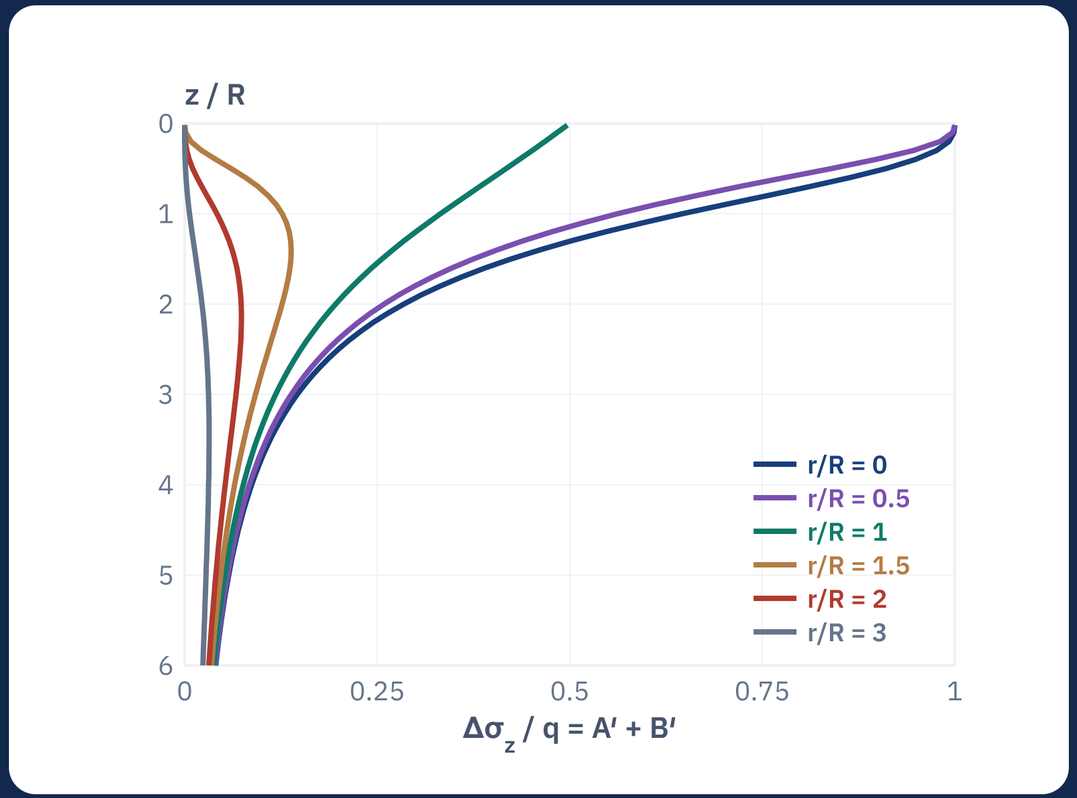
Geotechnische Vorlesungspräsentation · Spannungen im Baugrund

Spannung unter einer Kreislast

Vorlesung: vertikale Spannung unter einer Kreislast; geschlossene Lösung auf der Achse, A′ + B′ außerhalb der Achse; Rechenbeispiele mit Handrechnung.

Auf der Achse | A′ + B′ | Polares Integral | Außerhalb der Last | Mehrere Kreise



Einführung

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Den vertikalen Spannungszuwachs unter einer **Kreisfläche** mit gleichmäßig verteilter Last (Tank, Silo, Kreisfundament): **$\Delta\sigma_z$**

Auf der Achse des Kreises geschlossene Formel: $\Delta\sigma_z = q\{1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}\}$

Außermittig, unter dem Rand und neben dem Rand: **$\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$**; $A' + B'$ hängt nur von z/R und r/R ab

Die Auswertung des Boussinesq-Integrals **in Polarkoordinaten am Punkt A**: das ρ-Integral geschlossen, das φ-Integral numerisch

Dass außerhalb der Last die Spannung **zunächst zunimmt und dann abnimmt**; dass die Spannungen mehrerer Kreise **summiert werden**

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Formel und Begründung

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielkreis: R = 3 m, q = 100 kN/m²; der Punkt A liegt im Abstand r = 4.5 m von der Achse des Kreises und in einer Tiefe z = 3 m (außerhalb der Lastfläche).

Gleichmäßig belastete Kreisfläche

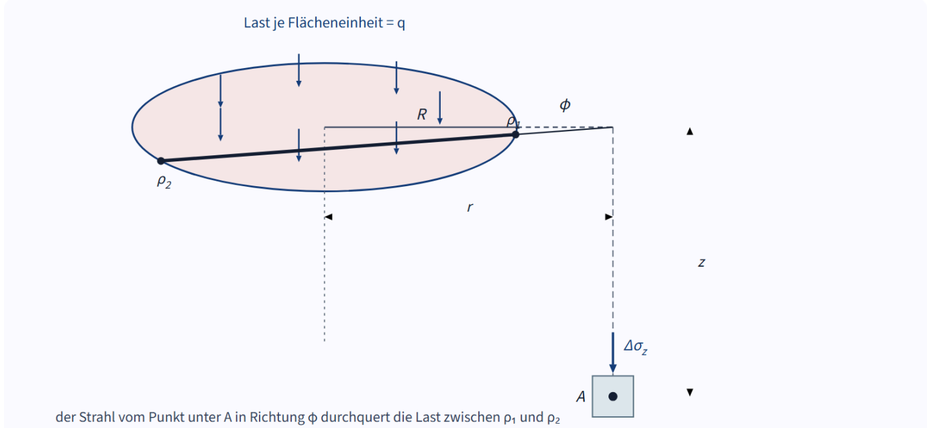
THEORIE

Flexible Kreisfläche mit dem Radius **R** unter gleichmäßiger Pressung **q** (Tank, Silo, Kreisfundament)

Der Boden ist ein **homogener, isotroper und linear elastischer** halbunendlicher Halbraum; $\Delta\sigma_z$ ist nur der durch die Last erzeugte Zuwachs

Das Problem ist **axialsymmetrisch**: die Spannung hängt nur vom horizontalen Abstand **r** von der Mitte und von der Tiefe **z** ab, nicht von der Richtung

Unter dem Mittelpunkt (r = 0) gibt es einen **geschlossenen Ausdruck**; außerhalb der Achse, unterhalb und seitlich des Randes haben Ahlvin und Ulery (1962) das Integral ausgewertet und als **A′ und B′** tabelliert



Unter dem Mittelpunkt des Kreises: geschlossene Lösung

THEORIE

$$\Delta\sigma_z = q\left\{1 - \frac{1}{\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2}}\right\}$$

An der Oberfläche ($z \to 0$) ist $\Delta\sigma_z = q$; mit der Tiefe **nimmt sie monoton ab** und strebt in großer Tiefe gegen null

Die Spannung hängt nur vom Verhältnis **R/z** ab: für dasselbe z/R ergeben ein großer und ein kleiner Kreis denselben Wert $\Delta\sigma_z/q$

EINFLUSSTIEFE

$\Delta\sigma_z/q$	z/R
0.50	1.30
0.20	2.50
0.10	3.71
0.05	5.36

In einer Tiefe von 3.7R sinkt die Spannung auf nur ein Zehntel ihres Wertes an der Oberfläche.

$\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$

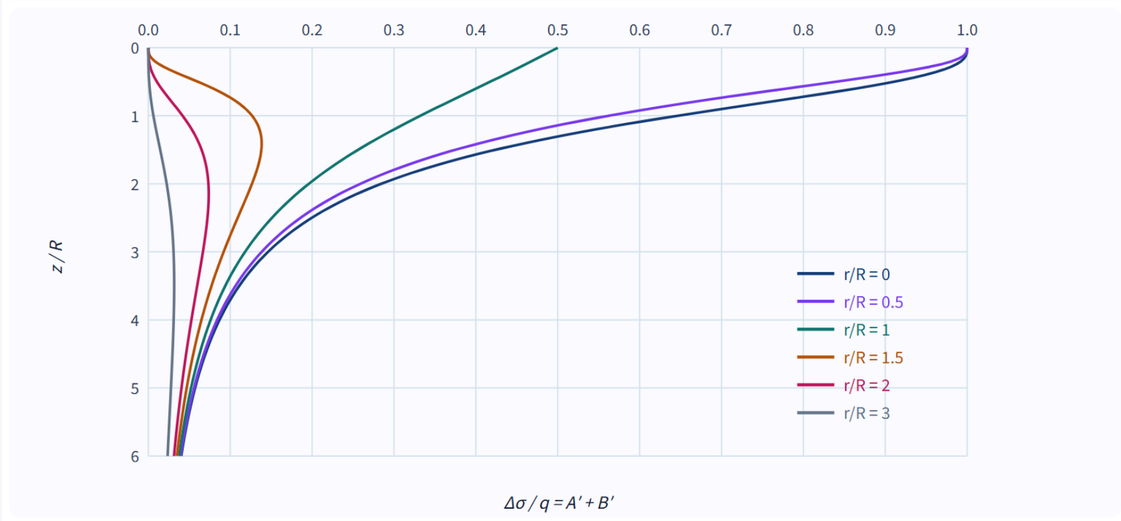
THEORIE

$$\Delta\sigma_z = q\,(A' + B')$$

A′ und B′ sind zwei Anteile, die von den Verhältnissen **z/R** und **r/R** abhängen; sie entstehen aus der Zerlegung des Integrals, und für $\Delta\sigma_z$ wird nur ihre **Summe** benötigt

Auf der Achse (r = 0) reduziert sich der Ausdruck auf eine geschlossene Gesamtformel; **unter dem Rand** (r/R = 1) beginnt er an der Oberfläche bei 0.5

Neben der Last beginnt der Wert bei null, nimmt zunächst zu und dann ab



Polares Integral um den Punkt

THEORIE

Zwischen den Tabellen wird nicht interpoliert: Die Boussinesq-Lösung wird direkt über den Kreis in den **ρ, φ**-Polarkoordinaten integriert, deren Ursprung im Punkt unterhalb des Punktes A liegt

In jeder Richtung φ schneidet der Strahl den belasteten Kreis zwischen $\boldsymbol{\rho_1}$ und $\boldsymbol{\rho_2}$ ($\rho_1 = 0$, wenn A unter der Last liegt); das Lastelement ist q ρ dρ dφ

$$d\sigma_z = \frac{3q}{2\pi}\,\frac{z^3\,\rho}{(\rho^2+z^2)^{5/2}}\,d\rho\,d\varphi$$

$$\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{3z^3\rho\,d\rho}{(\rho^2+z^2)^{5/2}} = \frac{z^3}{(\rho_1^2+z^2)^{3/2}} - \frac{z^3}{(\rho_2^2+z^2)^{3/2}}$$

A′ + B′ und numerische Summe

THEORIE

$$A' + B' = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[\frac{z^3}{(\rho_1^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{z^3}{(\rho_2^2 + z^2)^{3/2}} \right] d\varphi$$

$$\rho_{1,2} = -r \cos\varphi \mp \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2\varphi}$$

Der Integrand des verbleibenden φ-Integrals ist stetig und wird über **2880 Richtungen** numerisch summiert; bei r = 0 wird $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = R$, und der Ausdruck geht in die **geschlossene Lösung** über

WERTE A′ + B′

z/R	r/R	A′ + B′
1.0	1.0	0.33224
1.0	1.5	0.12664
2.0	0.4	0.26781
2.0	2.0	0.07334
0.5	0.8	0.64625
4.0	1.5	0.06487

Superposition

THEORIE

Jeder Kreis wird durch sein eigenes **q, R** und seinen Mittelpunkt an der Geländeoberfläche (x_L, y_L) definiert (im Modul höchstens acht Kreise)

Zwei Kreise **dürfen sich berühren, aber nicht überlappen**: Der Abstand der Mittelpunkte beträgt mindestens $R_1 + R_2$

Da der Boden elastisch ist, wird die Spannung jedes Kreises mit **dem eigenen Radialabstand r vom Punkt A zum Mittelpunkt dieses Kreises** ermittelt, und die Spannungen werden summiert

$$\Delta\sigma_z = \sum_k q_k \, (A' + B')_k \qquad r_k = \sqrt{(x - x_{L,k})^2 + (y - y_{L,k})^2}$$

Aufgabe

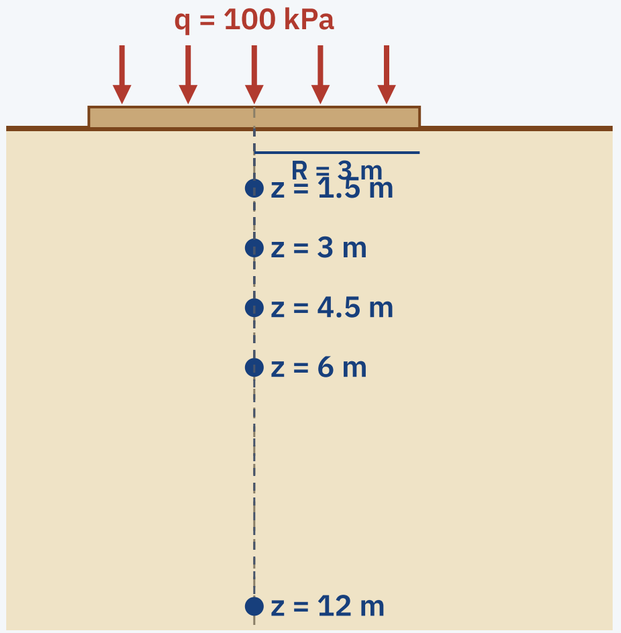
BEISPIEL

GESUCHT

Geschlossene Lösung für $\Delta\sigma_z$ (zunächst ausführlich für z = 1.5 m), **A′ + B′**; die Tiefe, in der $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$ gilt.

Gegeben

Kreis	**elastisch,** $R = 3$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
Punkte	**auf der Achse des Kreises (**$r = 0$**):** $z = 1.5; 3; 4.5; 6; 12$ **m**



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Verhältnisse

$$R/z = 3/1.5 = 2 \qquad (R/z)^2 + 1 = 4 + 1 = \mathbf{5}$$

2 Exponent und Kehrwert

$$5^{3/2} = 11.1803 \qquad 1/11.1803 = 0.08944$$

3 Vertikale Spannung

$$\Delta\sigma_z = q\,(1 - 0.08944) = 100\,(0.91056) = \mathbf{91.06}\ \mathrm{kPa}$$

Bei z = 1.5 m Tiefe: **A′ + B′ = 0.91056** und **$\Delta\sigma_z$ = 91.06 kPa**: 91.1 % der Oberflächenlast werden übertragen.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

z (m)	z/R	$(R/z)^2 + 1$	$[\ldots]^{3/2}$	$1 - 1/[\ldots]^{3/2}$	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
1.5	0.50	5.000	11.1803	0.91056	**91.06**
3.0	1.00	2.000	2.8284	0.64645	**64.64**
4.5	1.50	1.444	1.7360	0.42397	**42.40**
6.0	2.00	1.250	1.3975	0.28446	**28.45**
12.0	4.00	1.062	1.0952	0.08692	**8.69**

Auf der Achse nimmt die Spannung in einer Richtung ab: **91.1 → 8.7 kPa** (z = 1.5 m → 12 m). Die Zeile z = 1.5 m ist die von Hand gelöste Berechnung; jede Zeile wird mit demselben Ausdruck ermittelt. Bei z = 3 m beträgt die Spannung etwa 65 % der Oberflächenlast, bei z = 12 m sind es 9 %.

Lösung (3/3)

LÖSUNG

4 Tiefe, bei der $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$

$$\left[(R/z)^2 + 1\right]^{3/2} = 1/0.90 \;\Rightarrow\; (R/z)^2 = 1.0728 - 1 = 0.0728$$

$$z/R = 1/\sqrt{0.0728} = \mathbf{3.707} \;\Rightarrow\; z = 3\,(3.707) = \mathbf{11.12}\ \mathrm{m}$$

Die Tiefe, in der $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$ gilt, ist **11.12 m** (z/R = 3.707): In dieser Tiefe ist die Spannung auf der Achse auf ein Zehntel der Oberflächenlast abgefallen. Der Halbwert (0.50 q) liegt bei z/R = 1.305, also bei 3.91 m.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

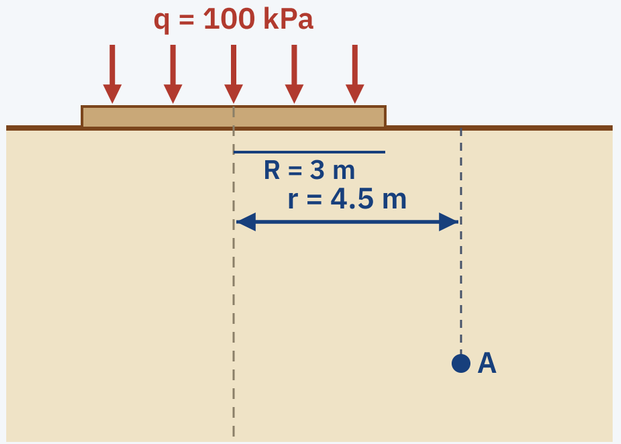
BEISPIEL

Gegeben

Kreis	**elastisch, $R = 3$ m, $q = 100$ kN/m²**
Punkt A	**$r = 4.5$ m vom Mittelpunkt ($r/R = 1.5$; außerhalb der Last), $z = 3$ m ($z/R = 1$)**
Verfahren	**Polares Integral: zunächst von Hand, Richtung $N = 36$; dann die 2880 Richtungen des Moduls**

GESUCHT

A′ + B′ und **$\Delta\sigma_z$**; der Einfluss der Anzahl der Richtungen auf das Ergebnis.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

1 Entfernungen, in denen der Strahl den Kreis schneidet

$$\rho_{1,2} = -r\cos\varphi \mp \sqrt{R^2 - r^2\sin^2\varphi} = -4.5\cos\varphi \mp \sqrt{9 - 20.25\sin^2\varphi}$$

2 In welchen Richtungen treffen die Strahlen auf den Kreis?

$$R^2 - r^2\sin^2\varphi \geq 0 \;\Rightarrow\; |\sin\varphi| \leq R/r = 0.6667 \;\text{ und }\; \rho > 0 \;\Rightarrow\; \cos\varphi < 0$$

Da A außerhalb des Kreises liegt, tragen nur die zum Kreis weisenden Richtungen bei: **138.19° < φ < 221.81°**.

Der Strahl trifft den Kreis nur im Bereich **138.19° < φ < 221.81°**. Werden **N = 36** Richtungen gewählt, so ergibt sich φ_i = 5°, 15°, 25°, …; davon liegen nur **8** in diesem Bereich: 145°, 155°, 165°, 175° und ihre symmetrischen Gegenstücke 185°, 195°, 205°, 215°.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

3 Beitrag eines Strahls und Mittelwert

$$F(\rho) = \frac{z^3}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{27}{(\rho^2 + 9)^{3/2}} \qquad g(\varphi) = F(\rho_1) - F(\rho_2)$$

$$A' + B' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} g(\varphi_i) \qquad \varphi_i = \left(i - \tfrac{1}{2}\right) \frac{360^\circ}{N}$$

φ (°)	cos φ	$R^2 - r^2 \sin^2\varphi$	ρ_1	ρ_2	$F(\rho_1)$	$F(\rho_2)$	$g = F(\rho_1) - F(\rho_2)$
145	−0.8192	2.3380	2.1571	5.2152	0.5352	0.1240	**0.4112**
155	−0.9063	5.3832	1.7582	6.3986	0.6422	0.0765	**0.5657**
165	−0.9659	7.6435	1.5820	7.1114	0.6921	0.0587	**0.6334**
175	−0.9962	8.8462	1.5086	7.4571	0.7131	0.0520	**0.6611**

Die Strahlen 185°, 195°, 205°, 215° sind die symmetrischen Gegenstücke zu 175°, 165°, 155°, 145°: Sie liefern dieselben g-Werte. g(145°) = 0.4112 und g(175°) = 0.6611.

Lösung (3/3)

LÖSUNG

4 Gesamt (N = 36)

$$\sum g = 2\,(0.4112 + 0.5657 + 0.6334 + 0.6611) = 4.5427$$

$$A' + B' \approx \frac{4.5427}{36} = 0.12619 \quad \Rightarrow \quad \Delta\sigma_z \approx 100\,(0.12619) = \mathbf{12.62}\ \mathrm{kPa}$$

5 Das Ergebnis konvergiert mit zunehmender Anzahl der Richtungen

N	6	12	24	36	72	180	720	2880
$\Delta\sigma_z$ (kPa)	16.856	10.556	13.200	12.619	12.541	12.688	12.667	12.664

Das Modul verwendet **2880 Richtungen**: **A′ + B′ = 0.12664**, **$\Delta\sigma_z$ = 12.664 kPa**. Der tabellierte Wert für denselben Punkt beträgt 0.12663; das Handrechenergebnis mit 36 Richtungen (12.62) weicht davon nur um 0.4 % ab.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

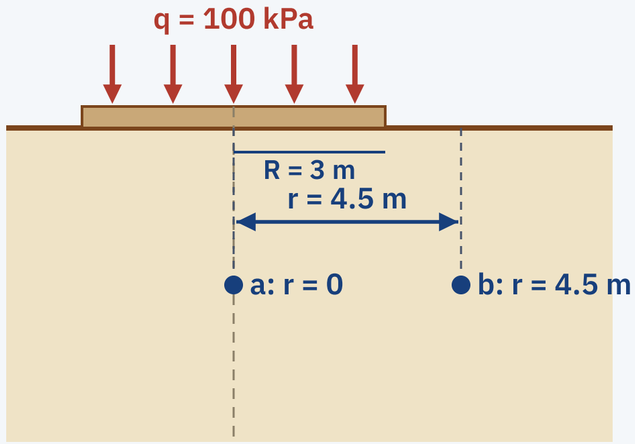
BEISPIEL

Gegeben

Kreis	**elastisch,** $R = 3$ **m,** $q = 100$ **kN/m²**
Punkte	**(a) Achse,** $r = 0$**; (b)** $r = 4.5$ **m** $(r/R = 1.5)$
Tiefen	$z = 1.5; 3; 4.5; 6; 12$ **m**

GESUCHT

$\Delta\sigma_z$ auf beiden Linien; in Linie (b) die **größte Spannung** und ihre Tiefe.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

z (m)	z/R	(a) A′ + B′	(a) $\Delta\sigma_z$ (kPa)	(b) A′ + B′	(b) $\Delta\sigma_z$ (kPa)
1.5	0.50	0.91056	91.06	0.06044	**6.04**
3.0	1.00	0.64645	64.64	0.12664	**12.66**
4.5	1.50	0.42397	42.40	0.13793	**13.79**
6.0	2.00	0.28446	28.45	0.12646	**12.65**
12.0	4.00	0.08692	8.69	0.06487	**6.49**

Achse: 91.1 → 8.7 kPa, in einer Richtung abnehmend. **Außerhalb der Last (r = 4.5 m):** 6.04 → 13.79 → 6.49 kPa; zunächst **nimmt sie zu**, dann ab: Die Last breitet sich mit der Tiefe seitlich aus.

Jede Zeile ist ein A′ + B′-Wert für 2880 Richtungen; die Zeile z = 3 m in Spalte (b) ist das Ergebnis von Beispiel 2.

Lösung (2/3)

LÖSUNG

1 A′ + B′ entlang der Geraden r/R = 1.5, über die Tiefe

z/R	z (m)	A′ + B′	$\Delta\sigma_z$ (kPa)
1.00	3.00	0.12664	**12.66**
1.20	3.60	0.13569	**13.57**
1.41	4.23	0.13833	**13.83**
1.60	4.80	0.13670	**13.67**
1.80	5.40	0.13238	**13.24**
2.00	6.00	0.12646	**12.65**

Auf der Linie r/R = 1.5 liegt die **größte Spannung in einer Tiefe von z ≈ 4.23 m** (z/R = 1.41) und beträgt **13.83 kPa**: Außerhalb der Lastfläche erreicht die Spannung in der Tiefe ihren Größtwert und nimmt danach ab.

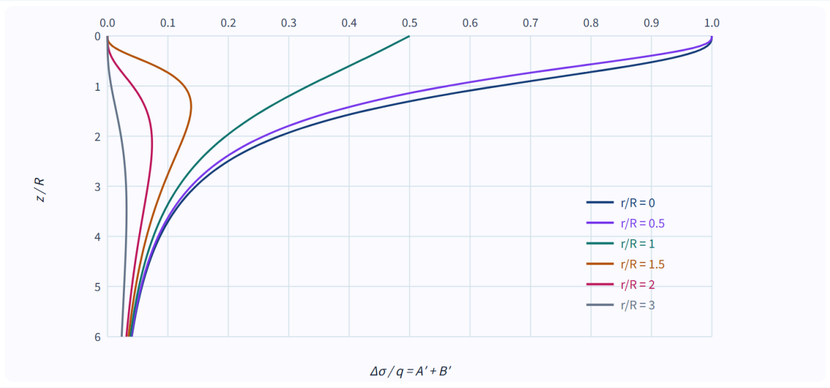
Lösung (3/3)

LÖSUNG

2 Größter Wert nach außen

r/R	größtes A′ + B′	Tiefe z/R
1.5	0.1383	1.41
2.0	0.0737	2.15
3.0	0.0317	3.48

Je weiter der Punkt vom Kreis entfernt ist, desto **tiefer und kleiner** ist die größte Spannung: für r/R = 1.5 ist z/R = 1.41, für r/R = 3 ist z/R = 3.48.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

BEISPIEL

Gegeben

Tabelle	$A' + B'$ **Werte:** $z/R = 0.25$ **…** 6**;** $r/R = 0$ **…** 3
Weiterer Kreis	$R = 5$ **m,** $q = 120$ **kN/m²; Punkt** $r = 7.5$ **m,** $z = 5$ **m**

GESUCHT

A′-+ B′-Tafel; im zweiten Kreis **Δσ$_z$** (aus der Tafel) und durch direkte Berechnung.

Lösung (1/2)

LÖSUNG

z/R \ r/R	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0
0.25	0.9857	0.9658	0.4596	0.0142	0.0016	0.0001
0.50	0.9106	0.8396	0.4175	0.0604	0.0105	0.0010
1.00	0.6464	0.5622	0.3322	0.1266	0.0418	0.0062
1.50	0.4240	0.3750	0.2562	0.1379	0.0650	0.0146
2.00	0.2845	0.2589	0.1960	0.1265	0.0733	0.0225
3.00	0.1462	0.1384	0.1181	0.0919	0.0666	0.0309
4.00	0.0869	0.0840	0.0761	0.0649	0.0526	0.0311
6.00	0.0403	0.0396	0.0377	0.0349	0.0314	0.0236

Die Spalte **r/R = 0** ist die geschlossene Lösung; bei **r/R = 1** nähert sich der Wert nahe der Oberfläche 0.5 an (0.4596 bei z/R = 0.25); in den Spalten **r/R ≥ 1.5** nimmt der Wert zunächst zu und dann ab. Jede Zahl in der Tabelle ist ein Integral über 2880 Richtungen.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 Verhältnisse

$$\frac{z}{R} = \frac{5}{5} = 1.0 \qquad \frac{r}{R} = \frac{7.5}{5} = 1.5$$

2 Beiwert und Spannung aus der Tabelle

$$A' + B' \, (z/R = 1;\ r/R = 1.5) = 0.12664$$

$$\Delta\sigma_z = q \, (A' + B') = 120 \, (0.12664) = \mathbf{15.20}\ \mathrm{kPa}$$

$\Delta\sigma_z/q$ hängt nur von **z/R** und **r/R** ab: Bei R = 5 m im Kreis ergeben dieselben Verhältnisse den Beiwert des Kreises mit R = 3 m aus Beispiel 2 (**0.12664**); die Spannung skaliert nur mit q (15.20 kPa).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

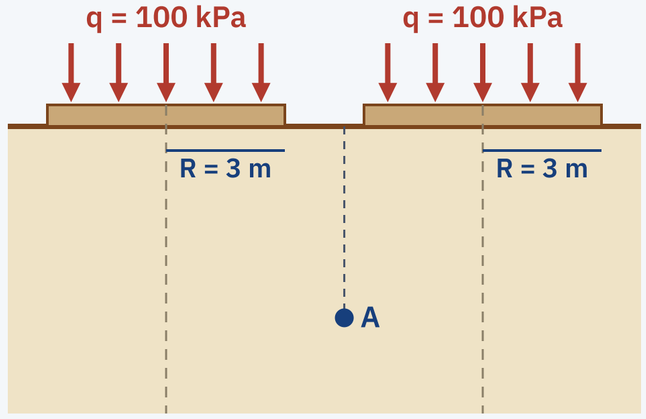
BEISPIEL

Gegeben

Kreis 1	$R = 3$ m, $q = 100$ kN/m², Mitte $x = 0$
Kreis 2	$R = 3$ m, $q = 100$ kN/m², Mittelpunkt $x = 8$ m
Punkt A	$x = 4.5$ m, $y = 0$; $z = 3$ m (auch 1.5; 4.5; 6; 12 m)

GESUCHT

Getrennte und gemeinsame $\Delta\sigma_z$ der beiden Kreise; Tiefenprofil.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Überlappungsprüfung (die Kreise überlappen sich nicht; 2 m Abstand zwischen ihnen) und Abstände

$$d = 8\ \text{m} \ \geq R_1 + R_2 = 6\ \text{m}$$

$$r_1 = 4.5\ \text{m}\ (r_1/R = 1.5) \qquad r_2 = 8 - 4.5 = 3.5\ \text{m}\ (r_2/R = 1.1667)$$

2 Einflussbeiwert und Spannung für jeden Kreis (z/R = 1)

$$A' + B'_{(1)} = 0.12664 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z(1)} = 100\,(0.12664) = 12.664\ \text{kPa}$$

$$A' + B'_{(2)} = 0.25049 \ \Rightarrow\ \Delta\sigma_{z(2)} = 100\,(0.25049) = 25.049\ \text{kPa}$$

3 Superposition

$$\Delta\sigma_z = \Delta\sigma_{z(1)} + \Delta\sigma_{z(2)} = 12.664 + 25.049 = \mathbf{37.714}\ \text{kPa}$$

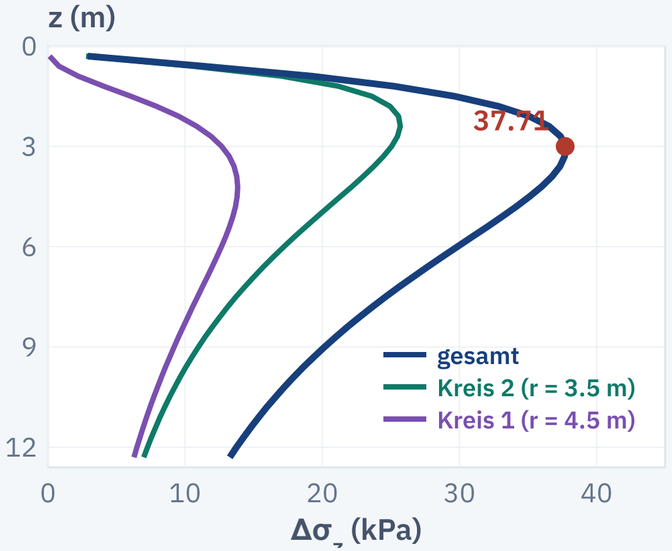
A liegt näher am zweiten Kreis (3.5 m und 4.5 m): **Kreis 2 liefert 66 % der Gesamtsumme**. Gesamt $\Delta\sigma_z$ = **37.71 kPa**; der Wert für einen einzelnen Kreis betrug 12.66 kPa.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

z (m)	z/R	$r_1/R = 1.5$	$r_2/R = 1{,}167$	$\Delta\sigma_{z(1)}$	$\Delta\sigma_{z(2)}$	Summe
1.5	0.50	0.06044	0.23608	6.04	23.61	**29.65**
3.0	1.00	0.12664	0.25049	12.66	25.05	**37.71**
4.5	1.50	0.13793	0.21324	13.79	21.32	**35.12**
6.0	2.00	0.12646	0.17204	12.65	17.20	**29.85**
12.0	4.00	0.06487	0.07258	6.49	7.26	**13.75**

Die Gesamtspannung bei z = 3 m beträgt **37.71 kPa**; der Beitrag von Kreis 2 nimmt mit der Tiefe ab, während der von Kreis 1 bis 4.5 m zunimmt. Das Ergebnis ist die Summe der Werte, die jeweils mit dem eigenen Abstand r des Kreises ermittelt werden.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

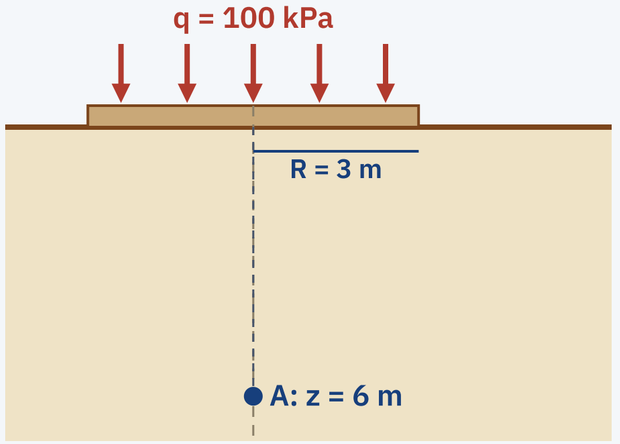
BEISPIEL

Gegeben

Kreis	$R = 3$ m, $q = 100$ kN/m²; Gesamtlast $Q = q\pi R^2 = 2827.4$ kN
Einzellast	im Mittelpunkt desselben Kreises Q: $\Delta\sigma_z = Q\, I_1/z^2$, $I_1 = \frac{3}{2\pi}[(r/z)^2 + 1]^{-5/2}$
Punkte	auf der Achse bei ($r = 0$) und bei $r = 2R$; $z/R = 1; 2; 3; 5; 10$

GESUCHT

Verhältnis der beiden Lösungen; ab welcher Tiefe ist die Näherung als Einzellast zulässig?



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Gesamtlast

$$Q = q\pi R^2 = 100\,\pi\,(3)^2 = \mathbf{2{,}827.4}\ \mathrm{kN}$$

2 Einzellast (Boussinesq), auf der Achse r = 0

$$\Delta\sigma_z = \frac{Q}{z^2}\,\frac{3}{2\pi} = \frac{2{,}827.4}{36}\,(0.4775) = \mathbf{37.50}\ \mathrm{kPa}$$

3 Kreis (geschlossener Ausdruck, z = 6 m)

$$\Delta\sigma_z = 100\left(1 - \frac{1}{(0.25+1)^{3/2}}\right) = \mathbf{28.45}\ \mathrm{kPa}$$

In der Tiefe z = 2R liefert die Näherung der Einzellast die Spannung um **den Faktor 1.318** zu groß (31.8 %): 28.4 kPa statt 37.5 kPa.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

r/R	z/R	Kreis $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Einzellast $\Delta\sigma_z$ (kPa)	Einzellast / Kreis
0	1	64.645	150.000	**2.320**
0	2	28.446	37.500	**1.318**
0	3	14.619	16.667	**1.140**
0	5	5.713	6.000	**1.050**
0	10	1.481	1.500	**1.013**
2	1	4.181	2.683	**0.642**
2	2	7.334	6.629	**0.904**
2	3	6.663	6.647	**0.997**
2	5	4.048	4.140	**1.023**
2	10	1.346	1.360	**1.010**

Auf der Achse bei z/R = 1 überschätzt die Einzellast die Spannung um das **2.32-Fache**; bei z = 5R beträgt die Abweichung 5.0%, bei z = 10R nur noch 1.3%. Bei r = 2R ist die Näherung oberflächennah **zu klein** (0.64), bei z ≥ 3R überschreitet die Abweichung hingegen nicht 3%.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Auf der Achse: $\Delta\sigma_z = q\{1 - 1/[(R/z)^2 + 1]^{3/2}\}$; für z = 1.5 m ergibt sich 91.06 kPa (A′ + B′ = 0.91056); die Tiefe, in der $\Delta\sigma_z = 0.10\ q$ ist, beträgt **3.71R** (11.12 m)

Allgemeiner Punkt: $\Delta\sigma_z = q\ (A' + B')$; A′ + B′ hängt nur von z/R und r/R ab. **Beispiel (r = 4.5 m; z = 3 m):** A′ + B′ = 0.12664, **$\Delta\sigma_z$ = 12.664 kPa**

Berechnung: Boussinesq-Integral am Punkt A in Polarkoordinaten; ρ geschlossen, φ numerisch (2880 Richtungen). Von Hand mit 36 Richtungen: 12.62 kPa

Außerhalb der Last (r/R = 1.5) nimmt die Spannung zunächst zu: Höchstwert 13.83 kPa bei z ≈ 4.23 m; unterhalb des Randes an der Oberfläche 0.5 q

Zwei Kreise: Die Spannungen werden mit dem jeweiligen Abstand r jedes Kreises ermittelt und summiert: 12.66 + 25.05 = 37.71 kPa. Die Näherung der **Einzellast** ist nahe der Last fehlerhaft (×1.32 bei z = 2R), bei z ≥ 5R ist sie zulässig

Literatur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Ahlvin, R.G. and Ulery, H.H. (1962). Tabulated values for determining the complete pattern of stresses, strains, and deflections beneath a uniform circular load on a homogeneous half space. Highway Research Bulletin 342, 1–13.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der eigenen Berechnungsengine des Moduls erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Modul öffnet sich mit R = 3 m, q = 100 kN/m² als Kreislast und dem Punkt A (r = 4.5 m; z = 3 m).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie Ihre Kreise (q, R, Mittelpunkt), den Punkt A und die Tiefe in GeoTerva ein; das Modul liefert A′ + B′, den Wert $\Delta\sigma_z$, die Isospannungslinien, das Tiefenprofil, die schrittweise Lösung und den Bericht zusammen.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com