,67	51,17	30,28	14,12	0,503
30	45,06	40,38	29,66	18,60	0,368

Kret ekseninin altında gerilme q_0'a yakın başlar ve derinlikle azalır (120,8 → 45,1 kPa). **Şev ortasında** 72,0 → 40,4 kPa; **sol topukta** yüzeye yakın küçüktür (5,5 kPa) ve derinde artar (29,7 kPa); topuktan 8,5 m dışarıda 0,08 kPa'dan 18,6 kPa'a çıkar.

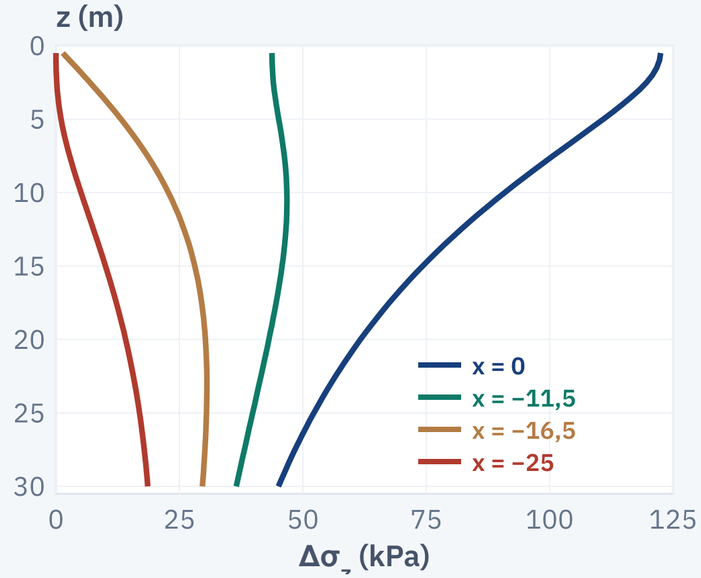
Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 Topukta ve dışında en büyük gerilme (derinlik 120 m'ye kadar taranmıştır)

Konum	en büyük $\Delta\sigma_z$ (kPa)	derinlik z (m)
x = −16,5 (topuk)	30,57	23,2
x = −25 (dışarıda)	19,62	39,9

Kret ekseninin altında gerilme derinlikle tek yönde azalır; **topukta** ve **dışarıda** önce artar, sonra azalır: dolgu yükü derinlikte yanlara yayılır. Topukta en büyük değer z ≈ 23,2 m'de 30,6 kPa; 8,5 m dışarıda daha derinde (z ≈ 39,9 m) ve daha küçüktür (19,6 kPa).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Tablo	$B_1/z = 0 \ldots 2$ **ve** $B_2/z = 0{,}1 \ldots 10$ **için** I_2
Elle	$B_1 = B_2 = z$**:** $I_2(1;\ 1)$

İSTENEN

I_2 tablosu; sınır değer; $B_1 = B_2 = z$ için ayrıntılı hesap.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

$B_2/z \setminus B_1/z$	0,0	0,1	0,2	0,4	0,6	1,0	2,0
0,1	0,0317	0,0939	0,1527	0,2534	0,3287	0,4166	0,4809
0,5	0,1476	0,2001	0,2470	0,3230	0,3769	0,4385	0,4847
1,0	0,2500	0,2885	0,3221	0,3751	0,4123	0,4548	0,4879
2,0	0,3524	0,3749	0,3943	0,4250	0,4465	0,4714	0,4916
5,0	0,4372	0,4465	0,4546	0,4674	0,4764	0,4869	0,4958
10,0	0,4683	0,4730	0,4770	0,4834	0,4879	0,4933	0,4978

Her değer **0,5**'ten küçüktür; B_1/z büyüdükçe ve B_2/z büyüdükçe I_2 0,5'e yaklaşır ($B_1 \to \infty$ için $I_2 = 0{,}5$). Kret altında iki yarı toplandığı için $\Delta\sigma_z$ en çok q_0'dır.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 Açılar (z = 1; $B_1 = B_2 = 1$)

$$\alpha_2 = \tan^{-1} 1 = 0{,}7854$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} 2 - \tan^{-1} 1 = 1{,}1071 - 0{,}7854 = 0{,}3218$$

2 Etki değeri

$$I_2 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{2}{1}(1{,}1071) - \frac{1}{1}(0{,}7854)\right] = \frac{1{,}4289}{\pi} = \mathbf{0{,}45483}$$

$I_2(1; 1) = 0{,}45483$: tablodaki $B_1/z = 1$, $B_2/z = 1$ değeriyle aynıdır. Bu yarının altındaki nokta için $\Delta\sigma_z = 0{,}455\ q_0$ olur.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

SORU

Verilenler

Ortak	$\gamma = 17{,}5$ **kN/m³,** $H = 7$ **m (**$q_0 = 122{,}5$ **kPa); kret eksenin altında** $z = 2; 5; 10; 20$ **m**
Biçimler	**(1)** $B_c = 5$, $L = 14$**; (2)** $B_c = 0$, $L = 16{,}5$ **(aynı** 33 **m taban); (3)** $B_c = 5$, $L = 7$**; (4)** $B_c = 20$, $L = 14$

İSTENEN

Kret ekseninin altında **Δσ$_z$**; biçimin etkisi; üçgen dolgunun elle kontrolü.

Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

Biçim	Taban (m)	z = 2 m	z = 5 m	z = 10 m	z = 20 m	z = 5: $\Delta\sigma_z/q_0$
Yamuk (açılış)	33	120,81	110,87	90,88	61,67	0,905
Üçgen (aynı taban 33 m)	33	113,09	99,55	80,01	53,79	0,813
Dik şev (L = 7 m)	19	119,33	102,06	73,59	43,47	0,833
Geniş kret (20 m)	48	122,38	120,87	113,47	91,29	0,987

Aynı yükseklikte **geniş kret** yükü daha derine taşır (z = 20 m: 91,3 kPa), **üçgen** ve **dik şevli** dolgu daha az (53,8 ve 43,5 kPa). z = 5 m'de sıralama: üçgen 99,6 < dik şev 102,1 < yamuk 110,9 < geniş kret 120,9 kPa.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

1 Her yarı: B_1 = 0; B_2 = 16,5 m (z = 5 m)

$$\alpha_2 = 0 \qquad \alpha_1 = \tan^{-1}\frac{16{,}5}{5} = 1{,}2766$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi}\,\frac{16{,}5}{16{,}5}\,\alpha_1 = 0{,}40634$$

2 Gerilme

$$\Delta\sigma_z = q_0\,(2\,I_2) = 122{,}5\,(2 \times 0{,}40634) = \mathbf{99{,}55}\ \mathrm{kPa}$$

Üçgen dolgunun tepesinin 5 m altında **99,55 kPa**: aynı tabanlı yamuk dolgudan (110,87 kPa) 11,32 kPa azdır; üçgen kesit, aynı tabandaki yamuğa göre daha az dolgu hacmi taşır.

Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Soru

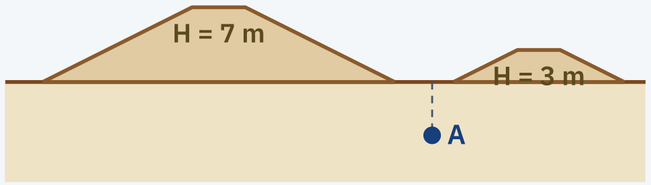
SORU

Verilenler

Dolgu 1	$\gamma = 17{,}5$, $H = 7$ m, $B_c = 5$, $L_1 = L_2 = 14$ m; kret ekseni $x = 0$
Dolgu 2	$\gamma = 17{,}5$, $H = 3$ m, $B_c = 4$, $L_1 = L_2 = 6$ m; kret ekseni $x = 30$ m
Nokta A	$x = 20$ m (iki dolgunun arasında), $z = 5$ m; ayrıca $2 - 30$ m

İSTENEN

Her dolgunun üç şeridi, her dolgunun ve toplam $\Delta\sigma_z$; derinlik profili.



Çözüm (1/2)

ÇÖZÜM

1 Örtüşme kontrolü (topuklar: dolgu 1 → 16,5 m; dolgu 2 → 22 m) ve her dolgunun üç şeridi

Dolgu	q_0 (kPa)	dx = x − x_c	Kret şeridi	Sol şev	Sağ şev	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
1 (H = 7 m)	122,5	20	0,282	0,133	3,654	**4,069**
2 (H = 3 m)	52,5	−10	1,160	3,992	0,276	**5,427**

2 Süperpozisyon

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 4{,}069 + 5{,}427 = \mathbf{9{,}497}\ \mathrm{kPa}$$

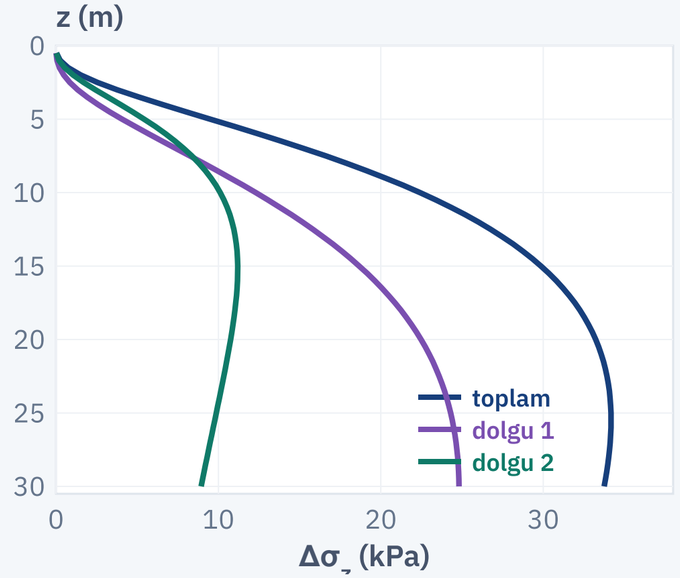
A noktası dolgu 1'in sağ topuğundan 3,5 m, dolgu 2'nin sol topuğundan 2 m uzaktadır. Alçak ama yakın olan **dolgu 2** toplamın büyük bölümünü verir (5,43 kPa); toplam **$\Delta\sigma_z$ = 9,50 kPa**.

Çözüm (2/2)

ÇÖZÜM

z (m)	Dolgu 1	Dolgu 2	Toplam
2	0,48	1,06	**1,53**
5	4,07	5,43	**9,50**
10	12,30	10,11	**22,41**
15	18,67	11,19	**29,86**
20	22,48	10,75	**33,23**
30	24,82	8,94	**33,76**

Toplam gerilme z ≈ 25,5 m'de en büyük değerine (34,18 kPa) çıkar; derinlikte yüksek dolgu 1'in payı artar (z = 30 m: 24,82 ve 8,94 kPa).



Çözümü GeoTerva'da kontrol edin ↗

Özet

Akılda kalacak noktalar

Yük: $q_0 = \gamma H = 122{,}5$ kPa; **Osterberg:** $\Delta\sigma_z = q_0\, I_2(B_1/z, B_2/z)$, her yarı en çok 0,5; kret altında iki yarı toplanır

A_1 (kret altı, z = 5 m): $I_2 = 0{,}4525$; $\Delta\sigma_z = 122{,}5\ (2 \times 0{,}4525) =$ **110,87 kPa**; üç şerit: 67,35 + 21,76 + 21,76

A_2 (şev altı): 10,94 + 60,84 − 26,66 = **45,12 kPa**; dolgunun yanında büyük yarıdan küçük yarı çıkarılır; üç şerit aynı sonucu verir

Konum: topukta ve dışarıda gerilme önce artar sonra azalır; kret altında tek yönde azalır. **Biçim:** geniş kret derine daha çok yük taşır; üçgen dolgu aynı tabanda 99,6 kPa (yamuk 110,9)

İki dolgu: gerilmeler kret eksenlerine göre hesaplanıp toplanır: 4,07 + 5,43 = 9,50 kPa

Kaynaklar

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Osterberg, J.O. (1957). Influence values for vertical stresses in a semi-infinite mass due to an embankment loading. Proc. 4th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Vol. 1, 393–394.

NOT

Sayısal örneklerin tümü modülün kendi hesap motoruyla üretilmiştir; modül aynı değerleri verir. Modül, H = 7 m, γ = 17,5 kN/m³ dolgusu ve A_1 noktası (x = 0; z = 5 m) ile açılır.

GeoTerva

Çevrim içi geoteknik hesaplar

Teoriden uygulamaya

Dolgularınızı (γ, H, kret, şevler, konum), A noktasını ve derinliği GeoTerva'da girin; modül üç şeridi, Osterberg kontrolünü, $\Delta\sigma_z$ değerini, eş gerilme eğrilerini, derinlik profilini, adım adım çözümü ve raporu birlikte verir.

Modülü açın → | **Teori sayfası →**

Telefonla açın
Örnek modüller kayıt gerektirmez.