Presentazione della lezione di geotecnica · Stabilità dei pendii

Stabilità dei pendii: equilibrio limite (conci)

Lezione: il metodo dei conci dell'equilibrio limite; soluzione manuale dettagliata di un cerchio di scorrimento e di un concio, i conci rimanenti e gli argomenti con tabelle.

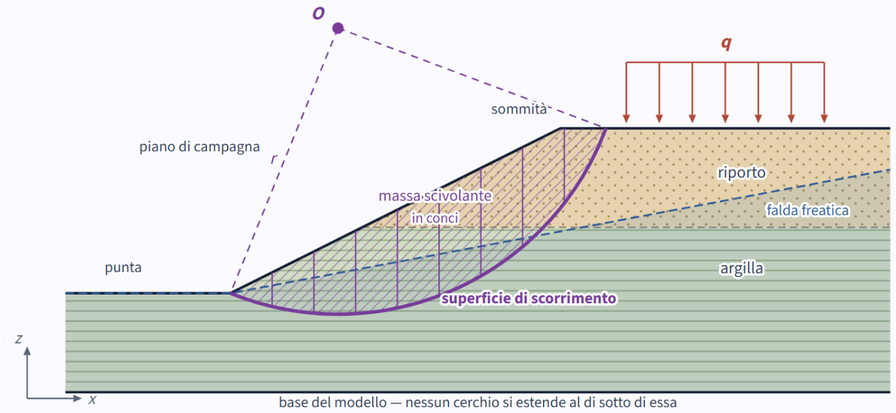
Metodo dei conci

Ordinario · Bishop · Spencer

Cerchio critico

Acqua · carico · sisma · fessura

Rinforzo · Hoek–Brown



Introduzione

Che cosa si impara in questa lezione?

Il concetto di **equilibrio limite**: la massa al di sopra della superficie di scorrimento è un corpo rigido in cui la resistenza è mobilitata nella stessa proporzione; **FS = resistenza / tensione necessaria**

La suddivisione della massa in **conci**: il peso W di ciascun concio, l'inclinazione della base α, la lunghezza della base L, la forza dell'acqua U

Risolvere in dettaglio **i tre metodi** (ordinario/Fellenius, Bishop semplificato, Spencer) su un unico cerchio di scorrimento e per **un singolo concio**

Come lo stesso calcolo si ripete per i **rimanenti 32 conci** e le tabelle dei risultati; la ricerca del cerchio critico

Effetti di acqua, carico, sisma, fessura di trazione, rinforzo (chiodi, ancoraggi, geogriglie) e roccia (Hoek–Brown)

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Dapprima la **teoria**, poi la **soluzione manuale** con un solo cerchio e un solo concio:

1 · **Teoria**: FS, concio, tre metodi

2 · **Traccia**: cerchio unico, concio unico

3 · **Soluzione**: concio 22 a mano; gli altri con la **tabella**

Modello: pendio 2:1 alto 10 m; terreno di riporto in sommità (γ = 18, c′ = 5, φ′ = 30°), argilla al di sotto (γ = 17.5, c′ = 20, φ′ = 18°); assenza di acqua, carichi e sisma. Le forze sono per metro di sezione (kN/m).

Drenato, non drenato, crescente con la profondità

TEORIA

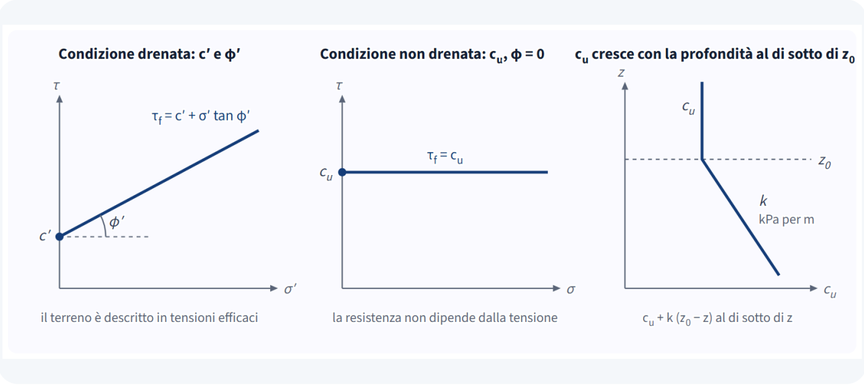
Drenato, la resistenza al taglio del terreno è data dall'inviluppo di Mohr–Coulomb in termini di tensione efficace σ′ = σ − u ed è definita dai parametri c′ e φ′.

In un'argilla satura caricata più rapidamente di quanto possa avvenire il drenaggio, la resistenza è la **resistenza al taglio non drenata** c_u, indipendente dalla tensione normale, e si assume φ = 0; in molte argille naturali c_u cresce linearmente con la profondità.

La resistenza di un concio è letta al livello del punto medio della base; il criterio specifico per la roccia è distinto, e la scelta tra drenato e non drenato spetta al progettista e costituisce la prima ipotesi dell'analisi.

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan\varphi' \qquad \sigma' = \sigma - u \qquad \text{(drenato)}$$

$$\tau_f = c_u \ (\varphi = 0) \qquad c_u(z) = c_u + k\,(z_0 - z) \ \ (z < z_0) \qquad \text{(non drenato)}$$



Resistenza / tensione richiesta; momento rispetto al centro del cerchio

TEORIA

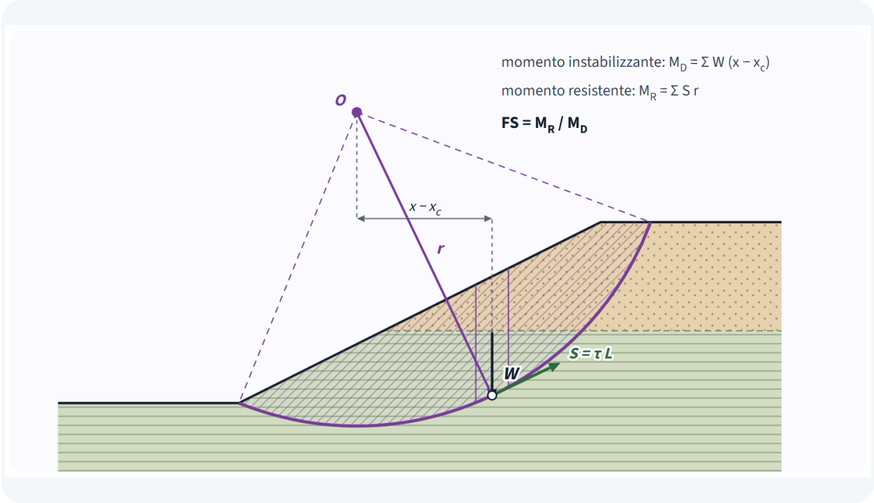
Il fattore di sicurezza (FS) è il rapporto tra la resistenza al taglio disponibile nel terreno e la tensione tangenziale necessaria all'equilibrio, e si assume che assuma lo stesso valore in ogni punto lungo la superficie di scorrimento.

Sulla superficie circolare l'equilibrio determinante è quello dei momenti attorno al centro O; dividendo i momenti per il raggio, il rapporto si scrive nella forma FS = ΣR / ΣD, ed entrambe le somme sono in kN/m.

I tre metodi differiscono nel modo di determinare la forza normale efficace (N′) agente su ciascuna base: il metodo dei conci semplice la ricava dal solo peso, Bishop dall'equilibrio verticale, Spencer sia dall'equilibrio delle forze sia da quello dei momenti.

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau} \qquad \tau = \frac{c' + \sigma' \tan\varphi'}{FS}$$

$$FS = \frac{M_R}{M_D} = \frac{\sum R}{\sum D} \qquad R = cL + N' \tan\varphi' \qquad D = \frac{M_D}{r}$$



Geometria, peso, forze alla base

TEORIA

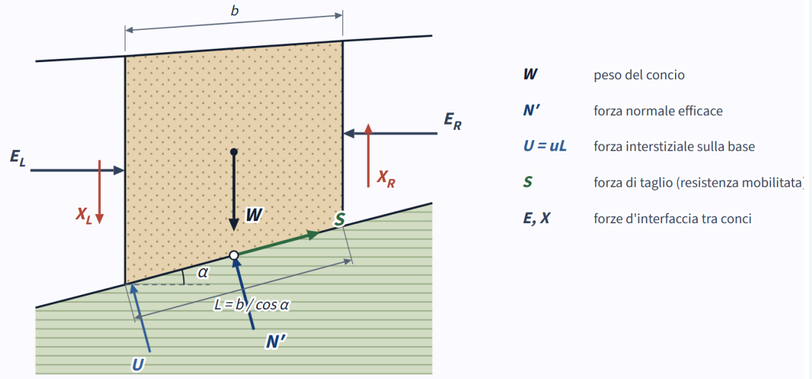
La massa compresa tra la superficie di scorrimento e la superficie del terreno viene suddivisa in conci mediante linee verticali in base al numero di conci o alla larghezza massima del concio.

Ogni punto di intersezione significativo all'interno della massa costituisce un confine obbligato di concio; così ogni base attraversa un solo terreno e ogni concio porta un solo tipo di carico.

In corrispondenza della verticale mediana del concio, l'inclinazione della base α si assume positiva dal lato della cresta rispetto al centro e negativa dal lato del piede del pendio.

Forza normale efficace N′ = N − U; un N′ negativo indica che la base è in trazione, e nei metodi dei conci semplice e di Bishop N′ viene mantenuto a zero.

$$\sin\alpha = \frac{x_m - x_c}{r} \qquad L = \frac{b}{\cos\alpha} \qquad W = \sum_i b\, h_i\, \gamma_i \qquad N' = N - U\ ,\ U = uL$$



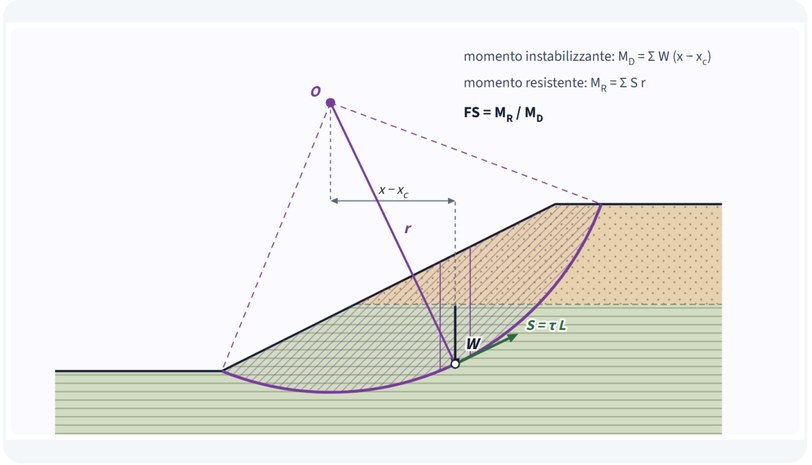
Nessuna forza tra i conci

TEORIA

Nel metodo di **Fellenius** (svedese) le forze interconcio sono del tutto trascurate e ciascun concio è in equilibrio solo nella direzione normale alla propria base.

Questo equilibrio fornisce la forza normale dal peso e dai carichi; il fattore di sicurezza si ottiene dal rapporto dei momenti e, in terreno omogeneo, si riduce a FS = Σ [c b / cos α + W cos α tan φ] / Σ W sin α.

Il metodo è semplice, stabile e a favore di sicurezza; il suo errore aumenta con la profondità del cerchio e con la pressione interstiziale, e per un cerchio profondo può fornire un risultato ben inferiore a quello degli altri due metodi.



$$N' = W\cos\alpha - uL \qquad R = cL + N'\tan\varphi' \qquad D = W\sin\alpha$$

$$FS = \frac{\sum R}{\sum D} = \frac{\sum \left[cL + (W\cos\alpha - uL)\tan\varphi'\right]}{\sum W\sin\alpha}$$

Equilibrio verticale di ciascun concio; soluzione iterativa

TEORIA

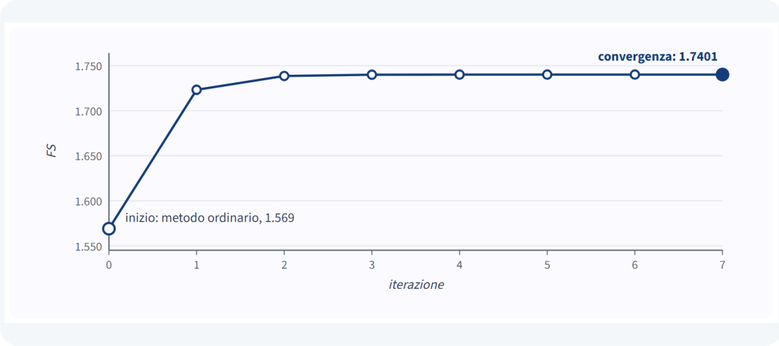
Nel metodo di Bishop semplificato le forze di taglio tra i conci sono trascurate, ma è soddisfatto l'equilibrio verticale di ciascun concio e la forza di taglio alla base è assunta pari alla resistenza mobilitata.

Poiché FS compare in entrambi i membri dell'equazione, l'equazione si risolve per iterazione partendo dal valore del metodo dei conci ordinario; sono sufficienti pochi passaggi.

Il valore negativo di **N′** viene mantenuto a zero e $\mathbf{m_\alpha}$ non può scendere sotto 0.2; questa limitazione è importante nella zona del piede dei cerchi profondi.

$$N' = \frac{W - uL\cos\alpha - cL\sin\alpha/FS}{m_\alpha} \qquad m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS}$$

$$FS = \frac{\sum [cL + N'\tan\varphi']}{\sum D}$$



Equilibrio delle forze e dei momenti; forze tra conci paralleli

TEORIA

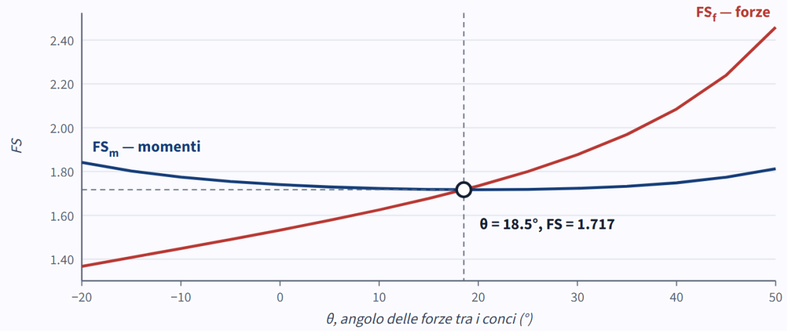
Il metodo di **Spencer** soddisfa sia l'equilibrio delle forze sia quello dei momenti; le forze tra i conci sono parallele tra loro e la forza di taglio è una frazione costante della forza normale.

Poiché le facce laterali alle due estremità della massa sono libere, ΣΔE = 0 fornisce l'equilibrio delle forze e per ogni angolo θ si ottiene un fattore di sicurezza FS_f.

I momenti rispetto al centro del cerchio forniscono un secondo valore: FS_m = Σ[c L + N′ tan φ] / Σ D; $FS_f(\theta)$ e $FS_m(\theta)$ si intersecano in un unico angolo e questo costituisce la soluzione.

$$X = E\tan\theta \qquad \Delta E = \frac{cL + \tan\varphi'\,(W\cos\alpha - U) - FS\,W\sin\alpha}{FS(\cos\alpha + \tan\theta\sin\alpha) - \tan\varphi'(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha)}$$

$$N' = W\cos\alpha - U + \Delta E\,(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) \qquad \sum \Delta E = 0 \;\Rightarrow\; FS_f(\theta)$$



Che cosa fornisce, che cosa trascura

TEORIA

Metodo	Forza tra i conci	Equilibrio delle forze	Equilibrio dei momenti	Superficie	FS (stesso cerchio)
Ordinario (Fellenius)	nessuno	solo normale alla base	✓	cerchio	**1.569**
Bishop semplificato	solo normale (nessun taglio)	verticale per concio	✓	cerchio	**1.740**
Spencer	parallelo: X = E tanθ	orizzontale + verticale	✓	ciascuna superficie	**1.717**

Il metodo ordinario dei conci è il metodo predefinito, verificabile con il calcolo manuale e cautelativo; il suo risultato è il più basso dei tre metodi.

Il metodo di Bishop è la scelta usuale per le superfici circolari; il suo risultato differisce da quello del metodo di Spencer su una superficie circolare solo di qualche punto percentuale.

Il metodo di Spencer soddisfa l'equilibrio completo e si utilizza per superfici non circolari; è il metodo più oneroso dal punto di vista computazionale e per alcuni cerchi non si trova soluzione.

Traccia

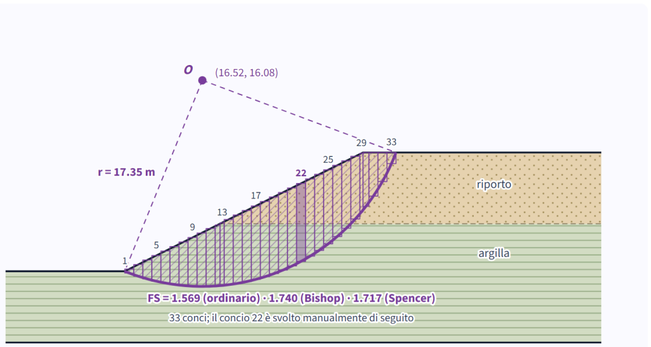
ESEMPIO

Dati

Sezione	**superficie del terreno** $(0;0)$–$(10;0)$–$(30;10)$–$(50;10)$ **m; piano di posa** $z = -6$ **m; sopra** $z = 4$ **m terreno di riporto, sotto argilla**
Terreni	**terrapieno** $\gamma = 18$ **kN/m³,** $c' = 5$ **kPa,** $\varphi' = 30°$**; argilla** $\gamma = 17.5$ **kN/m³,** $c' = 20$ **kPa,** $\varphi' = 18°$**; senza acqua, carichi o sisma**
Cerchio di scorrimento	**centro** $x_c = 16.52$ **m,** $z_c = 16.08$ **m; raggio** $r = 17.35$ **m (cerchio critico, si veda quanto trovato nella ricerca)**

RICHIESTO

I punti x_a e x_b in cui il cerchio interseca il terreno, il suo punto più basso e la **suddivisione in conci**.



Soluzione

SOLUZIONE

1 Intersezione del cerchio con il piano di campagna: $(x - x_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2$

$$x_a = x_c - \sqrt{r^2 - (z_a - z_c)^2} = 16.518 - \sqrt{301.08 - (0 - 16.080)^2} = \mathbf{10.00}\ \text{m} \quad (z_a = 0)$$

$$x_b = x_c + \sqrt{r^2 - (z_b - z_c)^2} = 16.518 + \sqrt{301.08 - (10 - 16.080)^2} = \mathbf{32.77}\ \text{m} \quad (z_b = 10)$$

2 Punto più basso e suddivisione in conci

$$z_{min} = z_c - r = 16.080 - 17.352 = -1.27\ \text{m} \ \ (> -6\ \text{m})$$

$$b = \frac{x_b - x_a}{30} = \frac{22.771}{30} = 0.759\ \text{m} \ \Rightarrow\ 30\ \text{concio}$$

Il cerchio interseca la massa tra x = 10.00 (piede) e 32.77 m (sommità); i bordi a x = 10, 18 e 30 m suddividono altri 3 conci: **33 conci**.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

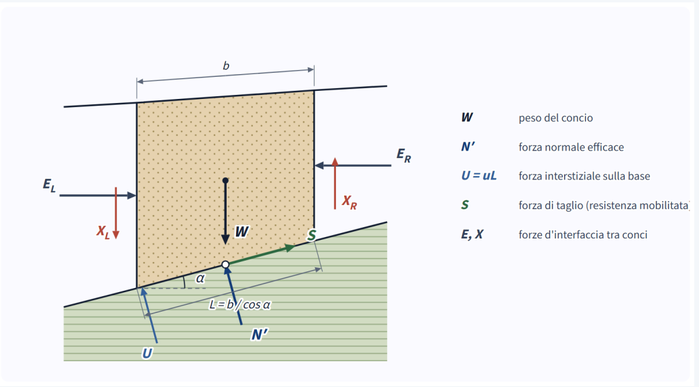
ESEMPIO

Dati

Concio	**Concio 22 del cerchio dell'Esempio 1: punto medio $x_m = 24.800$ m, larghezza $b = 0.759$ m**
Terreno	**terreno di riporto $\gamma = 18$ kN/m³ ($z > 4$ m); argilla $\gamma = 17.5$ kN/m³, $c' = 20$ kPa, $\varphi' = 18°$ (argilla alla base); $u = 0$**

RICHIESTO

I valori **α**, **L**, **W** del concio; **N′**, **R** e **D** (metodo ordinario).



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Inclinazione e lunghezza della base

$$\sin\alpha = \frac{x_m - x_c}{r} = \frac{24.800 - 16.518}{17.352} = 0.4773 \;\Rightarrow\; \alpha = \mathbf{28.51}^\circ,\ \cos\alpha = 0.8787$$

$$L = \frac{b}{\cos\alpha} = \frac{0.759}{0.8787} = \mathbf{0.864}\ \text{m}$$

2 Altezza e peso della colonna (riporto + argilla)

$$z_{surface} = \frac{x_m - 10}{2} = 7.3998\ \text{m};\quad z_{base} = z_c - r\cos\alpha = 0.8327\ \text{m}$$

$$h_1 = 7.3998 - 4 = 3.3998\ \text{m (rilevato)};\quad h_2 = 4 - 0.8327 = 3.1673\ \text{m (argilla)}$$

$$W = b\,(h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2) = 0.7590(3.3998 \cdot 18 + 3.1673 \cdot 17.5) = \mathbf{88.52}\ \text{kN/m}$$

Il concio 22 è **il concio più pesante** (W = 88.52 kN/m); la sua base è inclinata di 28.5° e resta nell'argilla (c′ = 20 kPa, φ′ = 18°).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Forza normale e resistenza (u = 0)

$$N' = W\cos\alpha = 88.52 \times 0.8787 = \mathbf{77.79}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N'\tan\varphi' = 20(0.864) + 77.79(0.3249) = 17.27 + 25.27 = \mathbf{42.55}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Effetto instabilizzante

$$D = W\sin\alpha = 88.52 \times 0.4773 = \mathbf{42.25}\ \mathrm{kN/m}$$

Concio 22: **R = 42.55** kN/m, **D = 42.25** kN/m. I valori R e D di ogni concio si determinano con **gli stessi tre passaggi**; il fattore di sicurezza è il rapporto tra le loro sommatorie: **FS = ΣR/ΣD** (tabella nelle pagine seguenti).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

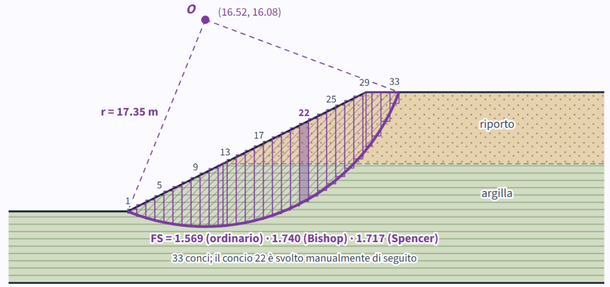
ESEMPIO

Dati

Conci	**Il cerchio dell'Esempio 1, 33 conci; ciascun concio si risolve con i tre passaggi dell'Esempio 2**
Metodo	**Ordinario (Fellenius): assenza di forze interconcio**

RICHIESTO

Tabella di tutti i conci: **W, N′, R, D** e le relative somme; **FS = ΣR / ΣD**.



Soluzione (1/3)

SOLUZIONE

No	x_m (m)	b (m)	α (°)	L (m)	W (kN/m)	c′ (kPa)	φ′ (°)	N′ (kN/m)	R (kN/m)	D (kN/m)
1	10.00	0.001	−22.1	0.001	0.00	20	18	0.00	0.03	−0.00
2	10.38	0.758	−20.7	0.810	4.49	20	18	4.20	17.57	−1.59
3	11.14	0.759	−18.1	0.798	13.08	20	18	12.43	20.01	−4.06
4	11.90	0.759	−15.4	0.787	21.15	20	18	20.39	22.37	−5.63
5	12.66	0.759	−12.9	0.779	28.74	20	18	28.02	24.67	−6.40
6	13.41	0.759	−10.3	0.771	35.84	20	18	35.27	26.89	−6.41
7	14.17	0.759	−7.8	0.766	42.49	20	18	42.10	29.00	−5.74
8	14.93	0.759	−5.2	0.762	48.68	20	18	48.47	30.99	−4.45
9	15.69	0.759	−2.7	0.760	54.42	20	18	54.36	32.86	−2.59
10	16.45	0.759	−0.2	0.759	59.72	20	18	59.72	34.59	−0.23
11	17.21	0.759	2.3	0.760	64.58	20	18	64.53	36.16	2.57
12	17.79	0.411	4.2	0.412	36.85	20	18	36.75	20.19	2.71
13	18.17	0.348	5.5	0.349	32.15	20	18	32.01	17.39	3.07
14	18.73	0.759	7.3	0.765	73.11	20	18	72.51	38.87	9.31
15	19.49	0.759	9.9	0.770	76.77	20	18	75.64	39.98	13.13
16	20.25	0.759	12.4	0.777	79.97	20	18	78.11	40.92	17.18
17	21.00	0.759	15.0	0.786	82.70	20	18	79.89	41.67	21.38

Soluzione (2/3)

SOLUZIONE

No	x_m (m)	b (m)	α (°)	L (m)	W (kN/m)	c′ (kPa)	φ′ (°)	N′ (kN/m)	R (kN/m)	D (kN/m)
18	21.76	0.759	17.6	0.796	84.94	20	18	80.97	42.23	25.68
19	22.52	0.759	20.2	0.809	86.67	20	18	81.32	42.60	29.99
20	23.28	0.759	22.9	0.824	87.86	20	18	80.91	42.77	34.25
21	24.04	0.759	25.7	0.842	88.49	20	18	79.74	42.76	38.37
22	**24.80**	**0.759**	**28.5**	**0.864**	**88.52**	**20**	**18**	**77.79**	**42.55**	**42.25**
23	25.56	0.759	31.4	0.889	87.89	20	18	75.02	42.16	45.80
24	26.32	0.759	34.4	0.920	86.56	20	18	71.43	41.60	48.89
25	27.08	0.759	37.5	0.956	84.44	20	18	67.00	40.90	51.38
26	27.84	0.759	40.7	1.001	81.43	20	18	61.72	40.08	53.11
27	28.59	0.758	44.1	1.056	77.34	20	18	55.53	39.17	53.83
28	29.35	0.760	47.7	1.129	72.09	5	30	48.51	33.65	53.33
29	29.87	0.267	50.3	0.418	23.72	5	30	15.15	10.84	18.25
30	30.25	0.492	52.3	0.805	40.15	5	30	24.55	18.20	31.76
31	30.87	0.759	55.8	1.351	50.12	5	30	28.16	23.01	41.46
32	31.63	0.759	60.6	1.545	33.40	5	30	16.41	17.20	29.09
33	32.39	0.759	66.2	1.878	12.72	5	30	5.14	12.36	11.64
Σ					**1,841.11**			**1,613.77**	**1,006.25**	**641.34**

Soluzione (3/3)

SOLUZIONE

1 Somme e fattore di sicurezza

$$\sum R = 1{,}006.25\ \text{kN/m} \qquad \sum D = 641.34\ \text{kN/m} \qquad \sum W = 1{,}841.1\ \text{kN/m}$$

$$FS = \frac{\sum R}{\sum D} = \frac{1{,}006.25}{641.34} = \mathbf{1.569}$$

Per questo cerchio, il metodo ordinario fornisce **FS = 1.569**. Nei conci dal lato della punta (α < 0) la base è inclinata contro lo scorrimento: D è negativo e riduce ΣD. Il concio 22 è la riga 22 della tabella e coincide con i valori calcolati a mano.

ΣR/ΣD: rapporto tra gli effetti **resistenti** e quelli instabilizzanti; se FS > 1 non si prevede scorrimento lungo questo cerchio.

Il metodo ordinario fornisce il valore più basso; Bishop e Spencer danno valori più alti sullo stesso cerchio (esempi successivi).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

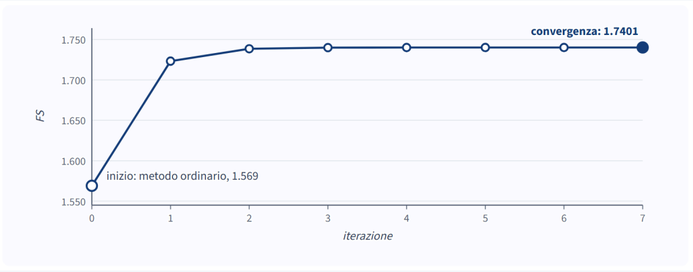
ESEMPIO

Dati

Concio e cerchio	**Il 22° concio dell'Esempio 2 e il cerchio dell'Esempio 1; valore iniziale $FS_0 = 1.569$ nell'Esempio 3**
Metodo	$N' = \dfrac{W - cL\sin\alpha/FS}{m_\alpha}$, $m_\alpha = \cos\alpha + \dfrac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS}$ **(u = 0)**

RICHIESTO

Per il concio 22, **m_α**, **N′**, **R**; **iterazione** e **FS** per l'intero cerchio.



Soluzione (1/4)

SOLUZIONE

1 Prima iterazione (FS_0 = valore del metodo ordinario = 1.5690)

$$m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS_0} = 0.8787 + \frac{0.4773(0.3249)}{1.5690} = 0.9776$$

$$N' = \frac{W - cL\sin\alpha/FS_0}{m_\alpha} = \frac{88.52 - 20(0.864)(0.4773)/1.5690}{0.9776} = 85.17\ \text{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 85.17(0.3249) = 44.95\ \text{kN/m}$$

Soluzione (2/4)

SOLUZIONE

2 Con il valore convergente (FS = 1.7401)

$$m_\alpha = 0.8787 + \frac{0.4773(0.3249)}{1.7401} = \mathbf{0.9679}$$

$$N' = \frac{88.52 - 20(0.864)(0.4773)/1.7401}{0.9679} = \mathbf{86.56}\ \text{kN/m}$$

$$R = cL + N' \tan\varphi' = 20(0.864) + 86.56(0.3249) = \mathbf{45.40}\ \text{kN/m} \qquad D = 42.25\ \text{kN/m}$$

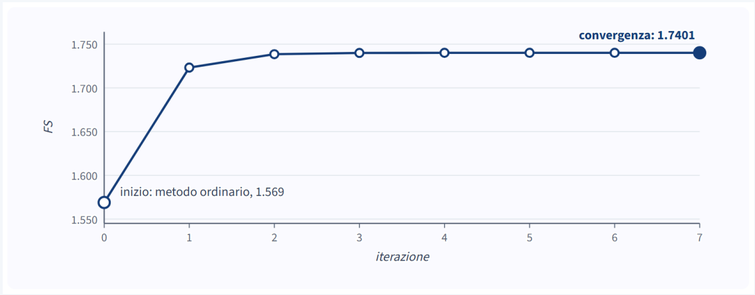
La forza normale del concio 22 passa da 77.79 nel metodo ordinario a **86.56** kN/m (equilibrio verticale tra i conci); la resistenza da 42.55 a **45.40** kN/m. Gli stessi passaggi si ripetono per 33 conci.

Soluzione (3/4)

SOLUZIONE

2 A ogni iterazione si ricalcola ΣR, $FS_{k+1} = \Sigma R_k / \Sigma D$

Iterazione k	FS_k	Differenza
0 (ordinario)	1.5690	
1	1.7232	0.1542
2	1.7385	0.0153
3	1.7399	0.0014
4	1.7401	0.0001
5	1.7401	0.0000
6	1.7401	0.0000
7	**1.7401**	0.0000



In 7 iterazioni **FS = 1.740**; ΣR = 1,115.97, ΣD = 641.34 kN/m. Risulta superiore del 10.9% rispetto al metodo ordinario (1.569).

Soluzione (4/4)

SOLUZIONE

No	α (°)	W	m_α	N′	R
1	−22.1	0.00	0.8566	0.01	0.03
2	−20.7	4.49	0.8693	8.95	19.11
3	−18.1	13.08	0.8928	17.83	21.76
4	−15.4	21.15	0.9141	25.78	24.12
5	−12.9	28.74	0.9333	32.92	26.27
6	−10.3	35.84	0.9505	39.38	28.22
7	−7.8	42.49	0.9656	45.23	30.02
8	−5.2	48.68	0.9788	50.55	31.67
9	−2.7	54.42	0.9900	55.39	33.20
10	−0.2	59.72	0.9993	59.80	34.61
11	2.3	64.58	1.0066	63.81	35.93
12	4.2	36.85	1.0110	36.10	19.98
13	5.5	32.15	1.0133	31.35	17.18
14	7.3	73.11	1.0156	70.88	38.34
15	9.9	76.77	1.0172	73.99	39.45
16	12.4	79.97	1.0168	76.77	40.49
17	15.0	82.70	1.0143	79.24	41.46
18	17.6	84.94	1.0097	81.39	42.37
19	20.2	86.67	1.0028	83.22	43.22
20	22.9	87.86	0.9937	84.71	44.01
21	25.7	88.49	0.9821	85.83	44.74
22	**28.5**	**88.52**	**0.9679**	**86.56**	**45.40**
23	31.4	87.89	0.9508	86.84	46.00
24	34.4	86.56	0.9307	86.59	46.53
25	37.5	84.44	0.9072	85.70	46.98
26	40.7	81.43	0.8798	84.02	47.33
27	44.1	77.34	0.8480	81.24	47.52
28	47.7	72.09	0.9183	75.89	49.46
29	50.3	23.72	0.8941	25.50	16.81
30	52.3	40.15	0.8741	43.83	29.33
31	55.8	50.12	0.8363	56.09	39.14
32	60.6	33.40	0.7803	37.85	29.58
33	66.2	12.72	0.7076	11.00	15.74
Σ		**1,841.11**			**1,115.97**

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Traccia

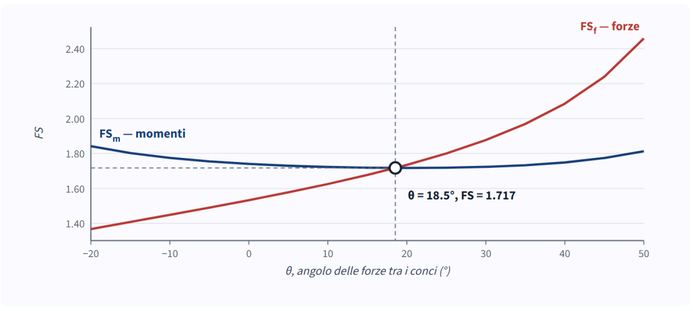
ESEMPIO

Dati

Concio e cerchio	**Il concio 22 dell'Esempio 2, il cerchio dell'Esempio 1; le forze interconcio sono parallele,** $X = E \tan\theta$
Angolo della soluzione	$\theta = 18.54°$ **(angolo di intersezione delle due curve sottostanti),** $FS = 1.717$

RICHIESTO

Per il concio 22: **ΔE**, **N′**, **R**, **E** e **X**; curve θ–FS e l'intero cerchio.



Soluzione (1/4)

SOLUZIONE

1 Differenza di forza normale del concio ΔE (θ = 18.54°, tan θ = 0.3354, FS = 1.717)

$$\text{franco} = cL + \tan\varphi' \, W\cos\alpha - FS\, W\sin\alpha = 17.275 + 25.274 - 72.542 = -29.99$$

$$\text{denominatore}_1 = FS(\cos\alpha + \tan\theta\sin\alpha) = 1.7837$$

$$\text{denominatore}_2 = -\tan\varphi'(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) = 0.0593$$

$$\Delta E = \frac{\text{franco}}{\text{denominatore}_1 + \text{denominatore}_2} = \frac{-29.99}{1.8430} = \mathbf{-16.27}\ \text{kN/m}$$

Soluzione (2/4)

SOLUZIONE

2 Forza normale, resistenza e forze interconcio

$$N' = W\cos\alpha + \Delta E(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) = 77.786 + (-16.27)(-0.1826) = \mathbf{80.76}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N'\tan\varphi' = \mathbf{43.51}\ \mathrm{kN/m}$$

$$E_{foot} = 254.69\ \mathrm{kN/m} \quad \Rightarrow \quad E_{top} = E_{foot} + \Delta E = 238.41\ \mathrm{kN/m}$$

$$X_{foot} = E\tan\theta = \mathbf{85.42}$$

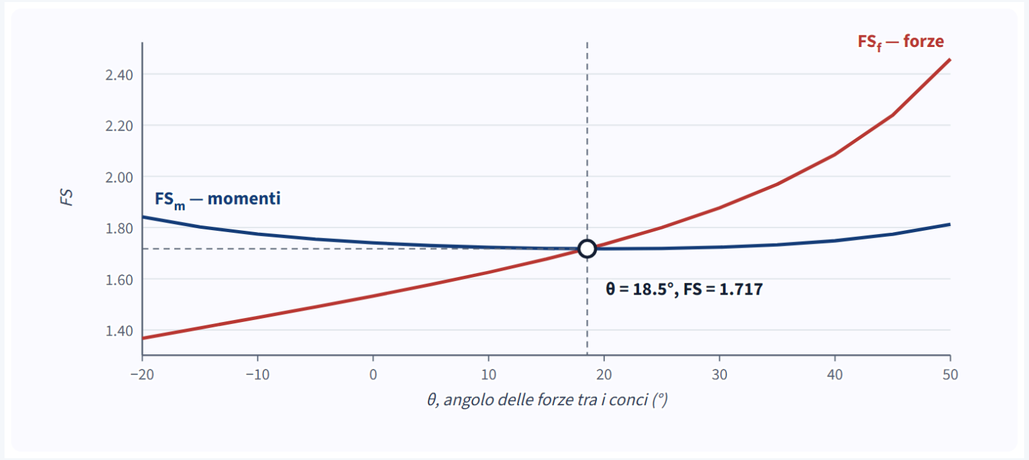
In Spencer la forza normale sul concio 22 vale **80.76** kN/m (ordinario 77.79, Bishop 86.56); la forza tra conci agente verso il piede è E = 254.69 kN/m.

Soluzione (3/4)

SOLUZIONE

3 Per ogni θ, FS_f ($\Sigma\Delta E = 0$) e FS_m (momento); l'intersezione è la soluzione

θ (°)	FS_m (momento)	FS_f (forza)
-20	1.842	1.367
-15	1.802	1.408
-10	1.774	1.449
-5	1.755	1.490
0	1.740	1.533
5	1.730	1.577
10	1.723	1.625
15	1.718	1.677
20	1.717	1.735
25	1.718	1.800
30	1.723	1.877
35	1.733	1.969
40	1.748	2.085
45	1.774	2.239
50	1.812	2.458
18.54	**1.717**	**1.717**



Soluzione (4/4)

SOLUZIONE

No	ΔE	E (piede)	N′	R
1	0.02	−0.00	0.02	0.03
2	17.12	0.02	15.62	21.28
3	21.59	17.14	26.01	24.42
4	24.46	38.73	34.81	27.06
5	26.08	63.19	42.35	29.33
6	26.67	89.27	48.84	31.30
7	26.41	115.94	54.44	33.01
8	25.43	142.35	59.29	34.51
9	23.87	167.78	63.49	35.83
10	21.80	191.65	67.12	36.99
11	19.32	213.45	70.24	38.01
12	9.30	232.78	39.17	20.97
13	7.19	242.08	33.72	17.95
14	13.38	249.26	75.26	39.76
15	10.03	262.64	77.24	40.50
16	6.48	272.67	78.84	41.16
17	2.77	279.15	80.07	41.73
18	−1.03	281.92	80.95	42.23
19	−4.89	280.89	81.47	42.65
20	−8.75	276.01	81.62	43.01
21	−12.57	267.25	81.39	43.29
22	**−16.27**	**254.69**	**80.76**	**43.51**
23	−19.80	238.41	79.67	43.67
24	−23.06	218.61	78.07	43.76
25	−25.94	195.55	75.88	43.79
26	−28.29	169.61	72.98	43.74
27	−29.89	141.32	69.14	43.59
28	−30.84	111.42	64.36	42.80
29	−11.02	80.59	21.27	14.37
30	−19.70	69.57	36.10	24.87
31	−26.62	49.87	45.17	32.83
32	−18.69	23.25	29.61	24.82
33	−4.56	4.56	8.70	14.41
Σ	0.00			**1,101.18**

θ = 18.54°; ΣR = 1,101.18, ΣD = 641.34 → **FS = 1.717**. E_{max} = 281.9 kN/m.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Peso, pressione interstiziale, acqua nel pendio

TEORIA

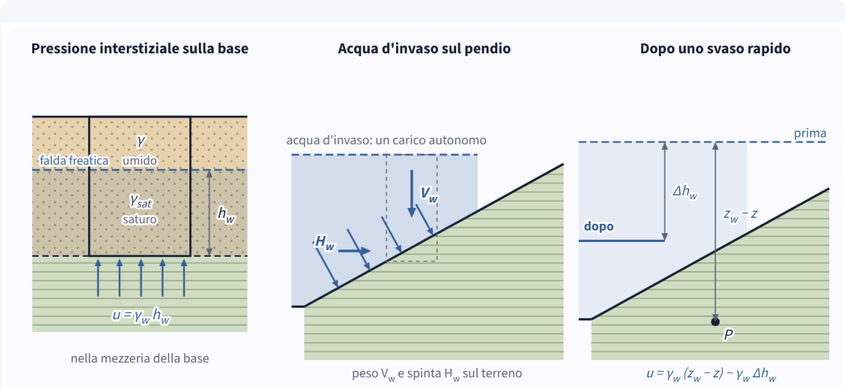
L'acqua entra nell'analisi in tre modi: il peso del terreno saturo, la pressione interstiziale che riduce la resistenza alla base di ogni concio e l'acqua presente sul pendio come carico a sé stante, nella posizione in cui si trova.

Al di sotto della linea di falda la pressione interstiziale è idrostatica; poiché il moto di filtrazione non viene analizzato, un livello di falda inclinato costituisce un'approssimazione di una rete di flusso e il peso dell'unità di volume immerso non viene mai utilizzato.

Quando la pressione interstiziale è nota come frazione del sovraccarico, al terreno si assegna un rapporto **r_u**; ciò vale per un rilevato in fase costruttiva o per un rilevato su argilla molle.

Quando l'acqua a valle del pendio si abbassa rapidamente perché può drenare, il sostegno viene meno, la pressione interstiziale si conserva e il fattore di sicurezza corrisponde al valore minimo immediatamente successivo all'abbassamento.

$$u = \gamma_w h_w \qquad u = r_u \frac{W}{b} \qquad H_w = \frac{\gamma_w}{2}\left[(z_w - z_L)^2 - (z_w - z_R)^2\right]$$



Traccia

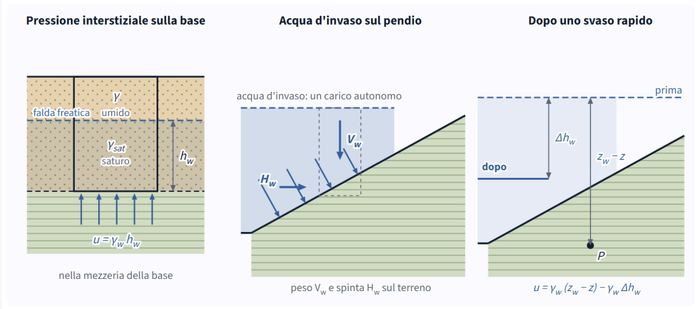
ESEMPIO

Dati

Linea d'acqua	$(0;0)$–$(20;2.5)$–$(50;7)$ **m, idrostatico;** $\gamma_w = 9.81$ **kN/m³; pesi dell'unità di volume saturo: terrapieno 20, argilla 19.5 kN/m³**
Concio	**stesso cerchio; il concio a** $x_m = 24.800$ **m (con l'acqua diventa il 24º concio, non il 33º)**

RICHIESTO

Nel concio **z_w, h_w, u, U**; i nuovi **W, N′, R, D**; sull'intero cerchio **FS**.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Altezza dell'acqua e pressione interstiziale

$$z_w = 2.5 + \frac{24.800 - 20}{30}(4.5) = 3.2199 \text{ m}$$

$$h_w = z_w - z_{base} = 3.2199 - 0.8327 = \mathbf{2.3872} \text{ m}$$

$$u = \gamma_w h_w = 9.81(2.3872) = \mathbf{23.42} \text{ kPa} \qquad U = uL = 23.42(0.864) = \mathbf{20.23} \text{ kN/m}$$

2 Peso: umido sopra l'acqua, saturo sotto

$$W = b\left[h_1\gamma_1 + h_{dry}\gamma_{moist} + h_w\gamma_{sat}\right]$$

$$W = 0.7590[3.3998(18) + 0.7801(17.5) + 2.3872(19.5)] = \mathbf{92.14} \text{ kN/m}$$

L'acqua sia innalza il peso da 88.52 kN/m in condizioni asciutte a **92.14** kN/m, sia genera alla base una spinta dell'acqua **U = 20.23** kN/m.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Forza normale efficace, resistenza, azione instabilizzante (concio 22)

$$N' = W\cos\alpha - U = 92.14(0.8787) - 20.23 = \mathbf{60.74}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 60.74(0.3249) = \mathbf{37.01}\ \mathrm{kN/m} \qquad D = W\sin\alpha = \mathbf{43.98}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Cerchio completo (36 conci, stesso cerchio) e confronto con il caso asciutto

Metodo	ΣU	ΣR	ΣD	FS (acqua)	FS (secco)
Ordinario	476.94	879.96	655.41	**1.343**	1.569
Bishop	476.94	981.07	655.41	**1.497**	1.740
Spencer	476.94	970.22	655.41	**1.480**	1.717

Per lo stesso cerchio l'acqua riduce FS da 1.569 a **1.343** (ordinario); se il cerchio critico viene ricercato nuovamente con la linea di falda, risulta più superficiale e pari a **1.255 / 1.568 / 1.564** (ordinario / Bishop / Spencer).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Carico a striscia e concentrato; verticale, perpendicolare, inclinato

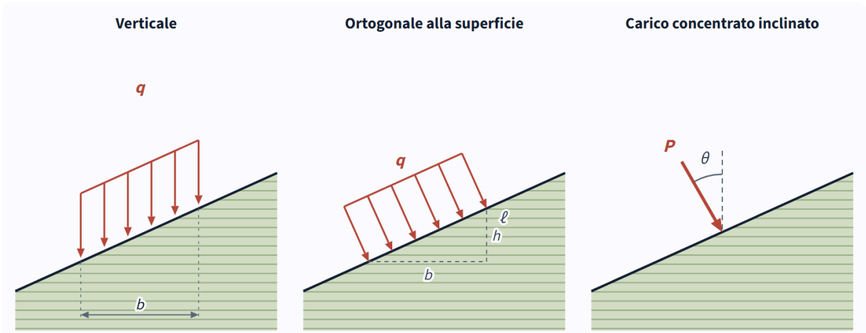
TEORIA

Un carico a striscia verticale o inclinato si assume sulla sua proiezione orizzontale, e la forza sulla parte di larghezza orizzontale b vale q b.

Un carico agente perpendicolarmente alla superficie si considera sulla lunghezza della superficie; la forza sul tratto di lunghezza ℓ è q ℓ, con componente verticale q b e componente orizzontale q h.

Ogni concio porta la porzione di un carico che cade tra i suoi bordi, ripartita in base alla larghezza orizzontale, e il carico concentrato appartiene al concio che contiene il suo punto di applicazione.

$$F = q\,b \qquad F_n = q\,\ell \;\Rightarrow\; F_z = q\,b,\; F_x = q\,h \qquad P_x = P\sin\theta,\; P_z = P\cos\theta$$



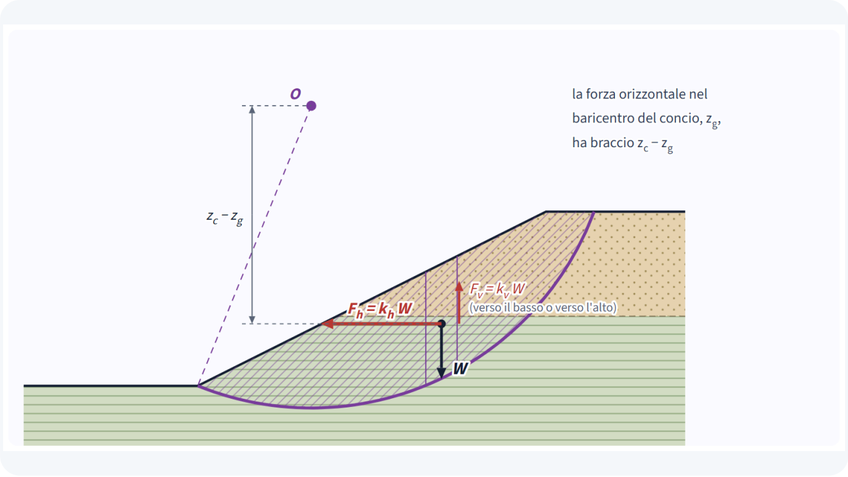
Forze d'inerzia nel baricentro del concio

TEORIA

Nell'approccio **pseudostatico** la scossa sismica è rappresentata da un'accelerazione costante applicata alla massa scorrevole ed espressa come frazione di g.

In ciascun concio le forze d'inerzia della massa di terreno (**W_{soil}**) sono applicate nel baricentro (**z_g**) individuato a partire dalle porzioni umida e satura del terreno all'interno del concio, poiché l'acqua accumulata sul concio non porta tale forza.

Nell'opzione del caso critico si provano entrambe le direzioni orizzontali ed entrambe quelle verticali e si assume il fattore di sicurezza minimo; i coefficienti sono forniti dall'utente e si riportano insieme il FS statico e quello **pseudostatico**.



$$F_h = k_h W_{soil} \qquad F_v = k_v W_{soil}$$

$$N = (W + F_v)\cos\alpha \mp F_h \sin\alpha \qquad D = (W + F_v)\sin\alpha + F_h \frac{z_c - z_g}{r}$$

Traccia

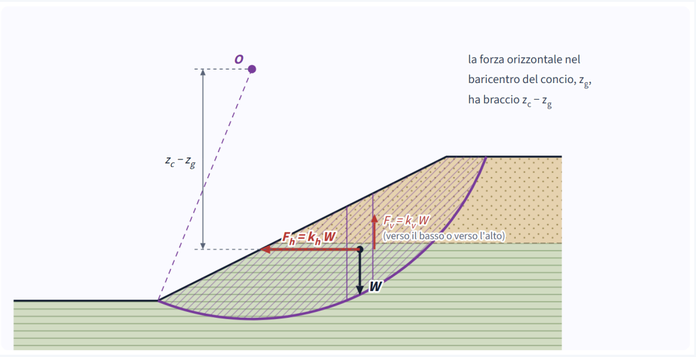
ESEMPIO

Dati

Sisma	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; **forza orizzontale in direzione della punta (direzione critica)**
Concio e cerchio	**Concio 22 e cerchio dell'Esempio 2; il baricentro serve per il braccio del momento** z_g

RICHIESTO

Nel concio 22: **F_h, N', R, D**; per l'intero cerchio, **FS_{sisma}** con tre metodi.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Forza d'inerzia e braccio del momento

$$F_h = k_h W = 0.15(88.52) = \mathbf{13.28}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_g = \sum W_i z_{g,i}/W = (46.45(5.700) + 42.07(2.416))/88.52 = 4.139\ \mathrm{m}$$

$$\text{braccio del momento} = (z_c - z_g)/r = (16.080 - 4.139)/17.352 = 0.6882$$

2 Forza normale, resistenza, azione instabilizzante

$$N' = W\cos\alpha - F_h \sin\alpha = 77.79 - 6.34 = \mathbf{71.45}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 71.45(0.3249) = \mathbf{40.49}\ \mathrm{kN/m}$$

$$D = W\sin\alpha + F_h\,\frac{z_c - z_g}{r} = 42.25 + 13.28(0.6882) = \mathbf{51.39}\ \mathrm{kN/m}$$

L'effetto instabilizzante passa da 42.25 a **51.39** kN/m (+22%), la resistenza da 42.55 a **40.49** kN/m: la forza orizzontale riduce la forza normale e aggiunge un momento instabilizzante.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Tre metodi sullo stesso cerchio ($k_h = 0.15$, $k_v = 0$)

Metodo	ΣR	ΣD	FS (statico)	FS (sisma)
Ordinario	967.97	840.48	1.569	**1.152**
Bishop	1,083.01	840.48	1.740	**1.289**
Spencer	1,069.09	840.48	1.717	**1.272**

$k_h = 0.15$ riduce FS di circa il 27% (caso ordinario 1.569 → **1.152**). In condizioni sismiche cambia anche il cerchio critico: nel modello della pagina ($k_h = 0.15$, $k_v = 0.05$, direzioni critiche) il risultato della ricerca diventa 1.138 / 1.265 / 1.250.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

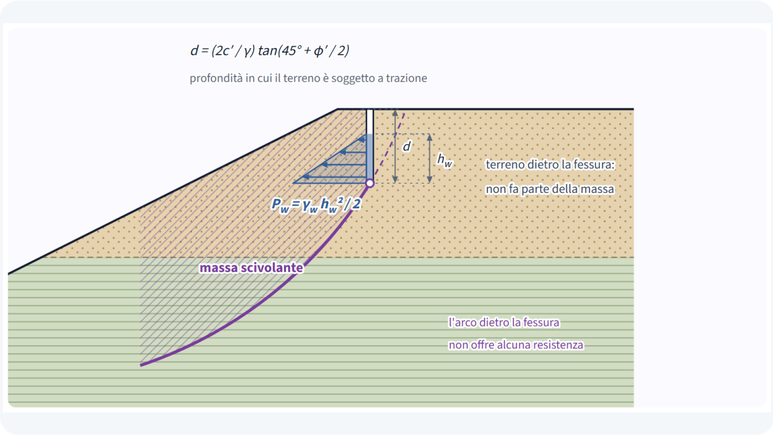
Acqua nella fessura e in profondità

TEORIA

La profondità della fessura di trazione si determina con d = 2c′/γ·tan(45° + φ′/2); in condizioni non drenate tale profondità diventa $2c_u/\gamma$.

Quando la fessura è attiva, la superficie di scorrimento termina nel punto in cui la profondità della massa scorrevole uguaglia la profondità della fessura; il terreno a monte della fessura non fa parte della massa scorrevole e la porzione dell'arco compresa nella fessura non offre resistenza.

L'acqua che ristagna nella fessura fino all'altezza h_W esercita una pressione con forza idrostatica; una fessura riempita d'acqua riduce il fattore di sicurezza e questa condizione viene più spesso trascurata.



$$d = \frac{2c'}{\gamma}\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad d = \frac{2c_u}{\gamma}$$

$$P_w = \frac{\gamma_w h_w^2}{2} \qquad z_f = z_{base} + \frac{h_w}{3} \qquad D_{crack} = \frac{P_w\,(z_c - z_f)}{r}$$

Traccia

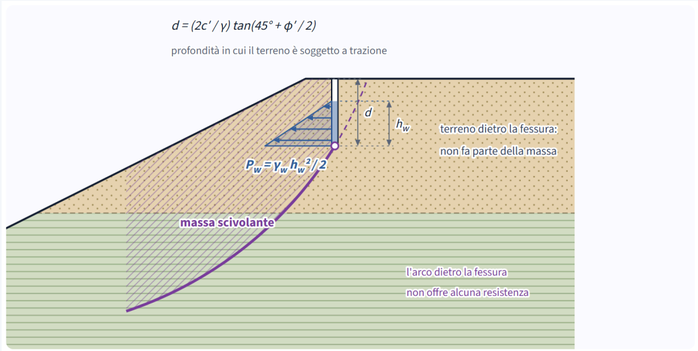
ESEMPIO

Dati

Fessura	**in sommità, fessura verticale a profondità $d = 2$ m (valore iniziale del modello); due condizioni, asciutta e piena d'acqua ($h_w = 2$ m)**
Cerchio	**Il cerchio dell'Esempio 1; termina alla base della fessura**

RICHIESTO

La posizione **x** della fessura; **P_w**, **z_f**, **D_{crack}**; **FS** con tre metodi.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Posizione della fessura: termina dove il cerchio raggiunge la quota z = 10 − 2 = 8 m

$$x = x_c + \sqrt{r^2 - (8 - z_c)^2} = 16.518 + \sqrt{301.08 - (8 - 16.080)^2} = \mathbf{31.87}\ \text{m}$$

2 Acqua nella fessura (h_W = 2 m): forza e momento

$$P_w = \frac{\gamma_w h_w^2}{2} = \frac{9.81(2)^2}{2} = \mathbf{19.62}\ \text{kN/m} \qquad z_f = 8 + \frac{2}{3} = 8.667\ \text{m}$$

$$D_{crack} = \frac{P_w(z_c - z_f)}{r} = \frac{19.62(16.080 - 8.667)}{17.352} = \mathbf{8.38}\ \text{kN/m}$$

La profondità di Rankine è 0.96 m nel terrapieno e 3.15 m nell'argilla; il modulo assume la profondità della fessura pari al valore inserito dal progettista (qui 2 m). Una fessura piena d'acqua aggiunge **8.38** kN/m a ΣD.

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Senza fessura, fessura asciutta e fessura piena d'acqua (stesso cerchio; 34 conci nella fessura)

Metodo	FS senza fessura	ΣR	ΣD (secco)	FS fessura asciutta	ΣD (acqua)	FS fessura piena d'acqua
Ordinario	1.569	991.18	625.52	**1.585**	633.91	**1.564**
Bishop	1.740	1,096.39	625.52	**1.753**	633.91	**1.727**
Spencer	1.717	1,083.00	625.52	**1.731**	633.91	**1.702**

Una fessura asciutta modifica molto poco FS (la massa instabilizzante sovrastante e la resistenza lungo l'arco variano insieme: 1.569 → 1.585); una **fessura piena d'acqua** lo riduce (1.564). L'acqua nella fessura è il caso più spesso trascurato.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Griglia del centro, raggi, infittimento

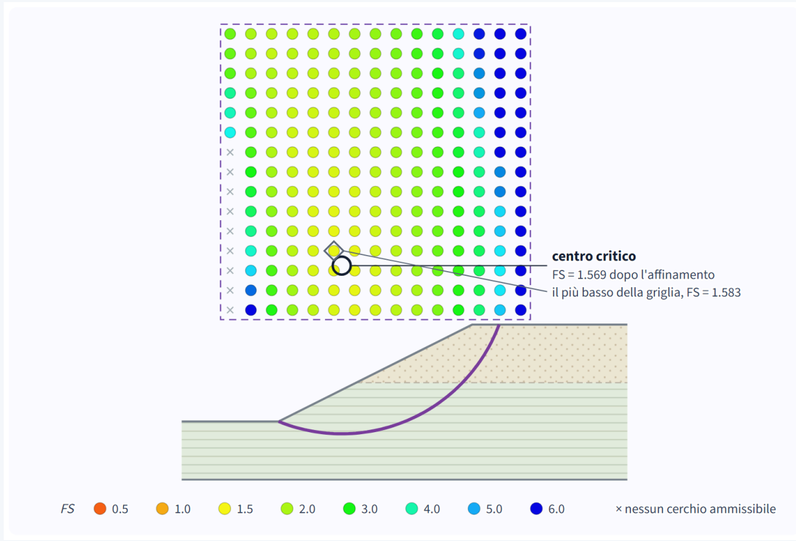
TEORIA

La ricerca del cerchio critico si esegue su una griglia di centri n_X × n_Z disposta sul pendio e, in corrispondenza di ciascun centro, si prova un insieme di raggi equidistanti.

Ogni cerchio viene suddiviso in conci e risolto, e il minimo fattore di sicurezza trovato per ogni centro viene memorizzato insieme al raggio corrispondente; nel modello di calcolo sono stati provati 4650 cerchi con una griglia di 15 × 15 centri e 12 raggi.

$$FS(x_c, z_c) = \min_j FS(x_c, z_c, r_j) \qquad FS_{crit} = \min_{x_c, z_c} FS(x_c, z_c)$$

Modello di calcolo	Valore
Griglia (n_X × n_Z × raggio)	15 × 15 × 12
Cerchio di tentativo / cerchio accettato	4,650 / 3,487
Il più basso della griglia	FS = 1.583
Dopo l'infittimento	**FS = 1.569**
Cerchio critico	x_c = 16.52, z_c = 16.08, r = 17.35 m



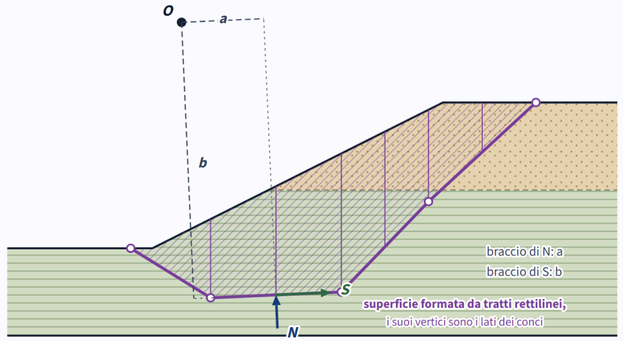
Linea spezzata, solo Spencer

TEORIA

La superficie non circolare può seguire uno strato debole con cunei che scendono dalla sommità del pendio e risalgono verso il piede, ed è una superficie poligonale con entrambe le estremità sulla superficie del terreno.

Sulla superficie di scorrimento poligonale l'equazione dei momenti si scrive rispetto a un punto O scelto al di sopra dello spigolo di valle della massa; il braccio di N è a e quello di S è b.

La superficie con il fattore di sicurezza più basso è ricercata come superficie poligonale a n segmenti; il movimento è mantenuto solo quando la superficie resta ammissibile e il vincolo di convessità impedisce di deviare verso superfici a zigzag.



$$a = (X - X_O)\cos\alpha - (z - z_O)\sin\alpha \qquad b = (X - X_O)\sin\alpha + (z - z_O)\cos\alpha$$

$$\sum [Na + Sb] - \sum V(X - X_O) - \sum A(z_A - z_O) + M_{reinforcement} + M_{crack} = 0$$

Contributo dell'elemento passivo e attivo a FS

TEORIA

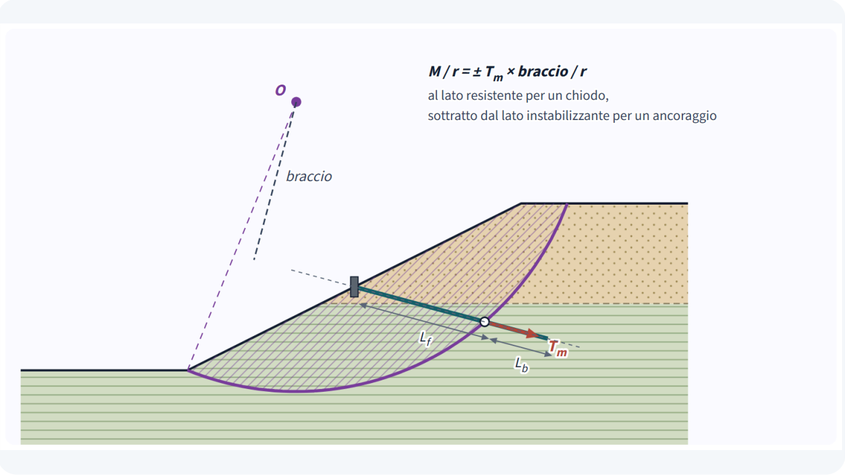
L'elemento di rinforzo è una linea che interseca la superficie di scorrimento; la lunghezza della superficie di scorrimento davanti al punto di intersezione con l'arco è indicata con L_f, mentre la lunghezza ancorata dietro tale punto è indicata con L_b.

Il momento di un elemento passivo (chiodo, geogriglia) si aggiunge al lato resistente; poiché un elemento attivo (ancoraggio) porta il proprio carico prima del movimento, il suo momento si sottrae dal lato instabilizzante.

Per la stessa forza, un elemento attivo incrementa il fattore di sicurezza più di un elemento passivo; la forza è assunta uguale nei casi statico e pseudostatico.

$$\frac{M}{r} = \pm \frac{(x_P - x_c)F_z - (z_P - z_c)F_x}{r}$$

$$FS = \frac{\sum R + \sum M_{passive}/r}{\sum D - \sum M_{active}/r}$$



Il più piccolo dei tre valori

TEORIA

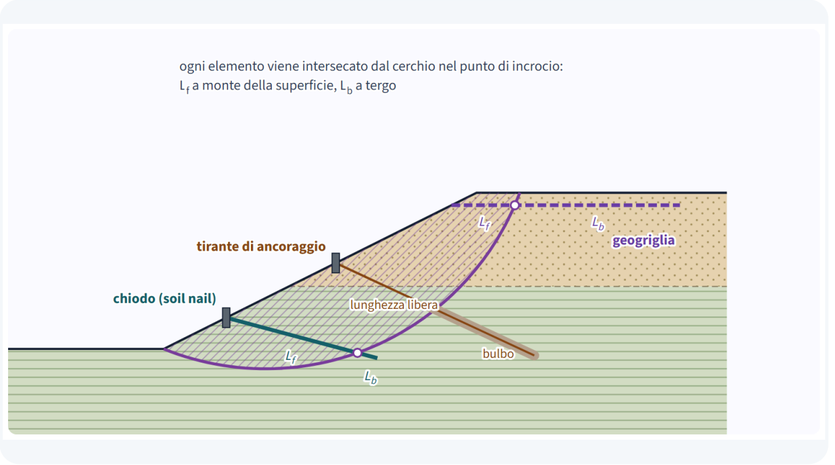
La forza di trazione del chiodo nel terreno è $T = \min[T_t, q_u \pi D_h L_b, q_u \pi D_h L_f + T_h]$, ossia il minore dei tre valori.

Il chiodo è un elemento passivo: entra in funzione al movimento del corpo di terreno e la forza nel chiodo, divisa per l'interasse S_h, è espressa da $T_m = T/S_h$.

Un chiodo la cui testa cade all'esterno del cerchio o la cui estremità è interna alla massa non porta alcuna forza per quel cerchio.

Nella lunghezza libera non si forma aderenza; l'ancoraggio è tenuto dal bulbo e la forza che l'ancoraggio trasmette intersecando un cerchio di scorrimento è la minore di tre valori: **$T = \min[P, T_t, q_u \pi D_h L_b]$**.

L'ancoraggio è un elemento attivo: il carico è presente nel tirante prima che la massa si muova e nelle equazioni di Spencer l'ancoraggio è una forza assegnata; in tale sede non viene diviso per **FS**.



$$\text{chiodo: } T = \min\left[T_t,\ q_u \pi D_h L_b,\ q_u \pi D_h L_f + T_h\right] \qquad T_m = \frac{T}{S_h}$$

$$\text{ancoraggio: } T = \min\left[P,\ T_t,\ q_u \pi D_h L_b\right] \qquad T_m = \frac{T}{S_h}$$

Resistenza di progetto, sfilamento, collegamento

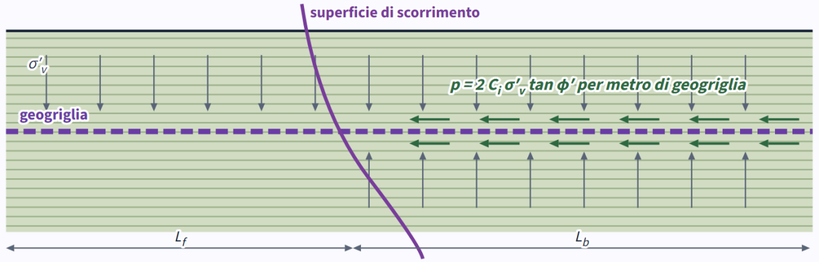
TEORIA

La geogriglia è definita dalla lunghezza L, dalla resistenza di progetto a lungo termine per metro di sezione T_d, dal coefficiente di interazione terreno-geogriglia C_i e dalla resistenza di connessione T_c quando è collegata al rivestimento del paramento.

La resistenza allo sfilamento per metro di lunghezza deriva dall'attrito sulle due facce sotto la tensione efficace di sovraccarico σ'_V; la geogriglia è un elemento passivo e agisce nel piano del foglio.

σ'_V si ottiene dal peso del terreno sopra la piastra — con peso dell'unità di volume saturo al di sotto della falda freatica — sottraendo la pressione interstiziale; i carichi in superficie non sono stati inclusi, a vantaggio della sicurezza.

$$p = 2\,C_i\,\sigma'_v\,\tan\varphi' \qquad T_m = \min\left[T_d,\ \int_{L_b} p\,dl,\ \int_{L_f} p\,dl + T_c\right]$$



Traccia

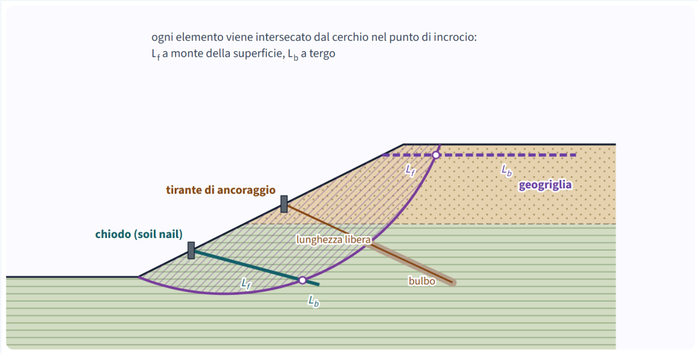
ESEMPIO

Dati

Chiodi	**quattro chiodi, teste a $x = 14, 18, 22, 26$ m (in superficie), 15° inclinati, $L = 14$ m; $T_t = 250$ kN, $q_u = 120$ kPa, $D_h = 120$ mm, $S_h = 1.5$ m**
Cerchio	**cerchio trovato dalla ricerca nel modello chiodato: centro $(18.29;\ 13.90)$, $r = 18.18$ m**

RICHIESTO

Per ciascun chiodo **L_f**, **L_b**, **T** e **T_m**; il contributo al momento; **FS**.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Resistenza di aderenza (per unità di lunghezza) e chiodo N3

$$q_u \pi D_h = 120\pi(0.120) = \mathbf{45.239}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L_f = 11.282\ \mathrm{m},\ L_b = 2.718\ \mathrm{m} \qquad P(32.90;\ 3.08)$$

$$T = \min[250,\ 45.239(2.718) = 122.94,\ 45.239(11.282) = 510.4] = \mathbf{122.94}\ \mathrm{kN}$$

$$T_m = \frac{T}{S_h} = \frac{122.94}{1.5} = \mathbf{81.96}\ \mathrm{kN/m}$$

2 Momento della forza rispetto al centro del cerchio

$$F_x = T_m \cos 15^\circ = 79.17, \quad F_z = -T_m \sin 15^\circ = -21.21\ \mathrm{kN/m}$$

$$\frac{M}{r} = \frac{(x_P - x_c)F_z - (z_P - z_c)F_x}{r} = \frac{(14.606)(-21.21) - (-10.822)(79.17)}{18.178} = \mathbf{30.09}\ \mathrm{kN/m}$$

Il chiodo N3 porta un carico di **81.96** kN/m che trattiene la massa; il suo momento aggiunge 30.09 kN/m a ΣR (elemento passivo).

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Forze di quattro chiodi (stesso metodo)

Chiodo	L_f (m)	L_b (m)	T (kN)	Determinante	T_m (kN/m)	M/r (kN/m)
N1	–	–	0	punta nel volume: non porta carico	0	0
N2	13.13	0.87	39.32	sfilamento posteriormente	26.21	13.90
N3	11.28	2.72	122.94	sfilamento posteriormente	81.96	30.09
N4	8.82	5.18	234.18	sfilamento posteriormente	156.12	31.82

4 Modello chiodato: FS sul cerchio individuato dalla ricerca

Metodo	Senza chiodi (apertura)	Chiodato
Ordinario	1.569	**1.753**
Bishop	1.740	**2.018**
Spencer	1.717	**2.031**

I chiodi incrementano FS di circa il 12% (metodo ordinario 1.569 → 1.753; Bishop 1.740 → 2.018).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

Inviluppo di resistenza curvilineo e tangente a ciascuna base

TEORIA

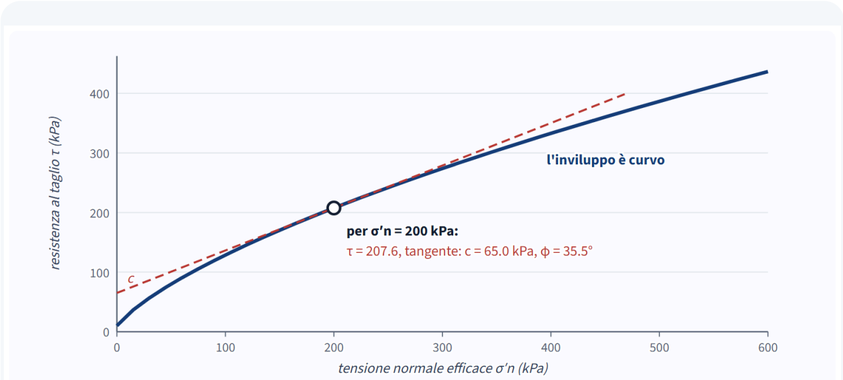
Nel criterio generalizzato di Hoek–Brown l'ammasso roccioso è definito da σ_{ci}, GSI, m_i e D; si assume D = 0 per l'ammasso indisturbato, D = 1 in caso di forti volate o di rilassamento.

Poiché la resistenza al taglio alla base del concio dipende dalla tensione normale, l'inviluppo curvilineo viene trasformato nel piano τ–σ′n mediante le relazioni di Balmer; la tangente fornisce i valori di c_i e φ_i alla base.

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_{ci}\left(m_b\frac{\sigma_3'}{\sigma_{ci}} + s\right)^a$$

$$m_b = m_i\, e^{\frac{GSI-100}{28-14D}} \qquad s = e^{\frac{GSI-100}{9-3D}} \qquad a = \frac{1}{2} + \frac{e^{-GSI/15} - e^{-20/3}}{6}$$

$$d = \frac{d\sigma_1'}{d\sigma_3'} \qquad \sin\varphi_i = \frac{d-1}{d+1} \qquad c_i = \tau - \sigma_n' \tan\varphi_i$$



Traccia

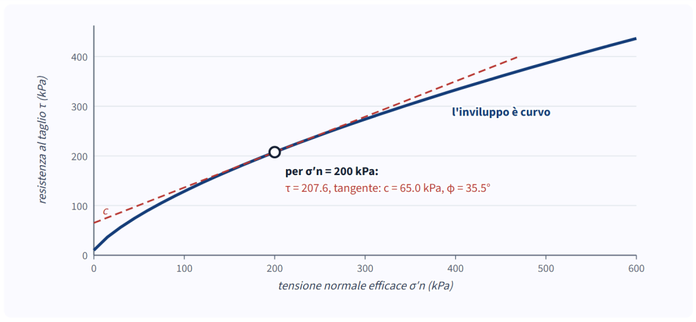
ESEMPIO

Dati

Ammasso roccioso	$\sigma_{ci} = 5$ **MPa,** $GSI = 30$**,** $m_i = 8$**,** $D = 0$
Base	**tensione normale efficace** $\sigma'_n = 200$ **kPa**

RICHIESTO

m_b, s, a; a questa tensione, **τ**, **φ_i** e **c_i**.



Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

1 Costanti dell'ammasso roccioso

$$m_b = 8\,e^{(30-100)/28} = 0.6567 \qquad s = e^{(30-100)/9} = 0.000419$$

$$a = 0.5 + \frac{e^{-2} - e^{-20/3}}{6} = 0.5223$$

2 Per σ'_n = 200 kPa, σ'_3 = 93.05 kPa (determinato per iterazione)

$$d = 1 + a\,m_b \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1} = 3.767$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a} = 602.9\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_n = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} - \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}\,\frac{d-1}{d+1} = 200.0\ \text{kPa}\ \checkmark$$

Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

3 Resistenza al taglio e parametri equivalenti di Mohr–Coulomb

$$\tau = (\sigma_1' - \sigma_3')\frac{\sqrt{d}}{d+1} = \mathbf{207.6}\ \mathrm{kPa}$$

$$\varphi_i = \arcsin\frac{d-1}{d+1} = \mathbf{35.48}^\circ \qquad c_i = \tau - \sigma_n' \tan\varphi_i = 207.6 - 200(0.7128) = \mathbf{65.0}\ \mathrm{kPa}$$

A questa base la roccia si comporta secondo Mohr–Coulomb con **c_i = 65.0 kPa, φ_i = 35.5°** (τ = 207.6 kPa); al variare della tensione variano anche questi valori: ogni concio utilizza i propri c e φ.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

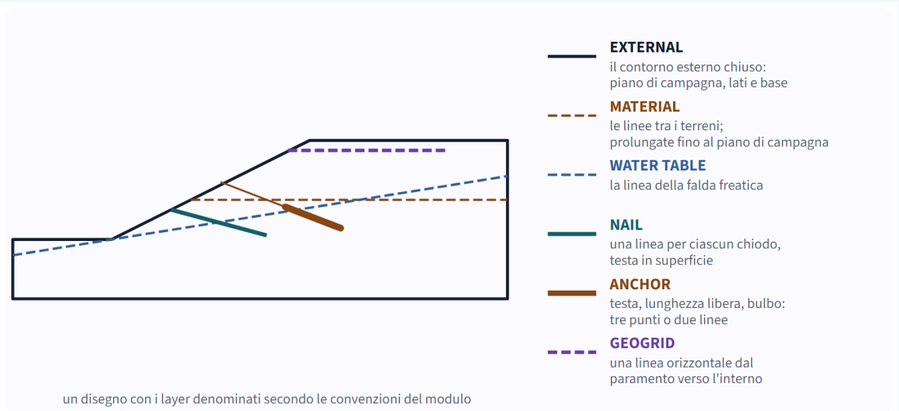
Lettura secondo i nomi degli strati

TEORIA

I nomi dei layer della sezione DXF vengono letti senza distinguere maiuscole e minuscole, spazi, trattini e trattini bassi; **EXTERNAL** fornisce la superficie del terreno, i due lati e la base come un'unica polilinea chiusa.

Le linee **MATERIAL** sono le linee tra i terreni; una linea che termina all'interno della sezione viene prolungata lungo il piano di campagna e a ogni zona tra due confini viene assegnato un terreno distinto.

WATER TABLE è la linea di falda freatica; **NAIL**, **ANCHOR** e **GEOGRID** sono i rinforzi, mentre il peso dell'unità di volume, la resistenza, la capacità, il carico e il sisma non riportati nel disegno si inseriscono nella scheda Modello.

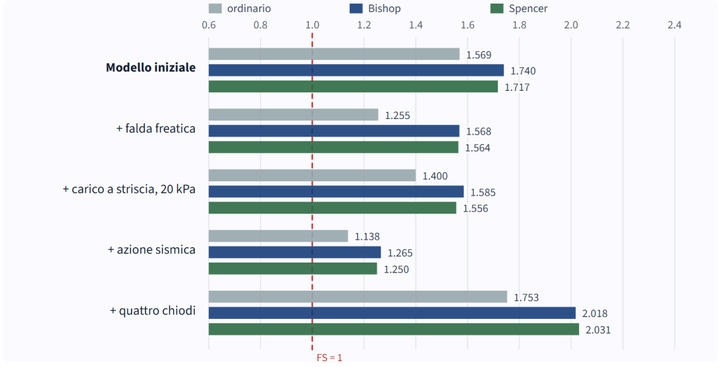


un disegno con i layer denominati secondo le convenzioni del modulo

Tabella dei risultati

Stessa sezione, cinque modelli, tre metodi

Modello (si aggiunge un elemento, si ricerca nuovamente il cerchio)	Centro (x_c; z_c)	r (m)	Concio	Ordinario	Bishop	Spencer
Modello all'apertura (statico)	16.52; 16.08	17.35	33	**1.569**	**1.740**	**1.717**
+ falda freatica che risale verso l'interno del pendio	17.12; 11.45	16.85	36	**1.255**	**1.568**	**1.564**
+ 20 kPa carico a striscia, x = 25 – 32 m	16.25; 15.44	16.66	35	**1.400**	**1.585**	**1.556**
+ sisma, kh 0.15, kv 0.05 (critico)	16.72; 17.45	18.70	34	**1.138**	**1.265**	**1.250**
+ quattro chiodi nel terreno, lunghi 14 m	18.29; 13.90	18.18	34	**1.753**	**2.018**	**2.031**



Il metodo ordinario è sempre il più basso; Bishop e Spencer sono vicini tra loro (differenza di qualche punto percentuale per un cerchio).

Acqua e sisma riducono maggiormente FS (1.255 e 1.138, ordinari); quattro chiodi portano FS a 1.753. Con i chiodi, Bishop e Spencer superano 2.0.

Ipotesi

Che cosa assume il modello e che cosa non assume

Il **modello** assume la deformazione piana: un metro di pendio di lunghezza infinita, la stessa resistenza in ogni direzione (salvo il criterio isotropo per la roccia) e un terreno rigido fino all'inizio del movimento.

Per **l'acqua** si utilizza una linea idrostatica al di sotto di una data linea oppure il rapporto r_u del terreno di copertura; non si esegue alcuna analisi di filtrazione e, nell'abbassamento rapido, si assume $\bar{B} = 1$ come abbassamento istantaneo.

Per i **conci** tutte le grandezze sono riferite alla verticale mediana del concio, la forza normale efficace negativa è mantenuta nulla; il sisma è trattato con coefficienti pseudostatici e si trascura l'inerzia dell'acqua che si accumula in superficie.

Il metodo di **Spencer** assume le forze interconcio parallele tra loro secondo un unico angolo per l'intera massa; l'equilibrio dei momenti è soddisfatto in tutti e tre i metodi, l'equilibrio delle forze solo in Spencer.

La **ricerca** individua la superficie con il fattore di sicurezza minimo in prossimità delle superfici di partenza; non è dimostrato che questa sia la minima fra tutte le superfici.

CIÒ CHE NON FA

- Effetti tridimensionali (estremità della superficie di scorrimento, larghezza del pendio)
- Deformazione, rottura progressiva, rammollimento per deformazione
- Filtrazione e consolidazione: la pressione interstiziale è data, non calcolata
- Analisi dinamica (Newmark): il calcolo pseudostatico costituisce una verifica
- Prescrizione: si assegna FS; il valore adeguato è stabilito dal progettista e dalla normativa

Sintesi

Punti chiave

FS = ΣR/ΣD; R = cL + N′ tan φ′, D = W sin α (momento rispetto al centro del cerchio). I tre metodi differiscono solo nel modo in cui determinano **N′**

Concio 22 (esempio): α = 28.51°, L = 0.864, W = 88.52 → metodo ordinario N′ = 77.79, R = 42.55, D = 42.25; Bishop N′ = 86.56, R = 45.40; Spencer N′ = 80.76, R = 43.51 kN/m

Stesso cerchio: **1.569 (ordinario) · 1.740 (Bishop) · 1.717 (Spencer)**; il cerchio critico è stato trovato provando 4650 cerchi su una griglia 15 × 15 × 12

Acqua: $u = \gamma_w h_w$ riduce N′; **sisma**: F_h riduce la normale e aggiunge un momento; **acqua nella fessura**: aggiunge a ΣD′ il momento P_w

Rinforzo: quello passivo (chiodi, geogriglia) va a favore della resistenza, quello attivo (ancoraggio) va sottratto dal lato instabilizzante; **Hoek–Brown**: c_i, φ_i tangenti a ciascuna base

Bibliografia

Fellenius, W. (1936). Calculation of the stability of earth dams. Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, Washington, 4, 445–463.

Bishop, A.W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Géotechnique, 5(1), 7–17.

Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. Géotechnique, 17(1), 11–26.

Morgenstern, N.R. and Price, V.E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. Géotechnique, 15(1), 79–93.

Duncan, J.M., Wright, S.G. and Brandon, T.L. (2014). Soil Strength and Slope Stability, 2nd ed. Wiley.

Terzaghi, K. (1950). Mechanism of landslides. In Application of Geology to Engineering Practice (Berkey Volume), Geological Society of America, 83–123.

Rankine, W.J.M. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

Hoek, E., Carranza-Torres, C. and Corkum, B. (2002). Hoek–Brown failure criterion — 2002 edition. Proceedings of the 5th North American Rock Mechanics Symposium, Toronto, 1, 267–273.

Balmer, G. (1952). A general analytical solution for Mohr's envelope. Proceedings ASTM, 52, 1260–1271.

Lazarte, C.A., Robinson, H., Gómez, J.E., Baxter, A., Cadden, A. and Berg, R. (2015). Soil Nail Walls — Reference Manual. Geotechnical Engineering Circular No. 7, FHWA-NHI-14-007.

Sabatini, P.J., Pass, D.G. and Bachus, R.C. (1999). Ground Anchors and Anchored Systems. Geotechnical Engineering Circular No. 4, FHWA-IF-99-015.

Berg, R.R., Christopher, B.R. and Samtani, N.C. (2009). Design and Construction of Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes. Geotechnical Engineering Circular No. 11, FHWA-NHI-10-024.

NOTA

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con le librerie di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Anche il modello di calcolo riportato nella pagina del modulo è questa sezione (pendio 2:1 alto 10 m, argilla su terreno di riporto).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

Dalla teoria alla pratica

Disegnare la propria sezione o importarla da DXF; inserire terreni, acqua, carichi, sisma e rinforzo. Il modulo ricerca il cerchio critico e fornisce i fattori di sicurezza dei tre metodi, le tabelle dei conci, la soluzione passo per passo e la relazione.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

Aprire dallo smartphone

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com