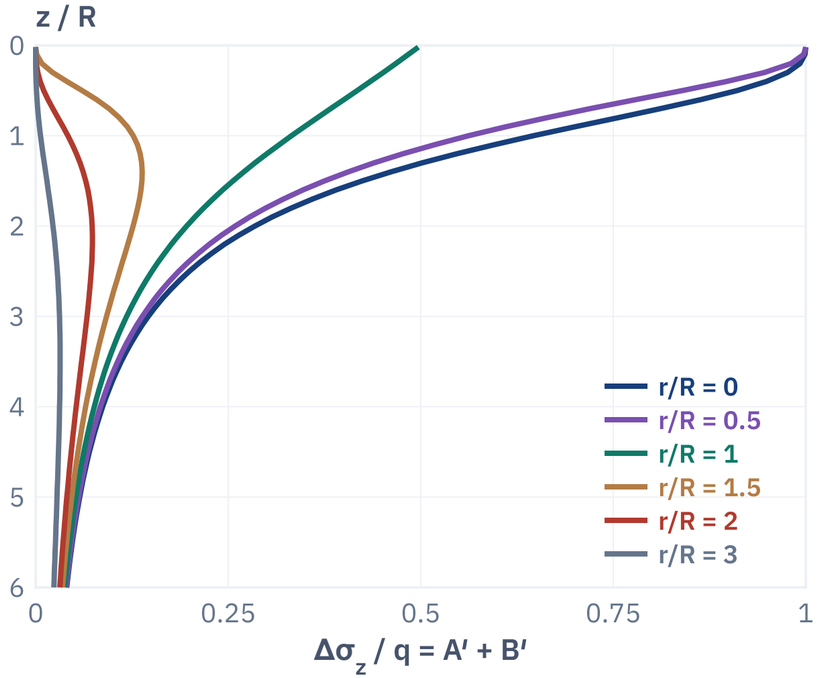
Presentación de clase de geotecnia · Tensiones en la masa de suelo

Tensión bajo una carga circular

Clase: tensión vertical bajo una carga circular; expresión cerrada en el eje, A′ + B′ fuera del eje; ejemplos resueltos a mano.

Sobre el eje | A′ + B′ | Integral polar | Fuera de la carga | Varios círculos



Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

El incremento de tensión vertical bajo un **área circular** con carga uniformemente repartida (depósito, silo, cimentación circular): $\Delta\sigma_z$

Expresión cerrada **sobre el eje del círculo**: $\Delta\sigma_z = q\{1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}\}$

Fuera del eje, bajo el borde y a su lado: $\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$; $A' + B'$ depende solo de z/R y r/R

La evaluación de la integral de Boussinesq **en coordenadas polares con origen en el punto A**: la integral en ρ en forma cerrada y la integral en φ numéricamente

Que fuera de la carga la tensión **primero aumenta y luego disminuye**; que las tensiones de varios círculos se **suman**

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: fórmula y su justificación

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Círculo del ejemplo: R = 3 m, q = 100 kN/m²; el punto A está a r = 4.5 m del eje del círculo y a z = 3 m de profundidad (fuera de la carga).

Área circular con carga uniformemente repartida

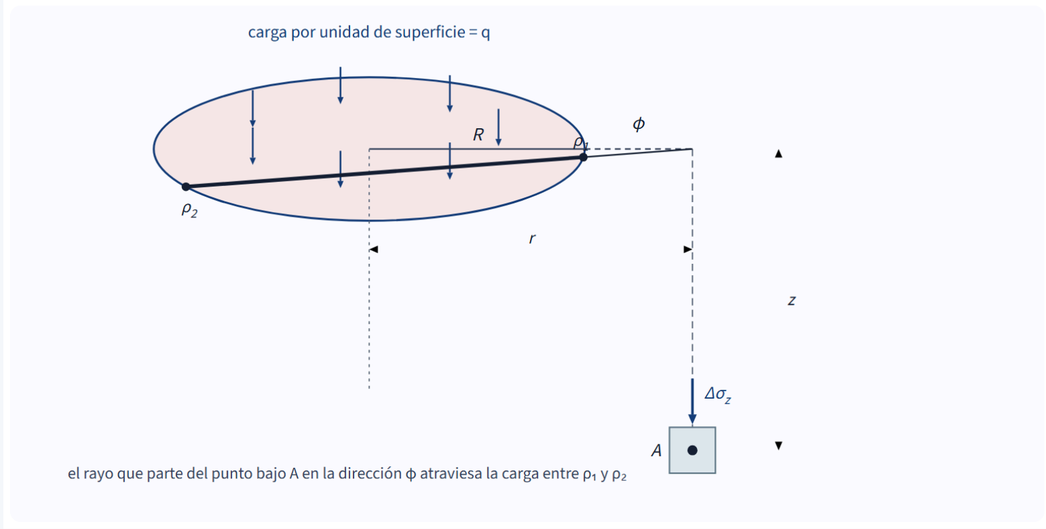
TEORÍA

Área circular flexible de radio **R** que soporta una presión uniforme **q** (depósito, silo, cimentación circular)

El terreno es un medio semiinfinito **homogéneo, isótropo y elástico lineal**; $\Delta\sigma_z$ es únicamente el incremento producido por la carga

El problema es **axisimétrico**: la tensión depende solo de la distancia horizontal al centro **r** y de la profundidad **z**, no de la dirección

Bajo el centro (r = 0) existe una **expresión cerrada**; fuera del eje, bajo el borde y a su lado, Ahlvin y Ulery (1962) evaluaron la integral y la tabularon como **A′ y B′**



Bajo el centro del círculo: solución cerrada

TEORÍA

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{1}{[(R/z)^2 + 1]^{3/2}}\right\}$$

En la superficie ($z \to 0$) $\Delta\sigma_z = q$; **disminuye monótonamente** con la profundidad y tiende a cero a gran profundidad

La tensión depende solo de la relación **R/z**: para el mismo z/R, un círculo grande y uno pequeño dan el mismo valor de $\Delta\sigma_z/q$

PROFUNDIDAD DE INFLUENCIA

$\Delta\sigma_z/q$	z/R
0.50	1.30
0.20	2.50
0.10	3.71
0.05	5.36

A una profundidad de 3.7R, la tensión desciende a solo una décima parte de su valor en la superficie.

$\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$

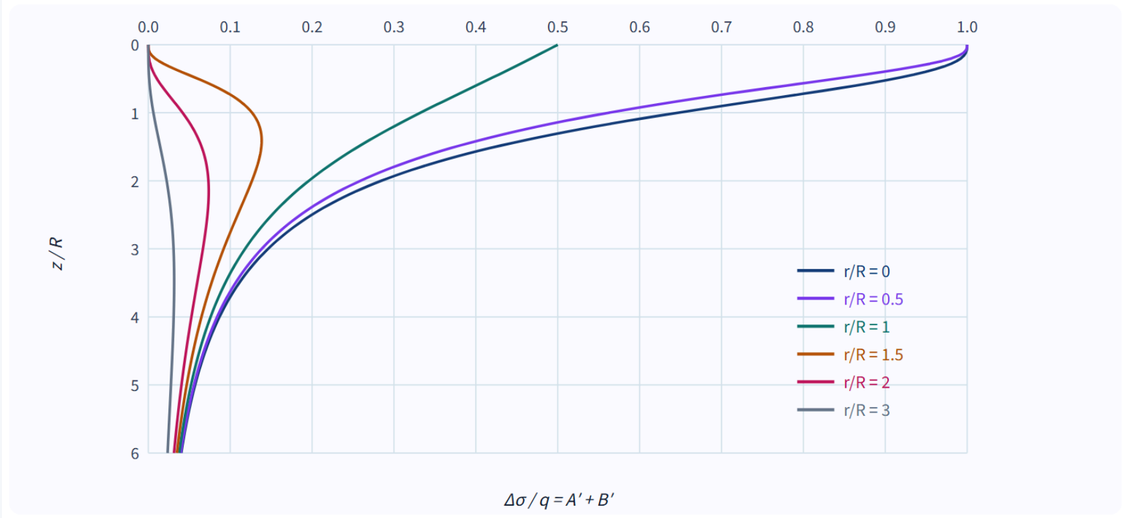
TEORÍA

$$\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$$

A′ y B′ son dos partes que dependen de las relaciones **z/R** y **r/R**; surgen de la descomposición de la integral y, para $\Delta\sigma_z$, solo se necesita su **suma**

En el eje (r = 0) se reduce a la expresión cerrada total; **bajo el borde** (r/R = 1) parte de 0.5 en la superficie

Junto a la carga el valor parte de cero, primero aumenta y después disminuye



Integral polar respecto al punto

TEORÍA

No se interpola entre tablas: la solución de Boussinesq se integra directamente sobre el círculo en coordenadas polares **ρ, φ** con origen en el punto situado bajo A

En cada dirección φ, el rayo corta el círculo cargado entre **ρ_1** y **ρ_2** ($\rho_1 = 0$ si A está bajo la carga); el elemento de carga es q ρ dρ dφ

$$d\sigma_z = \frac{3q}{2\pi}\,\frac{z^3\,\rho}{(\rho^2+z^2)^{5/2}}\,d\rho\,d\varphi$$

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{3z^3\rho\,d\rho}{(\rho^2+z^2)^{5/2}} = \frac{z^3}{(\rho_1^2+z^2)^{3/2}} - \frac{z^3}{(\rho_2^2+z^2)^{3/2}}$$

A′ + B′ y suma numérica

TEORÍA

$$A' + B' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{z^3}{(\rho_1^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{z^3}{(\rho_2^2 + z^2)^{3/2}} \right] d\varphi$$

$$\rho_{1,2} = -r \cos\varphi \mp \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2\varphi}$$

El integrando de la integral restante en φ es continuo y se suma numéricamente sobre **2880 direcciones**; para r = 0, ρ_1 = 0 y ρ_2 = R, y la expresión vuelve a la **solución de forma cerrada**

VALORES DE A′ + B′

z/R	r/R	A′ + B′
1.0	1.0	0.33224
1.0	1.5	0.12664
2.0	0.4	0.26781
2.0	2.0	0.07334
0.5	0.8	0.64625
4.0	1.5	0.06487

Superposición

TEORÍA

Cada círculo se define mediante su propio **q, R** y su centro en la superficie del terreno (x_L, y_L) (como máximo ocho círculos en el módulo)

Dos círculos **pueden tocarse, pero no solaparse**: la distancia entre centros es al menos $R_1 + R_2$

Como el terreno es elástico, la tensión de cada círculo se obtiene con **su propia distancia r del punto A al centro de ese círculo**, y las tensiones se suman

$$\Delta\sigma_z = \sum_k q_k \, (A' + B')_k \qquad r_k = \sqrt{(x - x_{L,k})^2 + (y - y_{L,k})^2}$$

Enunciado

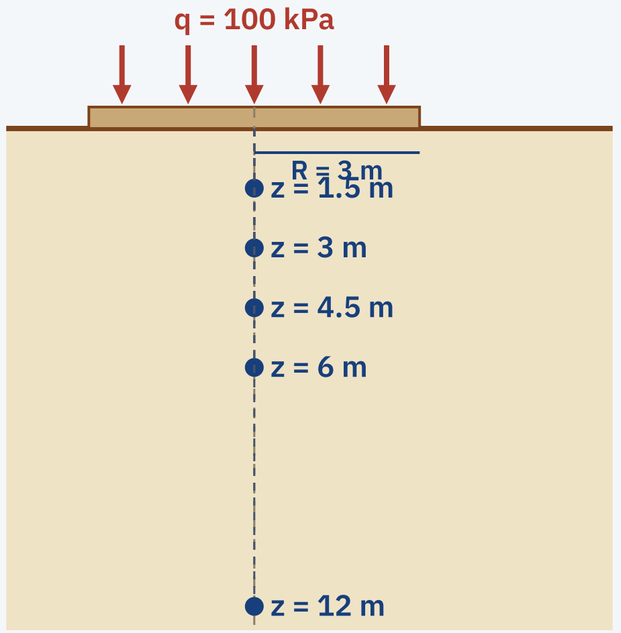
EJEMPLO

SE PIDE

$\Delta\sigma_z$ con la expresión cerrada (primero detallado para z = 1.5 m), **A′ + B′**; profundidad a la que $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$.

Datos

Círculo	**flexible, $R = 3$ m, $q = 100$ kN/m²**
Puntos	**sobre el eje del círculo ($r = 0$): $z = 1.5; 3; 4.5; 6; 12$ m**



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Relaciones

$$R/z = 3/1.5 = 2 \qquad (R/z)^2 + 1 = 4 + 1 = \mathbf{5}$$

2 Exponente y valor inverso

$$5^{3/2} = 11.1803 \qquad 1/11.1803 = 0.08944$$

3 Tensión vertical

$$\Delta\sigma_z = q\,(1 - 0.08944) = 100\,(0.91056) = \mathbf{91.06}\ \mathrm{kPa}$$

A la profundidad z = 1.5 m, **A′ + B′ = 0.91056** y **$\Delta\sigma_z$ = 91.06 kPa**: se transmite el 91.1 % de la carga en la superficie.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

z (m)	z/R	$(R/z)^2 + 1$	$[\ldots]^{3/2}$	$1 - 1/[\ldots]^{3/2}$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
1.5	0.50	5.000	11.1803	0.91056	**91.06**
3.0	1.00	2.000	2.8284	0.64645	**64.64**
4.5	1.50	1.444	1.7360	0.42397	**42.40**
6.0	2.00	1.250	1.3975	0.28446	**28.45**
12.0	4.00	1.062	1.0952	0.08692	**8.69**

En el eje la tensión disminuye en un solo sentido: **91.1 → 8.7 kPa** (z = 1.5 m → 12 m). La fila z = 1.5 m es el cálculo resuelto a mano; cada fila se obtiene con la misma expresión. A z = 3 m la tensión es aproximadamente el 65 % de la carga en la superficie y a z = 12 m, el 9 %.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

4 Profundidad a la que $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$

$$\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2} = 1/0.90 \;\Rightarrow\; (R/z)^2 = 1.0728 - 1 = 0.0728$$

$$z/R = 1/\sqrt{0.0728} = \mathbf{3.707} \;\Rightarrow\; z = 3\,(3.707) = \mathbf{11.12}\ \mathrm{m}$$

La profundidad a la que $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$ es de **11.12 m** (z/R = 3.707): a esta profundidad la tensión en el eje ha descendido a la décima parte de la carga en superficie. El valor mitad (0.50 q) corresponde a z/R = 1.305, es decir, a 3.91 m.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

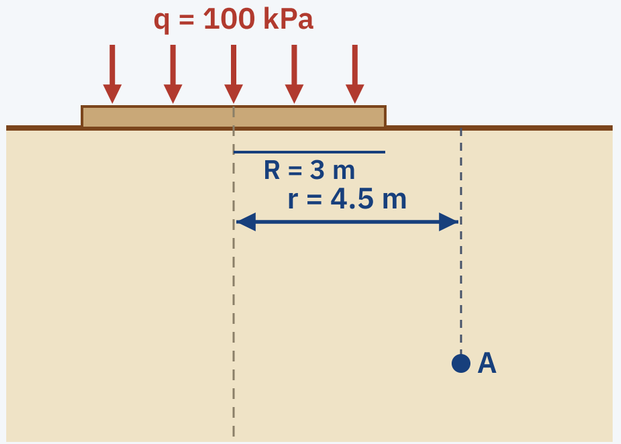
EJEMPLO

Datos

Círculo	**flexible, $R = 3$ m, $q = 100$ kN/m²**
Punto A	**a $r = 4.5$ m del centro ($r/R = 1.5$; fuera de la carga), $z = 3$ m ($z/R = 1$)**
Método	**integral polar: primero a mano, con $N = 36$ direcciones; después las 2880 direcciones del módulo**

SE PIDE

A′ + B′ y **$\Delta\sigma_z$**; efecto del número de direcciones sobre el resultado.



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

1 Distancias a las que el rayo corta el círculo

$$\rho_{1,2} = -r\cos\varphi \mp \sqrt{R^2 - r^2\sin^2\varphi} = -4.5\cos\varphi \mp \sqrt{9 - 20.25\sin^2\varphi}$$

2 ¿En qué direcciones incide el rayo sobre el círculo?

$$R^2 - r^2\sin^2\varphi \geq 0 \;\Rightarrow\; |\sin\varphi| \leq R/r = 0.6667 \;\text{ y }\; \rho > 0 \;\Rightarrow\; \cos\varphi < 0$$

Como A está fuera del círculo, solo contribuyen las direcciones que miran hacia el círculo: **138.19° < φ < 221.81°**.

El rayo incide sobre el círculo solo en el intervalo **138.19° < φ < 221.81°**. Si se toman **N = 36** direcciones, resulta φ_i = 5°, 15°, 25°, ...; de ellas solo **8** están en este intervalo: 145°, 155°, 165°, 175° y sus simétricas 185°, 195°, 205°, 215°.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

3 Contribución de un rayo y valor medio

$$F(\rho) = \frac{z^3}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{27}{(\rho^2 + 9)^{3/2}} \qquad g(\varphi) = F(\rho_1) - F(\rho_2)$$

$$A' + B' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} g(\varphi_i) \qquad \varphi_i = \left(i - \tfrac{1}{2}\right) \frac{360^\circ}{N}$$

φ (°)	cos φ	$R^2 - r^2 \sin^2\varphi$	ρ_1	ρ_2	$F(\rho_1)$	$F(\rho_2)$	$g = F(\rho_1) - F(\rho_2)$
145	−0.8192	2.3380	2.1571	5.2152	0.5352	0.1240	**0.4112**
155	−0.9063	5.3832	1.7582	6.3986	0.6422	0.0765	**0.5657**
165	−0.9659	7.6435	1.5820	7.1114	0.6921	0.0587	**0.6334**
175	−0.9962	8.8462	1.5086	7.4571	0.7131	0.0520	**0.6611**

Los rayos de 185°, 195°, 205°, 215° son simétricos de los de 175°, 165°, 155°, 145°: dan los mismos valores de g. g(145°) = 0.4112 y g(175°) = 0.6611.

Solución (3/3)

SOLUCIÓN

4 Total (N = 36)

$$\sum g = 2\,(0.4112 + 0.5657 + 0.6334 + 0.6611) = 4.5427$$

$$A' + B' \approx \frac{4.5427}{36} = 0.12619 \quad \Rightarrow \quad \Delta\sigma_z \approx 100\,(0.12619) = \mathbf{12.62}\ \mathrm{kPa}$$

5 El resultado converge al aumentar el número de direcciones

N	6	12	24	36	72	180	720	2880
$\Delta\sigma_z$ (kPa)	16.856	10.556	13.200	12.619	12.541	12.688	12.667	12.664

El módulo utiliza **2880 direcciones**: **A′ + B′ = 0.12664**, **$\Delta\sigma_z$ = 12.664 kPa**. El valor tabulado para el mismo punto es 0.12663; el resultado manual con 36 direcciones (12.62) difiere de este solo en un 0.4 %.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

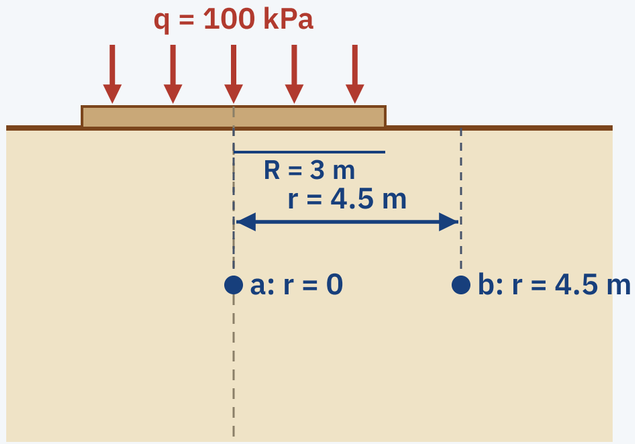
EJEMPLO

SE PIDE

$\Delta\sigma_z$ en ambas líneas; la **tensión máxima** y su profundidad en la línea (b).

Datos

Círculo	**flexible,** $R = 3$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
Puntos	**(a) eje,** $r = 0$**; (b)** $r = 4.5$ **m** $(r/R = 1.5)$
Profundidades	$z = 1.5; 3; 4.5; 6; 12$ **m**



Solución (1/3)

SOLUCIÓN

z (m)	z/R	(a) A′ + B′	(a) $\Delta\sigma_z$ (kPa)	(b) A′ + B′	(b) $\Delta\sigma_z$ (kPa)
1.5	0.50	0.91056	91.06	0.06044	**6.04**
3.0	1.00	0.64645	64.64	0.12664	**12.66**
4.5	1.50	0.42397	42.40	0.13793	**13.79**
6.0	2.00	0.28446	28.45	0.12646	**12.65**
12.0	4.00	0.08692	8.69	0.06487	**6.49**

Eje: 91.1 → 8.7 kPa, disminuye en un único sentido. **Fuera de la carga (r = 4.5 m):** 6.04 → 13.79 → 6.49 kPa; primero **aumenta** y después disminuye: la carga se extiende lateralmente con la profundidad.

Cada fila es un valor A′ + B′ de dirección 2880; la fila z = 3 m de la columna (b) es el resultado del Ejemplo 2.

Solución (2/3)

SOLUCIÓN

1 A′ + B′ a lo largo de la línea r/R = 1.5, en función de la profundidad

z/R	z (m)	A′ + B′	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
1.00	3.00	0.12664	**12.66**
1.20	3.60	0.13569	**13.57**
1.41	4.23	0.13833	**13.83**
1.60	4.80	0.13670	**13.67**
1.80	5.40	0.13238	**13.24**
2.00	6.00	0.12646	**12.65**

En la línea r/R = 1.5, la **máxima tensión se produce a una profundidad z ≈ 4.23 m** (z/R = 1.41), con **13.83 kPa**: fuera de la carga, la tensión alcanza su valor máximo en profundidad y luego disminuye.

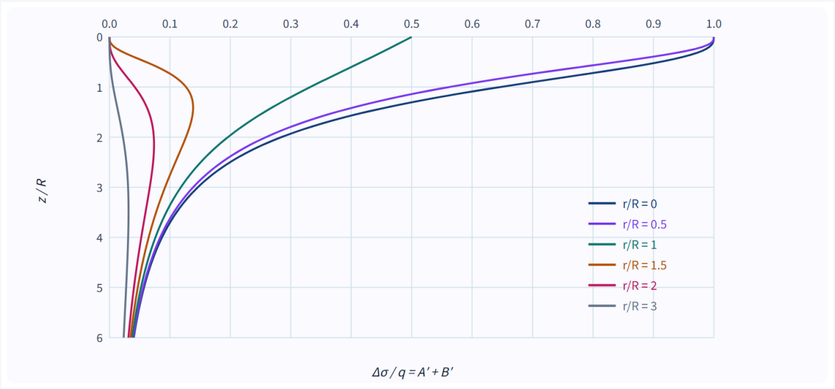
Solución (3/3)

SOLUCIÓN

2 Valor máximo hacia el exterior

r/R	mayor A′ + B′	profundidad z/R
1.5	0.1383	1.41
2.0	0.0737	2.15
3.0	0.0317	3.48

A medida que el punto se aleja del círculo, la tensión máxima se sitúa **más profunda y es menor**: para r/R = 1.5, z/R = 1.41; para r/R = 3, z/R = 3.48.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Tabla	**Valores de $A' + B'$: $z/R = 0.25$ … 6; $r/R = 0$ … 3**
Otro círculo	$R = 5$ **m,** $q = 120$ **kN/m²; punto** $r = 7.5$ **m,** $z = 5$ **m**

SE PIDE

Tabla A′ + B′; en el segundo círculo, **$\Delta\sigma_z$** (de la tabla) y por cálculo directo.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

z/R \ r/R	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
0.25	0.9857	0.9658	0.4596	0.0142	0.0016	0.0001
0.50	0.9106	0.8396	0.4175	0.0604	0.0105	0.0010
1.00	0.6464	0.5622	0.3322	0.1266	0.0418	0.0062
1.50	0.4240	0.3750	0.2562	0.1379	0.0650	0.0146
2.00	0.2845	0.2589	0.1960	0.1265	0.0733	0.0225
3.00	0.1462	0.1384	0.1181	0.0919	0.0666	0.0309
4.00	0.0869	0.0840	0.0761	0.0649	0.0526	0.0311
6.00	0.0403	0.0396	0.0377	0.0349	0.0314	0.0236

La columna **r/R = 0** es la solución cerrada; para **r/R = 1**, el valor tiende a 0.5 al aproximarse a la superficie (0.4596 en z/R = 0.25); en las columnas **r/R ≥ 1.5** el valor primero aumenta y luego disminuye. Cada número de la tabla es una integral evaluada en 2880 direcciones.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 Relaciones

$$\frac{z}{R} = \frac{5}{5} = 1.0 \qquad \frac{r}{R} = \frac{7.5}{5} = 1.5$$

2 Coeficiente y tensión de la tabla

$$A' + B' \left(z/R = 1;\ r/R = 1.5\right) = 0.12664$$

$$\Delta\sigma_z = q\left(A' + B'\right) = 120\left(0.12664\right) = \mathbf{15.20}\ \mathrm{kPa}$$

$\Delta\sigma_z/q$ depende únicamente de **z/R** y **r/R**: en un círculo de R = 5 m las mismas relaciones dan el coeficiente del círculo de R = 3 m del Ejemplo 2 (**0.12664**); la tensión solo escala con q (15.20 kPa).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

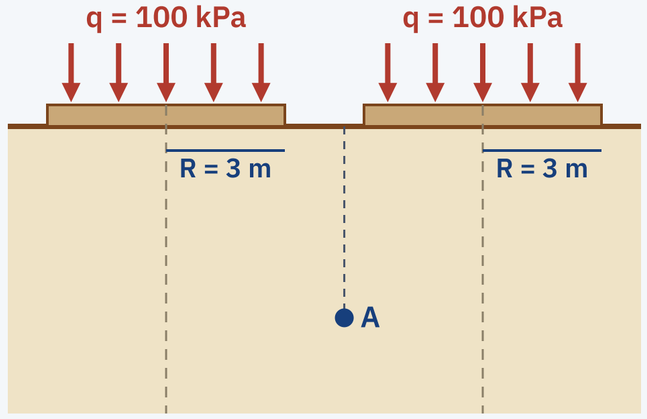
EJEMPLO

Datos

Círculo 1	$R = 3$ m, $q = 100$ kN/m², centro $x = 0$
Círculo 2	$R = 3$ m, $q = 100$ kN/m², centro $x = 8$ m
Punto A	$x = 4.5$ m, $y = 0$; $z = 3$ m (además 1.5; 4.5; 6; 12 m)

SE PIDE

$\Delta\sigma_z$ de los dos círculos por separado y en conjunto; perfil en profundidad.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Comprobación de solape (los círculos no se solapan; hay 2 m entre ellos) y distancias

$$d = 8\ \text{m} \ \geq R_1 + R_2 = 6\ \text{m}$$

$$r_1 = 4.5\ \text{m}\ (r_1/R = 1.5) \qquad r_2 = 8 - 4.5 = 3.5\ \text{m}\ (r_2/R = 1.1667)$$

2 Factor de influencia y tensión de cada círculo (z/R = 1)

$$A' + B'_{(1)} = 0.12664 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z(1)} = 100\,(0.12664) = 12.664\ \text{kPa}$$

$$A' + B'_{(2)} = 0.25049 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z(2)} = 100\,(0.25049) = 25.049\ \text{kPa}$$

3 Superposición

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 12.664 + 25.049 = \mathbf{37.714}\ \text{kPa}$$

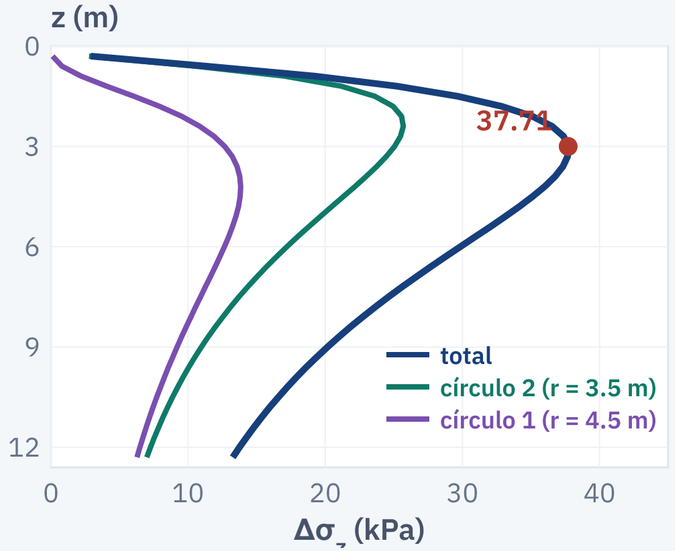
A está más cerca del segundo círculo (3.5 m y 4.5 m): el **círculo 2 aporta el 66 % del total**. El total es $\Delta\sigma_z$ = **37.71 kPa**; el valor de un solo círculo era 12.66 kPa.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

z (m)	z/R	$r_1/R = 1.5$	$r_2/R = 1{,}167$	$\Delta\sigma_{z(1)}$	$\Delta\sigma_{z(2)}$	Total
1.5	0.50	0.06044	0.23608	6.04	23.61	**29.65**
3.0	1.00	0.12664	0.25049	12.66	25.05	**37.71**
4.5	1.50	0.13793	0.21324	13.79	21.32	**35.12**
6.0	2.00	0.12646	0.17204	12.65	17.20	**29.85**
12.0	4.00	0.06487	0.07258	6.49	7.26	**13.75**

La tensión total en z = 3 m es de **37.71 kPa**; la contribución del círculo 2 disminuye con la profundidad, mientras que la del círculo 1 aumenta hasta 4.5 m. El resultado es la suma de los valores obtenidos con la distancia r propia de cada círculo.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

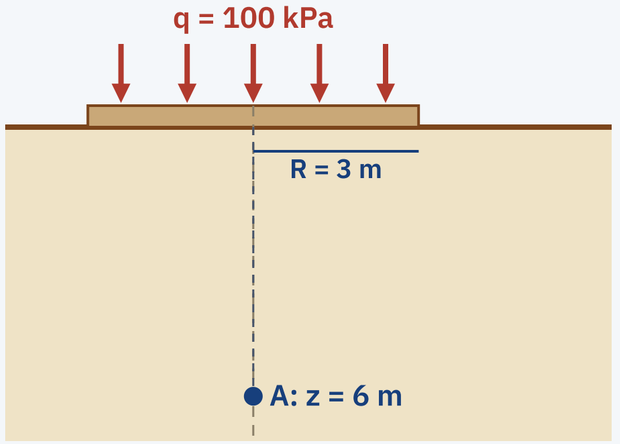
EJEMPLO

Datos

Círculo	$R = 3$ m, $q = 100$ kN/m²; carga total $Q = q\pi R^2 = 2827.4$ kN
Carga puntual	en el centro del mismo círculo Q: $\Delta\sigma_z = Q\, I_1/z^2$, $I_1 = \frac{3}{2\pi}[(r/z)^2 + 1]^{-5/2}$
Puntos	en el eje ($r = 0$) y en $r = 2R$; $z/R = 1; 2; 3; 5; 10$

SE PIDE

Relación entre las dos soluciones; ¿a partir de qué profundidad es aceptable la aproximación de carga puntual?



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Carga total

$$Q = q\pi R^2 = 100\,\pi\,(3)^2 = \mathbf{2{,}827.4}\ \mathrm{kN}$$

2 Carga puntual (Boussinesq), sobre el eje r = 0

$$\Delta\sigma_z = \frac{Q}{z^2}\,\frac{3}{2\pi} = \frac{2{,}827.4}{36}\,(0.4775) = \mathbf{37.50}\ \mathrm{kPa}$$

3 Círculo (expresión cerrada, z = 6 m)

$$\Delta\sigma_z = 100\left(1 - \frac{1}{(0.25+1)^{3/2}}\right) = \mathbf{28.45}\ \mathrm{kPa}$$

A la profundidad z = 2R, la aproximación de carga puntual da una tensión **1.318 veces** mayor (31.8 %): 37.5 kPa en lugar de 28.4 kPa.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

r/R	z/R	Círculo $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Carga puntual $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Carga puntual / circular
0	1	64.645	150.000	**2.320**
0	2	28.446	37.500	**1.318**
0	3	14.619	16.667	**1.140**
0	5	5.713	6.000	**1.050**
0	10	1.481	1.500	**1.013**
2	1	4.181	2.683	**0.642**
2	2	7.334	6.629	**0.904**
2	3	6.663	6.647	**0.997**
2	5	4.048	4.140	**1.023**
2	10	1.346	1.360	**1.010**

En el eje, para z/R = 1, la carga puntual sobrestima la tensión en un factor de **2.32**; para z = 5R la diferencia es del 5.0%, y para z = 10R queda en el 1.3%. Para r = 2R la aproximación queda **por defecto** (0.64) cerca de la superficie, mientras que para z ≥ 3R la diferencia no supera el 3%.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Resumen

Puntos clave

En el eje: $\Delta\sigma_z = q\{1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}\}$; para z = 1.5 m, 91.06 kPa (A′ + B′ = 0.91056); la profundidad a la que $\Delta\sigma_z$ = 0.10 q es **3.71R** (11.12 m)

Punto general: $\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$; A′ + B′ depende únicamente de z/R y r/R. **Ejemplo (r = 4.5 m; z = 3 m):** A′ + B′ = 0.12664, **$\Delta\sigma_z$ = 12.664 kPa**

Cálculo: integral de Boussinesq en el punto A en coordenadas polares; ρ en forma cerrada, φ numérica (2880 direcciones). A mano con 36 direcciones: 12.62 kPa

Fuera de la carga (r/R = 1.5) la tensión primero aumenta: valor máximo 13.83 kPa a z ≈ 4.23 m; bajo el borde, 0.5 q en la superficie

Dos círculos: las tensiones se obtienen con la distancia r propia de cada círculo y se suman: 12.66 + 25.05 = 37.71 kPa. La aproximación de **carga puntual** es errónea cerca de la carga (×1.32 en z = 2R) y resulta válida para z ≥ 5R

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Ahlvin, R.G. and Ulery, H.H. (1962). Tabulated values for determining the complete pattern of stresses, strains, and deflections beneath a uniform circular load on a homogeneous half space. Highway Research Bulletin 342, 1–13.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con un círculo de R = 3 m, q = 100 kN/m² y el punto A (r = 4.5 m; z = 3 m).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva los círculos (q, R, centro), el punto A y la profundidad; el módulo proporciona conjuntamente A′ + B′, el valor de $\Delta\sigma_z$, las isobaras, el perfil en profundidad, la solución paso a paso y el informe.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com