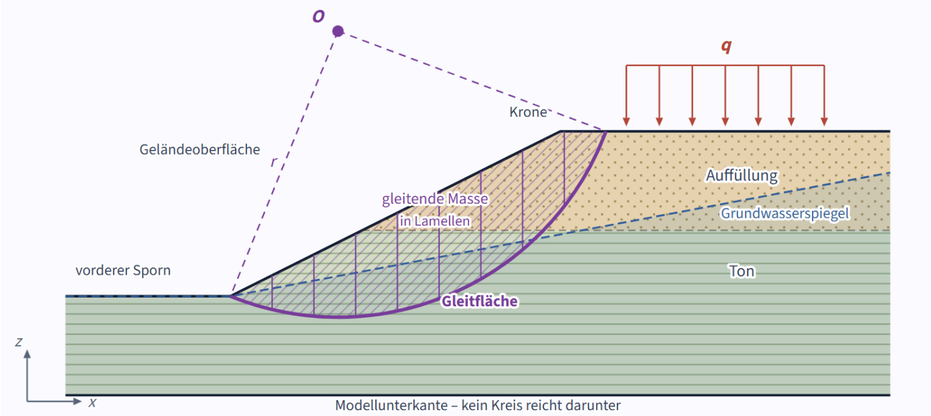
Geotechnische Vorlesungspräsentation · Böschungsstandsicherheit

Böschungsstandsicherheit: Grenzgleichgewicht (Lamellen)

Vorlesung: das Lamellenverfahren des Grenzgleichgewichts; eine ausführliche Handrechnung für einen Gleitkreis und eine Lamelle, die übrigen Lamellen und die Themen mit Tabellen.



Lamellenverfahren

Ordinary · Bishop · Spencer

Maßgebender Gleitkreis

Wasser · Last · Erdbeben · Riss

Bewehrung · Hoek–Brown

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Grenzgleichgewicht als Konzept: Die Masse über der Gleitfläche ist ein starrer Körper, in dem die Festigkeit im gleichen Verhältnis mobilisiert wird; **FS = Festigkeit / erforderliche Spannung**

Die Unterteilung der Masse in **Lamellen**: das Gewicht W jeder Lamelle, die Sohlneigung α, die Länge der Sohle L, die Wasserkraft U

Die drei Verfahren (gewöhnliches Verfahren/Fellenius, vereinfachtes Bishop, Spencer) an einem einzigen Gleitkreis und für **eine einzige Lamelle** ausführlich zu lösen

Wie dieselbe Berechnung für die **übrigen 32 Lamellen** wiederholt wird und die Ergebnistabellen; die Suche nach dem maßgebenden Gleitkreis

Einwirkungen von Wasser, Last, Erdbeben, Zugriss, Bewehrung (Nägel, Anker, Geogitter) und Fels (Hoek–Brown)

VORLESUNGSABLAUF

Zuerst die **Theorie**, dann eine **Handrechnung** mit einem einzigen Kreis und einer einzigen Lamelle:

1 · **Theorie**: FS, Lamelle, drei Verfahren

2 · **Aufgabe**: einzelner Kreis, einzelne Lamelle

3 · **Lösung**: Lamelle 22 von Hand; die übrigen mit **Tabelle**

Modell: eine 2:1-Böschung mit 10 m Höhe; oben Auffüllung (γ = 18, c′ = 5, φ′ = 30°), unten Ton (γ = 17.5, c′ = 20, φ′ = 18°); kein Wasser, keine Last und kein Erdbeben. Die Kräfte sind auf den laufenden Meter des Schnitts bezogen (kN/m).

Dräniert, undräniert, mit der Tiefe zunehmend

THEORIE

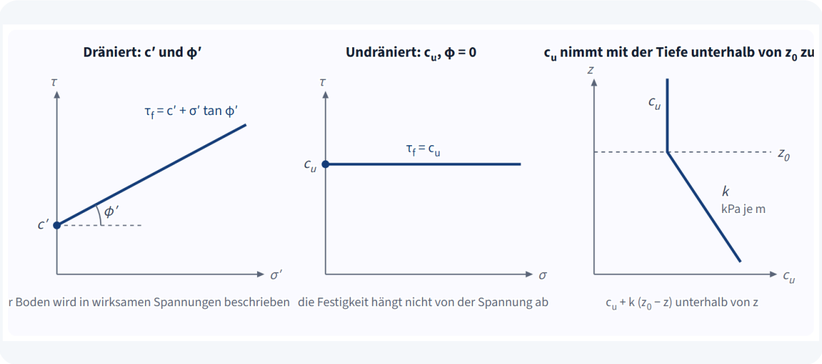
Die Scherfestigkeit eines **dränierten** Bodens wird durch die Mohr–Coulomb-Hüllkurve in wirksamen Spannungen σ′ = σ − u angegeben und durch die Parameter c′ und φ′ beschrieben.

In wassergesättigtem Ton, der schneller belastet wird, als die Dränage ablaufen kann, ist die Festigkeit die von der Normalspannung unabhängige **undränierte Scherfestigkeit** c_u, und es wird φ = 0 angesetzt; in vielen natürlichen Tonen nimmt c_u linear mit der Tiefe zu.

Die Scherfestigkeit einer Lamelle wird in Höhe der Sohlenmitte abgelesen; das felspezifische Kriterium ist gesondert zu betrachten, und die Wahl zwischen dräniert und undräniert obliegt dem Ingenieur und bildet die erste Annahme der Analyse.

$$\tau_f = c' + \sigma' \tan\varphi' \qquad \sigma' = \sigma - u \qquad (\text{dräniert})$$

$$\tau_f = c_u \ (\varphi = 0) \qquad c_u(z) = c_u + k\,(z_0 - z) \ \ (z < z_0) \qquad (\text{undräniert})$$



Festigkeit / erforderliche Spannung; Moment um den Kreismittelpunkt

THEORIE

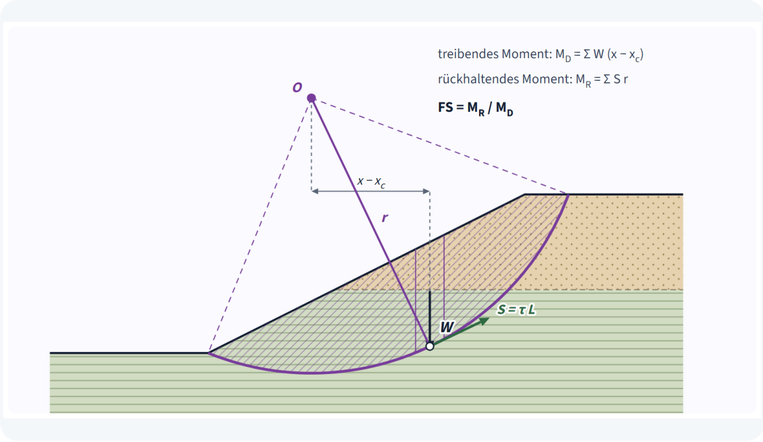
Der Sicherheitsfaktor (FS) ist das Verhältnis der im Boden vorhandenen Scherfestigkeit zur für das Gleichgewicht erforderlichen Schubspannung; es wird angenommen, dass er entlang der Gleitfläche an jedem Punkt denselben Wert hat.

Auf der Kreisfläche ist das maßgebende Gleichgewicht das Momentengleichgewicht um den Mittelpunkt O; durch Division der Momente durch den Radius wird das Verhältnis in der Form FS = ΣR / ΣD geschrieben, und beide Summen sind in kN/m angegeben.

Die drei Verfahren unterscheiden sich darin, wie die auf jede Lamellensohle wirkende wirksame Normalkraft (N′) ermittelt wird: Das einfache Lamellenverfahren erhält sie allein aus dem Gewicht, Bishop aus dem vertikalen Gleichgewicht und Spencer sowohl aus dem Kräfte- als auch aus dem Momentengleichgewicht.

$$FS = \frac{\tau_f}{\tau} \qquad \tau = \frac{c' + \sigma' \tan\varphi'}{FS}$$

$$FS = \frac{M_R}{M_D} = \frac{\sum R}{\sum D} \qquad R = cL + N' \tan\varphi' \qquad D = \frac{M_D}{r}$$



Geometrie, Gewicht, Sohlkräfte

THEORIE

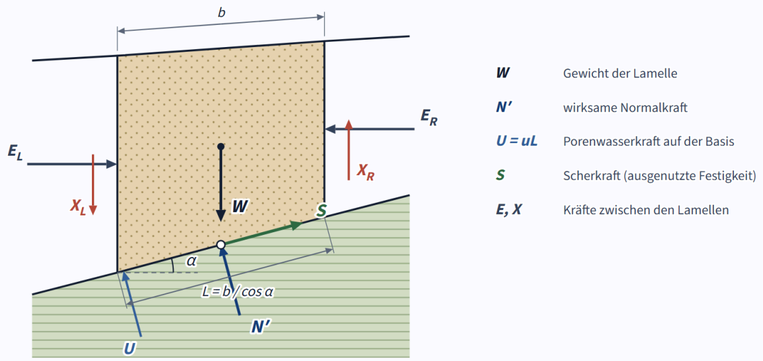
Die Masse zwischen der Gleitfläche und der Geländeoberfläche wird durch vertikale Linien nach der Anzahl der Lamellen oder der größten Lamellenbreite in Lamellen unterteilt.

Jeder wesentliche Schnittpunkt innerhalb der Masse ist eine zwingende Lamellengrenze; so verläuft jede Sohle durch genau einen Boden und jede Lamelle trägt genau eine Lastart.

In der Mitte der Lamelle wird die Sohlneigung α in der Vertikalen auf der Seite der Böschungskrone positiv und auf der Seite des Böschungsfußes negativ angenommen.

Wirksame Normalkraft N′ = N – U; ein negatives N′ zeigt an, dass sich die Sohle unter Zug befindet, und im einfachen Lamellenverfahren und im Verfahren nach Bishop wird N′ bei null gehalten.

$$\sin\alpha = \frac{x_m - x_c}{r} \qquad L = \frac{b}{\cos\alpha} \qquad W = \sum_i b\, h_i\, \gamma_i \qquad N' = N - U\ ,\ U = uL$$



Keine Kräfte zwischen den Lamellen

THEORIE

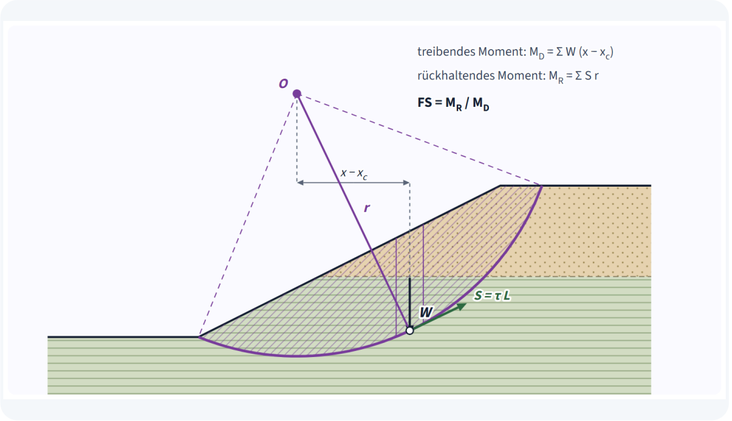
Im Verfahren nach **Fellenius** (schwedisches Verfahren) werden die Zwischenlamellenkräfte vollständig vernachlässigt, und jede Lamelle ist nur in Richtung normal zu ihrer Sohle im Gleichgewicht.

Dieses Gleichgewicht liefert die Normalkraft aus dem Gewicht und den Lasten; der Sicherheitsfaktor ergibt sich aus dem Momentenverhältnis und geht bei homogenem Boden in die Beziehung FS = Σ [c b / cos α + W cos α tan φ] / Σ W sin α über.

Das Verfahren ist einfach, stabil und liegt auf der sicheren Seite; sein Fehler wächst mit der Tiefe des Gleitkreises und dem Porenwasserdruck, und bei einem tiefen Gleitkreis kann es ein Ergebnis deutlich unter den beiden anderen Verfahren liefern.

$$N' = W\cos\alpha - uL \qquad R = cL + N'\tan\varphi' \qquad D = W\sin\alpha$$

$$FS = \frac{\sum R}{\sum D} = \frac{\sum \left[cL + (W\cos\alpha - uL)\tan\varphi'\right]}{\sum W\sin\alpha}$$



Vertikales Gleichgewicht jeder Lamelle; iterative Lösung

THEORIE

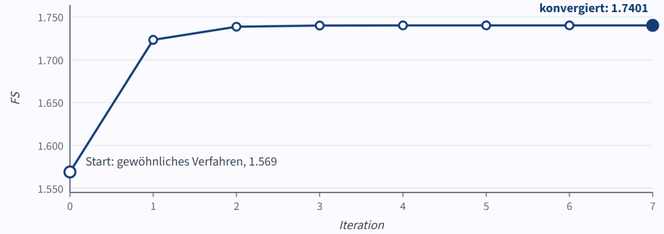
Beim vereinfachten Verfahren nach Bishop werden die Scherkräfte zwischen den Lamellen vernachlässigt, jedoch wird das vertikale Gleichgewicht jeder Lamelle erfüllt und die Scherkraft an der Lamellensohle gleich der mobilisierten Scherfestigkeit gesetzt.

Da FS auf beiden Seiten der Gleichung auftritt, wird die Gleichung iterativ gelöst, wobei vom Wert des einfachen Lamellenverfahrens ausgegangen wird; einige Schritte genügen.

Negative **N′** werden bei null gehalten und $\mathbf{m_\alpha}$ darf nicht unter 0.2 fallen; diese Begrenzung ist im Fußbereich tiefer Gleitkreise von Bedeutung.

$$N' = \frac{W - uL\cos\alpha - cL\sin\alpha/FS}{m_\alpha} \qquad m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS}$$

$$FS = \frac{\sum [cL + N'\tan\varphi']}{\sum D}$$



Kraft- und Momentengleichgewicht; Kräfte zwischen parallelen Lamellen

THEORIE

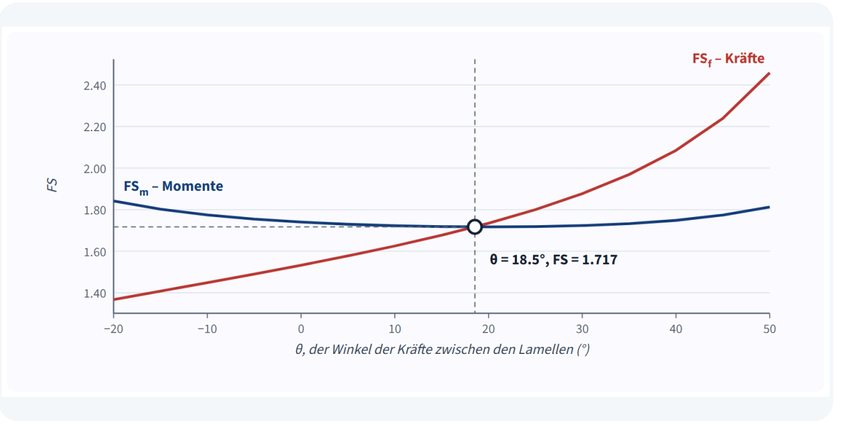
Das Verfahren nach **Spencer** erfüllt sowohl das Kräfte- als auch das Momentengleichgewicht; die Zwischenlamellenkräfte sind zueinander parallel, und die Scherkraft ist ein konstanter Anteil der Normalkraft.

Da die seitlichen Begrenzungsflächen an den beiden Enden der Masse frei sind, liefert ΣΔE = 0 das Kräftegleichgewicht, und für jeden Winkel θ wird ein Sicherheitsfaktor FS_f erhalten.

Momente um den Kreismittelpunkt ergeben einen zweiten Wert: $FS_m = \Sigma[c\,L + N' \tan\varphi] / \Sigma\, D$; $FS_f(\theta)$ und $FS_m(\theta)$ schneiden sich in einem einzigen Winkel, und dies bildet die Lösung.

$$X = E\tan\theta \qquad \Delta E = \frac{cL + \tan\varphi'\,(W\cos\alpha - U) - FS\,W\sin\alpha}{FS(\cos\alpha + \tan\theta\sin\alpha) - \tan\varphi'(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha)}$$

$$N' = W\cos\alpha - U + \Delta E\,(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) \qquad \sum \Delta E = 0 \;\Rightarrow\; FS_f(\theta)$$



Was es liefert, was es vernachlässigt

THEORIE

Verfahren	Zwangskraft zwischen den Lamellen	Kräftegleichgewicht	Momentengleichgewicht	Oberfläche	FS (gleicher Gleitkreis)
Einfaches Verfahren (Fellenius)	keine	nur Sohlnormalkraft	✓	Kreis	**1.569**
Einfaches Bishop-Verfahren	nur Normalkraft (keine Schubkraft)	vertikal je Lamelle	✓	Kreis	**1.740**
Spencer	parallel: $X = E \tan\theta$	horizontal + vertikal	✓	jede Oberfläche	**1.717**

Das einfache Lamellenverfahren ist das voreingestellte Verfahren, das durch Handrechnung geprüft werden kann und auf der sicheren Seite liegt; sein Ergebnis ist das niedrigste der drei Verfahren.

Das Verfahren nach Bishop ist die übliche Wahl für kreisförmige Gleitflächen; sein Ergebnis weicht von dem des Verfahrens nach Spencer auf einer kreisförmigen Gleitfläche nur um wenige Prozent ab.

Das Verfahren nach Spencer erfüllt das vollständige Gleichgewicht und wird für nicht kreisförmige Gleitflächen verwendet; es ist das rechenintensivste Verfahren, und für manche Gleitkreise wird keine Lösung gefunden.

Aufgabe

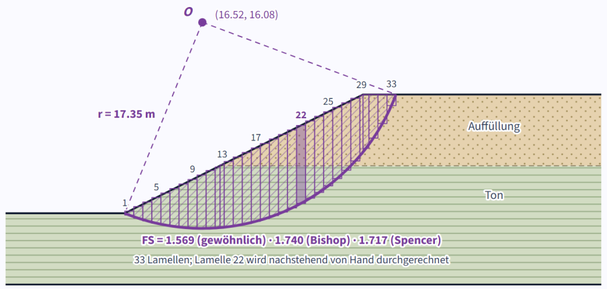
BEISPIEL

Gegeben

Schnitt	**Geländeoberfläche** $(0;0)$**–**$(10;0)$**–**$(30;10)$**–**$(50;10)$ **m; Sohle** $z = -6$ **m; über** $z = 4$ **m Auffüllung, darunter Ton**
Böden	**Auffüllung** $\gamma = 18$ **kN/m³,** $c' = 5$ **kPa,** $\varphi' = 30°$**; Ton** $\gamma = 17.5$ **kN/m³,** $c' = 20$ **kPa,** $\varphi' = 18°$**; kein Wasser, keine Last, kein Erdbeben**
Gleitkreis	**Mittelpunkt** $x_c = 16.52$ **m,** $z_c = 16.08$ **m; Radius** $r = 17.35$ **m (maßgebender Gleitkreis, siehe Suchergebnis)**

GESUCHT

Die Schnittpunkte **x_a** und **x_b** des Kreises mit dem Baugrund, sein tiefster Punkt und die **Lamellenunterteilung**.



Lösung

LÖSUNG

1 Schnittpunkt des Kreises mit der Geländeoberfläche: $(x - x_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2$

$$x_a = x_c - \sqrt{r^2 - (z_a - z_c)^2} = 16.518 - \sqrt{301.08 - (0 - 16.080)^2} = \mathbf{10.00}\ \mathrm{m} \quad (z_a = 0)$$

$$x_b = x_c + \sqrt{r^2 - (z_b - z_c)^2} = 16.518 + \sqrt{301.08 - (10 - 16.080)^2} = \mathbf{32.77}\ \mathrm{m} \quad (z_b = 10)$$

2 Tiefster Punkt und Lamellenunterteilung

$$z_{min} = z_c - r = 16.080 - 17.352 = -1.27\ \mathrm{m} \ \ (> -6\ \mathrm{m})$$

$$b = \frac{x_b - x_a}{30} = \frac{22.771}{30} = 0.759\ \mathrm{m} \ \Rightarrow\ 30\ \mathrm{Lamelle}$$

Der Kreis schneidet die Masse zwischen x = 10.00 (Fuß) und 32.77 m (Oberkante); die Kanten bei x = 10, 18 und 30 m teilen 3 weitere Lamellen ab: **33 Lamellen**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

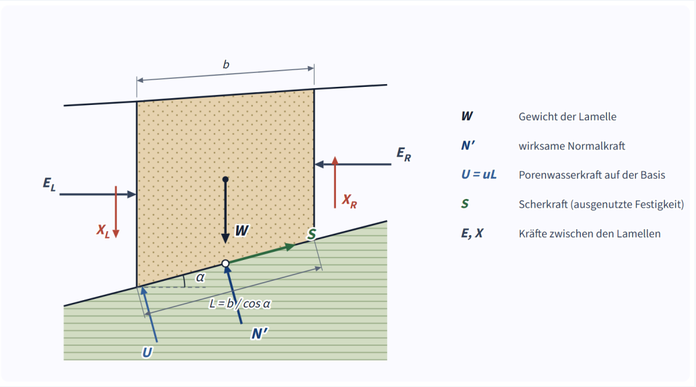
BEISPIEL

Gegeben

Lamelle	**Lamelle 22 des Gleitkreises aus Beispiel 1: Mittelpunkt $x_m = 24.800$ m, Breite $b = 0.759$ m**
Baugrund	**Auffüllung $\gamma = 18$ kN/m³ ($z > 4$ m); Ton $\gamma = 17.5$ kN/m³, $c' = 20$ kPa, $\varphi' = 18°$ (Sohle im Ton); $u = 0$**

GESUCHT

Die Werte **α**, **L**, **W** der Lamelle; **N′**, **R** und **D** (gewöhnliches Verfahren).



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Sohlneigung und Länge

$$\sin\alpha = \frac{x_m - x_c}{r} = \frac{24.800 - 16.518}{17.352} = 0.4773 \;\Rightarrow\; \alpha = \mathbf{28.51}^\circ,\; \cos\alpha = 0.8787$$

$$L = \frac{b}{\cos\alpha} = \frac{0.759}{0.8787} = \mathbf{0.864}\ \mathrm{m}$$

2 Säulenhöhe und Gewicht (Hinterfüllung + Ton)

$$z_{surface} = \frac{x_m - 10}{2} = 7.3998\ \mathrm{m};\quad z_{base} = z_c - r\cos\alpha = 0.8327\ \mathrm{m}$$

$$h_1 = 7.3998 - 4 = 3.3998\ \mathrm{m}\ (\mathrm{Schüttung});\quad h_2 = 4 - 0.8327 = 3.1673\ \mathrm{m}\ (\mathrm{Ton})$$

$$W = b\,(h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2) = 0.7590(3.3998 \cdot 18 + 3.1673 \cdot 17.5) = \mathbf{88.52}\ \mathrm{kN/m}$$

Lamelle 22 ist die **schwerste Lamelle** (W = 88.52 kN/m); ihre Sohle ist unter 28.5° geneigt und liegt im Ton (c′ = 20 kPa, φ′ = 18°).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Normalkraft und Widerstand (u = 0)

$$N' = W\cos\alpha = 88.52 \times 0.8787 = \mathbf{77.79}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N'\tan\varphi' = 20(0.864) + 77.79(0.3249) = 17.27 + 25.27 = \mathbf{42.55}\ \mathrm{kN/m}$$

4 treibende Wirkung

$$D = W\sin\alpha = 88.52 \times 0.4773 = \mathbf{42.25}\ \mathrm{kN/m}$$

Lamelle 22: **R = 42.55** kN/m, **D = 42.25** kN/m. Die Werte R und D jeder Lamelle werden mit **denselben drei Schritten** ermittelt; der Sicherheitsfaktor ist das Verhältnis ihrer Summen: **FS = ΣR/ΣD** (Tabelle auf den folgenden Seiten).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

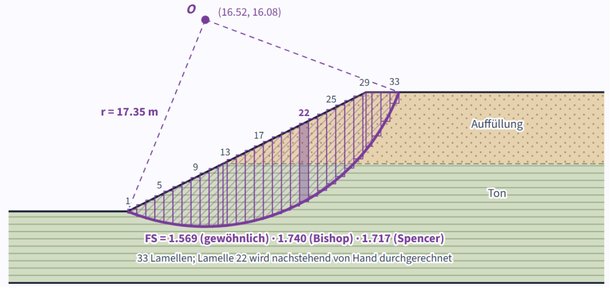
BEISPIEL

Gegeben

Lamellen	**Der Kreis aus Beispiel 1, 33 Lamellen; jede Lamelle wird mit den drei Schritten aus Beispiel 2 gelöst**
Verfahren	**Ordinary (Fellenius): keine Kräfte zwischen den Lamellen**

GESUCHT

Tabelle aller Lamellen: **W, N′, R, D** und deren Summen; **FS = ΣR / ΣD**.



Lösung (1/3)

LÖSUNG

No	x_m (m)	b (m)	α (°)	L (m)	W (kN/m)	c′ (kPa)	φ′ (°)	N′ (kN/m)	R (kN/m)	D (kN/m)
1	10.00	0.001	−22.1	0.001	0.00	20	18	0.00	0.03	−0.00
2	10.38	0.758	−20.7	0.810	4.49	20	18	4.20	17.57	−1.59
3	11.14	0.759	−18.1	0.798	13.08	20	18	12.43	20.01	−4.06
4	11.90	0.759	−15.4	0.787	21.15	20	18	20.39	22.37	−5.63
5	12.66	0.759	−12.9	0.779	28.74	20	18	28.02	24.67	−6.40
6	13.41	0.759	−10.3	0.771	35.84	20	18	35.27	26.89	−6.41
7	14.17	0.759	−7.8	0.766	42.49	20	18	42.10	29.00	−5.74
8	14.93	0.759	−5.2	0.762	48.68	20	18	48.47	30.99	−4.45
9	15.69	0.759	−2.7	0.760	54.42	20	18	54.36	32.86	−2.59
10	16.45	0.759	−0.2	0.759	59.72	20	18	59.72	34.59	−0.23
11	17.21	0.759	2.3	0.760	64.58	20	18	64.53	36.16	2.57
12	17.79	0.411	4.2	0.412	36.85	20	18	36.75	20.19	2.71
13	18.17	0.348	5.5	0.349	32.15	20	18	32.01	17.39	3.07
14	18.73	0.759	7.3	0.765	73.11	20	18	72.51	38.87	9.31
15	19.49	0.759	9.9	0.770	76.77	20	18	75.64	39.98	13.13
16	20.25	0.759	12.4	0.777	79.97	20	18	78.11	40.92	17.18
17	21.00	0.759	15.0	0.786	82.70	20	18	79.89	41.67	21.38

Lösung (2/3)

LÖSUNG

No	x_m (m)	b (m)	α (°)	L (m)	W (kN/m)	c′ (kPa)	φ′ (°)	N′ (kN/m)	R (kN/m)	D (kN/m)
18	21.76	0.759	17.6	0.796	84.94	20	18	80.97	42.23	25.68
19	22.52	0.759	20.2	0.809	86.67	20	18	81.32	42.60	29.99
20	23.28	0.759	22.9	0.824	87.86	20	18	80.91	42.77	34.25
21	24.04	0.759	25.7	0.842	88.49	20	18	79.74	42.76	38.37
22	**24.80**	**0.759**	**28.5**	**0.864**	**88.52**	**20**	**18**	**77.79**	**42.55**	**42.25**
23	25.56	0.759	31.4	0.889	87.89	20	18	75.02	42.16	45.80
24	26.32	0.759	34.4	0.920	86.56	20	18	71.43	41.60	48.89
25	27.08	0.759	37.5	0.956	84.44	20	18	67.00	40.90	51.38
26	27.84	0.759	40.7	1.001	81.43	20	18	61.72	40.08	53.11
27	28.59	0.758	44.1	1.056	77.34	20	18	55.53	39.17	53.83
28	29.35	0.760	47.7	1.129	72.09	5	30	48.51	33.65	53.33
29	29.87	0.267	50.3	0.418	23.72	5	30	15.15	10.84	18.25
30	30.25	0.492	52.3	0.805	40.15	5	30	24.55	18.20	31.76
31	30.87	0.759	55.8	1.351	50.12	5	30	28.16	23.01	41.46
32	31.63	0.759	60.6	1.545	33.40	5	30	16.41	17.20	29.09
33	32.39	0.759	66.2	1.878	12.72	5	30	5.14	12.36	11.64
Σ					**1,841.11**			**1,613.77**	**1,006.25**	**641.34**

Lösung (3/3)

LÖSUNG

1 Summen und Sicherheitsfaktor

$$\sum R = 1{,}006.25\ \mathrm{kN/m} \qquad \sum D = 641.34\ \mathrm{kN/m} \qquad \sum W = 1{,}841.1\ \mathrm{kN/m}$$

$$FS = \frac{\sum R}{\sum D} = \frac{1{,}006.25}{641.34} = \mathbf{1.569}$$

Für diesen Kreis ergibt das Ordinary-Verfahren **FS = 1.569**. Bei den Lamellen auf der Fußseite (α < 0) ist die Sohle gegen das Gleiten geneigt: D ist negativ und verringert ΣD. Lamelle 22 ist Zeile 22 der Tabelle und stimmt mit den von Hand ermittelten Werten überein.

ΣR/ΣD: Verhältnis der **rückhaltenden** Wirkungen zu den treibenden Wirkungen; bei FS > 1 ist ein Gleiten entlang dieses Kreises nicht zu erwarten.

Das Ordinary-Verfahren liefert den niedrigsten Wert; Bishop und Spencer ergeben auf demselben Gleitkreis höhere Werte (folgende Beispiele).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

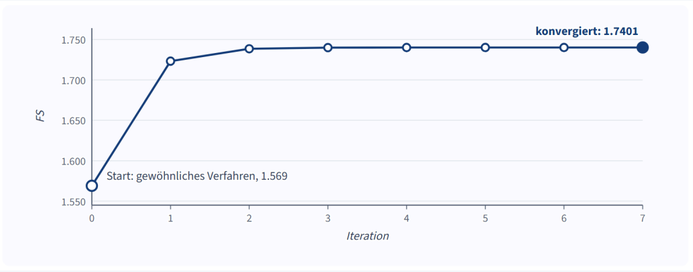
BEISPIEL

Gegeben

Lamelle und Gleitkreis	**Die 22. Lamelle in Beispiel 2 und der Gleitkreis in Beispiel 1; Anfangswert $FS_0 = 1.569$ in Beispiel 3**
Verfahren	$N' = \frac{W - cL\sin\alpha/FS}{m_\alpha}$, $m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS}$ **(u = 0)**

GESUCHT

Für die Lamelle 22: **m_α**, **N′**, **R**; **Iteration** und **FS** für den gesamten Gleitkreis.



Lösung (1/4)

LÖSUNG

1 Erste Iteration (FS_0 = Wert des ordentlichen Verfahrens = 1.5690)

$$m_\alpha = \cos\alpha + \frac{\sin\alpha\tan\varphi'}{FS_0} = 0.8787 + \frac{0.4773(0.3249)}{1.5690} = 0.9776$$

$$N' = \frac{W - cL\sin\alpha/FS_0}{m_\alpha} = \frac{88.52 - 20(0.864)(0.4773)/1.5690}{0.9776} = 85.17\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 85.17(0.3249) = 44.95\ \mathrm{kN/m}$$

Lösung (2/4)

LÖSUNG

2 Mit dem konvergierten Wert (FS = 1.7401)

$$m_\alpha = 0.8787 + \frac{0.4773(0.3249)}{1.7401} = \mathbf{0.9679}$$

$$N' = \frac{88.52 - 20(0.864)(0.4773)/1.7401}{0.9679} = \mathbf{86.56}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N' \tan\varphi' = 20(0.864) + 86.56(0.3249) = \mathbf{45.40}\ \mathrm{kN/m} \qquad D = 42.25\ \mathrm{kN/m}$$

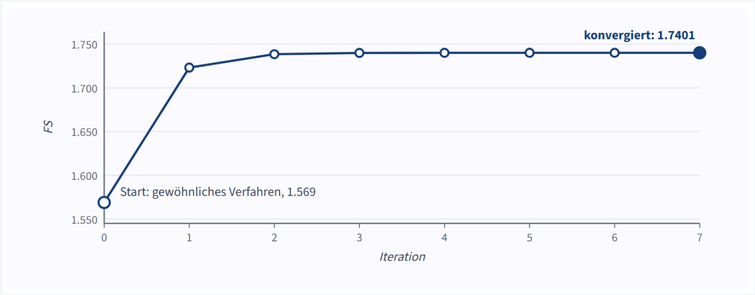
Die Normalkraft der Lamelle 22 steigt vom Wert 77.79 des Ordinary-Verfahrens auf **86.56** kN/m (vertikales Gleichgewicht zwischen den Lamellen); der Widerstand von 42.55 → **45.40** kN/m. Dieselben Schritte werden für 33 Lamellen wiederholt.

Lösung (3/4)

LÖSUNG

2 Bei jeder Iteration wird ΣR neu berechnet, $FS_{k+1} = \Sigma R_k / \Sigma D$

Iteration k	FS_k	Differenz
0 (gewöhnlich)	1.5690	
1	1.7232	0.1542
2	1.7385	0.0153
3	1.7399	0.0014
4	1.7401	0.0001
5	1.7401	0.0000
6	1.7401	0.0000
7	**1.7401**	0.0000



In 7 Iterationen **FS = 1.740**; ΣR = 1,115.97, ΣD = 641.34 kN/m. Das ist 10.9% höher als beim ordentlichen Verfahren (1.569).

Lösung (4/4)

LÖSUNG

No	α (°)	W	m_α	N′	R
1	−22.1	0.00	0.8566	0.01	0.03
2	−20.7	4.49	0.8693	8.95	19.11
3	−18.1	13.08	0.8928	17.83	21.76
4	−15.4	21.15	0.9141	25.78	24.12
5	−12.9	28.74	0.9333	32.92	26.27
6	−10.3	35.84	0.9505	39.38	28.22
7	−7.8	42.49	0.9656	45.23	30.02
8	−5.2	48.68	0.9788	50.55	31.67
9	−2.7	54.42	0.9900	55.39	33.20
10	−0.2	59.72	0.9993	59.80	34.61
11	2.3	64.58	1.0066	63.81	35.93
12	4.2	36.85	1.0110	36.10	19.98
13	5.5	32.15	1.0133	31.35	17.18
14	7.3	73.11	1.0156	70.88	38.34
15	9.9	76.77	1.0172	73.99	39.45
16	12.4	79.97	1.0168	76.77	40.49
17	15.0	82.70	1.0143	79.24	41.46
18	17.6	84.94	1.0097	81.39	42.37
19	20.2	86.67	1.0028	83.22	43.22
20	22.9	87.86	0.9937	84.71	44.01
21	25.7	88.49	0.9821	85.83	44.74
22	**28.5**	**88.52**	**0.9679**	**86.56**	**45.40**
23	31.4	87.89	0.9508	86.84	46.00
24	34.4	86.56	0.9307	86.59	46.53
25	37.5	84.44	0.9072	85.70	46.98
26	40.7	81.43	0.8798	84.02	47.33
27	44.1	77.34	0.8480	81.24	47.52
28	47.7	72.09	0.9183	75.89	49.46
29	50.3	23.72	0.8941	25.50	16.81
30	52.3	40.15	0.8741	43.83	29.33
31	55.8	50.12	0.8363	56.09	39.14
32	60.6	33.40	0.7803	37.85	29.58
33	66.2	12.72	0.7076	11.00	15.74
Σ		**1,841.11**			**1,115.97**

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

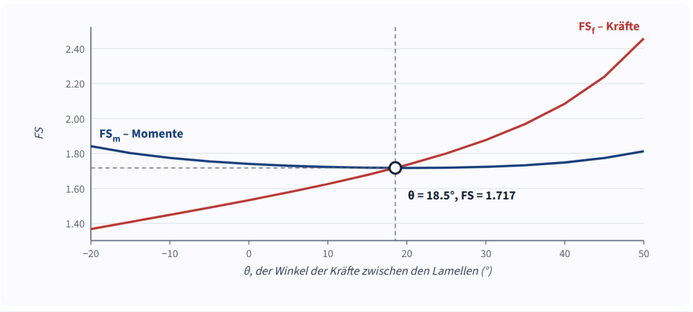
BEISPIEL

Gegeben

Lamelle und Gleitkreis	**Lamelle 22 aus Beispiel 2, der Gleitkreis aus Beispiel 1; die Zwischenlamellenkräfte sind parallel, $X = E \tan\theta$**
Lösungswinkel	**$\theta = 18.54°$ (der Winkel, in dem sich die beiden Kurven unten schneiden), $FS = 1.717$**

GESUCHT

Für Lamelle 22: **ΔE**, **N′**, **R**, **E** und **X**; θ–FS-Kurven und der gesamte Gleitkreis.



Lösung (1/4)

LÖSUNG

1 Normalkraftdifferenz der Lamelle ΔE (θ = 18.54°, tan θ = 0.3354, FS = 1.717)

$$\text{Zuschlag} = cL + \tan\varphi' \, W\cos\alpha - FS\, W\sin\alpha = 17.275 + 25.274 - 72.542 = -29.99$$

$$\text{Nenner}_1 = FS(\cos\alpha + \tan\theta\sin\alpha) = 1.7837$$

$$\text{Nenner}_2 = -\tan\varphi'(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) = 0.0593$$

$$\Delta E = \frac{\text{Zuschlag}}{\text{Nenner}_1 + \text{Nenner}_2} = \frac{-29.99}{1.8430} = \mathbf{-16.27}\ \text{kN/m}$$

Lösung (2/4)

LÖSUNG

2 Normalkraft, Widerstand und Kräfte zwischen den Lamellen

$$N' = W\cos\alpha + \Delta E(\tan\theta\cos\alpha - \sin\alpha) = 77.786 + (-16.27)(-0.1826) = \mathbf{80.76}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = cL + N'\tan\varphi' = \mathbf{43.51}\ \mathrm{kN/m}$$

$$E_{foot} = 254.69\ \mathrm{kN/m} \quad \Rightarrow \quad E_{top} = E_{foot} + \Delta E = 238.41\ \mathrm{kN/m}$$

$$X_{foot} = E\tan\theta = \mathbf{85.42}$$

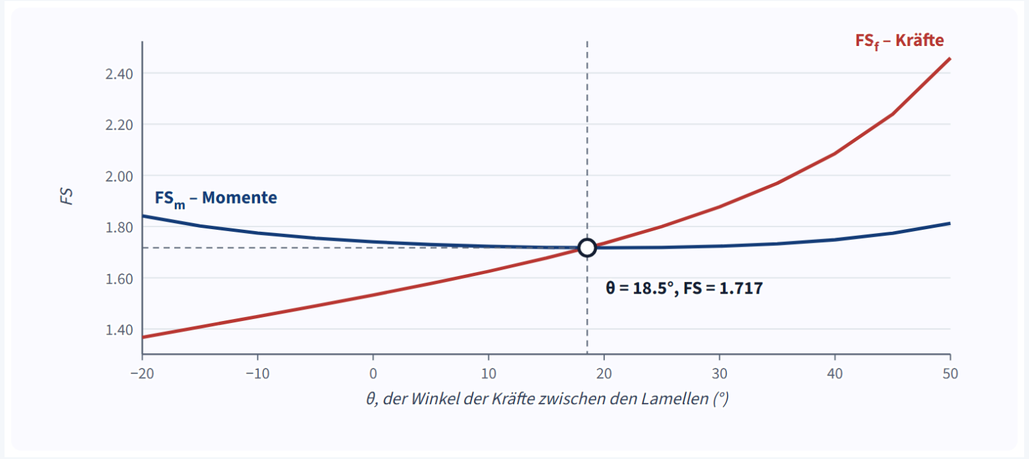
Bei Spencer beträgt die Normalkraft auf Lamelle 22 **80.76** kN/m (gewöhnliches Verfahren 77.79, Bishop 86.56); als Zwischenlamellenkraft wirkt zum Fuß hin E = 254.69 kN/m.

Lösung (3/4)

LÖSUNG

3 FS_f ($\Sigma\Delta E = 0$) und FS_m (Moment) für jedes θ; der Schnittpunkt ist die Lösung

θ (°)	FS_m (Moment)	FS_f (Kraft)
-20	1.842	1.367
-15	1.802	1.408
-10	1.774	1.449
-5	1.755	1.490
0	1.740	1.533
5	1.730	1.577
10	1.723	1.625
15	1.718	1.677
20	1.717	1.735
25	1.718	1.800
30	1.723	1.877
35	1.733	1.969
40	1.748	2.085
45	1.774	2.239
50	1.812	2.458
18.54	**1.717**	**1.717**



Lösung (4/4)

LÖSUNG

No	ΔE	E (Fuß)	N′	R
1	0.02	−0.00	0.02	0.03
2	17.12	0.02	15.62	21.28
3	21.59	17.14	26.01	24.42
4	24.46	38.73	34.81	27.06
5	26.08	63.19	42.35	29.33
6	26.67	89.27	48.84	31.30
7	26.41	115.94	54.44	33.01
8	25.43	142.35	59.29	34.51
9	23.87	167.78	63.49	35.83
10	21.80	191.65	67.12	36.99
11	19.32	213.45	70.24	38.01
12	9.30	232.78	39.17	20.97
13	7.19	242.08	33.72	17.95
14	13.38	249.26	75.26	39.76
15	10.03	262.64	77.24	40.50
16	6.48	272.67	78.84	41.16
17	2.77	279.15	80.07	41.73
18	−1.03	281.92	80.95	42.23
19	−4.89	280.89	81.47	42.65
20	−8.75	276.01	81.62	43.01
21	−12.57	267.25	81.39	43.29
22	**−16.27**	**254.69**	**80.76**	**43.51**
23	−19.80	238.41	79.67	43.67
24	−23.06	218.61	78.07	43.76
25	−25.94	195.55	75.88	43.79
26	−28.29	169.61	72.98	43.74
27	−29.89	141.32	69.14	43.59
28	−30.84	111.42	64.36	42.80
29	−11.02	80.59	21.27	14.37
30	−19.70	69.57	36.10	24.87
31	−26.62	49.87	45.17	32.83
32	−18.69	23.25	29.61	24.82
33	−4.56	4.56	8.70	14.41
Σ	0.00			**1,101.18**

θ = 18.54°; ΣR = 1,101.18, ΣD = 641.34 → **FS = 1.717**. E_{max} = 281.9 kN/m.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Gewicht, Porenwasserdruck, Wasser in der Böschung

THEORIE

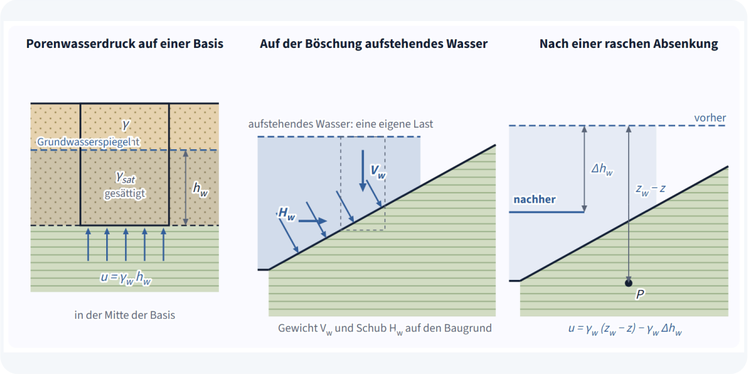
Wasser geht auf drei Wegen in die Berechnung ein: als Wichte des wassergesättigten Bodens, als Porenwasserdruck, der die Festigkeit an der Basis jeder Lamelle verringert, und als Wasser, das auf der Böschung an seiner jeweiligen Lage für sich genommen als Last wirkt.

Unterhalb der Grundwasserspiegellinie ist der Porenwasserdruck hydrostatisch; da keine Sickerströmung berechnet wird, stellt ein geneigter Grundwasserspiegel eine Näherung an ein Strömungsnetz dar, und die Wichte unter Auftrieb wird niemals verwendet.

Ist der Porenwasserdruck als Anteil der Überlagerung bekannt, wird dem Boden ein Verhältnis $\mathbf{r_u}$ zugewiesen; dies gilt für einen Damm im Bauzustand oder für einen Damm auf weichem Ton.

Wenn das Wasser vor der Böschung rasch absinkt, weil es dränieren kann, entfällt die Stützung, der Porenwasserdruck bleibt erhalten, und der Sicherheitsfaktor entspricht dem kleinsten Wert unmittelbar nach dem Absinken.

$$u = \gamma_w h_w \qquad u = r_u \frac{W}{b} \qquad H_w = \frac{\gamma_w}{2}\left[(z_w - z_L)^2 - (z_w - z_R)^2\right]$$



Aufgabe

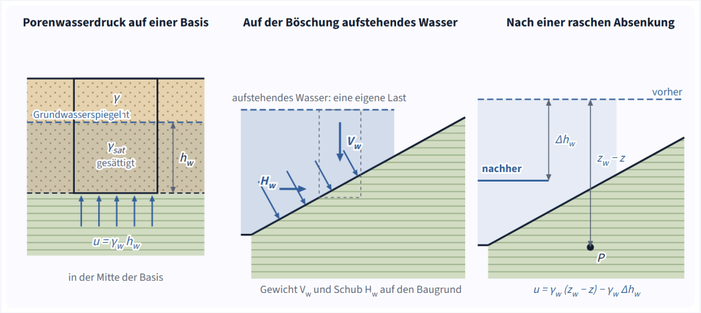
BEISPIEL

Gegeben

Wasserlinie	$(0;0)$–$(20;2.5)$–$(50;7)$ **m, hydrostatisch;** $\gamma_w = 9.81$ **kN/m³; Wichten des wassergesättigten Bodens Hinterfüllung 20, Ton 19.5 kN/m³**
Lamelle	**derselbe Kreis; die Lamelle bei** $x_m = 24.800$ **m (mit Wasser wird es die 24. Lamelle, nicht die 33.)**

GESUCHT

In der Lamelle **z_w, h_w, u, U**; die neuen **W, N′, R, D**; über den gesamten Gleitkreis **FS**.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Wasserhöhe und Porenwasserdruck

$$z_w = 2.5 + \frac{24.800 - 20}{30}(4.5) = 3.2199 \text{ m}$$

$$h_w = z_w - z_{base} = 3.2199 - 0.8327 = \mathbf{2.3872} \text{ m}$$

$$u = \gamma_w h_w = 9.81(2.3872) = \mathbf{23.42} \text{ kPa} \qquad U = uL = 23.42(0.864) = \mathbf{20.23} \text{ kN/m}$$

2 Wichte: über Wasser feucht, darunter wassergesättigt

$$W = b\left[h_1\gamma_1 + h_{dry}\gamma_{moist} + h_w\gamma_{sat}\right]$$

$$W = 0.7590[3.3998(18) + 0.7801(17.5) + 2.3872(19.5)] = \mathbf{92.14} \text{ kN/m}$$

Das Wasser erhöht sowohl das Gewicht von 88.52 kN/m trocken auf **92.14** kN/m als auch erzeugt es an der Sohle eine Wasserkraft **U = 20.23** kN/m.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Wirksame Normalkraft, Widerstand, treibende Wirkung (Lamelle 22)

$$N' = W\cos\alpha - U = 92.14(0.8787) - 20.23 = \mathbf{60.74}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 60.74(0.3249) = \mathbf{37.01}\ \mathrm{kN/m} \qquad D = W\sin\alpha = \mathbf{43.98}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Vollkreis (36 Lamellen, derselbe Gleitkreis) und Vergleich mit dem trockenen Fall

Verfahren	ΣU	ΣR	ΣD	FS (Wasser)	FS (trocken)
Gewöhnlich	476.94	879.96	655.41	**1.343**	1.569
Bishop	476.94	981.07	655.41	**1.497**	1.740
Spencer	476.94	970.22	655.41	**1.480**	1.717

Für denselben Kreis senkt das Wasser FS von 1.569 auf **1.343** (gewöhnlich); wird der maßgebende Gleitkreis mit der Wasserlinie erneut gesucht, wird er flacher und beträgt **1.255 / 1.568 / 1.564** (gewöhnlich / Bishop / Spencer).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Streifen- und Einzellast; lotrecht, senkrecht, geneigt

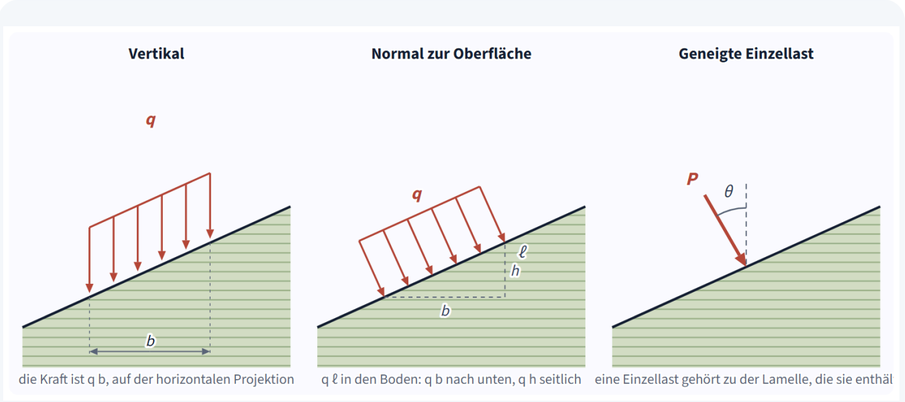
THEORIE

Eine vertikal oder geneigt wirkende Streifenlast wird über ihre horizontale Projektion angesetzt, und die Kraft auf den Teil der horizontalen Breite b beträgt q b.

Eine senkrecht auf die Oberfläche wirkende Last wird über die Oberflächenlänge angesetzt; die Kraft auf ein Segment der Länge ℓ beträgt q ℓ, mit der vertikalen Komponente q b und der horizontalen Komponente q h.

Jede Lamelle trägt den zwischen ihren Rändern liegenden Anteil einer Last, verteilt nach der horizontalen Breite, und die Einzellast wird der Lamelle zugeordnet, die ihren Angriffspunkt enthält.

$$F = q\,b \qquad F_n = q\,\ell \;\Rightarrow\; F_z = q\,b,\; F_x = q\,h \qquad P_x = P\sin\theta,\; P_z = P\cos\theta$$



die Kraft ist q b, auf der horizontalen Projektion — q ℓ in den Boden: q b nach unten, q h seitlich — eine Einzellast gehört zu der Lamelle, die sie enthäl

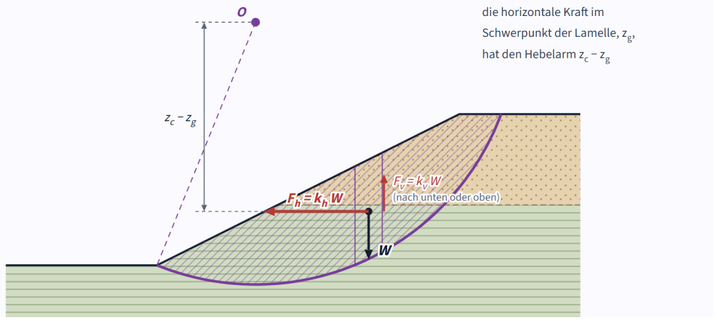
Trägheitskräfte im Schwerpunkt der Lamelle

THEORIE

Beim **pseudostatischen** Ansatz wird die Erdbebenerschütterung durch eine konstante, auf die gleitende Masse wirkende Beschleunigung dargestellt, die als Bruchteil von g ausgedrückt wird.

In jeder Lamelle werden die Trägheitskräfte der Bodenmasse ($\mathbf{W_{soil}}$) im Schwerpunkt ($\mathbf{z_g}$) angesetzt, der aus den feuchten und gesättigten Anteilen des Bodens innerhalb der Lamelle ermittelt wird, da das auf der Lamelle angesammelte Wasser diese Kraft nicht aufnimmt.

Bei der Option „kritischer Fall“ werden beide horizontalen und beide vertikalen Richtungen geprüft und der kleinste Sicherheitsfaktor wird maßgebend; die Beiwerte werden vom Nutzer vorgegeben, und der statische sowie der **pseudostatische** FS werden gemeinsam ausgewiesen.



$$F_h = k_h W_{soil} \qquad F_v = k_v W_{soil}$$

$$N = (W + F_v)\cos\alpha \mp F_h \sin\alpha \qquad D = (W + F_v)\sin\alpha + F_h \frac{z_c - z_g}{r}$$

Aufgabe

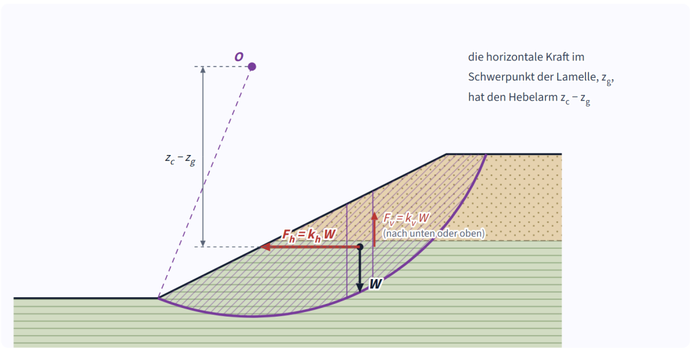
BEISPIEL

Gegeben

Erdbeben	$k_h = 0.15$, $k_v = 0$; **Horizontalkraft in Richtung des vorderen Sporns (kritische Richtung)**
Lamelle und Gleitkreis	**Lamelle 22 und der Gleitkreis aus Beispiel 2; der Schwerpunkt wird für den Hebelarm z_g benötigt**

GESUCHT

In Lamelle 22: **F_h, N′, R, D**; für den gesamten Gleitkreis **FS_E** nach drei Verfahren.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Trägheitskraft und Hebelarm

$$F_h = k_h W = 0.15(88.52) = \mathbf{13.28}\ \mathrm{kN/m}$$

$$z_g = \sum W_i z_{g,i}/W = (46.45(5.700) + 42.07(2.416))/88.52 = 4.139\ \mathrm{m}$$

$$\mathrm{Hebelarm} = (z_c - z_g)/r = (16.080 - 4.139)/17.352 = 0.6882$$

2 Normalkraft, Widerstand, treibende Wirkung

$$N' = W\cos\alpha - F_h \sin\alpha = 77.79 - 6.34 = \mathbf{71.45}\ \mathrm{kN/m}$$

$$R = 20(0.864) + 71.45(0.3249) = \mathbf{40.49}\ \mathrm{kN/m}$$

$$D = W\sin\alpha + F_h\,\frac{z_c - z_g}{r} = 42.25 + 13.28(0.6882) = \mathbf{51.39}\ \mathrm{kN/m}$$

Die treibende Wirkung geht von 42.25 → **51.39** kN/m (+22%), der Widerstand von 42.55 → **40.49** kN/m: Die Horizontalkraft verringert die Normalkraft und fügt ein Gleitmoment hinzu.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Drei Verfahren am selben Gleitkreis ($k_h = 0.15$, $k_v = 0$)

Verfahren	ΣR	ΣD	FS (Statik)	FS (Erdbeben)
Gewöhnlich	967.97	840.48	1.569	**1.152**
Bishop	1,083.01	840.48	1.740	**1.289**
Spencer	1,069.09	840.48	1.717	**1.272**

$k_h = 0.15$ verringert FS um etwa 27% (gewöhnlich 1.569 → **1.152**). Unter Erdbebeneinwirkung ändert sich auch der maßgebende Gleitkreis: im Modell auf der Seite ($k_h = 0.15$, $k_v = 0.05$, kritische Richtungen) ergibt die Suche 1.138 / 1.265 / 1.250.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Wasser im Riss und in der Tiefe

THEORIE

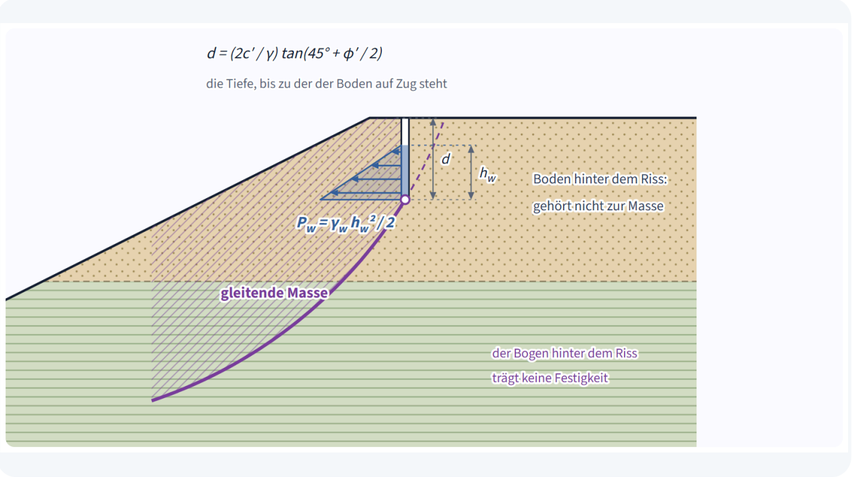
Die Tiefe des Zugrisses ergibt sich zu d = 2c′/γ·tan(45° + φ′/2); im undränierten Fall wird diese Tiefe zu $2c_u/\gamma$.

Wenn der Riss wirksam ist, endet die Gleitfläche an dem Punkt, an dem die Tiefe des abgleitenden Körpers der Risstiefe entspricht; der Boden hinter dem Riss gehört nicht zum abgleitenden Körper, und der innerhalb des Risses liegende Abschnitt des Kreisbogens trägt keinen Widerstand.

In einem Riss drückt das bis zur Höhe h_W stehende Wasser mit hydrostatischer Kraft; ein wassergefüllter Riss senkt den Sicherheitsfaktor, und dieser Zustand wird häufiger übersehen.

$$d = \frac{2c'}{\gamma}\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad d = \frac{2c_u}{\gamma}$$

$$P_w = \frac{\gamma_w h_w^2}{2} \qquad z_f = z_{base} + \frac{h_w}{3} \qquad D_{crack} = \frac{P_w\,(z_c - z_f)}{r}$$



Aufgabe

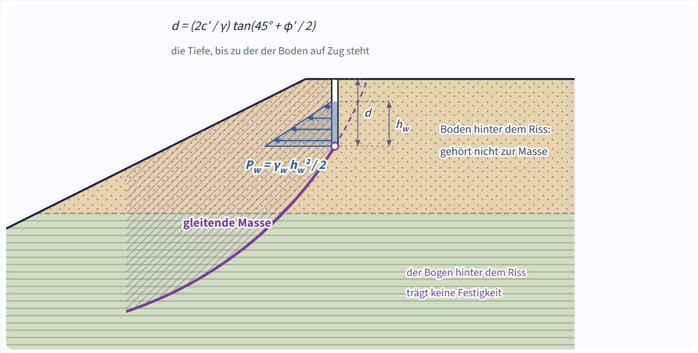
BEISPIEL

Gegeben

Riss	**oben, vertikaler Riss in $d = 2$ m Tiefe (Anfangswert des Modells); zwei Zustände, trocken und wassergefüllt ($h_w = 2$ m)**
Kreis	**Der Kreis aus Beispiel 1; endet an der Sohle des Risses**

GESUCHT

Die **x**-Lage des Risses; **P_W**, **z_f**, **D_{Riss}**; **FS** nach drei Verfahren.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Lage des Risses: Er endet dort, wo der Kreis die Höhe z = 10 − 2 = 8 m erreicht

$$x = x_c + \sqrt{r^2 - (8 - z_c)^2} = 16.518 + \sqrt{301.08 - (8 - 16.080)^2} = \mathbf{31.87}\ \mathrm{m}$$

2 Wasser im Riss (h_w = 2 m): Kraft und Moment

$$P_w = \frac{\gamma_w h_w^2}{2} = \frac{9.81(2)^2}{2} = \mathbf{19.62}\ \mathrm{kN/m} \qquad z_f = 8 + \frac{2}{3} = 8.667\ \mathrm{m}$$

$$D_{crack} = \frac{P_w(z_c - z_f)}{r} = \frac{19.62(16.080 - 8.667)}{17.352} = \mathbf{8.38}\ \mathrm{kN/m}$$

Die Rankine-Tiefe beträgt in der Auffüllung 0.96 m und im Ton 3.15 m; das Modul übernimmt die Risstiefe mit dem vom Ingenieur eingegebenen Wert (hier 2 m). Ein wassergefüllter Riss erhöht ΣD um **8.38** kN/m.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Ohne Riss, trockener Riss und wassergefüllter Riss (gleicher Kreis; 34 Lamellen im Riss)

Verfahren	FS ohne Riss	ΣR	ΣD (trocken)	FS trockener Riss	ΣD (Wasser)	FS gefüllter Riss
Gewöhnlich	1.569	991.18	625.52	**1.585**	633.91	**1.564**
Bishop	1.740	1,096.39	625.52	**1.753**	633.91	**1.727**
Spencer	1.717	1,083.00	625.52	**1.731**	633.91	**1.702**

Ein trockener Riss ändert FS nur sehr wenig (die treibende Masse oberhalb und der Widerstand im Kreisbogen wirken gemeinsam: 1.569 → 1.585); ein **wassergefüllter Riss** verringert ihn (1.564). Wasser im Riss ist der am häufigsten vergessene Fall.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Mittelpunktraster, Radien, Verfeinerung

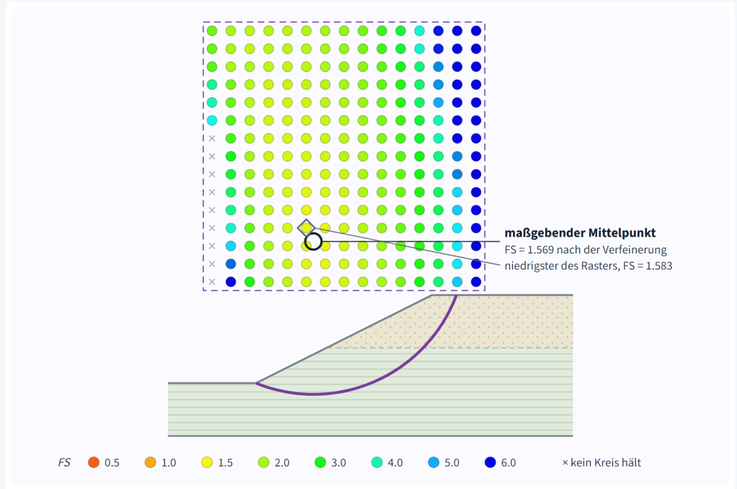
THEORIE

Die Suche nach dem maßgebenden Gleitkreis wird über ein über der Böschung angeordnetes Raster von $n_x \times n_z$ Mittelpunkten durchgeführt, wobei an jedem Mittelpunkt eine Schar gleichabständiger Radien geprüft wird.

Jeder Kreis wird in Lamellen unterteilt und gelöst, und der für jeden Mittelpunkt gefundene niedrigste Sicherheitsfaktor wird zusammen mit dem zugehörigen Radius gespeichert; im durchgerechneten Modell wurden mit 15 × 15 Mittelpunkten und 12 Radien 4650 Kreise geprüft.

$$FS(x_c, z_c) = \min_j FS(x_c, z_c, r_j) \qquad FS_{crit} = \min_{x_c, z_c} FS(x_c, z_c)$$

Rechenbeispiel	Wert
Gitter ($n_x \times n_z \times$ Radius)	15 × 15 × 12
Probekreis / maßgebender Gleitkreis	4,650 / 3,487
Der kleinste Wert des Rasters	FS = 1.583
Nach der Verfeinerung	**FS = 1.569**
Maßgebender Kreis	x_c = 16.52, z_c = 16.08, r = 17.35 m



Gebrochene Linie, nur Spencer

THEORIE

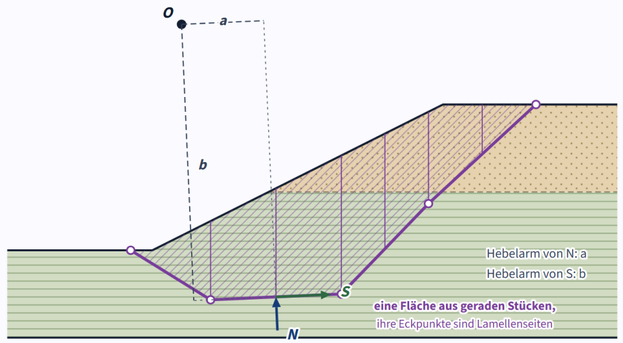
Eine nicht kreisförmige Gleitfläche kann einer schwachen Schicht mit Keilen folgen, die vom Böschungsfirst absteigen und zum Böschungsfuß hin ansteigen; sie ist eine polygonale Fläche, deren beide Enden an der Geländeoberfläche liegen.

Die Momentengleichung an einer mehrfach geradlinigen Gleitfläche wird um einen Punkt O aufgestellt, der oberhalb der Fußkante des Massivs gewählt wird; der Hebelarm von N ist a und der von S ist b.

Die Fläche mit dem kleinsten Sicherheitsfaktor wird als stückweise lineare Fläche mit n Segmenten gesucht; die Bewegung wird nur aufrechterhalten, solange die Fläche zulässig bleibt, und die Konvexitätsbedingung verhindert das Abdrriften zu zickzackförmigen Flächen.

$$a = (X - X_O)\cos\alpha - (z - z_O)\sin\alpha \qquad b = (X - X_O)\sin\alpha + (z - z_O)\cos\alpha$$

$$\sum [Na + Sb] - \sum V(X - X_O) - \sum A(z_A - z_O) + M_{reinforcement} + M_{crack} = 0$$



Beitrag des passiven und des aktiven Elements zum FS

THEORIE

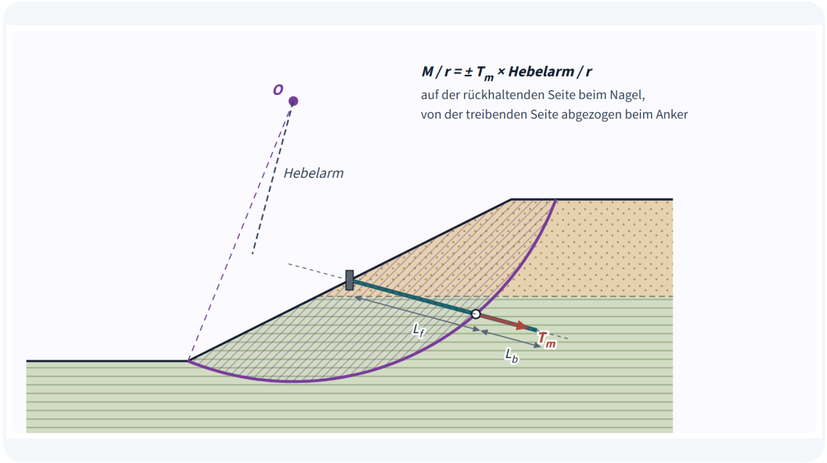
Das Bewehrungselement ist eine Linie, die die Gleitfläche schneidet; die Länge der Gleitfläche vor dem Schnittpunkt mit dem Kreisbogen wird mit L_f bezeichnet, die Verbundlänge hinter diesem Punkt mit L_b.

Das Moment eines passiven Elements (Nagel, Geogitter) wird auf der rückhaltenden Seite addiert; da ein aktives Element (Anker) seine Last vor der Bewegung aufnimmt, wird sein Moment von der treibenden Seite abgezogen.

Für dieselbe Kraft erhöht ein aktives Element den Sicherheitsfaktor stärker als ein passives Element; die Kraft wird im statischen und im pseudostatischen Fall gleich angesetzt.

$$\frac{M}{r} = \pm \frac{(x_P - x_c)F_z - (z_P - z_c)F_x}{r}$$

$$FS = \frac{\sum R + \sum M_{passive}/r}{\sum D - \sum M_{active}/r}$$



Der kleinste der drei Werte

THEORIE

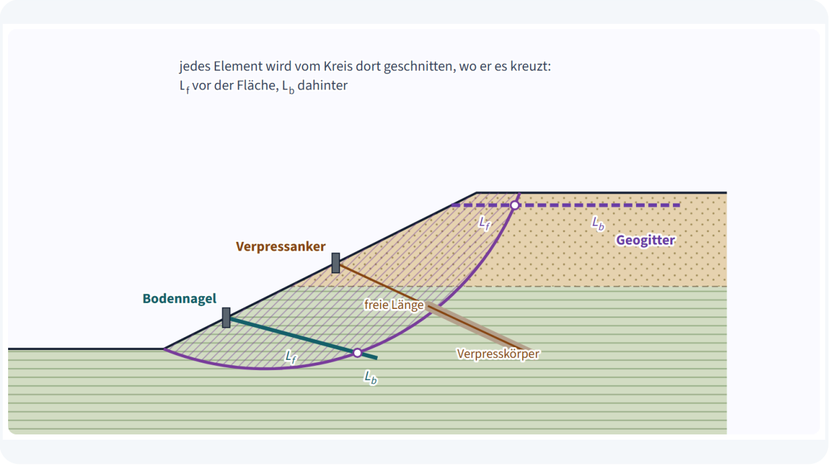
Die Zugkraft des Bodennagels ist T = min[T_t, q_u π D_h L_b, q_u π D_h L_f + T_h], der kleinste der drei Werte.

Ein Nagel ist ein passives Element: Er wird mit der Bewegung der Bodenmasse aktiviert, und die durch den Abstand S_h geteilte Nagelkraft wird als T_m = T/S_h ausgedrückt.

Ein Nagel, dessen Kopf außerhalb des Kreises liegt oder dessen Ende sich innerhalb der Masse befindet, überträgt für diesen Kreis keine Kraft.

In der freien Ankerlänge entsteht keine Verbundwirkung; der Anker wird vom Verpresskörper gehalten, und die Kraft, die der Anker durch den Schnitt mit einem Gleitkreis überträgt, ist der kleinste der drei Werte: **T = min[P, T_t, q_u π D_h L_b]**.

Der Anker ist ein aktives Element: Die Last liegt im Spannglied vor, bevor sich die Masse bewegt, und in den Spencer-Gleichungen ist der Anker eine gegebene Kraft; dort wird sie nicht durch **FS** geteilt.



$$\text{Nagel: } T = \min\left[T_t,\ q_u \pi D_h L_b,\ q_u \pi D_h L_f + T_h\right] \qquad T_m = \frac{T}{S_h}$$

$$\text{Verankerung: } T = \min\left[P,\ T_t,\ q_u \pi D_h L_b\right] \qquad T_m = \frac{T}{S_h}$$

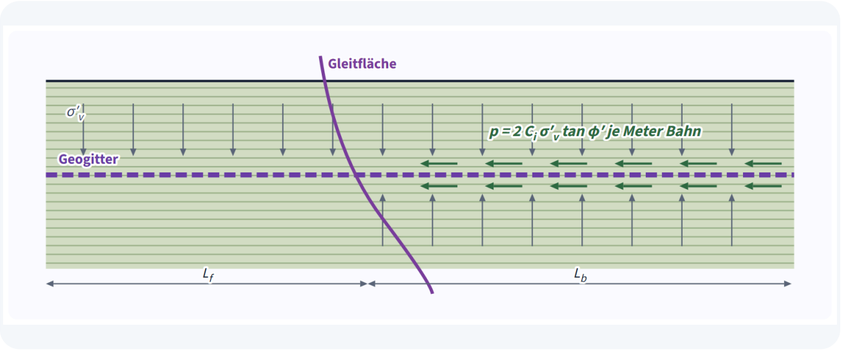
Entwurfsfestigkeit, Herausziehen, Anschluss

THEORIE

Das Geogitter wird durch seine Länge L, seine langfristige Bemessungsfestigkeit je Meter Schnitt T_d, den Wechselwirkungsbeiwert zwischen Boden und Geogitter C_i und, bei Anschluss an die Vorsatzschale, die Anschlussfestigkeit T_c definiert.

Der Herausziehwiderstand pro Meter Länge entsteht aus der Reibung auf beiden Seitenflächen unter der wirksamen Überlagerungsspannung σ'_v; das Geogitter ist ein passives Element und wirkt in Richtung der Bahn.

σ'_v ergibt sich aus dem Gewicht des über der Platte liegenden Bodens — unterhalb des Grundwasserspiegels mit der Wichte des wassergesättigten Bodens — abzüglich des Porenwasserdrucks; Oberflächenlasten werden auf der sicheren Seite liegend nicht berücksichtigt.



$$p = 2\,C_i\,\sigma'_v\,\tan\varphi' \qquad T_m = \min\left[T_d,\ \int_{L_b} p\,dl,\ \int_{L_f} p\,dl + T_c\right]$$

Aufgabe

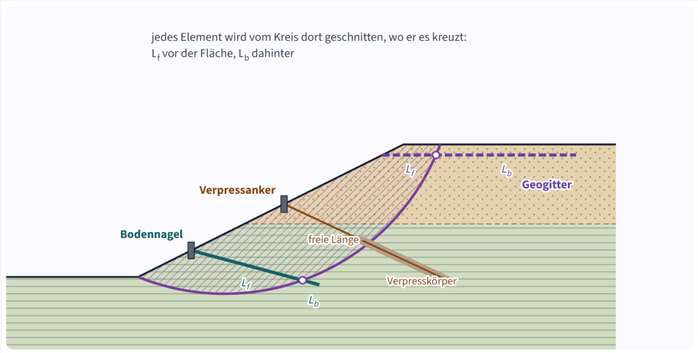
BEISPIEL

Gegeben

Nägel	**vier Nägel, Köpfe bei $x = 14, 18, 22, 26$ m (an der Oberfläche), $15°$ geneigt, $L = 14$ m; $T_t = 250$ kN, $q_u = 120$ kPa, $D_h = 120$ mm, $S_h = 1.5$ m**
Kreis	**Kreis aus der Suche im vernagelten Modell: Mittelpunkt $(18.29;\ 13.90)$, $r = 18.18$ m**

GESUCHT

Für jeden Nagel **L_f**, **L_b**, **T** und **T_m**; der Momentenbeitrag; **FS**.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Verbundfestigkeit (bezogen auf die Länge) und Nagel N3

$$q_u \pi D_h = 120\pi(0.120) = \mathbf{45.239}\ \mathrm{kN/m}$$

$$L_f = 11.282\ \mathrm{m},\ L_b = 2.718\ \mathrm{m} \qquad P(32.90;\ 3.08)$$

$$T = \min[250,\ 45.239(2.718) = 122.94,\ 45.239(11.282) = 510.4] = \mathbf{122.94}\ \mathrm{kN}$$

$$T_m = \frac{T}{S_h} = \frac{122.94}{1.5} = \mathbf{81.96}\ \mathrm{kN/m}$$

2 Moment der Kraft um den Kreismittelpunkt

$$F_x = T_m \cos 15^\circ = 79.17, \quad F_z = -T_m \sin 15^\circ = -21.21\ \mathrm{kN/m}$$

$$\frac{M}{r} = \frac{(x_P - x_c)F_z - (z_P - z_c)F_x}{r} = \frac{(14.606)(-21.21) - (-10.822)(79.17)}{18.178} = \mathbf{30.09}\ \mathrm{kN/m}$$

Der Nagel N3 trägt eine Last von **81.96** kN/m, die den Körper hält; sein Moment erhöht ΣR um 30.09 kN/m (passives Element).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Kräfte der vier Nägel (gleiches Verfahren)

Nagel	L_f (m)	L_b (m)	T (kN)	Maßgebend	T_m (kN/m)	M/r (kN/m)
N1	–	–	0	Spitze in der Masse: trägt keine Last	0	0
N2	13.13	0.87	39.32	Herausziehen im hinteren Bereich	26.21	13.90
N3	11.28	2.72	122.94	Herausziehen im hinteren Bereich	81.96	30.09
N4	8.82	5.18	234.18	Herausziehen im hinteren Bereich	156.12	31.82

4 Vernageltes Modell: FS auf dem durch die Suche gefundenen Kreis

Verfahren	Ohne Vernagelung (Aushub)	Vernagelt
Gewöhnlich	1.569	**1.753**
Bishop	1.740	**2.018**
Spencer	1.717	**2.031**

Die Nägel erhöhen FS um etwa 12 % (gewöhnliches Verfahren 1.569 → 1.753; Bishop 1.740 → 2.018).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Gekrümmte Hüllkurve der Scherfestigkeit und die Tangente an jeder Basis

THEORIE

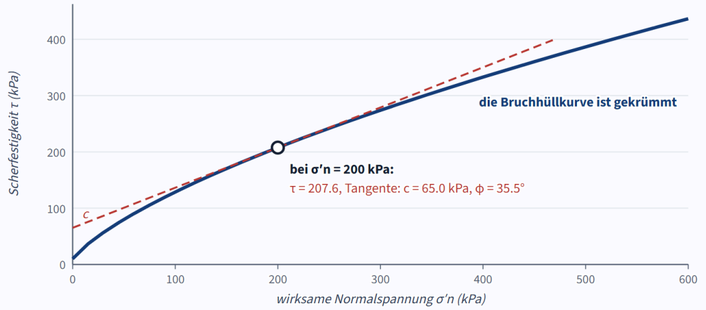
Im verallgemeinerten Hoek–Brown-Kriterium wird das Gebirge durch σ_{ci}, GSI, m_i und D beschrieben; für ungestörtes Gebirge wird D=0, bei starker Sprengwirkung oder Auflockerung D=1 angesetzt.

Da die Scherfestigkeit an der Lamellensohle von der Normalspannung abhängt, wird die gekrümmte Hüllkurve mit den Balmer-Beziehungen in die τ–σ'_n-Ebene überführt; die Tangente liefert die Werte c_i und φ_i an der Sohle.

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci}\left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^a$$

$$m_b = m_i\, e^{\frac{GSI-100}{28-14D}} \qquad s = e^{\frac{GSI-100}{9-3D}} \qquad a = \frac{1}{2} + \frac{e^{-GSI/15} - e^{-20/3}}{6}$$

$$d = \frac{d\sigma'_1}{d\sigma'_3} \qquad \sin\varphi_i = \frac{d-1}{d+1} \qquad c_i = \tau - \sigma'_n \tan\varphi_i$$



Aufgabe

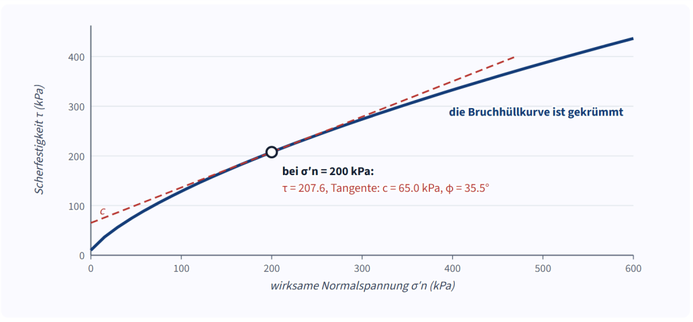
BEISPIEL

Gegeben

Felsmasse	$\sigma_{ci} = 5$ **MPa,** $GSI = 30$**,** $m_i = 8$**,** $D = 0$
Sohle	**wirksame Normalspannung** $\sigma'_n = 200$ **kPa**

GESUCHT

m_b, s, a; bei dieser Spannung **τ**, **φ_i** und **c_i**.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Konstanten des Gebirges

$$m_b = 8\,e^{(30-100)/28} = 0.6567 \qquad s = e^{(30-100)/9} = 0.000419$$

$$a = 0.5 + \frac{e^{-2} - e^{-20/3}}{6} = 0.5223$$

2 Für σ'_n = 200 kPa ergibt sich σ'_3 = 93.05 kPa (iterativ bestimmt)

$$d = 1 + a\,m_b \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a-1} = 3.767$$

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(\frac{m_b \sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s\right)^{a} = 602.9\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_n = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_3}{2} - \frac{\sigma'_1 - \sigma'_3}{2}\,\frac{d-1}{d+1} = 200.0\ \text{kPa}\ \checkmark$$

Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Scherfestigkeit und äquivalente Mohr–Coulomb-Parameter

$$\tau = (\sigma_1' - \sigma_3')\frac{\sqrt{d}}{d+1} = \mathbf{207.6}\ \mathrm{kPa}$$

$$\varphi_i = \arcsin\frac{d-1}{d+1} = \mathbf{35.48}^\circ \qquad c_i = \tau - \sigma_n' \tan\varphi_i = 207.6 - 200(0.7128) = \mathbf{65.0}\ \mathrm{kPa}$$

An dieser Basis verhält sich der Fels wie nach Mohr–Coulomb mit **c_i = 65.0 kPa, φ_i = 35.5°** (τ = 207.6 kPa); ändert sich die Spannung, ändern sich auch diese Werte: Jede Lamelle verwendet ihre eigenen c und φ.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

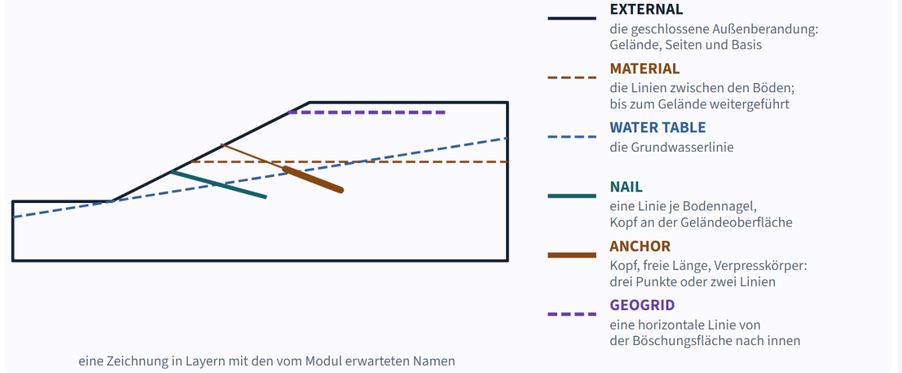
Ablesung nach Schichtnamen

THEORIE

Die Schichtnamen des DXF-Schnitts werden ohne Unterscheidung von Groß-/Kleinschreibung, Leerzeichen, Bindestrichen und Unterstrichen gelesen; **EXTERNAL** gibt die Geländeoberfläche, die beiden Seiten und die Sohle als eine einzige geschlossene Polylinie aus.

MATERIAL sind die Linien zwischen den Bodenschichten; eine innerhalb des Schnitts endende Linie wird entlang der Geländeoberfläche verlängert und jedem Bereich zwischen zwei Grenzen wird ein eigener Boden zugewiesen.

WATER TABLE ist die Grundwasserspiegellinie; **NAIL**, **ANCHOR** und **GEOGRID** sind Bewehrungen, und die in der Zeichnung nicht dargestellte Wichte, Festigkeit, Tragfähigkeit, Last sowie das Erdbeben werden in der Registerkarte Modell eingegeben.

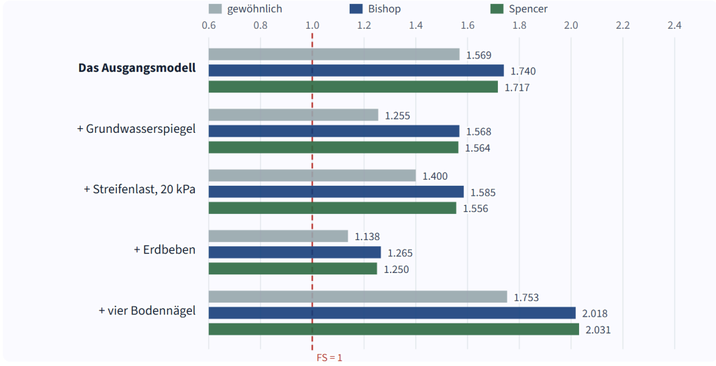


eine Zeichnung in Layern mit den vom Modul erwarteten Namen

Ergebnistabelle

Gleicher Schnitt, fünf Modelle, drei Verfahren

Modell (es wird etwas hinzugefügt, der Kreis wird erneut gesucht)	Mittelpunkt (x_c; z_c)	r (m)	Lamelle	Gewöhnlich	Bishop	Spencer
Modell beim Öffnen (statisch)	16.52; 16.08	17.35	33	**1.569**	**1.740**	**1.717**
+ ein zur Böschungsinnenseite ansteigender Grundwasserspiegel	17.12; 11.45	16.85	36	**1.255**	**1.568**	**1.564**
+ 20 kPa Streifenlast, x = 25 – 32 m	16.25; 15.44	16.66	35	**1.400**	**1.585**	**1.556**
+ Erdbeben, kh 0.15, kv 0.05 (maßgebend)	16.72; 17.45	18.70	34	**1.138**	**1.265**	**1.250**
+ vier Bodennägel, 14 m lang	18.29; 13.90	18.18	34	**1.753**	**2.018**	**2.031**



Das ordinäre Verfahren liefert stets den niedrigsten Wert; Bishop und Spencer liegen nahe beieinander (für einen Kreis wenige Prozent Unterschied).

Wasser und Erdbeben verringern FS am stärksten (1.255 und 1.138, gewöhnlich); vier Nägel erhöhen FS auf 1.753. Mit Nägeln überschreiten Bishop und Spencer 2.0.

Annahmen

Was das Modell annimmt und was nicht

Das **Modell** setzt ebene Verformung voraus: ein Meter einer unendlich langen Böschung, gleiche Festigkeit in jeder Richtung (außer beim isotropen Felskriterium) und ein starrer Bodenkörper bis zum Bewegungsbeginn.

Für **Wasser** wird unterhalb einer Linie eine hydrostatische Verteilung oder das Verhältnis r_u des Überlagerungsdrucks verwendet; eine Sickerströmungsanalyse wird nicht durchgeführt, und bei schnellem Absenken wird mit $\bar{B} = 1$ ein plötzliches Absenken angenommen.

Für die **Lamellen** werden alle Größen in der vertikalen Mittellinie der Lamelle angesetzt, negative wirksame Normalkräfte werden bei null gehalten; Erdbeben werden mit pseudostatischen Beiwerten erfasst, und die Trägheit des an der Oberfläche angesammelten Wassers wird vernachlässigt.

Das Verfahren von **Spencer** nimmt die Kräfte zwischen den Lamellen für die gesamte Masse als parallel zueinander unter einem einzigen Winkel an; das Momentengleichgewicht ist bei allen drei Verfahren erfüllt, das Kräftegleichgewicht nur bei Spencer.

Die **Suche** findet die Fläche mit dem niedrigsten Sicherheitsfaktor in der Nähe der Startflächen; es ist nicht bewiesen, dass diese unter allen Flächen die niedrigste ist.

NICHT BERÜCKSICHTIGT

- Dreidimensionale Effekte (Gleitflächenende, Böschungsbreite)
- Verformung, fortschreitender Bruch, Spannungssoftening
- Sickerströmung und Konsolidation: der Porenwasserdruck wird vorgegeben, nicht berechnet
- Dynamische Analyse (Newmark): Die pseudostatische Berechnung ist ein Nachweis
- Festlegung: FS wird vorgegeben; den ausreichenden Wert bestimmen der Ingenieur und die Vorschrift

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

FS = ΣR/ΣD; R = cL + N′ tan φ′, D = W sin α (Moment um den Kreismittelpunkt). Die drei Verfahren unterscheiden sich nur darin, wie sie **N′** ermitteln

Lamelle 22 (Beispiel): α = 28.51°, L = 0.864, W = 88.52 → gewöhnlich N′ = 77.79, R = 42.55, D = 42.25; Bishop N′ = 86.56, R = 45.40; Spencer N′ = 80.76, R = 43.51 kN/m

Derselbe Kreis: **1.569 (ordinär) · 1.740 (Bishop) · 1.717 (Spencer)**; der maßgebende Kreis wurde durch Prüfung von 4650 Kreisen in einem 15 × 15 × 12-Raster gefunden

Wasser: $u = \gamma_w h_w$ verringert N′; **Erdbeben**: F_h verringert die Normalkraft und erzeugt ein zusätzliches Moment; **Wasser im Riss** erzeugt ein zusätzliches Moment P_w zu ΣD′

Bewehrung: passive Bewehrung (Nägel, Geogitter) wird auf die Widerstandsseite, aktive (Anker) auf die Gleitseite gesetzt; **Hoek–Brown**: an jeder Basis tangentiale c_i, φ_i

Literatur

Fellenius, W. (1936). Calculation of the stability of earth dams. Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, Washington, 4, 445–463.

Bishop, A.W. (1955). The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. Géotechnique, 5(1), 7–17.

Spencer, E. (1967). A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces. Géotechnique, 17(1), 11–26.

Morgenstern, N.R. and Price, V.E. (1965). The analysis of the stability of general slip surfaces. Géotechnique, 15(1), 79–93.

Duncan, J.M., Wright, S.G. and Brandon, T.L. (2014). Soil Strength and Slope Stability, 2nd ed. Wiley.

Terzaghi, K. (1950). Mechanism of landslides. In Application of Geology to Engineering Practice (Berkey Volume), Geological Society of America, 83–123.

Rankine, W.J.M. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

Hoek, E., Carranza-Torres, C. and Corkum, B. (2002). Hoek–Brown failure criterion — 2002 edition. Proceedings of the 5th North American Rock Mechanics Symposium, Toronto, 1, 267–273.

Balmer, G. (1952). A general analytical solution for Mohr's envelope. Proceedings ASTM, 52, 1260–1271.

Lazarte, C.A., Robinson, H., Gómez, J.E., Baxter, A., Cadden, A. and Berg, R. (2015). Soil Nail Walls — Reference Manual. Geotechnical Engineering Circular No. 7, FHWA-NHI-14-007.

Sabatini, P.J., Pass, D.G. and Bachus, R.C. (1999). Ground Anchors and Anchored Systems. Geotechnical Engineering Circular No. 4, FHWA-IF-99-015.

Berg, R.R., Christopher, B.R. and Samtani, N.C. (2009). Design and Construction of Mechanically Stabilized Earth Walls and Reinforced Soil Slopes. Geotechnical Engineering Circular No. 11, FHWA-NHI-10-024.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit den Berechnungsbibliotheken des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das gerechnete Modell auf der Modulseite ist ebenfalls dieser Schnitt (2:1-Böschung mit 10 m Höhe, Ton über Auffüllung).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Zeichnen Sie Ihren eigenen Schnitt oder lesen Sie ihn aus DXF ein; geben Sie Böden, Wasser, Lasten, Erdbeben und Bewehrung ein. Das Modul sucht den maßgebenden Gleitkreis und liefert die Sicherheitsfaktoren der drei Verfahren, die Lamellentabellen, die Schritt-für-Schritt-Lösung und den Bericht.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com