Présentation de cours de géotechnique · Stabilité des pentes

Stabilité des pentes : équilibre limite (tranches)

Cours : méthode des tranches à l'équilibre limite ; solution détaillée à la main d'un cercle de glissement et d'une tranche, les autres tranches et les thèmes présentés en tableaux.

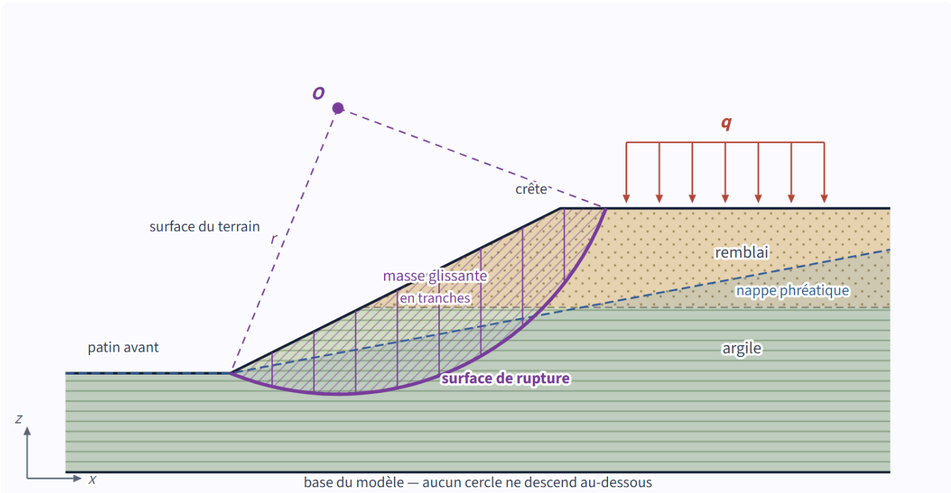
Méthode des tranches

Ordinaire · Bishop · Spencer

Cercle critique

Eau · charge · séisme · fissure

Renforts · Hoek–Brown



Que verrons-nous dans ce cours ?

L'idée de l'**équilibre limite** : la masse située au-dessus de la surface de rupture est un corps rigide dans lequel la résistance est mobilisée dans la même proportion ; **FS = résistance / contrainte requise**

La division de la masse en **tranches** : poids W de chaque tranche, inclinaison de la base α, longueur de la base L, force de l'eau U

La résolution détaillée des **trois méthodes** (ordinaire/Fellenius, Bishop simplifiée, Spencer) sur un seul cercle de glissement et sur **une seule tranche**

Comment le même calcul est répété pour les **32 tranches restantes**, et les tableaux de résultats ; la recherche du cercle critique

Effets de l'eau, de la charge, du séisme, de la fissure de traction, des renforts (clous, ancrages, géogrille) et du rocher (Hoek–Brown)

DÉROULÉ DU COURS

D'abord la **théorie**, puis une **résolution manuelle** avec un seul cercle et une seule tranche :

1 · **Théorie** : FS, tranche, trois méthodes

2 · **Énoncé** : un seul cercle, une seule tranche

3 · **Solution** : tranche 22 à la main ; les autres par **tableau**

Modèle : talus 2:1 de 10 m de hauteur ; remblai au-dessus (γ = 18, c′ = 5, φ′ = 30°), argile en dessous (γ = 17.5, c′ = 20, φ′ = 18°) ; sans eau, sans charge ni séisme. Les forces sont exprimées par mètre de coupe (kN/m).

Drainé, non drainé, croissant avec la profondeur

THÉORIE

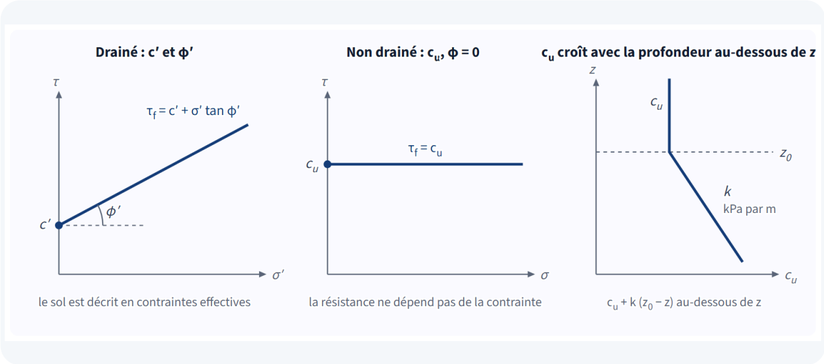
La résistance au cisaillement d'un sol **drainé** est donnée par l'enveloppe de Mohr–Coulomb en contrainte effective σ′ = σ − u et est définie par les paramètres c′ et φ′.

Dans une argile saturée chargée plus vite que le drainage ne peut se produire, la résistance est la **résistance non drainée** c_u, indépendante de la contrainte normale, et l'on prend φ = 0 ; dans de nombreuses argiles naturelles, c_u augmente linéairement avec la profondeur.

La résistance d'une tranche est lue au niveau du milieu de sa base ; le critère propre au rocher est distinct, et le choix entre conditions drainées ou non drainées revient à l'ingénieur et constitue la première hypothèse de l'analyse.

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan\varphi' \qquad \sigma' = \sigma - u \qquad \text{(drainé)}$$

$$\tau_f = c_u \ (\varphi = 0) \qquad c_u(z) = c_u + k\,(z_0 - z) \ \ (z < z_0) \qquad \text{(non drainé)}$$



Résistance / contrainte requise ; moment par rapport au centre du cercle

THÉORIE

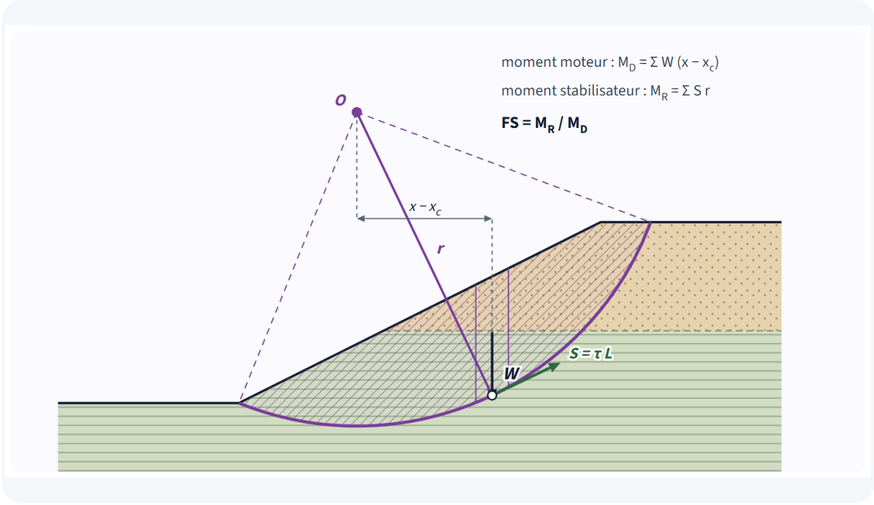
Le coefficient de sécurité (FS) est le rapport de la résistance au cisaillement dont dispose le sol à la contrainte de cisaillement nécessaire à l'équilibre ; il est supposé avoir la même valeur en tout point de la surface de rupture.

Sur une surface circulaire, l'équilibre déterminant est l'équilibre des moments autour du centre O ; en divisant les moments par le rayon, le rapport s'écrit FS = ΣR / ΣD, les deux sommes étant exprimées en kN/m.

Les trois méthodes se distinguent par la manière dont est déterminé l'effort normal effectif (N′) agissant sur chaque base : la méthode ordinaire des tranches le tire du seul poids, Bishop de l'équilibre vertical, et Spencer à la fois de l'équilibre des forces et de celui des moments.

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau} \qquad \tau = \frac{c' + \sigma' \tan \varphi'}{FS}$$

$$FS = \frac{M_R}{M_D} = \frac{\sum R}{\sum D} \qquad R = cL + N' \tan \varphi' \qquad D = \frac{M_D}{r}$$



Géométrie, poids, efforts à la base

THÉORIE

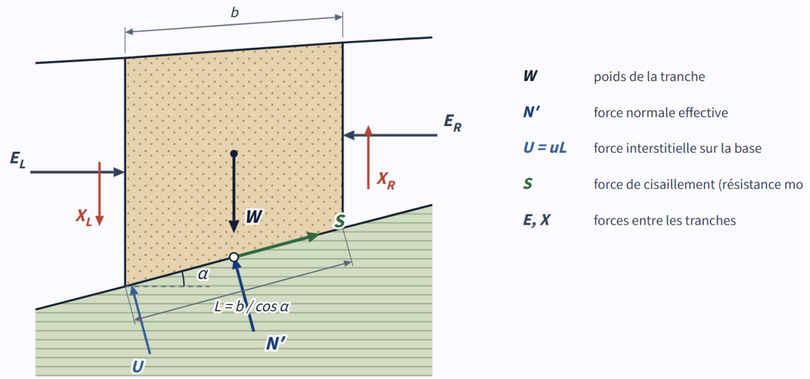
La masse comprise entre la surface de rupture et la surface du terrain est divisée en tranches par des lignes verticales, selon le nombre de tranches ou la largeur maximale d'une tranche.

Chaque point d'intersection significatif à l'intérieur de la masse est une limite de tranche obligatoire ; ainsi chaque base traverse un seul sol et chaque tranche porte un seul type de charge.

Sur la verticale passant par le milieu de la tranche, l'inclinaison de la base α est prise positive du côté de la crête du talus par rapport au centre, et négative du côté du pied du talus.

Effort normal effectif N′ = N – U ; un N′ négatif indique une base en traction, et dans la méthode des tranches simple et la méthode de Bishop, N′ est maintenu à zéro.

$$\sin\alpha = \frac{x_m - x_c}{r} \qquad L = \frac{b}{\cos\alpha} \qquad W = \sum_i b\, h_i\, \gamma_i \qquad N' = N - U\ ,\ U = uL$$



Aucune force inter-tranches

THÉORIE

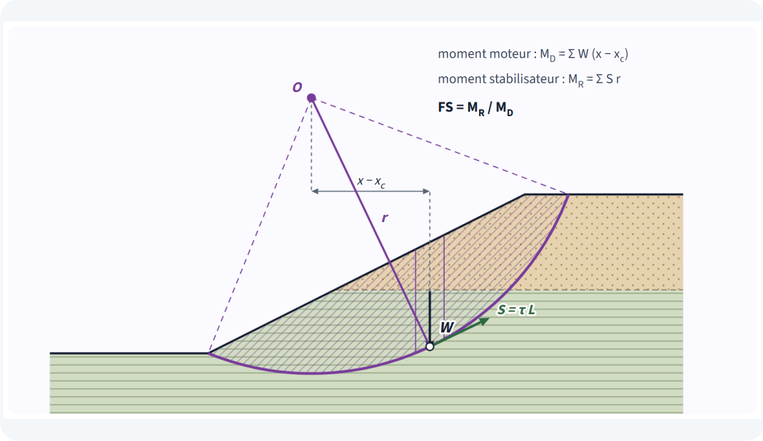
Dans la méthode de **Fellenius** (suédoise), les forces entre tranches sont entièrement négligées et chaque tranche n'est en équilibre que dans la direction normale à sa base.

Cet équilibre donne l'effort normal à partir du poids et des charges ; le coefficient de sécurité est obtenu par le rapport des moments et, dans un sol homogène, se ramène à la relation FS = Σ [c b / cos α + W cos α tan φ] / Σ W sin α.

La méthode est simple, stable et du côté de la sécurité ; son erreur augmente avec la profondeur du cercle et la pression interstitielle, et pour un cercle profond elle peut donner un résultat nettement inférieur à celui des deux autres méthodes.

$$N' = W\cos\alpha - uL \qquad R = cL + N'\tan\varphi' \qquad D = W\sin\alpha$$

$$FS = \frac{\sum R}{\sum D} = \frac{\sum \left[cL + (W\cos\alpha - uL)\tan\varphi'\right]}{\sum W\sin\alpha}$$



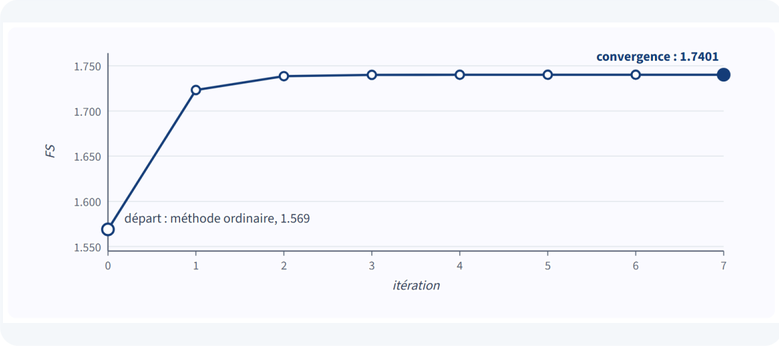
Équilibre vertical de chaque tranche ; solution itérative

THÉORIE

Dans la méthode de Bishop simplifiée, les efforts de cisaillement entre tranches sont négligés, mais l'équilibre vertical de chaque tranche est satisfait et l'effort de cisaillement à la base est pris égal à la résistance mobilisée.

FS figurant des deux côtés de l'équation, celle-ci est résolue par itérations, en partant de la valeur de la méthode ordinaire des tranches ; quelques itérations suffisent.

N′ négatif est maintenu à zéro et $\mathbf{m_\alpha}$ ne peut pas descendre au-dessous de 0.2 ; cette limitation est importante dans la zone du pied des cercles profonds.



$$N' = \frac{W - uL\cos\alpha - cL\sin\alpha/FS}{m_\alpha} \qquad m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS}$$

$$FS = \frac{\sum\left[cL + N'\tan\varphi'\right]}{\sum D}$$

Équilibre des forces et des moments ; forces entre tranches parallèles

THÉORIE

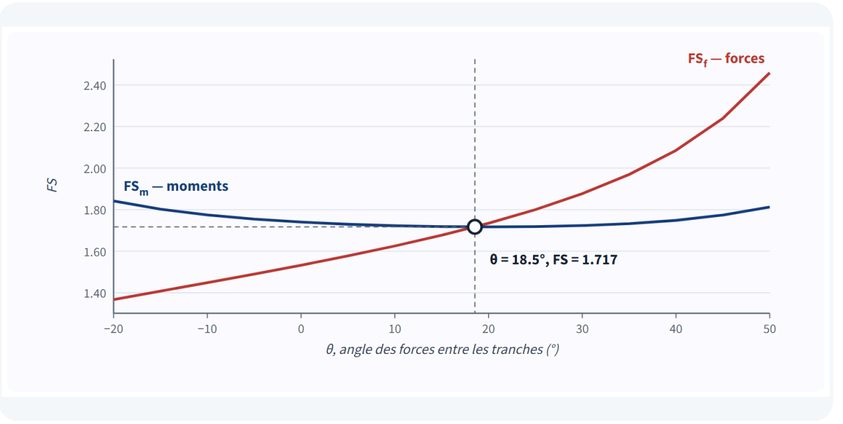
La méthode de **Spencer** satisfait à la fois l'équilibre des forces et celui des moments ; les forces inter-tranches sont parallèles entre elles et l'effort tranchant est une fraction constante de la force normale.

Les faces latérales aux deux extrémités de la masse étant libres, ΣΔE = 0 donne l'équilibre des forces, et un coefficient de sécurité FS_f est obtenu pour chaque angle θ.

Les moments autour du centre du cercle donnent une seconde valeur : $FS_m = \Sigma[c\,L + N' \tan \varphi] / \Sigma\, D$; $FS_f(\theta)$ et $FS_m(\theta)$ se croisent en un seul angle, et celui-ci constitue la solution.

$$X = E \tan\theta \qquad \Delta E = \frac{cL + \tan\varphi' \,(W\cos\alpha - U) - FS\, W \sin\alpha}{FS(\cos\alpha + \tan\theta \sin\alpha) - \tan\varphi'(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha)}$$

$$N' = W\cos\alpha - U + \Delta E\,(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) \qquad \sum \Delta E = 0 \;\Rightarrow\; FS_f(\theta)$$



Ce qu'il fournit, ce qu'il néglige

THÉORIE

Méthode	Force entre tranches	Équilibre des forces	Équilibre des moments	Surface	FS (même cercle)
Ordinaire (Fellenius)	aucun	normale à la base uniquement	✓	cercle	**1.569**
Bishop simplifié	normale uniquement (pas de cisaillement)	valeur verticale par tranche	✓	cercle	**1.740**
Spencer	parallèle : X = E tanθ	horizontal + vertical	✓	chaque surface	**1.717**

La méthode ordinaire des tranches est la méthode par défaut, vérifiable par un calcul manuel et prudente ; son résultat est le plus faible des trois méthodes.

La méthode de Bishop est le choix usuel pour les surfaces circulaires ; sur une surface circulaire, son résultat ne diffère de celui de la méthode de Spencer que de quelques pour cent.

La méthode de Spencer satisfait l'équilibre complet et s'utilise pour les surfaces non circulaires ; c'est la méthode dont le coût de calcul est le plus élevé, et pour certains cercles elle n'admet pas de solution.

Énoncé

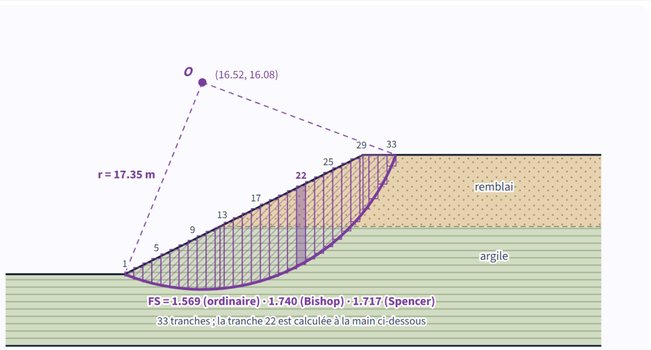
EXEMPLE

Données

Coupe	**surface du terrain $(0;0)$–$(10;0)$–$(30;10)$–$(50;10)$ m ; base $z=-6$ m ; remblai au-dessus de $z=4$ m, argile en dessous**
Sols	**remblai $\gamma=18$ kN/m³, $c'=5$ kPa, $\varphi'=30°$; argile $\gamma=17.5$ kN/m³, $c'=20$ kPa, $\varphi'=18°$; pas d'eau, de charge ni de séisme**
Cercle de glissement	**centre $x_c=16.52$ m, $z_c=16.08$ m ; rayon $r=17.35$ m (cercle critique, voir ce qui a été trouvé dans la recherche)**

À DÉTERMINER

Les points x_a et x_b où le cercle coupe le terrain, son point le plus bas et le **découpage en tranches**.



Solution

SOLUTION

1 Intersection du cercle avec la surface du terrain : $(x - x_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2$

$$x_a = x_c - \sqrt{r^2 - (z_a - z_c)^2} = 16.518 - \sqrt{301.08 - (0 - 16.080)^2} = \mathbf{10.00}\ \mathrm{m} \quad (z_a = 0)$$

$$x_b = x_c + \sqrt{r^2 - (z_b - z_c)^2} = 16.518 + \sqrt{301.08 - (10 - 16.080)^2} = \mathbf{32.77}\ \mathrm{m} \quad (z_b = 10)$$

2 Point le plus bas et découpage en tranches

$$z_{min} = z_c - r = 16.080 - 17.352 = -1.27\ \mathrm{m} \ \ (> -6\ \mathrm{m})$$

$$b = \frac{x_b - x_a}{30} = \frac{22.771}{30} = 0.759\ \mathrm{m} \ \Rightarrow\ 30\ \text{tranche}$$

Le cercle recoupe le massif entre x = 10.00 (pied) et 32.77 m (sommet) ; les bords en x = 10, 18 et 30 m découpent 3 tranches supplémentaires : **33 tranches**.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

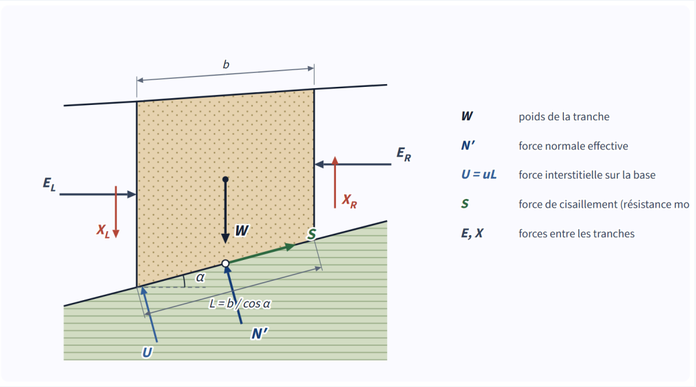
EXEMPLE

Données

Tranche	**Tranche 22 du cercle de l'exemple 1 : abscisse du point milieu $x_m = 24.800$ m, largeur $b = 0.759$ m**
Sol	**remblai $\gamma = 18$ kN/m³ ($z > 4$ m) ; argile $\gamma = 17.5$ kN/m³, $c' = 20$ kPa, $\varphi' = 18°$ (base dans l'argile) ; $u = 0$**

À DÉTERMINER

Valeurs de **α**, **L**, **W** de la tranche ; **N′**, **R** et **D** (méthode ordinaire).



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Inclinaison et longueur de la base

$$\sin\alpha = \frac{x_m - x_c}{r} = \frac{24.800 - 16.518}{17.352} = 0.4773 \;\Rightarrow\; \alpha = \mathbf{28.51}^\circ,\ \cos\alpha = 0.8787$$

$$L = \frac{b}{\cos\alpha} = \frac{0.759}{0.8787} = \mathbf{0.864}\ \text{m}$$

2 Hauteur et poids de la colonne (remblai + argile)

$$z_{surface} = \frac{x_m - 10}{2} = 7.3998\ \text{m};\quad z_{base} = z_c - r\cos\alpha = 0.8327\ \text{m}$$

$$h_1 = 7.3998 - 4 = 3.3998\ \text{m (remblai)};\quad h_2 = 4 - 0.8327 = 3.1673\ \text{m (argile)}$$

$$W = b\,(h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2) = 0.7590(3.3998 \cdot 18 + 3.1673 \cdot 17.5) = \mathbf{88.52}\ \text{kN/m}$$

La tranche 22 est la **tranche la plus lourde** (W = 88.52 kN/m) ; sa base est inclinée de 28.5° et reste dans l'argile (c′ = 20 kPa, φ′ = 18°).

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Force normale et résistance (u = 0)

$$N' = W\cos\alpha = 88.52 \times 0.8787 = \mathbf{77.79}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N'\tan\varphi' = 20(0.864) + 77.79(0.3249) = 17.27 + 25.27 = \mathbf{42.55}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Effet moteur

$$D = W\sin\alpha = 88.52 \times 0.4773 = \mathbf{42.25}\ \mathrm{kN/m}$$

Tranche 22 : **R = 42.55** kN/m, **D = 42.25** kN/m. Les valeurs R et D de chaque tranche sont obtenues par **les trois mêmes étapes** ; le coefficient de sécurité est le rapport de leurs sommes : **FS = ΣR/ΣD** (tableau aux pages suivantes).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

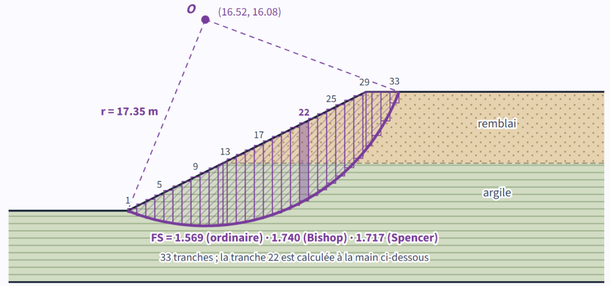
EXEMPLE

Données

Tranches	**Le cercle de l'exemple 1, 33 tranches ; chaque tranche est résolue avec les trois étapes de l'exemple 2**
Méthode	**Ordinaire (Fellenius) : pas de forces entre tranches**

À DÉTERMINER

Tableau de toutes les tranches : **W, N′, R, D** et leurs sommes ; **FS = ΣR / ΣD**.



Solution (1/3)

SOLUTION

No	x_m (m)	b (m)	α (°)	L (m)	W (kN/m)	c′ (kPa)	φ′ (°)	N′ (kN/m)	R (kN/m)	D (kN/m)
1	10.00	0.001	−22.1	0.001	0.00	20	18	0.00	0.03	−0.00
2	10.38	0.758	−20.7	0.810	4.49	20	18	4.20	17.57	−1.59
3	11.14	0.759	−18.1	0.798	13.08	20	18	12.43	20.01	−4.06
4	11.90	0.759	−15.4	0.787	21.15	20	18	20.39	22.37	−5.63
5	12.66	0.759	−12.9	0.779	28.74	20	18	28.02	24.67	−6.40
6	13.41	0.759	−10.3	0.771	35.84	20	18	35.27	26.89	−6.41
7	14.17	0.759	−7.8	0.766	42.49	20	18	42.10	29.00	−5.74
8	14.93	0.759	−5.2	0.762	48.68	20	18	48.47	30.99	−4.45
9	15.69	0.759	−2.7	0.760	54.42	20	18	54.36	32.86	−2.59
10	16.45	0.759	−0.2	0.759	59.72	20	18	59.72	34.59	−0.23
11	17.21	0.759	2.3	0.760	64.58	20	18	64.53	36.16	2.57
12	17.79	0.411	4.2	0.412	36.85	20	18	36.75	20.19	2.71
13	18.17	0.348	5.5	0.349	32.15	20	18	32.01	17.39	3.07
14	18.73	0.759	7.3	0.765	73.11	20	18	72.51	38.87	9.31
15	19.49	0.759	9.9	0.770	76.77	20	18	75.64	39.98	13.13
16	20.25	0.759	12.4	0.777	79.97	20	18	78.11	40.92	17.18
17	21.00	0.759	15.0	0.786	82.70	20	18	79.89	41.67	21.38

Solution (2/3)

SOLUTION

No	x_m (m)	b (m)	α (°)	L (m)	W (kN/m)	c′ (kPa)	φ′ (°)	N′ (kN/m)	R (kN/m)	D (kN/m)
18	21.76	0.759	17.6	0.796	84.94	20	18	80.97	42.23	25.68
19	22.52	0.759	20.2	0.809	86.67	20	18	81.32	42.60	29.99
20	23.28	0.759	22.9	0.824	87.86	20	18	80.91	42.77	34.25
21	24.04	0.759	25.7	0.842	88.49	20	18	79.74	42.76	38.37
22	**24.80**	**0.759**	**28.5**	**0.864**	**88.52**	**20**	**18**	**77.79**	**42.55**	**42.25**
23	25.56	0.759	31.4	0.889	87.89	20	18	75.02	42.16	45.80
24	26.32	0.759	34.4	0.920	86.56	20	18	71.43	41.60	48.89
25	27.08	0.759	37.5	0.956	84.44	20	18	67.00	40.90	51.38
26	27.84	0.759	40.7	1.001	81.43	20	18	61.72	40.08	53.11
27	28.59	0.758	44.1	1.056	77.34	20	18	55.53	39.17	53.83
28	29.35	0.760	47.7	1.129	72.09	5	30	48.51	33.65	53.33
29	29.87	0.267	50.3	0.418	23.72	5	30	15.15	10.84	18.25
30	30.25	0.492	52.3	0.805	40.15	5	30	24.55	18.20	31.76
31	30.87	0.759	55.8	1.351	50.12	5	30	28.16	23.01	41.46
32	31.63	0.759	60.6	1.545	33.40	5	30	16.41	17.20	29.09
33	32.39	0.759	66.2	1.878	12.72	5	30	5.14	12.36	11.64
Σ					**1,841.11**			**1,613.77**	**1,006.25**	**641.34**

Solution (3/3)

SOLUTION

1 Sommes et coefficient de sécurité

$$\sum R = 1{,}006.25\ \text{kN/m} \qquad \sum D = 641.34\ \text{kN/m} \qquad \sum W = 1{,}841.1\ \text{kN/m}$$

$$FS = \frac{\sum R}{\sum D} = \frac{1{,}006.25}{641.34} = \mathbf{1.569}$$

Pour ce cercle, la méthode ordinaire donne **FS = 1.569**. Dans les tranches côté pied (α < 0), la base est inclinée à l'opposé du glissement : D est négatif et réduit ΣD. La tranche 22 est la 22e ligne du tableau et coïncide avec les valeurs obtenues à la main.

ΣR/ΣD : rapport de la **résistance** à l'effet moteur ; si FS > 1, aucun glissement n'est attendu le long de ce cercle.

La méthode ordinaire donne la valeur la plus faible ; les méthodes de Bishop et de Spencer donnent des valeurs plus élevées sur le même cercle (exemples suivants).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

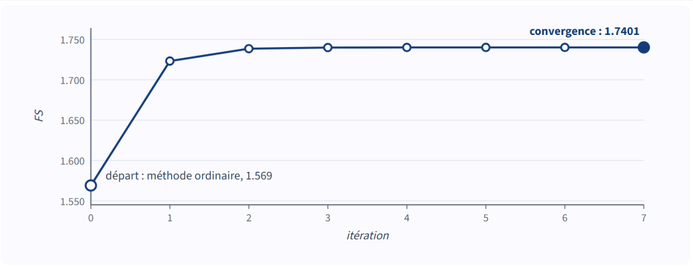
EXEMPLE

Données

Tranche et cercle	**22e tranche de l'Exemple 2 et cercle de l'Exemple 1 ; valeur initiale $FS_0 = 1.569$ de l'Exemple 3**
Méthode	$N' = \dfrac{W - cL\sin\alpha/FS}{m_\alpha}$, $m_\alpha = \cos\alpha + \dfrac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS}$ **(u = 0)**

À DÉTERMINER

Pour la tranche 22 : **m_α**, **N′**, **R** ; pour l'ensemble du cercle : **itération** et **FS**.



Solution (1/4)

SOLUTION

1 Première itération (FS_0 = valeur de la méthode ordinaire = 1.5690)

$$m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS_0} = 0.8787 + \frac{0.4773(0.3249)}{1.5690} = 0.9776$$

$$N' = \frac{W - cL\sin\alpha/FS_0}{m_\alpha} = \frac{88.52 - 20(0.864)(0.4773)/1.5690}{0.9776} = 85.17\ \text{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 85.17(0.3249) = 44.95\ \text{kN/m}$$

Solution (2/4)

SOLUTION

2 Avec la valeur convergée (FS = 1.7401)

$$m_\alpha = 0.8787 + \frac{0.4773(0.3249)}{1.7401} = \mathbf{0.9679}$$

$$N' = \frac{88.52 - 20(0.864)(0.4773)/1.7401}{0.9679} = \mathbf{86.56}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N' \tan\varphi' = 20(0.864) + 86.56(0.3249) = \mathbf{45.40}\ \mathrm{kN/m} \qquad D = 42.25\ \mathrm{kN/m}$$

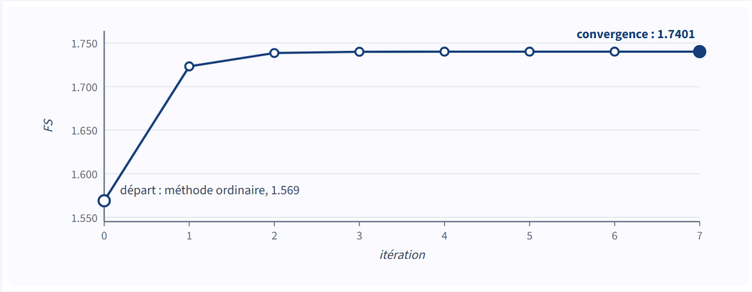
L'effort normal de la tranche 22 passe de 77.79 dans la méthode ordinaire à **86.56** kN/m (équilibre vertical entre tranches) ; la résistance : 42.55 → **45.40** kN/m. Les mêmes étapes sont répétées pour les 33 tranches.

Solution (3/4)

SOLUTION

2 À chaque itération, ΣR est recalculé, $FS_{k+1} = \Sigma R_k / \Sigma D$

Itération k	FS_k	Écart
0 (ordinaire)	1.5690	
1	1.7232	0.1542
2	1.7385	0.0153
3	1.7399	0.0014
4	1.7401	0.0001
5	1.7401	0.0000
6	1.7401	0.0000
7	**1.7401**	0.0000



En 7 itérations, **FS = 1.740** ; ΣR = 1,115.97, ΣD = 641.34 kN/m. Cette valeur est supérieure de 10.9 % à celle de la méthode ordinaire (1.569).

Solution (4/4)

SOLUTION

No	α (°)	W	m_α	N′	R
1	−22.1	0.00	0.8566	0.01	0.03
2	−20.7	4.49	0.8693	8.95	19.11
3	−18.1	13.08	0.8928	17.83	21.76
4	−15.4	21.15	0.9141	25.78	24.12
5	−12.9	28.74	0.9333	32.92	26.27
6	−10.3	35.84	0.9505	39.38	28.22
7	−7.8	42.49	0.9656	45.23	30.02
8	−5.2	48.68	0.9788	50.55	31.67
9	−2.7	54.42	0.9900	55.39	33.20
10	−0.2	59.72	0.9993	59.80	34.61
11	2.3	64.58	1.0066	63.81	35.93
12	4.2	36.85	1.0110	36.10	19.98
13	5.5	32.15	1.0133	31.35	17.18
14	7.3	73.11	1.0156	70.88	38.34
15	9.9	76.77	1.0172	73.99	39.45
16	12.4	79.97	1.0168	76.77	40.49
17	15.0	82.70	1.0143	79.24	41.46
18	17.6	84.94	1.0097	81.39	42.37
19	20.2	86.67	1.0028	83.22	43.22
20	22.9	87.86	0.9937	84.71	44.01
21	25.7	88.49	0.9821	85.83	44.74
22	**28.5**	**88.52**	**0.9679**	**86.56**	**45.40**
23	31.4	87.89	0.9508	86.84	46.00
24	34.4	86.56	0.9307	86.59	46.53
25	37.5	84.44	0.9072	85.70	46.98
26	40.7	81.43	0.8798	84.02	47.33
27	44.1	77.34	0.8480	81.24	47.52
28	47.7	72.09	0.9183	75.89	49.46
29	50.3	23.72	0.8941	25.50	16.81
30	52.3	40.15	0.8741	43.83	29.33
31	55.8	50.12	0.8363	56.09	39.14
32	60.6	33.40	0.7803	37.85	29.58
33	66.2	12.72	0.7076	11.00	15.74
Σ		**1,841.11**			**1,115.97**

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

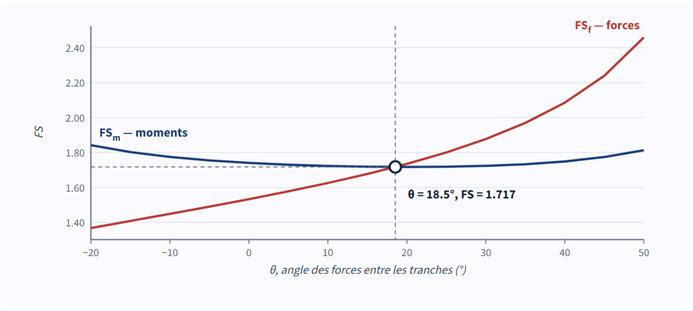
EXEMPLE

Données

Tranche et cercle	**La tranche 22 de l'exemple 2, le cercle de l'exemple 1 ; forces entre tranches parallèles,** $X = E \tan\theta$
Angle de la solution	$\theta = 18.54°$ **(angle d'intersection des deux courbes ci-dessous),** $FS = 1.717$

À DÉTERMINER

Pour la tranche 22 : **ΔE**, **N′**, **R**, **E** et **X** ; courbes θ–FS et cercle entier.



Solution (1/4)

SOLUTION

1 Différence de l'effort normal de la tranche ΔE (θ = 18.54°, tan θ = 0.3354, FS = 1.717)

$$\text{tolérance} = cL + \tan\varphi' \, W \cos\alpha - FS \, W \sin\alpha = 17.275 + 25.274 - 72.542 = -29.99$$

$$\text{dénominateur}_1 = FS(\cos\alpha + \tan\theta \sin\alpha) = 1.7837$$

$$\text{dénominateur}_2 = -\tan\varphi'(\tan\theta \cos\alpha - \sin\alpha) = 0.0593$$

$$\Delta E = \frac{\text{tolérance}}{\text{dénominateur}_1 + \text{dénominateur}_2} = \frac{-29.99}{1.8430} = \mathbf{-16.27}\ \text{kN/m}$$

Solution (2/4)

SOLUTION

2 Effort normal, résistance et forces inter-tranches

$$N' = W\cos\alpha + \Delta E(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) = 77.786 + (-16.27)(-0.1826) = \mathbf{80.76}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N'\tan\varphi' = \mathbf{43.51}\ \mathrm{kN/m}$$

$$E_{foot} = 254.69\ \mathrm{kN/m} \quad \Rightarrow \quad E_{top} = E_{foot} + \Delta E = 238.41\ \mathrm{kN/m}$$

$$X_{foot} = E\tan\theta = \mathbf{85.42}$$

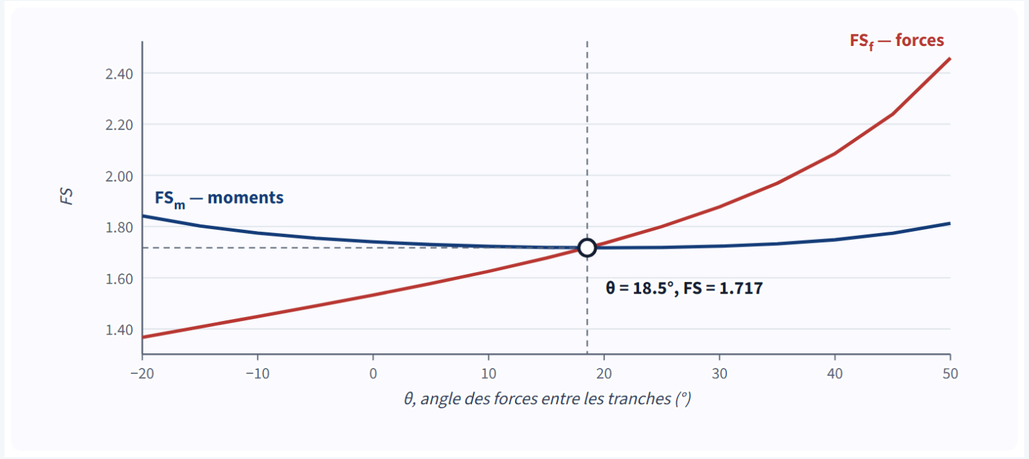
Selon Spencer, la force normale sur la tranche 22 est de **80.76** kN/m (méthode ordinaire 77.79, Bishop 86.56) ; la force inter-tranches dirigée vers le pied du talus est E = 254.69 kN/m.

Solution (3/4)

SOLUTION

3 Pour chaque θ, FS_f ($\Sigma\Delta E = 0$) et FS_m (moment) ; l'intersection est la solution

θ (°)	FS_m (moment)	FS_f (force)
-20	1.842	1.367
-15	1.802	1.408
-10	1.774	1.449
-5	1.755	1.490
0	1.740	1.533
5	1.730	1.577
10	1.723	1.625
15	1.718	1.677
20	1.717	1.735
25	1.718	1.800
30	1.723	1.877
35	1.733	1.969
40	1.748	2.085
45	1.774	2.239
50	1.812	2.458
18.54	**1.717**	**1.717**



Solution (4/4)

SOLUTION

No	ΔE	E (patin)	N′	R
1	0.02	−0.00	0.02	0.03
2	17.12	0.02	15.62	21.28
3	21.59	17.14	26.01	24.42
4	24.46	38.73	34.81	27.06
5	26.08	63.19	42.35	29.33
6	26.67	89.27	48.84	31.30
7	26.41	115.94	54.44	33.01
8	25.43	142.35	59.29	34.51
9	23.87	167.78	63.49	35.83
10	21.80	191.65	67.12	36.99
11	19.32	213.45	70.24	38.01
12	9.30	232.78	39.17	20.97
13	7.19	242.08	33.72	17.95
14	13.38	249.26	75.26	39.76
15	10.03	262.64	77.24	40.50
16	6.48	272.67	78.84	41.16
17	2.77	279.15	80.07	41.73
18	−1.03	281.92	80.95	42.23
19	−4.89	280.89	81.47	42.65
20	−8.75	276.01	81.62	43.01
21	−12.57	267.25	81.39	43.29
22	**−16.27**	**254.69**	**80.76**	**43.51**
23	−19.80	238.41	79.67	43.67
24	−23.06	218.61	78.07	43.76
25	−25.94	195.55	75.88	43.79
26	−28.29	169.61	72.98	43.74
27	−29.89	141.32	69.14	43.59
28	−30.84	111.42	64.36	42.80
29	−11.02	80.59	21.27	14.37
30	−19.70	69.57	36.10	24.87
31	−26.62	49.87	45.17	32.83
32	−18.69	23.25	29.61	24.82
33	−4.56	4.56	8.70	14.41
Σ	0.00			**1,101.18**

θ = 18.54°; ΣR = 1,101.18, ΣD = 641.34 → **FS = 1.717**. E_{max} = 281.9 kN/m.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Poids, pression interstitielle, eau dans le talus

THÉORIE

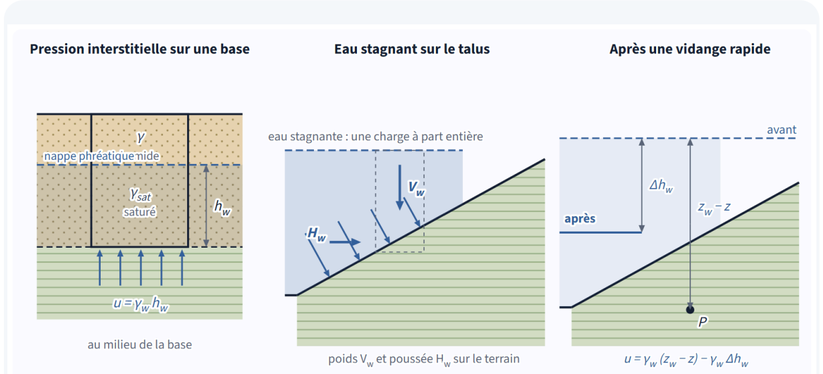
L'eau intervient dans l'analyse de trois façons : par le poids du sol saturé, par la pression interstitielle qui réduit la résistance à la base de chaque tranche, et, là où elle se trouve sur le talus, comme une charge à part entière.

Sous la ligne de la nappe, la pression interstitielle est hydrostatique ; l'écoulement n'étant pas analysé, un niveau de nappe incliné constitue une approximation d'un réseau d'écoulement, et le poids volumique déjaugé n'est jamais utilisé.

Lorsque la pression interstitielle est connue comme une fraction de la contrainte des terres sus-jacentes, un rapport **r_u** est attribué au sol ; ce cas concerne un remblai en phase de travaux ou un remblai sur argile molle.

Lorsque l'eau située devant le talus, qui peut s'évacuer, s'abaisse rapidement, l'appui disparaît, la pression interstitielle est conservée et le coefficient de sécurité correspond à sa valeur la plus faible, immédiatement après l'abaissement du niveau d'eau.

$$u = \gamma_w h_w \qquad u = r_u \frac{W}{b} \qquad H_w = \frac{\gamma_w}{2}\left[(z_w - z_L)^2 - (z_w - z_R)^2\right]$$



Énoncé

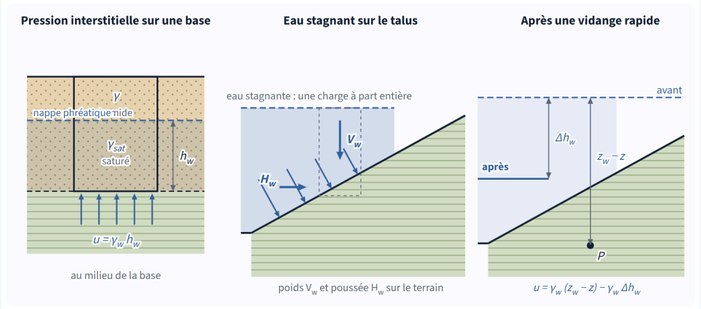
EXEMPLE

Données

Ligne d'eau	$(0;0)$–$(20;2.5)$–$(50;7)$ **m, hydrostatique ; $\gamma_w = 9.81$ kN/m³ ; poids volumiques saturés : remblai 20, argile 19.5 kN/m³**
Tranche	**même cercle ; la tranche à $x_m = 24.800$ m (avec l'eau, elle devient la 24e tranche et non la 33e)**

À DÉTERMINER

Dans la tranche **z_W, h_W, u, U** ; nouveaux **W, N′, R, D** ; sur tout le cercle, **FS**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Hauteur d'eau et pression interstitielle

$$z_w = 2.5 + \frac{24.800 - 20}{30}(4.5) = 3.2199 \text{ m}$$

$$h_w = z_w - z_{base} = 3.2199 - 0.8327 = \mathbf{2.3872} \text{ m}$$

$$u = \gamma_w h_w = 9.81(2.3872) = \mathbf{23.42} \text{ kPa} \qquad U = uL = 23.42(0.864) = \mathbf{20.23} \text{ kN/m}$$

2 Poids : humide au-dessus de l'eau, saturé en dessous

$$W = b\left[h_1\gamma_1 + h_{dry}\gamma_{moist} + h_w\gamma_{sat}\right]$$

$$W = 0.7590[3.3998(18) + 0.7801(17.5) + 2.3872(19.5)] = \mathbf{92.14} \text{ kN/m}$$

L'eau fait passer le poids de 88.52 kN/m à l'état sec à **92.14** kN/m et engendre en outre à la base une force de sous-pression **U = 20.23** kN/m.

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Effort normal effectif, résistance, effet moteur (tranche 22)

$$N' = W\cos\alpha - U = 92.14(0.8787) - 20.23 = \mathbf{60.74}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 60.74(0.3249) = \mathbf{37.01}\ \mathrm{kN/m} \qquad D = W\sin\alpha = \mathbf{43.98}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Cercle complet (36 tranches, même cercle) et comparaison avec le cas sec

Méthode	ΣU	ΣR	ΣD	FS (eau)	FS (sec)
Ordinaire	476.94	879.96	655.41	**1.343**	1.569
Bishop	476.94	981.07	655.41	**1.497**	1.740
Spencer	476.94	970.22	655.41	**1.480**	1.717

Pour le même cercle, l'eau réduit FS de 1.569 à **1.343** (méthode ordinaire) ; si le cercle critique est recherché à nouveau avec la ligne d'eau, il est moins profond et FS vaut **1.255 / 1.568 / 1.564** (ordinaire / Bishop / Spencer).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Charge en bande et charge ponctuelle ; verticale, perpendiculaire, inclinée

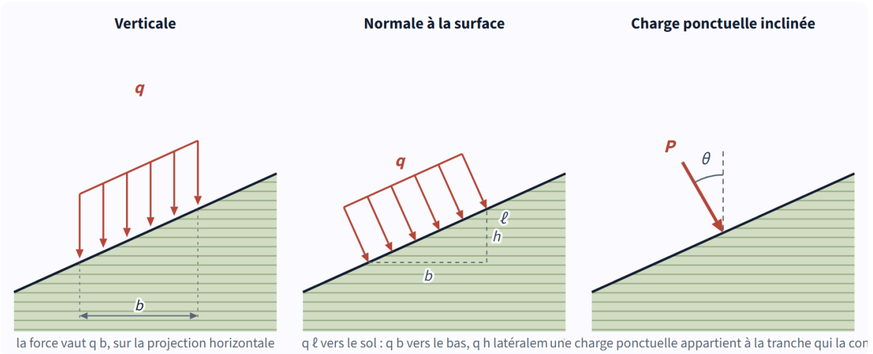
THÉORIE

Une charge en bande verticale ou inclinée est considérée sur sa projection horizontale, et la force sur la partie de largeur horizontale b vaut q b.

Une charge agissant perpendiculairement à la surface est prise sur la longueur de la surface ; la force sur un tronçon de longueur ℓ est q ℓ, sa composante verticale vaut q b et sa composante horizontale q h.

Chaque tranche porte la partie d'une charge comprise entre ses bords, répartie proportionnellement à la largeur horizontale, et une charge ponctuelle appartient à la tranche contenant son point d'application.

$$F = q\,b \qquad F_n = q\,\ell \;\Rightarrow\; F_z = q\,b,\; F_x = q\,h \qquad P_x = P\sin\theta,\; P_z = P\cos\theta$$



Forces d'inertie au centre de gravité de la tranche

THÉORIE

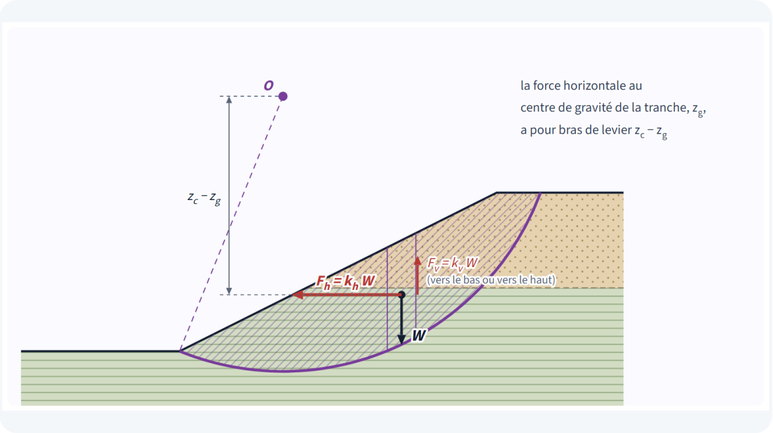
Dans l'approche **pseudo-statique**, la secousse sismique est représentée par une accélération constante appliquée à la masse en glissement et exprimée en fraction de g.

Dans chaque tranche, les forces d'inertie de la masse de sol ($\mathbf{W_{soil}}$) sont appliquées au centre de gravité ($\mathbf{z_g}$) déterminé à partir des parties humide et saturée du sol à l'intérieur de la tranche, l'eau accumulée sur la tranche ne supportant pas cette force.

Dans l'option de cas critique, les deux directions horizontales et les deux directions verticales sont essayées et le coefficient de sécurité le plus faible est retenu ; les coefficients sont fournis par l'utilisateur et les FS statique et **pseudo-statique** figurent ensemble dans le rapport.

$$F_h = k_h W_{soil} \qquad F_v = k_v W_{soil}$$

$$N = (W + F_v)\cos\alpha \mp F_h \sin\alpha \qquad D = (W + F_v)\sin\alpha + F_h \frac{z_c - z_g}{r}$$



Énoncé

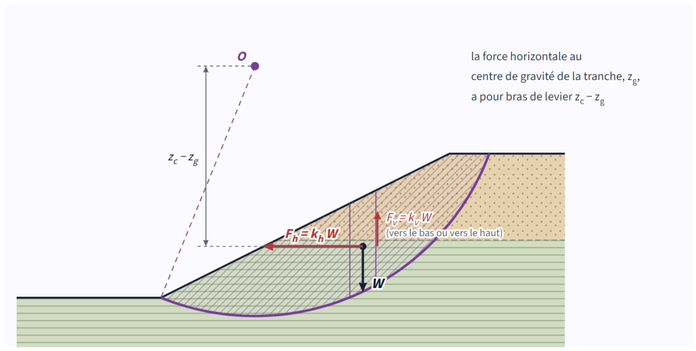
EXEMPLE

Données

Séisme	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; **force horizontale dirigée vers le patin avant (direction critique)**
Tranche et cercle	**Tranche 22 et cercle de l'Exemple 2 ; le centre de gravité est nécessaire pour le bras de levier z_g**

À DÉTERMINER

Pour la tranche 22 : **F_h, N', R, D** ; sur le cercle entier, **FS_{sis}** par trois méthodes.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Force d'inertie et bras de levier

$$F_h = k_h W = 0.15(88.52) = \mathbf{13.28}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_g = \sum W_i z_{g,i}/W = (46.45(5.700) + 42.07(2.416))/88.52 = 4.139\ \mathrm{m}$$

$$\text{bras de levier} = (z_c - z_g)/r = (16.080 - 4.139)/17.352 = 0.6882$$

2 Effort normal, résistance, effet moteur

$$N' = W\cos\alpha - F_h \sin\alpha = 77.79 - 6.34 = \mathbf{71.45}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 71.45(0.3249) = \mathbf{40.49}\ \mathrm{kN/m}$$

$$D = W\sin\alpha + F_h\,\frac{z_c - z_g}{r} = 42.25 + 13.28(0.6882) = \mathbf{51.39}\ \mathrm{kN/m}$$

L'action motrice passe de 42.25 à **51.39** kN/m (+22 %), la résistance de 42.55 à **40.49** kN/m : la force horizontale réduit l'effort normal et ajoute un moment de glissement.

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Trois méthodes sur le même cercle (k_h = 0.15, k_v = 0)

Méthode	ΣR	ΣD	FS (statique)	FS (séisme)
Ordinaire	967.97	840.48	1.569	**1.152**
Bishop	1,083.01	840.48	1.740	**1.289**
Spencer	1,069.09	840.48	1.717	**1.272**

k_h = 0.15 réduit FS d'environ 27 % (cas ordinaire 1.569 → **1.152**). Sous l'action sismique, le cercle critique change également : dans le modèle de la page (k_h = 0.15, k_v = 0.05, directions critiques), le résultat de la recherche est 1.138 / 1.265 / 1.250.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

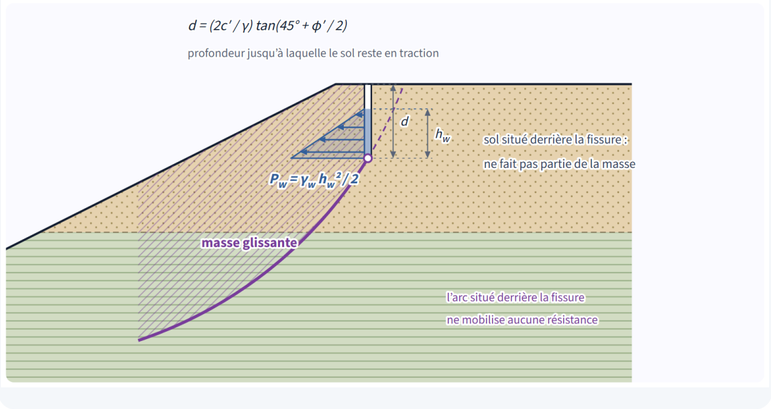
Eau en profondeur et dans la fissure

THÉORIE

La profondeur de la fissure de traction est donnée par d = 2c′/γ·tan(45° + φ′/2) ; en condition non drainée, cette profondeur devient $2c_u/\gamma$.

Lorsque la fissure de traction est active, la surface de rupture se termine au point où la profondeur de la masse glissante est égale à la profondeur de la fissure ; le sol situé derrière la fissure ne fait pas partie de la masse glissante, et la portion de l'arc restant dans la fissure ne porte aucune résistance.

L'eau présente dans la fissure jusqu'à la hauteur h_W exerce une poussée par force hydrostatique ; une fissure remplie d'eau abaisse le coefficient de sécurité, et ce cas est plus souvent négligé.



$$d = \frac{2c'}{\gamma}\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad d = \frac{2c_u}{\gamma}$$

$$P_w = \frac{\gamma_w h_w^2}{2} \qquad z_f = z_{base} + \frac{h_w}{3} \qquad D_{crack} = \frac{P_w\,(z_c - z_f)}{r}$$

Énoncé

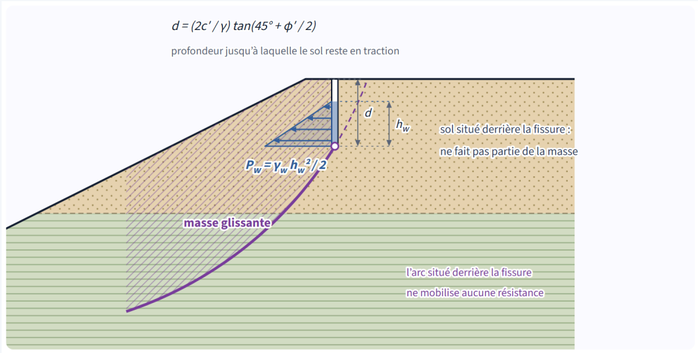
EXEMPLE

Données

Fissure	**en haut, fissure verticale à $d = 2$ m de profondeur (valeur initiale du modèle) ; deux cas : sèche et remplie d'eau ($h_w = 2$ m)**
Cercle	**Le cercle de l'exemple 1 ; se termine à la base de la fissure**

À DÉTERMINER

Position **x** de la fissure ; **P_w**, **z_f**, **D_{fiss}** ; **FS** par trois méthodes.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Position de la fissure : elle se termine là où le cercle atteint la cote z = 10 − 2 = 8 m

$$x = x_c + \sqrt{r^2 - (8 - z_c)^2} = 16.518 + \sqrt{301.08 - (8 - 16.080)^2} = \mathbf{31.87}\ \text{m}$$

2 Eau dans la fissure (h_w = 2 m) : force et moment

$$P_w = \frac{\gamma_w h_w^2}{2} = \frac{9.81(2)^2}{2} = \mathbf{19.62}\ \text{kN/m} \qquad z_f = 8 + \frac{2}{3} = 8.667\ \text{m}$$

$$D_{crack} = \frac{P_w(z_c - z_f)}{r} = \frac{19.62(16.080 - 8.667)}{17.352} = \mathbf{8.38}\ \text{kN/m}$$

La profondeur de Rankine est de 0.96 m dans le remblai et de 3.15 m dans l'argile ; le module retient pour la profondeur de la fissure la valeur saisie par l'ingénieur (ici 2 m). Une fissure remplie d'eau ajoute **8.38** kN/m à ΣD.

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Sans fissure, fissure sèche et fissure remplie d'eau (même cercle ; 34 tranches avec la fissure)

Méthode	FS sans fissure	ΣR	ΣD (sec)	FS fissure sèche	ΣD (eau)	FS fissure remplie
Ordinaire	1.569	991.18	625.52	**1.585**	633.91	**1.564**
Bishop	1.740	1,096.39	625.52	**1.753**	633.91	**1.727**
Spencer	1.717	1,083.00	625.52	**1.731**	633.91	**1.702**

Une fissure sèche modifie très peu FS (la masse motrice au-dessus et la résistance dans l'arc disparaissent ensemble : 1.569 → 1.585) ; une **fissure remplie d'eau** l'abaisse (1.564). L'eau dans la fissure est le cas le plus souvent oublié.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Grille centrale, rayons, raffinement

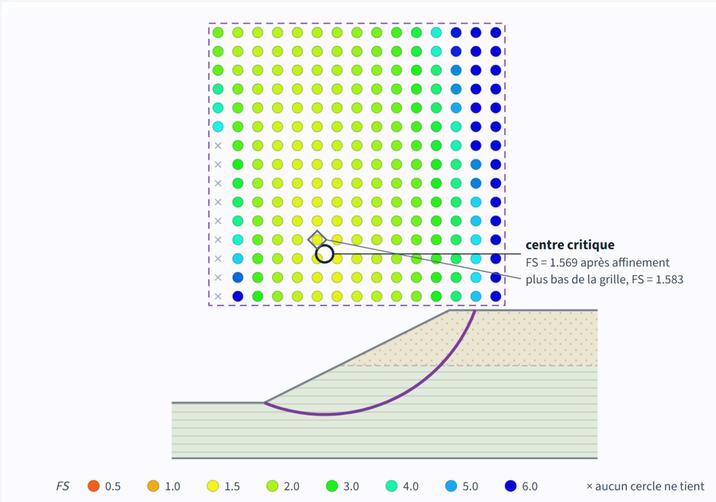
THÉORIE

La recherche du cercle critique s'effectue sur une grille de centres de $n_X \times n_Z$ points placée au-dessus du talus, et, pour chaque centre, un ensemble de rayons équidistants est essayé.

Chaque cercle est divisé en tranches et résolu, et le plus faible coefficient de sécurité trouvé pour chaque centre est conservé avec le rayon correspondant ; dans le modèle de l'exemple de calcul, 4650 cercles ont été essayés avec 15 × 15 centres et 12 rayons.

$$FS(x_c, z_c) = \min_j FS(x_c, z_c, r_j) \qquad FS_{crit} = \min_{x_c, z_c} FS(x_c, z_c)$$

Modèle de calcul	Valeur
Grille ($n_X \times n_Z \times$ rayon)	15 × 15 × 12
Cercle essayé / cercle retenu	4,650 / 3,487
La plus faible de la grille	FS = 1.583
Après affinement	**FS = 1.569**
Cercle critique	x_c = 16.52, z_c = 16.08, r = 17.35 m



Ligne brisée, Spencer uniquement

THÉORIE

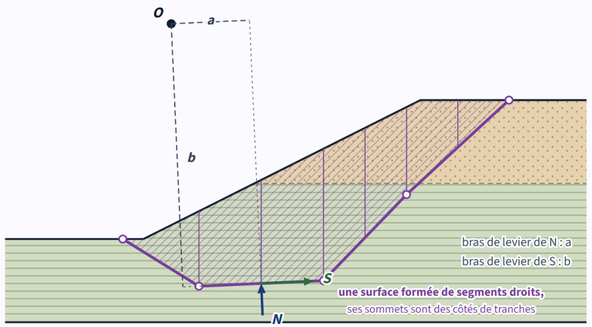
Une surface non circulaire peut suivre une couche faible, avec des coins qui descendent depuis la crête du talus et remontent vers le pied du talus ; il s'agit d'une surface polygonale dont les deux extrémités se situent à la surface du terrain.

Pour une surface de rupture polygonale (multilinéaire), l'équation des moments est écrite par rapport à un point O choisi au-dessus du pied du massif ; le bras de levier de N est a et celui de S est b.

La surface au coefficient de sécurité le plus faible est recherchée sous la forme d'une ligne brisée à n segments ; le déplacement n'est conservé que si la surface reste admissible, et la contrainte de convexité empêche la recherche de dériver vers des surfaces en zigzag.

$$a = (X - X_O)\cos\alpha - (z - z_O)\sin\alpha \qquad b = (X - X_O)\sin\alpha + (z - z_O)\cos\alpha$$

$$\sum [Na + Sb] - \sum V(X - X_O) - \sum A(z_A - z_O) + M_{reinforcement} + M_{crack} = 0$$



Contribution de l'élément passif et de l'élément actif au FS

THÉORIE

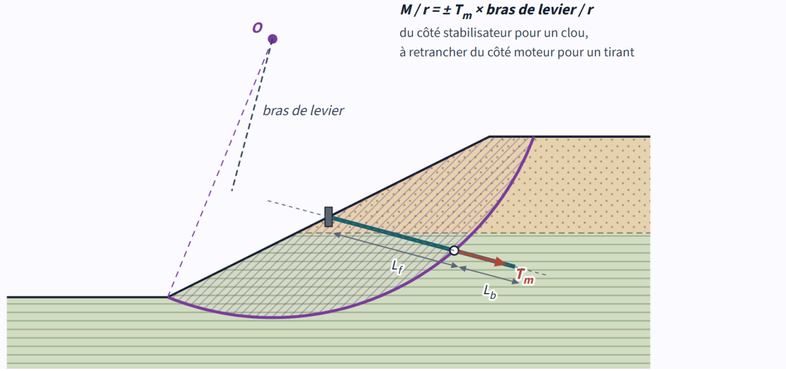
L'élément de renforcement est une droite qui coupe la surface de rupture ; la longueur de la surface de rupture située en avant du point où il coupe l'arc est notée L_f, et la longueur scellée en arrière de ce point est notée L_b.

Le moment d'un élément passif (clou, géogrille) est ajouté du côté stabilisateur ; l'élément actif (ancrage) reprenant sa charge avant tout mouvement, son moment est retranché du côté moteur.

Pour une même force, un élément actif augmente davantage le coefficient de sécurité qu'un élément passif ; la force est prise identique dans les cas statique et pseudo-statique.

$$\frac{M}{r} = \pm \frac{(x_P - x_c)F_z - (z_P - z_c)F_x}{r}$$

$$FS = \frac{\sum R + \sum M_{passive}/r}{\sum D - \sum M_{active}/r}$$



La plus petite des trois valeurs

THÉORIE

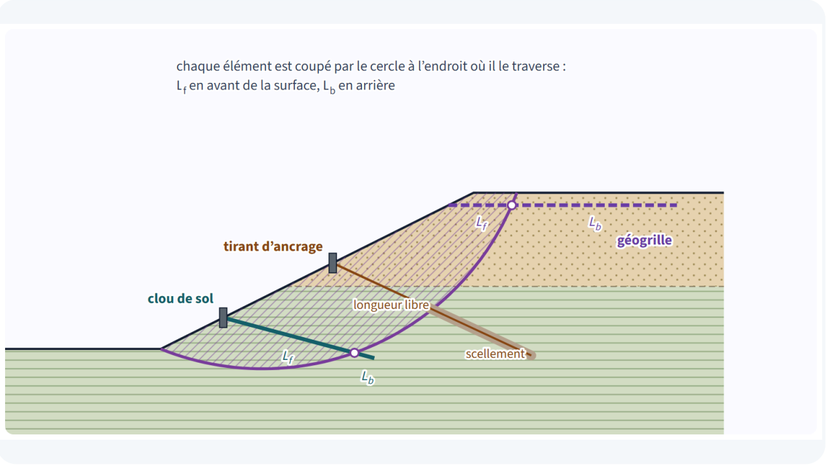
L'effort de traction du clou est T = min[T_t, q_u π D_h L_b, q_u π D_h L_f + T_h], c'est-à-dire la plus petite des trois valeurs.

Un clou est un élément passif : il est mobilisé au fur et à mesure que la masse se déplace, et l'effort dans le clou rapporté à l'espacement Sh s'exprime par T_m = T/S_h.

Un clou dont la tête se trouve à l'extérieur du cercle ou dont la pointe se trouve dans la masse ne transmet aucune force pour ce cercle.

Aucune adhérence ne se forme sur la longueur libre ; le tirant est retenu par sa zone de scellement, et l'effort que le tirant transmet en coupant un cercle de glissement est la plus petite de trois valeurs : **T = min[P, T_t, q_u π D_h L_b]**.

L'ancrage est un élément actif : la charge existe dans le tendon avant que la masse ne se mette en mouvement, et dans les équations de Spencer l'ancrage est une force donnée ; elle n'y est pas divisée par **FS**.



$$\text{clou} : T = \min\left[T_t,\ q_u \pi D_h L_b,\ q_u \pi D_h L_f + T_h\right] \qquad T_m = \frac{T}{S_h}$$

$$\text{ancrage} : T = \min\left[P,\ T_t,\ q_u \pi D_h L_b\right] \qquad T_m = \frac{T}{S_h}$$

Résistance de calcul, arrachement, connexion

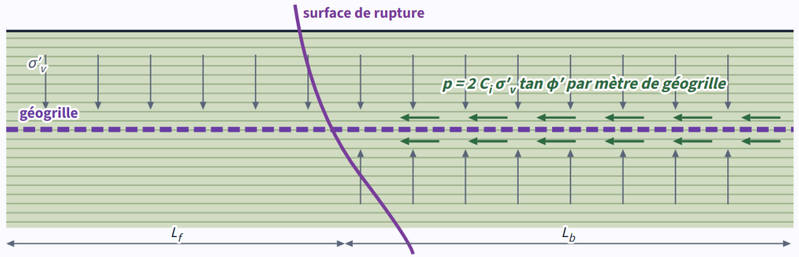
THÉORIE

La géogrille est définie par sa longueur L, sa résistance de calcul à long terme par mètre de coupe T_d, le coefficient d'interaction sol–géogrille C_i et, lorsqu'elle est liée au parement, sa résistance de connexion T_c.

La résistance à l'arrachement par mètre de longueur provient du frottement sur les deux faces sous la contrainte verticale effective σ'_v ; la géogrille est un élément passif qui agit dans le plan de la nappe.

σ'_v est obtenue à partir du poids du sol situé au-dessus de la plaque — avec le poids volumique saturé sous le niveau de la nappe — diminué de la pression interstitielle ; les charges de surface ne sont pas prises en compte, ce qui reste du côté de la sécurité.

$$p = 2\,C_i\,\sigma'_v\tan\varphi' \qquad T_m = \min\left[T_d,\ \int_{L_b} p\,dl,\ \int_{L_f} p\,dl + T_c\right]$$



Énoncé

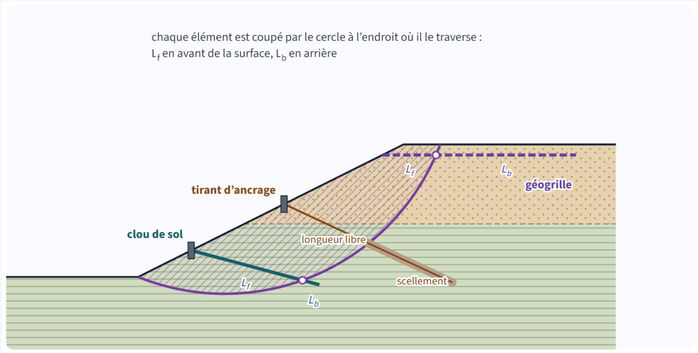
EXEMPLE

Données

Clous	**quatre clous, têtes à $x = 14, 18, 22, 26$ m (en surface), inclinés de 15°, $L = 14$ m ; $T_t = 250$ kN, $q_u = 120$ kPa, $D_h = 120$ mm, $S_h = 1.5$ m**
Cercle	**cercle trouvé par la recherche dans le modèle cloué : centre $(18.29;\ 13.90)$, $r = 18.18$ m**

À DÉTERMINER

Pour chaque clou : **L_f**, **L_b**, **T** et **T_m** ; contribution au moment ; **FS**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Résistance au scellement (par unité de longueur) et clou N3

$$q_u \pi D_h = 120\pi(0.120) = \mathbf{45.239}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L_f = 11.282\ \mathrm{m},\ L_b = 2.718\ \mathrm{m} \qquad P(32.90;\ 3.08)$$

$$T = \min[250,\ 45.239(2.718) = 122.94,\ 45.239(11.282) = 510.4] = \mathbf{122.94}\ \mathrm{kN}$$

$$T_m = \frac{T}{S_h} = \frac{122.94}{1.5} = \mathbf{81.96}\ \mathrm{kN/m}$$

2 Moment de la force par rapport au centre du cercle

$$F_x = T_m \cos 15^\circ = 79.17, \quad F_z = -T_m \sin 15^\circ = -21.21\ \mathrm{kN/m}$$

$$\frac{M}{r} = \frac{(x_P - x_c)F_z - (z_P - z_c)F_x}{r} = \frac{(14.606)(-21.21) - (-10.822)(79.17)}{18.178} = \mathbf{30.09}\ \mathrm{kN/m}$$

Le clou N3 retenant la masse supporte une charge de **81.96** kN/m ; son moment ajoute 30.09 kN/m à ΣR (élément passif).

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Efforts de quatre clous (même méthode)

Clou	L_f (m)	L_b (m)	T (kN)	Déterminant	T_m (kN/m)	M/r (kN/m)
N1	–	–	0	pointe dans la masse : ne porte aucune charge	0	0
N2	13.13	0.87	39.32	arrachement à l'arrière	26.21	13.90
N3	11.28	2.72	122.94	arrachement à l'arrière	81.96	30.09
N4	8.82	5.18	234.18	arrachement à l'arrière	156.12	31.82

4 Modèle cloué : FS sur le cercle trouvé par la recherche

Méthode	Sans clou (excavation)	Cloué
Ordinaire	1.569	**1.753**
Bishop	1.740	**2.018**
Spencer	1.717	**2.031**

Les clous augmentent FS d'environ 12 % (méthode ordinaire 1.569 → 1.753 ; Bishop 1.740 → 2.018).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Enveloppe de résistance curviligne et tangente à chaque base

THÉORIE

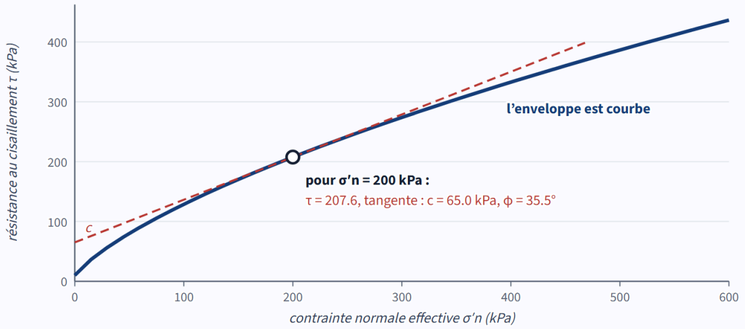
Dans le critère de Hoek–Brown généralisé, le massif rocheux est défini par σ_{ci}, GSI, m_i et D ; on prend D=0 pour un massif non remanié et D=1 en cas de tir intensif ou de relâchement.

La résistance au cisaillement à la base de la tranche dépendant de la contrainte normale, l'enveloppe curviligne est transformée dans le plan τ–σ′n au moyen des relations de Balmer ; la tangente donne à la base les valeurs de ci et φi.

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci}\left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^a$$

$$m_b = m_i\, e^{\frac{GSI-100}{28-14D}} \qquad s = e^{\frac{GSI-100}{9-3D}} \qquad a = \frac{1}{2} + \frac{e^{-GSI/15} - e^{-20/3}}{6}$$

$$d = \frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} \qquad \sin\varphi_i = \frac{d-1}{d+1} \qquad c_i = \tau - \sigma'_n \tan\varphi_i$$



Énoncé

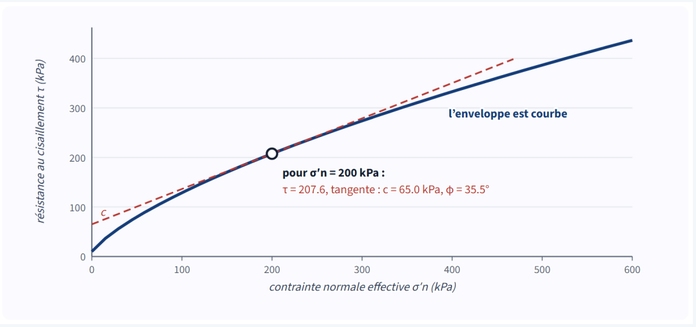
EXEMPLE

Données

Massa rocheux	$\sigma_{ci} = 5$ **MPa,** $GSI = 30$**,** $m_i = 8$**,** $D = 0$
Base	**contrainte normale effective** $\sigma'_n = 200$ **kPa**

À DÉTERMINER

m_b, s, a ; à cette contrainte, **τ**, **φ_i** et **c_i**.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Constantes du massif rocheux

$$m_b = 8\,e^{(30-100)/28} = 0.6567 \qquad s = e^{(30-100)/9} = 0.000419$$

$$a = 0.5 + \frac{e^{-2} - e^{-20/3}}{6} = 0.5223$$

2 Pour σ'_n = 200 kPa, σ'_3 = 93.05 kPa (obtenu par itérations)

$$d = 1 + a\,m_b \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1} = 3.767$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a} = 602.9\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_n = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} - \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}\,\frac{d-1}{d+1} = 200.0\ \text{kPa}\ \checkmark$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Résistance au cisaillement et paramètres Mohr–Coulomb équivalents

$$\tau = (\sigma_1' - \sigma_3')\frac{\sqrt{d}}{d+1} = \mathbf{207.6}\ \mathrm{kPa}$$

$$\varphi_i = \arcsin\frac{d-1}{d+1} = \mathbf{35.48}^\circ \qquad c_i = \tau - \sigma_n' \tan\varphi_i = 207.6 - 200(0.7128) = \mathbf{65.0}\ \mathrm{kPa}$$

À cette base, le rocher se comporte, comme dans Mohr–Coulomb, avec **c_i = 65.0 kPa, φ_i = 35.5°** (τ = 207.6 kPa) ; lorsque la contrainte change, ces valeurs changent aussi : chaque tranche utilise ses propres c et φ.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

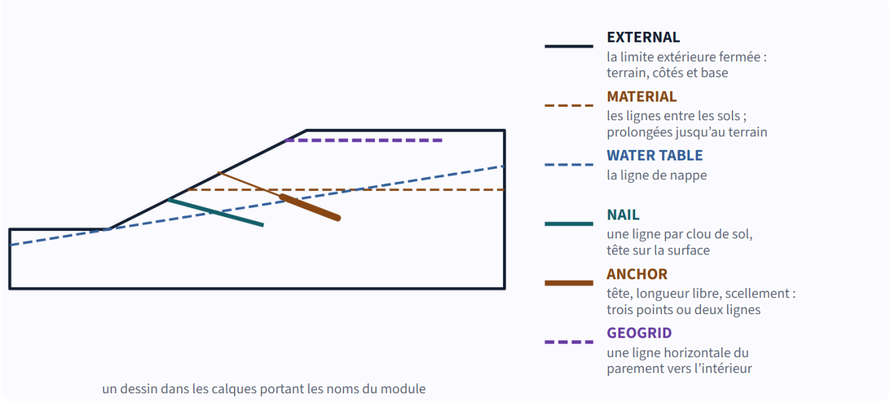
Lecture par noms de couches

THÉORIE

Les noms de calques de la coupe DXF sont lus sans tenir compte de la casse, des espaces, des tirets et des traits de soulignement ; **EXTERNAL** fournit la surface du sol, les deux côtés et la base sous la forme d'une seule polyligne fermée.

MATERIAL désigne les lignes entre les sols ; une ligne qui se termine à l'intérieur de la coupe est prolongée le long de la surface du sol, et un sol distinct est affecté à chaque zone comprise entre deux limites.

WATER TABLE est la ligne de la nappe phréatique ; **NAIL**, **ANCHOR** et **GEOGRID** sont des renforts, et le poids volumique, la résistance, la capacité, la charge et le séisme, qui ne figurent pas sur le dessin, sont saisis dans l'onglet Modèle.

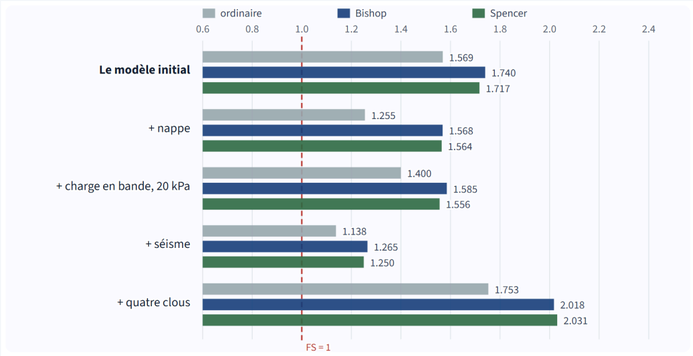


un dessin dans les calques portant les noms du module

Tableau des résultats

Même section, cinq modèles, trois méthodes

Modèle (on ajoute un élément, le cercle est recherché à nouveau)	Centre (x_c ; z_c)	r (m)	Tranche	Ordinaire	Bishop	Spencer
Modèle à l'ouverture (statique)	16.52; 16.08	17.35	33	**1.569**	**1.740**	**1.717**
+ niveau de la nappe phréatique remontant vers l'intérieur du talus	17.12; 11.45	16.85	36	**1.255**	**1.568**	**1.564**
+ 20 kPa de charge en bande, x = 25 – 32 m	16.25; 15.44	16.66	35	**1.400**	**1.585**	**1.556**
+ séisme, kh 0.15, kv 0.05 (critique)	16.72; 17.45	18.70	34	**1.138**	**1.265**	**1.250**
+ quatre clous de sol, de 14 m de longueur	18.29; 13.90	18.18	34	**1.753**	**2.018**	**2.031**



La méthode ordinaire donne toujours la valeur la plus faible ; les méthodes de Bishop et de Spencer sont voisines (pour un cercle, l'écart n'est que de quelques pour cent).

L'eau et le séisme abaissent le plus FS (1,255 et 1,138, ordinaire) ; quatre clous portent FS à 1,753. Avec des clous, Bishop et Spencer dépassent 2.0.

Ce que le modèle suppose et ce qu'il ne fait pas

Le **modèle** suppose la déformation plane : un mètre d'un talus de longueur infinie, la même résistance dans toutes les directions (hors critère de roche isotrope) et un massif de sol rigide jusqu'au début du mouvement.

Pour l'**eau**, on utilise soit une pression hydrostatique sous une ligne donnée, soit le rapport r_u du poids des terres sus-jacentes ; aucune analyse d'infiltration n'est effectuée et, en cas de vidange rapide, $\bar{B} = 1$ est adopté, la vidange étant supposée instantanée.

Pour les **tranches**, toutes les grandeurs sont prises sur la verticale médiane de la tranche, l'effort normal effectif négatif est maintenu à zéro ; le séisme est traité par des coefficients pseudo-statiques et l'inertie de l'eau accumulée en surface est négligée.

La méthode de **Spencer** suppose que les efforts entre tranches sont parallèles entre eux, avec un seul angle pour toute la masse ; l'équilibre des moments est satisfait dans les trois méthodes, l'équilibre des forces uniquement dans la méthode de Spencer.

La **recherche** trouve, au voisinage des surfaces initiales, la surface au coefficient de sécurité le plus faible ; il n'est pas démontré que celui-ci soit le plus faible parmi toutes les surfaces.

CE QUE LE MODULE NE COUVRE PAS

- Effets tridimensionnels (extrémité de la surface de rupture, largeur du talus)
- Déformation, rupture progressive, adoucissement
- Écoulement et consolidation : la pression interstitielle est donnée, elle n'est pas calculée
- Analyse dynamique (Newmark) : le calcul pseudo-statique constitue une vérification
- Disposition : FS est donné ; l'ingénieur et la spécification déterminent la valeur adéquate

Synthèse

Points à retenir

FS = ΣR/ΣD ; R = cL + N′ tan φ′, D = W sin α (moment par rapport au centre du cercle). Les trois méthodes ne se distinguent que par la manière dont elles déterminent **N′**

Tranche 22 (exemple) : α = 28.51°, L = 0.864, W = 88.52 → méthode ordinaire N′ = 77.79, R = 42.55, D = 42.25 ; Bishop N′ = 86.56, R = 45.40 ; Spencer N′ = 80.76, R = 43.51 kN/m

Même cercle : **1,569 (ordinaire) · 1,740 (Bishop) · 1,717 (Spencer)** ; le cercle critique a été trouvé en essayant 4650 cercles sur une grille de 15 × 15 × 12

Eau : $u = \gamma_w h_w$ diminue N′ ; **séisme** : F_h réduit la normale et ajoute un moment ; **l'eau dans la fissure** ajoute à ΣD le moment de P_w

Renforts : le renfort passif (clous, géogrille) est porté du côté de la résistance, le renfort actif (ancrage) est retranché du côté moteur ; **Hoek–Brown** : c_i, φ_i tangents à la base de chaque tranche

Références bibliographiques

Fellenius, W. (1936). Calculation of the stability of earth dams. Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, Washington, 4, 445–463.

Bishop, A.W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Géotechnique, 5(1), 7–17.

Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. Géotechnique, 17(1), 11–26.

Morgenstern, N.R. and Price, V.E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. Géotechnique, 15(1), 79–93.

Duncan, J.M., Wright, S.G. and Brandon, T.L. (2014). Soil Strength and Slope Stability, 2nd ed. Wiley.

Terzaghi, K. (1950). Mechanism of landslides. In Application of Geology to Engineering Practice (Berkey Volume), Geological Society of America, 83–123.

Rankine, W.J.M. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

Hoek, E., Carranza-Torres, C. and Corkum, B. (2002). Hoek–Brown failure criterion — 2002 edition. Proceedings of the 5th North American Rock Mechanics Symposium, Toronto, 1, 267–273.

Balmer, G. (1952). A general analytical solution for Mohr’s envelope. Proceedings ASTM, 52, 1260–1271.

Lazarte, C.A., Robinson, H., Gómez, J.E., Baxter, A., Cadden, A. and Berg, R. (2015). Soil Nail Walls — Reference Manual. Geotechnical Engineering Circular No. 7, FHWA-NHI-14-007.

Sabatini, P.J., Pass, D.G. and Bachus, R.C. (1999). Ground Anchors and Anchored Systems. Geotechnical Engineering Circular No. 4, FHWA-IF-99-015.

Berg, R.R., Christopher, B.R. and Samtani, N.C. (2009). Design and Construction of Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes. Geotechnical Engineering Circular No. 11, FHWA-NHI-10-024.

REMARQUE

L'ensemble des exemples numériques a été produit avec les bibliothèques de calcul propres au module ; le module donne les mêmes valeurs. Le modèle résolu de la page du module correspond également à cette coupe (talus 2:1 de 10 m de hauteur, argile sur remblai).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Dessiner la coupe ou l'importer depuis un fichier DXF ; saisir les sols, l'eau, les charges, le séisme et les renforts. Le module recherche le cercle critique et fournit le coefficient de sécurité des trois méthodes, les tableaux de tranches, la solution pas à pas et le rapport.

Ouvrir le module → **Page de théorie →**

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com