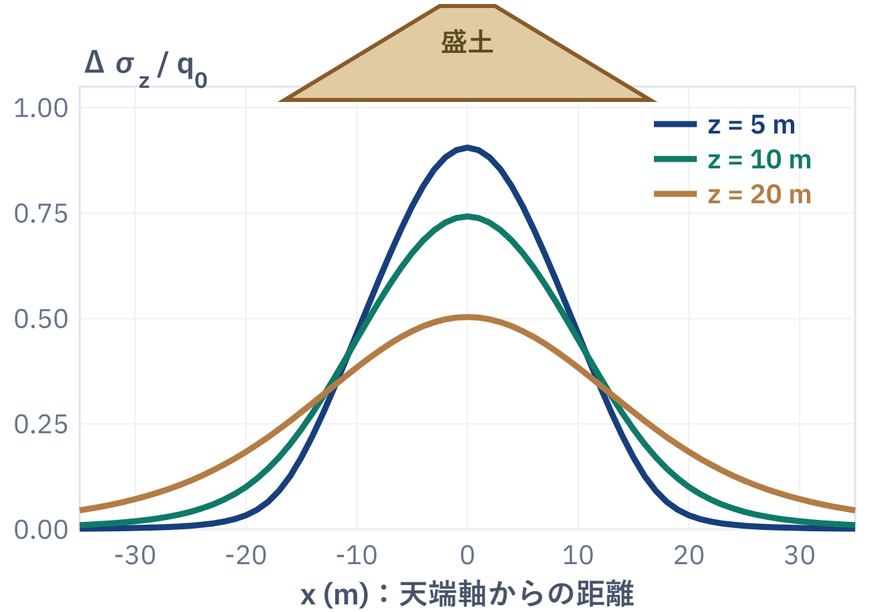
地盤工学の講義スライド・地盤内の応力

盛土下の応力

講義：盛土（台形荷重）下の鉛直応力；Osterbergの解、帯状荷重の重ね合わせ、手計算による例題。

- $q_0 = \gamma H$
- Osterberg I_2
- 3本の帯
- 斜面下と側方
- 複数の盛土



この講義で学ぶこと

地盤上の長い**台形断面の盛土**（道路盛土、鉄道盛土、堤）の下における鉛直応力の増分：荷重 $q_0 = \gamma H$、問題は二次元である

Osterbergの解：半盛土に対して $\Delta \sigma_z = q_0 I_2$；$I_2$は$B_1/z$と$B_2/z$のみに依存する

天端下では両半分の**和**、盛土の側方では大きい半分から小さい半分の**差**

同じ結果を与える**3つの帯の合計**：頂部の帯＋2つの三角形の帯。モジュールはこの方法で計算する

複数の盛土による応力が**重ね合わされる**こと

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：式とその根拠

2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

盛土の例：H = 7 m、γ = 17.5 kN/m³、天端5 m、法面14 m。A_1は天端中心の下方、A_2は左のつま先から5 m離れた点の下方であり、いずれも深さz = 5 mである。

台形断面の盛土

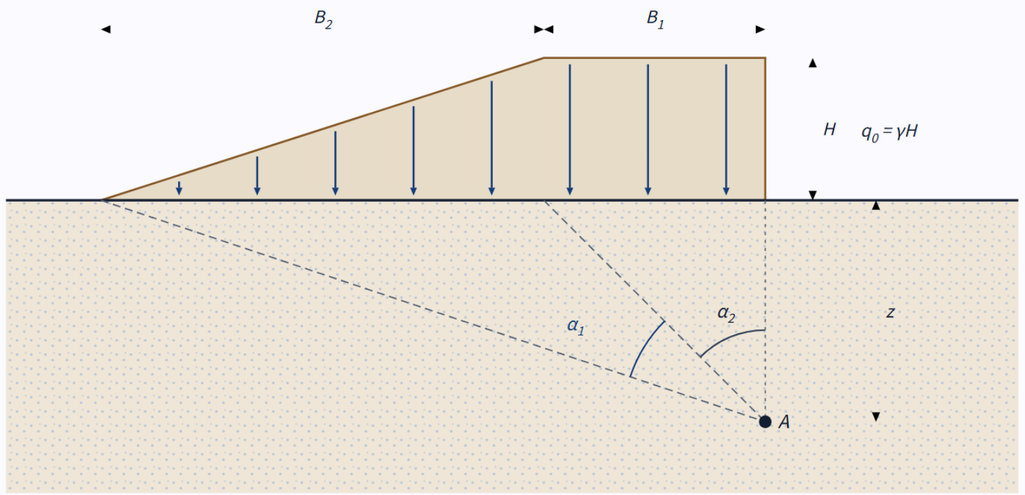
理論

道路または鉄道の盛土、フィル、長い山：地盤上の**台形断面**の盛土の荷重

単位面積当たりの重量はのり肩下で$q_0 = \gamma H$であり、つま先では直線的に**ゼロ**まで減少する

盛土は長い：問題は**二次元**（平面ひずみ）であり、帯状荷重の場合と同じである

盛土はそれ自身の剛性を無視し、地表面に作用する柔な荷重として扱う。地盤は均質・等方・線形弾性の半無限体である。$\Delta \sigma_z$は盛土による増分のみである



$\Delta\sigma_z = q_0 I_2$

理論

点Aが幅B_1の内側縁を通る鉛直線の下にある**半盛土**の場合（$q_0 = \gamma H$；角度はラジアン）：

$$\Delta\sigma_z = \frac{q_0}{\pi}\left[\frac{B_1+B_2}{B_2}\left(\alpha_1+\alpha_2\right) - \frac{B_1}{B_2}\,\alpha_2\right]$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\frac{B_1+B_2}{z} - \tan^{-1}\frac{B_1}{z} \qquad \alpha_2 = \tan^{-1}\frac{B_1}{z}$$

簡潔に$\Delta\sigma_z = q_0 I_2$：影響値I_2はB_1/zとB_2/zのみに依存する（Osterberg 1957）

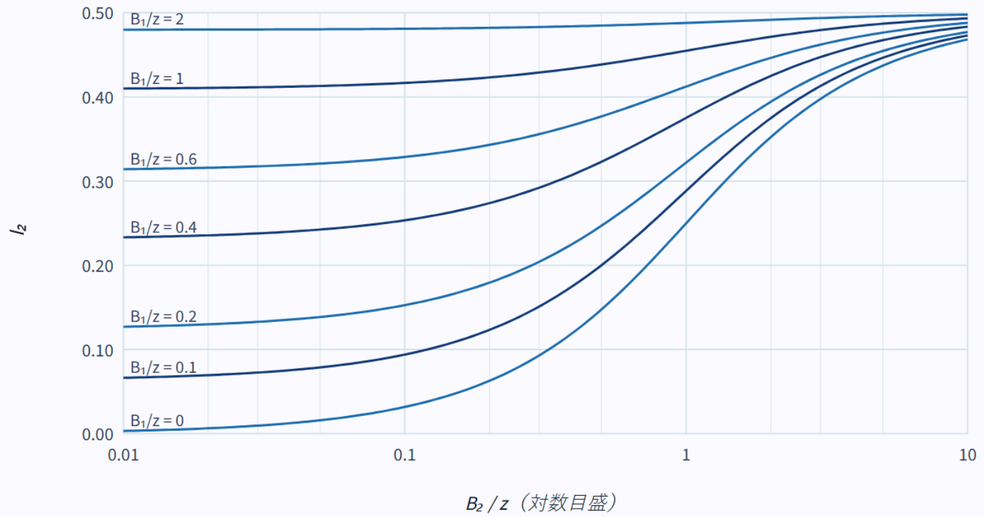
I_2と2つの半分

理論

天端直下の点は盛土を左右の**二つの半分**に分割する；I_2の値を合計する：$\Delta \sigma_z = q_0(I_{2,左} + I_{2,右})$

盛土の**側方**の点では、大きい半分から小さい半分を**差し引く**。

各半分の寄与は最大で**0.5**となる



任意の点、任意の傾き

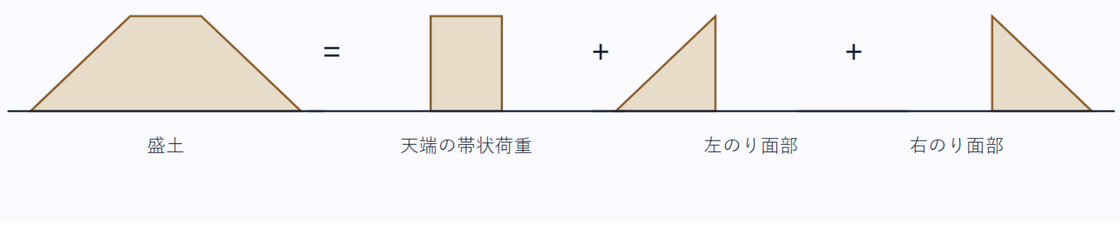
理論

台形＝幅B_c、強度q_0の**等分布帯状荷重**＋かかとでゼロから天端縁でq_0まで増加する**2つの三角形帯状荷重**

モジュールはこのように動作する：場合分けや図表は用いない；天端下の$q_0(I_{2,左} + I_{2,右})$は厳密に得られ、この照査も計算手順に示される

斜面の幅は異なってよい；**$B_c = 0$**とすると三角形断面の盛土になる

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(天端)} + \Delta\sigma_{z(左斜面)} + \Delta\sigma_{z(右斜面)}$$



重ね合わせ

理論

各盛土はそれぞれの**γ**、**H**、**天端**、**法面**および天端軸の位置x_cで定義される（モジュールでは最大8個）

2つの盛土がつま先からつま先まで覆う地盤は**共有できない**；2つのつま先は互いに接することがある

地盤は弾性であるため、各盛土の応力は**法肩軸に対して**（$x - x_c$）計算し、応力を合計する。

$$\Delta\sigma_z = \sum_k \Delta\sigma_{z(k)} \qquad \Delta\sigma_{z(k)} = q_{0,k}\,[\text{天端} + \text{左斜面} + \text{右斜面}]$$

問題

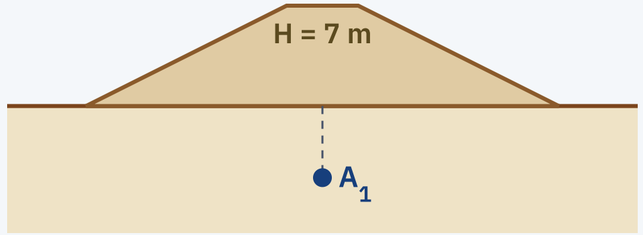
例題

与条件

盛土	$H = 7$ m、$\gamma = 17.5$ kN/m³；天端$B_c = 5$ m、法面$L_1 = L_2 = 14$ m
点A_1	天端軸の下方、$z = 5$ m

求めるもの

$\Delta\sigma_z$：Osterbergの解（二分割）による値と、三つの帯の和による値。



解答 (1/2)

解答

1 荷重、比および角度（各半分：B_1 = 2.5 m、B_2 = 14 m、z = 5 m）

$$q_0 = \gamma H = 17.5\,(7) = \mathbf{122.5}\ \text{kPa} \qquad B_1/z = 0.5 \qquad B_2/z = 2.8$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1}(2.5/5) = 0.4636 \qquad \alpha_1 = \tan^{-1}(16.5/5) - \alpha_2 = 1.2766 - 0.4636 = 0.8129$$

2 影響値と応力

$$I_2 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{16.5}{14}(1.2766) - \frac{2.5}{14}(0.4636)\right] = \frac{1.4217}{\pi} = \mathbf{0.4525}$$

$$\Delta\sigma_z = q_0\,(I_{2,\text{左}} + I_{2,\text{右}}) = 122.5\,(0.4525 + 0.4525) = \mathbf{110.87}\ \text{kPa}$$

盛土天端中心の5 m下方で**$\Delta\sigma_z$ = 110.87 kPa**：盛土荷重（q_0 = 122.5 kPa）の90.5%。

解答 (2/2)

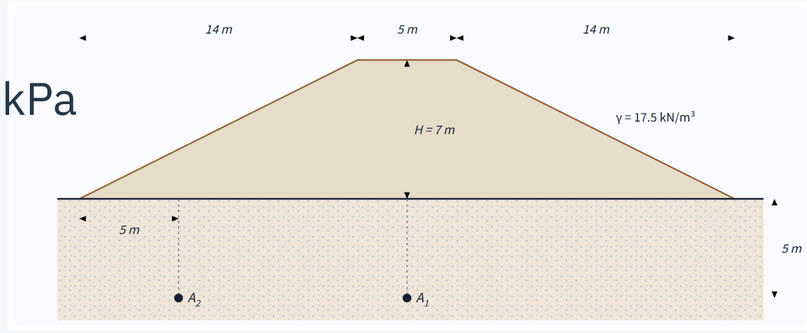
解答

1 頂部の帯状載荷（q_0、B_c = 5 m）：F(u) = $\tan^{-1}(u/z) + zu/(u^2 + z^2)$

$$\Delta\sigma_z = \frac{q_0}{\pi}\left[F(2.5) - F(-2.5)\right] = \frac{122.5}{\pi}\left(2 \times 0.8636\right) = \mathbf{67.35}\ \text{kPa}$$

2 左側斜面（L_1 = 14 m、左つま先からx′ = 16.5 m）：G(u) = (x′/2)[$zu/(u^2 + z^2) + \tan^{-1}(u/z)$] + $z^3/[2(u^2 + z^2)]$

$$\Delta\sigma_z = \frac{2q_0}{\pi L_1}\left[G(16.5) - G(2.5)\right] = \frac{245}{14\pi}\left(13.0316 - 9.1251\right) = \mathbf{21.76}\ \text{kPa}$$



3 右側斜面（対称）と合計

$$\Delta\sigma_z = 67.35 + 21.76 + 21.76 = \mathbf{110.87}\ \text{kPa}$$

3帯の合計はOsterbergの解と同一である：**110.87 kPa**。モジュールはこの方法で計算し、天端直下のOsterberg値も照査用として表示する。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

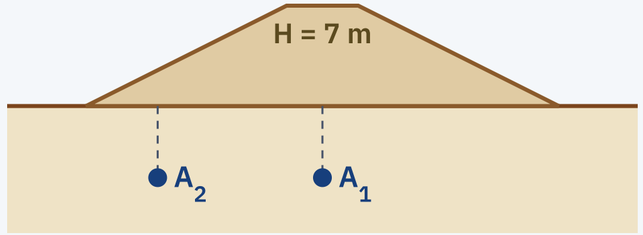
例題

与条件

盛土	**例題1の盛土：$q_0 = 122.5$ kPa**
点A_2	**左つま先から5 m内側（$x = -11.5$ m）、$z = 5$ m**

求めるもの

$\Delta\sigma_z$：I_2の値を加減算して（3つの部分）および3つの帯状荷重で求める。



例題2・A_2：3つのI_2部分

解答 (1/2)

解答

1 A_2を通る鉛直線上の分割：x = −11.5 m；高さ 5 m × 7/14 = 2.5 m → q = 2.5 × 17.5 = 43.75 kPa

部分	q (kPa)	B_1 (m)	B_2 (m)	B_1/z	B_2/z	I_2	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
(+) 左側の小段	43.75	0	5	0	1.0	0.25000	**10.94**
(+) 右側の全高：長方形＋ランプ	122.5	14	14	2.8	2.8	0.49669	**60.84**
斜面下に追加した三角形（−）	78.75	0	9	0	1.8	0.33859	**26.66**

2 I_2の値（z = 5 m）

$$I_2(0;\,5) = \frac{1}{\pi}\,\frac{5}{5}\,\tan^{-1}1 = 0.25000 \qquad I_2(14;\,14) = \frac{1}{\pi}\left[2\,(1.3941) - 1.2278\right] = 0.49669$$

$$I_2(0;\,9) = \frac{1}{\pi}\,\tan^{-1}1.8 = 0.33859 \qquad \Delta\sigma_z = 10.94 + 60.84 - 26.66 = \mathbf{45.12}\ \text{kPa}$$

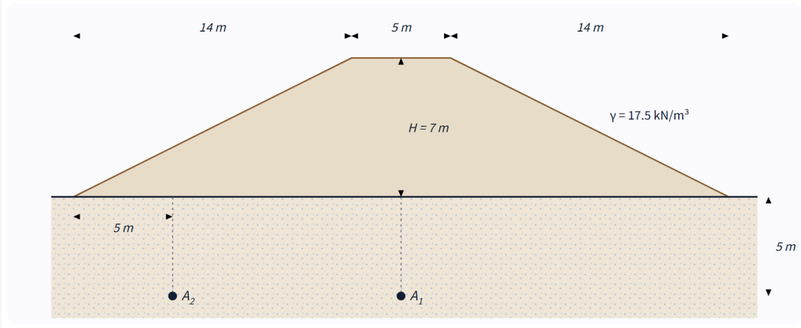
A_2点において **$\Delta\sigma_z$ = 45.12 kPa**（$\Delta\sigma_z/q_0$ = 0.3683）：堤頂中心直下の値（110.87 kPa）の約41%である。

解答 (2/2)

解答

帯状	荷重	幅 (m)	点に対する位置	Δ σ_z (kPa)
天端帯	q_0 = 122.5	5	x = −11.5：u = x ± 2.5 = −9 と −14	2.195
左側斜面（三角形）	q_0 = 122.5	14	x′ = −11.5 + 16.5 = 5（左つま先から）	42.304
右側斜面（三角形）	q_0 = 122.5	14	x′ = 16.5 + 11.5 = 28	0.620
合計				**45.119**

3つの帯状荷重の合計は**45.12 kPa**であり、分割したI_2法で求めた45.12 kPaと一致する。点直下の応力の大部分は**左側斜面**（42.30 kPa）が負担し、天端の帯状部分はわずか2.19 kPaしか寄与しない。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

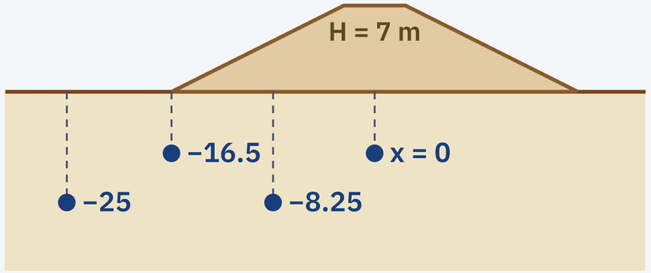
例題

与条件

盛土	**例題1の盛土**（$q_0 = 122.5$ **kPa**）
位置	$x = 0$（**天端軸**）；-8.25（**斜面中央**）；-16.5（**左つま先**）；-25 **m**（**つま先から8.5 m外側**）
深さ	$z = 2;\ 5;\ 10;\ 15;\ 20;\ 30$ **m**

求めるもの

各位置における**Δ σ$_z$**とΔ σ$_z$/q$_0$；深さによる変化の解釈。



解答 (1/2)

解答

z (m)	x = 0 m	x = -8.25 m	x = -16.50 m	x = -25 m	x = 0: $\Delta \sigma_z/q_0$
2	120.81	72.03	5.52	0.08	0.986
5	110.87	70.42	13.17	1.03	0.905
10	90.88	64.71	22.78	5.08	0.742
15	74.26	57.80	28.12	10.02	0.606
20	61.67	51.17	30.28	14.12	0.503
30	45.06	40.38	29.66	18.60	0.368

堤頂軸直下では応力はq_0に近い値で始まり、深さとともに減少する（120.8 → 45.1 kPa）。**斜面中央**では72.0 → 40.4 kPa、**左つま先**では地表面近くで小さく（5.5 kPa）、深部で増加する（29.7 kPa）。つま先から8.5 m外側では0.08 kPaから18.6 kPaに増加する。

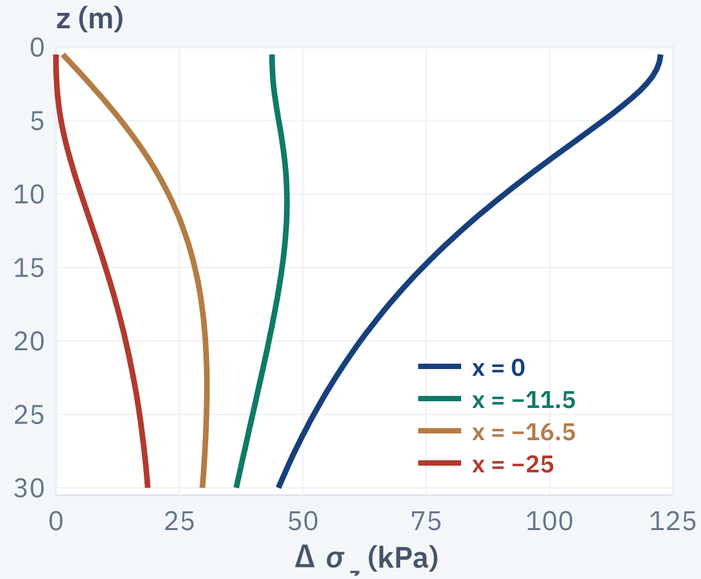
解答 (2/2)

解答

1 かかと部およびその外側での最大応力（深さ120 mまで走査済み）

位置	最大 $\Delta\sigma_z$（kPa）	深さ z (m)
x = −16.5（かかと）	30.57	23.2
x = −25（範囲外）	19.62	39.9

堤頂軸直下では応力は深さとともに一方向に減少する。**つま先**と**その外側**ではまず増加し、その後減少する：盛土荷重は深さとともに側方へ広がる。つま先では最大値はz ≈ 23.2 mで30.6 kPa、8.5 m外側ではより深く（z ≈ 39.9 m）、より小さい（19.6 kPa）。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

表	$B_1/z = 0 \ldots 2$および$B_2/z = 0.1 \ldots 10$に対するI_2
手動	$B_1 = B_2 = z$: $I_2(1;\ 1)$

求めるもの

I_2の表；限界値；$B_1 = B_2 = z$の場合の詳細計算。

解答 (1/2)

解答

B_2/z \ B_1/z	0.0	0.1	0.2	0.4	0.6	1.0	2.0
0.1	0.0317	0.0939	0.1527	0.2534	0.3287	0.4166	0.4809
0.5	0.1476	0.2001	0.2470	0.3230	0.3769	0.4385	0.4847
1.0	0.2500	0.2885	0.3221	0.3751	0.4123	0.4548	0.4879
2.0	0.3524	0.3749	0.3943	0.4250	0.4465	0.4714	0.4916
5.0	0.4372	0.4465	0.4546	0.4674	0.4764	0.4869	0.4958
10.0	0.4683	0.4730	0.4770	0.4834	0.4879	0.4933	0.4978

各値は**0.5**より小さい。B_1/zが大きくなるにつれ、またB_2/zが大きくなるにつれ、I_2は0.5に近づく（$B_1 \to \infty$では$I_2 = 0.5$）。天端下では2つの半分が加算されるため、$\Delta\sigma_z$は最大でもq_0である。

解答 (2/2)

解答

1 角度（z = 1；$B_1 = B_2 = 1$）

$$\alpha_2 = \tan^{-1} 1 = 0.7854$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} 2 - \tan^{-1} 1 = 1.1071 - 0.7854 = 0.3218$$

2 影響値

$$I_2 = \frac{1}{\pi}\left[\frac{2}{1}(1.1071) - \frac{1}{1}(0.7854)\right] = \frac{1.4289}{\pi} = \mathbf{0.45483}$$

$I_2(1; 1) = 0.45483$：表の$B_1/z = 1$、$B_2/z = 1$の値と同じである。この半分の下の点では$\Delta \sigma_z = 0.455\ q_0$となる。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

例題

与条件

共通	$\gamma = 17.5$ kN/m³、$H = 7$ m（$q_0 = 122.5$ kPa）。天端は軸線より下方$z = 2$。5。10。20 m
形状	(1) $B_c = 5$、$L = 14$；(2) $B_c = 0$、$L = 16.5$（同じ33 mの底面）；(3) $B_c = 5$、$L = 7$；(4) $B_c = 20$、$L = 14$

求めるもの

堤頂軸直下の $\Delta \sigma_z$：形状の影響；三角形盛土の手計算による照査。

解答 (1/2)

解答

形式	底面 (m)	z = 2 m	z = 5 m	z = 10 m	z = 20 m	z = 5: $\Delta \sigma_z/q_0$
台形（開き）	33	120.81	110.87	90.88	61.67	0.905
三角形分布（同一の底辺33 m）	33	113.09	99.55	80.01	53.79	0.813
鉛直斜面（L = 7 m）	19	119.33	102.06	73.59	43.47	0.833
広い天端（20 m）	48	122.38	120.87	113.47	91.29	0.987

同じ高さでは**広い天端**の荷重がより深くまで伝わる（z = 20 m：91.3 kPa）、**三角形**および**急勾配**盛土はより小さい（53.8および43.5 kPa）。z = 5 mでの順序は：三角形 99.6 < 急勾配 102.1 < 台形 110.9 < 広い天端 120.9 kPa。

解答 (2/2)

解答

1 各半分：$B_1 = 0$、$B_2 = 16.5$ m（z = 5 m）

$$\alpha_2 = 0 \qquad \alpha_1 = \tan^{-1}\frac{16.5}{5} = 1.2766$$

$$I_2 = \frac{1}{\pi}\,\frac{16.5}{16.5}\,\alpha_1 = 0.40634$$

2 応力

$$\Delta\sigma_z = q_0\,(2\,I_2) = 122.5\,(2 \times 0.40634) = \mathbf{99.55}\ \text{kPa}$$

三角形盛土の頂部から5 m下で**99.55 kPa**。同じ底面をもつ台形盛土（110.87 kPa）より11.32 kPa小さい。三角形断面は同じ底面の台形に比べて盛土量が少ない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

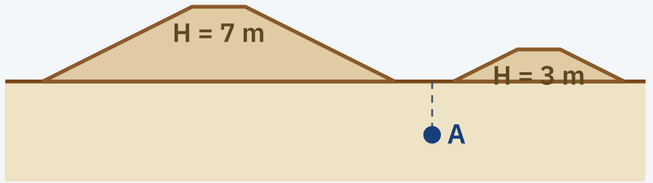
例題

与条件

盛土1	$\gamma = 17.5$、$H = 7$ m、$B_c = 5$、$L_1 = L_2 = 14$ m；天端軸$x = 0$
盛土2	$\gamma = 17.5$、$H = 3$ m、$B_c = 4$、$L_1 = L_2 = 6$ m；天端軸$x = 30$ m
点A	$x = 20$ m（2つの盛土の間）、$z = 5$ m；さらに$2 - 30$ m

求めるもの

各盛土の3つの帯、各盛土および合計の $\Delta \sigma_z$；深さ方向の分布。



解答 (1/2)

解答

1 重なり照査（つま先：盛土1 → 16.5 m；盛土2 → 22 m）と各盛土の3つの帯

盛土	q_0 (kPa)	dx = x − x_c	天端帯	左斜面	右斜面	Δ σ_z (kPa)
1 (H = 7 m)	122.5	20	0.282	0.133	3.654	**4.069**
2 (H = 3 m)	52.5	−10	1.160	3.992	0.276	**5.427**

2 重ね合わせ

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 4.069 + 5.427 = \mathbf{9.497}\ \text{kPa}$$

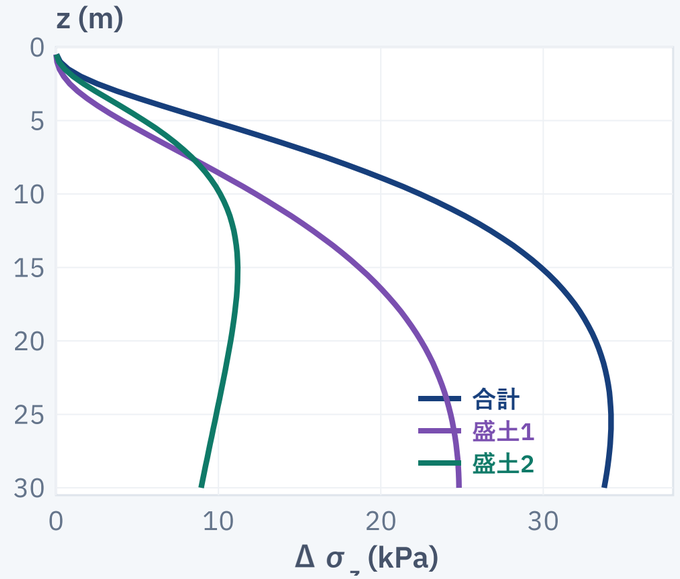
点Aは盛土1の右つま先から3.5 m、盛土2の左つま先から2 mの位置にある。低いが近接する**盛土2**が合計の大部分（5.43 kPa）を与え、合計は**Δ σ_z = 9.50 kPa**である。

解答 (2/2)

解答

z (m)	盛土1	盛土2	合計
2	0.48	1.06	**1.53**
5	4.07	5.43	**9.50**
10	12.30	10.11	**22.41**
15	18.67	11.19	**29.86**
20	22.48	10.75	**33.23**
30	24.82	8.94	**33.76**

全応力はz ≈ 25.5 mで最大値（34.18 kPa）に達する。深くなるにつれて高さのある盛土1の寄与が増大する（z = 30 m：24.82および8.94 kPa）。



GeoTervaで解答を確認する ↗

まとめ

ポイントのまとめ

荷重：$q_0 = \gamma H = 122.5$ kPa；**Osterberg：**$\Delta \sigma_z = q_0 I_2(B_1/z, B_2/z)$、各半分は最大0.5；天端下方では両半分を合計する。

A_1（のり肩直下、z = 5 m）：$I_2 = 0.4525$；$\Delta \sigma_z = 122.5\ (2 \times 0.4525) =$ **110.87 kPa**；3つの帯状荷重：67.35 + 21.76 + 21.76

A_2（斜面下）：10.94 + 60.84 − 26.66 = **45.12 kPa**；盛土の側方では大きい半分から小さい半分を差し引く；3本の帯は同じ結果を与える

位置：つま先およびその外側では応力はまず増加しその後減少する；天端下では一方向に減少する。**形状：**広い天端は深部へより多くの荷重を伝える；三角形盛土は同じ底面で99.6 kPa（台形は110.9）

2つの盛土：応力を天端軸に対して計算し合計する：4.07 + 5.43 = 9.50 kPa

参考文献

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Osterberg, J.O. (1957). Influence values for vertical stresses in a semi-infinite mass due to an embankment loading. Proc. 4th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, London, Vol. 1, 393–394.

注記

数値例はすべてモジュール自体の計算エンジンで作成したものであり、モジュールは同じ値を与える。モジュールは $H = 7$ m、$\gamma = 17.5$ kN/m³の盛土と点A_1（$x = 0$、$z = 5$ m）で開く。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

盛土（γ、H、天端、法面、位置）、点Aおよび深さをGeoTervaに入力する；モジュールは3つの帯状荷重、Osterbergの照査、Δ σ_zの値、等応力曲線、深さ方向分布、手順ごとの解答およびレポートをまとめて与える。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com