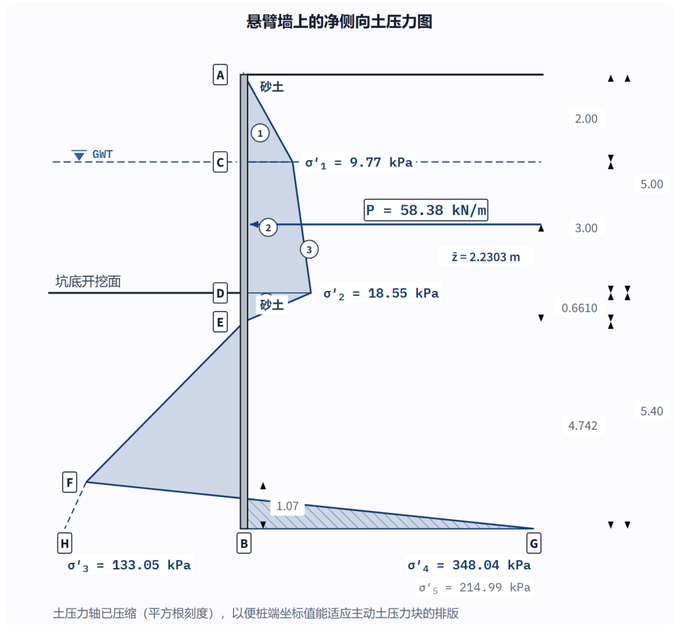
GeoTerva

岩土工程讲义 · 板桩墙与内支撑基坑

砂土中的悬臂式板桩墙

讲义：砂土中悬臂式板桩墙的设计；坑底以上和以下的压力、嵌固深度、最大弯矩、截面验算、地震和位移；每个主题均有工程算例。

悬臂式板桩墙 | 净压力图 | 嵌固深度 · 最大弯矩 | EN 1993 · AISC 360 | 地震 · 位移



引言

本讲内容

- 悬臂式板桩墙**如何转动**，以及在开挖面以上、以下和桩端处产生哪些压力
- 坑底开挖面以上的**主动土压力**（水、超载）和其下的**净压力直线**；零压力点E
- 由水平力平衡和力矩平衡求**嵌固深度**：关于L_4的四次方程，$D_{theoretical}$
- 在设计深度中计入**安全裕度**的方法（系数f、K_p/FS_p、给定深度）
- **最大弯矩**（剪力为零处）以及按**EN 1993-1-1 / AISC 360-22**对板桩进行验算
- 水、超载、倾斜地表和**地震**的影响；用基床系数法求**位移**

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

算例墙：开挖面以上为L = 5 m的砂土（γ = 15.9；γ_{sat} = 19.33 kN/m³；φ′ = 32°），地下水位在墙顶以下2 m且两侧水位相同；板桩墙打入同一砂土中。力均按每米墙长计。

工作原理与转动方式

理论

板桩墙是由相互咬合的钢桩排列而成的墙体；它挡住坑底(L)以上的土体，靠**嵌固深度D**保持稳定。**悬臂式**墙没有其他支撑：如同栅栏柱，仅靠打入土体的**被动抗力**来维持；因此一般在自坑底起约6 m以内才经济。

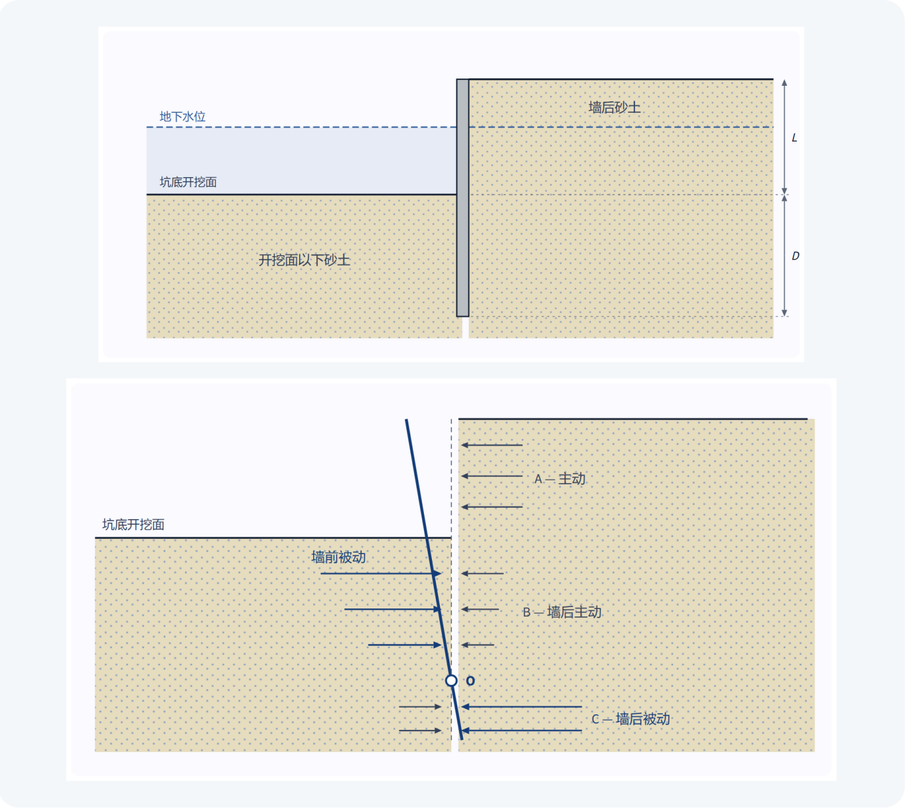
墙体绕O点（靠近底端）刚性转动。**A区**（坑底以上）：仅有被支挡土体，为主动土压力。

B区（基坑底面至O）：墙后为主动土压力，墙前（被推挤侧）为被动土压力。

C区（O点以下）：两侧作用互换；墙后为被动土压力，墙前为主动土压力。

实际分布是曲线形的；原始文献以**线性简化**代替：坑底以下的净压力为通过零点E的一条直线；端部的反向段为高度L_5的矩形块。

Rankine土压力**不计墙背摩擦**，按有效竖向应力计算；若墙两侧水位高度相同，则静水压力相互抵消。



σ'_1与σ'_2

理论

坑底以上仅有被支挡的砂土；Rankine主动土压力=有效竖向应力×K_a。水位位于墙顶以下L_1处，其余$L_2 = L - L_1$位于水位以下($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$)：

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

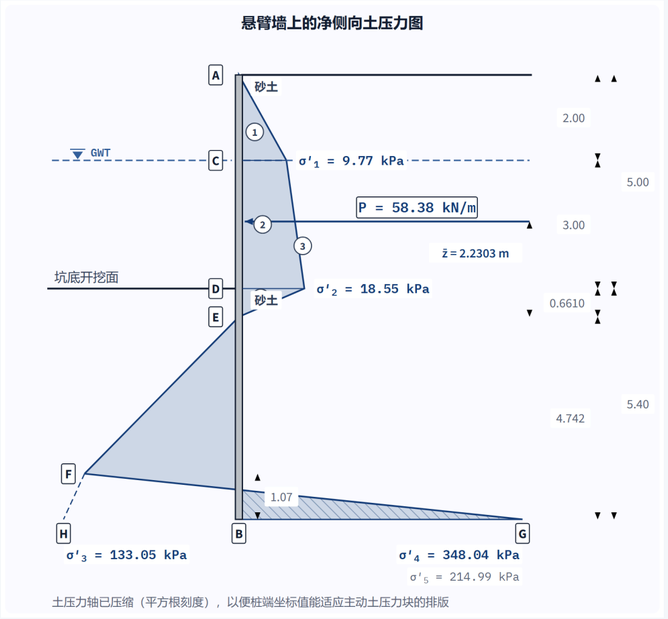
$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

若墙两侧水位相同，静水压力**相互抵消**；只有这些有效压力作用于墙。

均布超载q（交通荷载、堆载）使各深度处的有效应力均增加q：压力图以$\sigma'_0 = qK_a$起始，每个纵坐标均增加qK_a：$\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$。

坑底以下，q仍包含在被支挡一侧的竖向应力中：净压力线从较大的σ'_2起算，桩端被动压力增加qK_p；开挖面不承受地面超载。

有限范围荷载（条形、集中）不会附加一个恒定的$K_a q$：侧向压力取自半无限介质，对刚性墙**按镜像法加倍**；模块对净压力分布图进行数值积分。



工程算例的净压力图（模块绘制的形式）。

题目

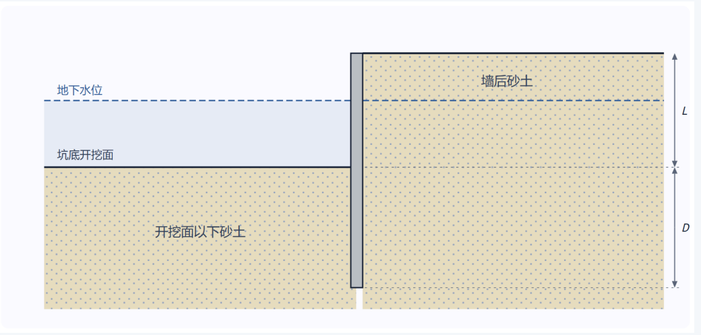
算例

已知条件

土	**砂土：** $\gamma = 15.9$，$\gamma_{sat} = 19.33$ **kN/m³，** $\varphi' = 32°$ **（挡土侧与嵌入部分为同一种砂土）**
墙	$L = 5$ m；**地下水位在顶面以下** $L_1 = 2$ m，**两侧水位相同；无超载**

求

K_a、K_p、γ'；σ'_1和σ'_2（坑底处）。



解答

解答

1 压力系数与浮重度

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52 \text{ kN/m}^3$$

2 水位处与坑底处的主动土压力

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77} \text{ kPa}$$

$$\sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma'_v(L) = 60.36 \text{ kPa} \;\Rightarrow\; \sigma'_2 = \mathbf{18.55} \text{ kPa}$$

主动土压力在水位处为**9.77 kPa**，在基坑底面处为**18.55 kPa**；被动土压力系数K_p = 3.2546。由于水下采用浮重度（γ′ = 9.52 kN/m³），压力增长变缓。

在GeoTerva中验算解答 ↗

零点E、P和$\bar{z}$，四次方程

理论

开挖面以下两侧均有土体；墙后为主动土压力，墙前为被动土压力，且被动土压力增长更快：净压力自σ'_2开始，随深度线性减小，在E点处为零：

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

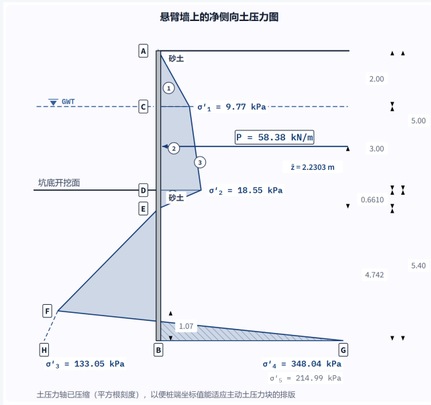
E点以上，压力图的合力**P**（面积）作用于E点以上$\bar{z}$处。L_4为桩端在E点以下的深度；由$\Sigma F_H = 0$和对桩端取$\Sigma M = 0$的条件可得：

$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

理论嵌固深度$D_{theoretical} = L_3 + L_4$：被动抗力完全发挥、已无任何余量时的深度。





题目

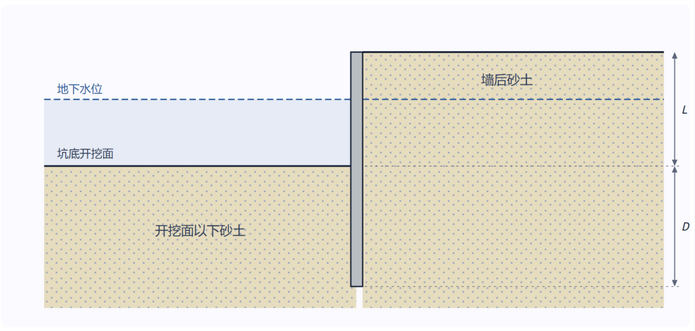
算例

已知条件

已知条件	**算例1中的墙：** $\sigma'_1 = 9.77$，$\sigma'_2 = 18.55$ **kPa；** $K_a = 0.3073$，$K_p = 3.2546$，$\gamma' = 9.52$ **kN/m³**

求

净压力的零点L_3；E点以上压力分布图的合力P及其力臂z̄。



解答

解答

1 零点

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

2 主动土压力图的各部分（自顶部至E）：P = Σ面积，z̄ = Σ(面积×力臂)/P

部分	图	面积(kN/m)	至E的力臂(m)	面积 × 力臂
1	三角形：0–2 m	9.77	4.328	42.28
2	矩形：2–5 m	29.31	2.161	63.34
3	三角形：2–5 m	13.16	1.661	21.86
4	三角形：5 m–E	6.13	0.441	2.70
总计		**58.38**		**130.19**

P = 58.38 kN/m；z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m**（位于E点之上）。在坑底以下0.661 m处，净压力降为零。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

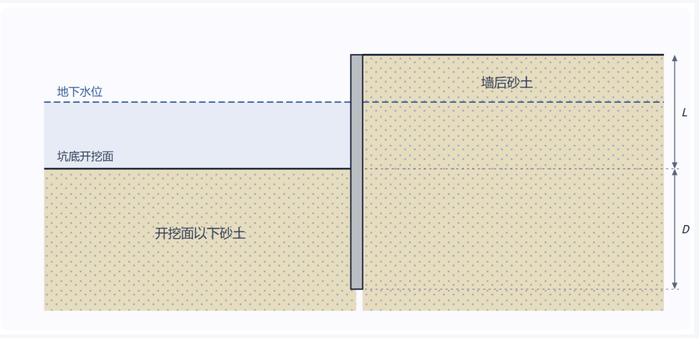
算例

已知条件

已知条件	**算例2：** $L_3 = 0.661\ \text{m}$，$P = 58.38\ \text{kN/m}$，$\bar{z} = 2.2303\ \text{m}$；$\sigma'_v(L) = 60.36\ \text{kPa}$
系数	$K_a = 0.3073, K_p = 3.2546, m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06\ \text{kN/m}^3$

求

σ′5，A1…A4；方程的根**L4**；**Dtheoretical**；σ′3，σ′4，**L5**。



解答 (1/2)

解答

1 桩端处的纵坐标σ'_5（挡土侧被动土压力与净压力直线之和）

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

2 方程的系数

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

3 正根（方程按数值法求解；满足f = 0）

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

理论嵌固深度**D = 5.40 m**（自开挖面起算）；L_4 = 4.742 m。在此深度下，被动抗力已完全发挥，**没有任何安全裕度。**

解答 (2/2)

解答

4 底端压力块

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

压力图已完成：经过E点的净压力线，以及在桩端以上**L_5 = 1.069 m**处由σ'_3 = 133.0 kPa转为σ'_4 = 348.0 kPa的压力块。验算：四次方程左端在根处仅为0.03（相对于量级可视为零）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

增加安全裕度的途径

理论

理论深度处未留余量。文献提出两种做法（见侧图）：

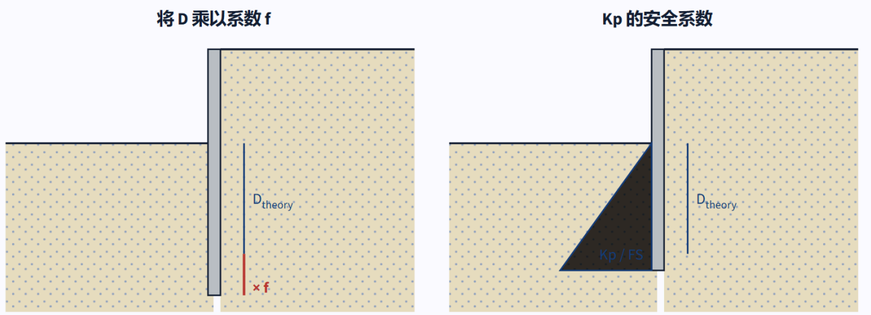
加大深度：压力图采用完整的K_p建立，深度增大20–30%：$D_{design} = f \cdot D_{theoretical}$，f = 1.2–1.3。压力和弯矩均取理论墙的值。

K_p的安全系数：压力图从一开始就按K_p/FS_p (FS_p = 1.5–2)建立，所得深度直接采用。开挖面以下各纵坐标均随之变化，**弯矩也随之增大**。

给定深度：若深度由工程师给定而非由分析得出，则以所选方法所需的深度予以验证（$D_{given} \geq D_{design,required}$），并求出被动侧已发挥的安全系数$FS_{p,mob}$：将$K_p$除以该数值，则压力分布图在给定深度处恰好平衡。

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$

在给定深度下，**内力**按两种情况计算：所需深度工况，以及由$K_p/FS_{p,mob}$确定的给定深度平衡工况。给定深度工况的弯矩可能大于另一工况（长墙在被动土压力仅部分发挥时挠曲更大）；板桩按**两者中的较大值**选取。



图中使用完整 Kp，墙趾打入更深　　图中使用折减后的 Kp，直接采用求得的深度

题目

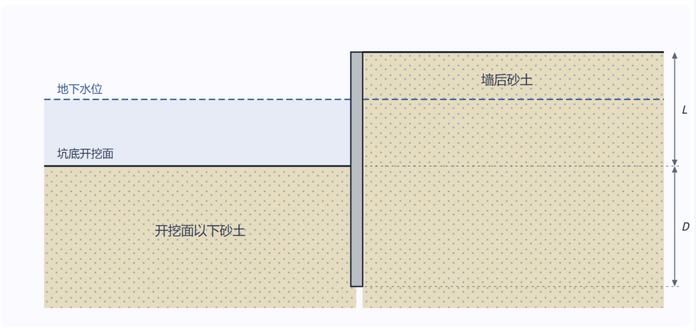
算例

已知条件

墙	**算例1–3中的墙（$D_{theoretical} = 5.40$ m，$M_{max} = 209.58$ kN·m/m）**
道路	**$f = 1.3$；$FS_p = 1.5$和2.0；给定深度6.0和8.0 m；板桩墙：$W_{el} = 1\,400$ cm³/m，S275（EN 1993-1-1，$\gamma_F = 1.35$）**

求

各方法的D_{design}、总长度、M_{max}及板桩利用率η。



解答

解答

1 路径f：$D_{design} = 1.3 \times 5.403 = 7.023$ m（弯矩不变）

道路	D_{design} (m)	L + D (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)	注
f = 1.3 ($D = f \cdot D_{theoretical}$)	7.02	12.02	209.58	0.735	力矩为理论墙体的力矩
FS_p = 1.5 (K_p/1.5)	7.10	12.10	263.53	0.924	K_p = 2.170
FS_p = 2.0 (K_p/2)	8.84	13.84	325.91	1.143	**η > 1**
已知D = 6.0 m	6.00	11.00	227.74	0.799	D < 7.02：不足；$FS_{p,mob}$ = 1.18
已知D = 8.0 m	8.00	13.00	294.92	1.034	D ≥ 7.02；$FS_{p,mob}$ = 1.76；**η > 1**

在K_p/FS_p路径中，由于压力分布图从一开始就被削弱，深度(7.10 m)和弯矩(263.5 kN·m/m)同时增大；取FS_p = 2时，弯矩为325.9 kN·m/m，板桩截面不满足要求。尽管**给定D = 8 m**长于设计深度，但由于被动土压力仅部分发挥，弯矩(294.9)**反而增大**：加大深度并不总能减小弯矩。

在GeoTerva中验算解答 ↗

剪力为零处

理论

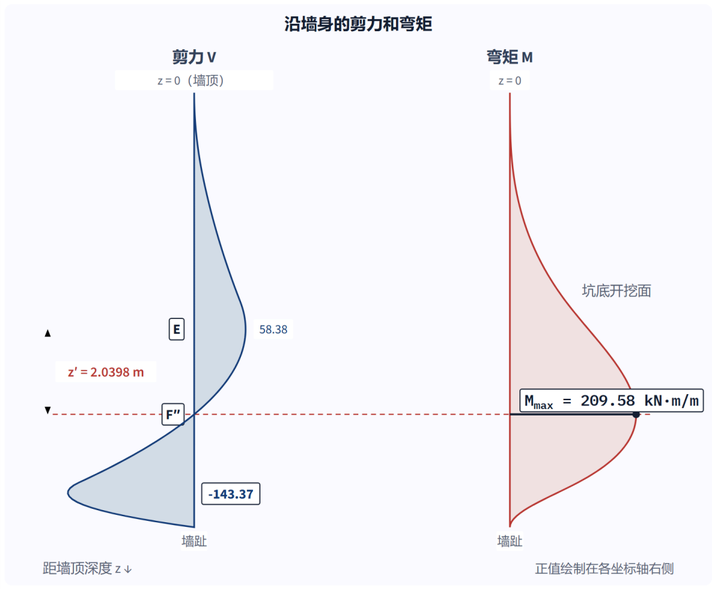
弯矩在剪力为零处最大。E点以下，净被动土压力三角形½γ′(K$_p$ − K$_a$)z′²逐渐增大；P在E点以下**z′**处与之平衡：

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

剪力在E点（净压力为零）达到最大值，在深度z′处为零；弯矩在此处最大，并在底端回到零。

M$_{max}$是理论墙的弯矩（f路径）；在K$_p$/FS$_p$路径中，由于压力图采用折减后的K$_p$绘制，因此M$_{max}$更大。

板桩选型可采用**S = M$_{max}$/σ$_{allow}$**（传统方法）进行，或通过极限状态验证进行（下文按EN 1993-1-1、AISC 360-22）。



题目

算例

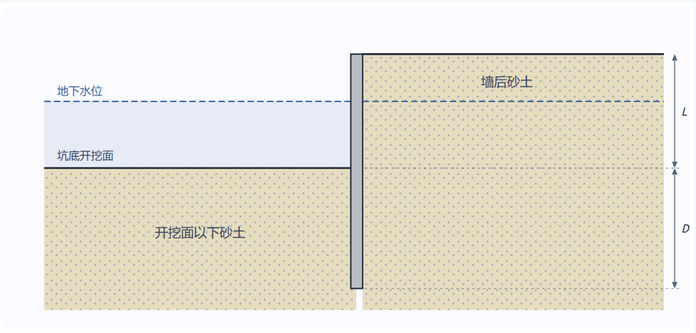
已知条件

已知条件

算例2–3：$P = 58.38$ kN/m，$\bar{z} = 2.2303$ m；$m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ kN/m³

求

剪力为零处的深度**z′**（在E以下）和 M_{max}；其距墙顶的深度。



解答

解答

1 剪力为零之处（E点以下）

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \text{m}$$

2 最大弯矩

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \text{kN·m/m}$$

M_{max} = 209.58 kN·m/m，位于墙顶以下L + L_3 + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m**的深度处。板桩按该弯矩选取。

在GeoTerva中验算解答 ↗

相同的设置，不同的输入

理论

无水：同一计算模式，采用天然重度；$\sigma'_2 = \gamma L K_a$，$L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$；各式中的每个γ′均以γ代替，嵌固深度公式的形式保持不变。

均布超载q：每个纵坐标增加qK_a；净压力直线从较大的σ'_2开始，桩端处的被动压力相应增大qK_p（见前一节）。

两侧水位不同（超出来源文献范围）：静水压力不相互抵消；无渗流情形下加上净水压力。净值为分段线性，E点方程和平衡方程在分布图上数值求解。

倾斜的被支护侧地面（β，无限延伸）：被支护侧采用Rankine倾斜填土主动土压力系数的水平分量；开挖侧及墙端的被动区仍按水平地面计算（偏安全）。β ≥ φ′时无解。

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad (\text{各项} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a\sigma'_{v,r}(z) - K_p\sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

题目

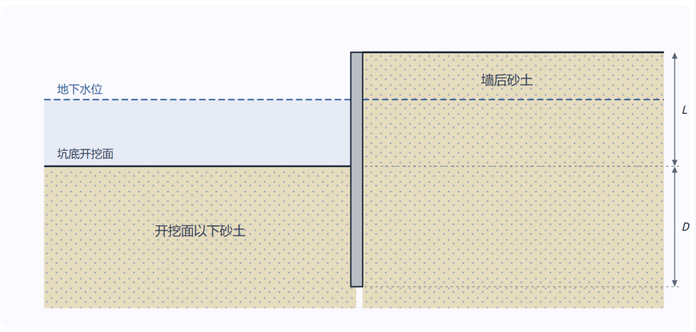
算例

已知条件

墙	**算例1–5中的板桩墙(f = 1.3; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m)**
变化	**(a)无水；(b)均布超载$q = 10$ kPa；(c)墙前水位位于$z = 6$ m处（开挖面干燥，墙后为2 m）；(d)被挡土体表面倾角为$\beta = 15°$**

求

对每种情况：L_3、P、$D_{theoretical}$、D_{design}、M_{max}、η；无水时进行手算验证。



解答

解答

1 无水（手算）：$\sigma'_2 = \gamma L K_a$，$L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43 \text{ kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521} \text{ m}$$

2 五种情况小结（其余情况由模块按相同方法求解）

状态	L_3 (m)	P (kN/m)	$D_{theoretical}$ (m)	D_{design} (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)
初始工况（水位2 m，两侧相同）	0.661	58.38	5.40	7.02	209.6	0.735
(a)无水	0.521	67.43	4.53	5.89	212.1	0.744
(b)地面超载q = 10 kPa	0.770	75.94	6.15	7.99	305.5	**1.071**
(c)墙前侧水位z = 6 m	1.319	126.29	8.00	10.39	543.8	**1.907**
(d)倾斜地表β = 15°	0.713	63.00	5.64	7.33	232.1	0.814

无水时以γ代替γ′：零点位置更近，嵌固深度**减小**至4.53 m。**超载**使D增至6.15 m，弯矩增至306 kN·m/m (η > 1)；**不同的水位**为最不利情形：M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m)。坡角β = 15°时：$K_{a,h}$ = 0.3289（水平地面：0.3073）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

EN 1993-1-1与AISC 360-22

理论

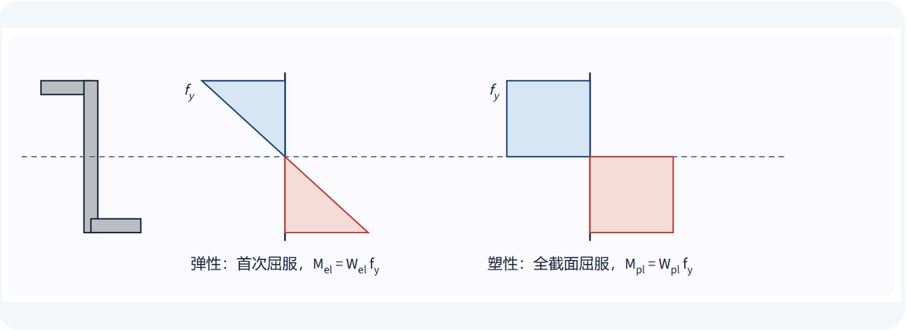
经典做法：S = M_{max}/σ_{allow}。模块以极限状态验证取代该做法；净压力分布图的弯矩是特征作用，分项系数将其提高到设计值：

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \quad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \quad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1$$

表中有两个截面抵抗矩：**W_{el}**对应首次屈服（适用于3类及以下截面），**W_{pl}**对应全塑性弯矩（1–2类截面）。嵌固深度的余量不再另按钢结构规范乘以系数。

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \le \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \le \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$（紧凑截面）或首次屈服时的$F_y S$。土压力按侧向土压力H计：LRFD组合中γ_H = 1.6，ASD中为1.0。



题目

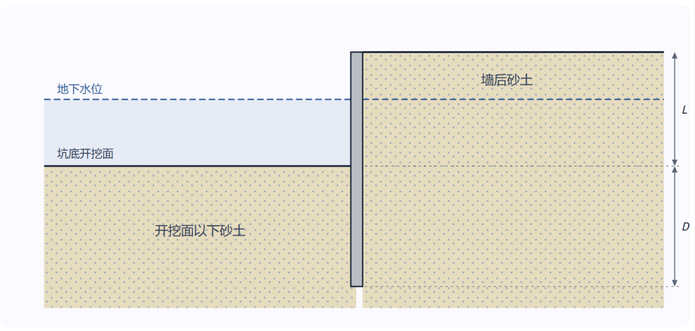
算例

已知条件

剖面	**S275 ($f_y = 275$ MPa)；弹性截面抵抗矩** $W_{el} = 1\,400$ **cm³/m**
弯矩	**算例5：** $M_{max} = 209.58$ **kN·m/m；EN 1993-1-1：** $\gamma_F = 1.35$，$\gamma_{M0} = 1.00$；**AISC：** $\gamma_H = 1.6$，$\Omega_b = 1.67$ ($M_n = F_y S$)

求

按EN 1993-1-1：**M_{Ed}**、**W_{req}**、$M_{c,Rd}$、**η**；AISC LRFD和ASD的η。



解答 (1/2)

解答

1 EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \text{kN·m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \text{cm}^3/\text{m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \text{kN·m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

所选板桩按EN 1993-1-1满足要求：η = **0.735**；所需W = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m。若表中给出W_{pl}且截面等级为1–2级，可采用塑性弯矩（取W_{pl} = 1 650 cm³/m时，η = 0.624）。

解答 (2/2)

解答

1 AISC 360-22：名义抗弯强度$M_n = F_y S = 275\,000\ (1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

LRFD: $M_u = 1.6(209.58) = 335.32$ kN·m/m $\leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$

ASD: $M_a = 209.58$ kN·m/m $\leq \dfrac{M_n}{\Omega_b} = \dfrac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$

采用AISC验算同样满足要求：LRFD η = **0.968**（首次屈服），ASD η = **0.909**。同一弯矩按EN 1993-1-1的利用率为0.735，按LRFD的利用率为0.968：各规范采用不同的安全理念，因此比值不同。

在GeoTerva中验算解答 ↗

拟静力Mononobe–Okabe分析框架

理论

地震通过向土楔施加恒定的惯性力（水平方向$k_h W$，竖向$k_v W$），保持了静力极限平衡的分析框架。墙背竖直、地表水平、不计墙背摩擦（与静力Rankine设计所作的理想化相同）：

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \ldots \left[1 - \sqrt{\cdots}\right]^2$$

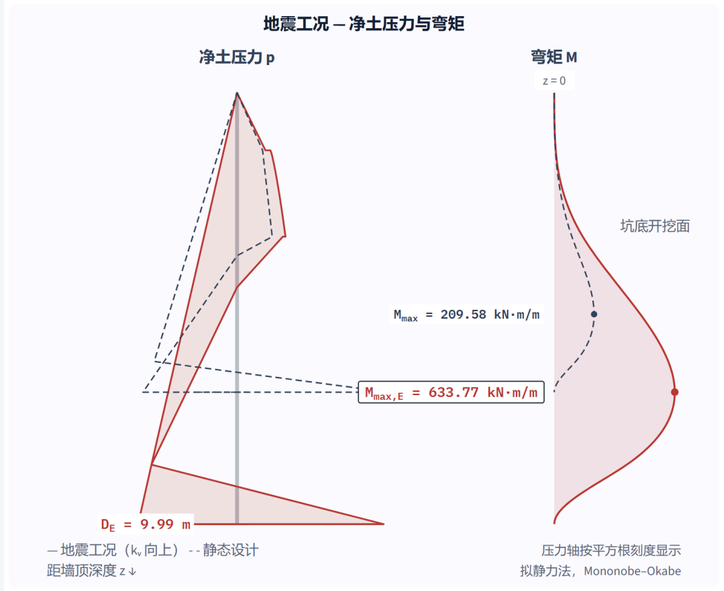
水下：$\tan\theta_w = \dfrac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \dfrac{k_h}{1 \mp k_v}$

压力分别为$(1 \mp k_v)K_{AE}\sigma'_v$和$(1 \mp k_v)K_{PE}\sigma'_v$；**$k_v$的两个方向**均需验算。$\theta = 0$时为$K_a$和$K_p$；若$\theta > \varphi'$，则不存在平衡土楔。

在中等渗透性砂土中，孔隙水与土体一同运动（**受约束**）：惯性力作用于饱和土体，角度增大。若基坑内存在自由水，则加上Westergaard动水压力（方向相反）。

验算：净压力分布图的建立方法与静力工况相同；两个平衡方程给出**D_E**。地震属偶然设计状况，对K_{PE}不施加系数：若**$D_E \le D_{design}$**，则墙体满足要求。悬臂式中，地震压力与静力情形一样，按有效应力成比例分布。

地震组合中，作用效应系数取1.0：$M_{Ed,E} = M_{max,E}$。



题目

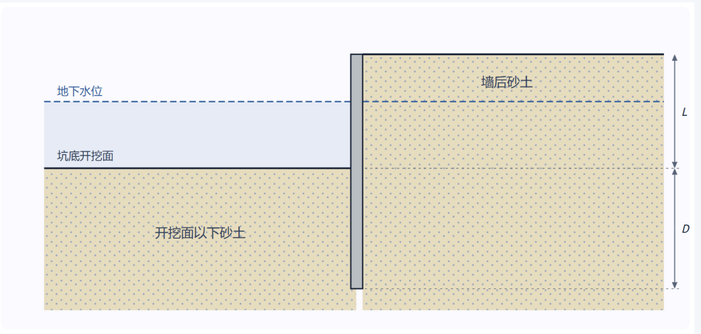
算例

已知条件

墙	**算例1–5中的墙：** $D_{design} = 7.02$ **m，** $M_{max} = 209.58$ **kN·m/m；S275，** $W_{el} = 1\,400$ **cm³/m**
地震	$k_h = 0.15$，$k_v = \pm 0.075$ **（两个方向）；孔隙水受限；基坑内3 m自由水**

求

地震角度与系数；D_E（k_V的两个方向）、$M_{max,E}$；按静力设计的墙能否承受这一地震?



解答 (1/2)

解答

1 地震角度与系数（φ′ = 32°；静力K_a = 0.3073，K_p = 3.2546）

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

k_v	$f_v = 1 - k_v$	θ（顶部）	θ_w（水中）	K_{AE} / K_{PE}（上部）	K_{AE} / K_{PE}（水下）
+0.075	0.925	9.21°	18.22°	0.411 / 2.948	0.562 / 2.589
−0.075	1.075	7.94°	15.82°	0.395 / 2.992	0.514 / 2.693

水下的角度更大（饱和土体中的惯性作用）：K_{AE}由0.411增至0.562，K_{PE}由2.948降至2.589；主动土压力增大，被动抗力减小。

解答 (2/2)

解答

2 地震净压力图和嵌固深度D_E

状态	L_3 (m)	D_E / $D_{theoretical}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	D ≤ 7.02?
静力(f = 1.3)	0.661	— / 5.40	209.58	D_{design} = 7.02
地震，k_V = +0.075	1.756	9.987	**633.77**	**否**
地震，k_V = −0.075	1.497	8.988	603.87	**否**

3 剖面与结果

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} \ > \ 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} \ > 1 \ \text{✗}$$

静力设计的墙**无法抵抗**该地震：地震工况下的压力分布图要求桩端再深**2.96 m**(D_E = 9.99 > 7.02 m)，并需要**3.0倍于静力工况的弯矩**(633.8 kN·m/m)；板桩截面也不满足要求(η_E = 1.65)。对于地震组合，嵌固深度与截面应同时加大。

在GeoTerva中验算解答 ↗

基床系数法：弹簧地基上的弹性梁

理论

极限平衡法可给出嵌固深度和弯矩，但不能给出墙体**产生多大位移**（它描述的是被动抗力完全发挥时的破坏状态）。为求工作状态下的位移，将墙体视为弹性梁(EI)，将墙两侧的土体视为相互独立的弹簧(Winkler)：

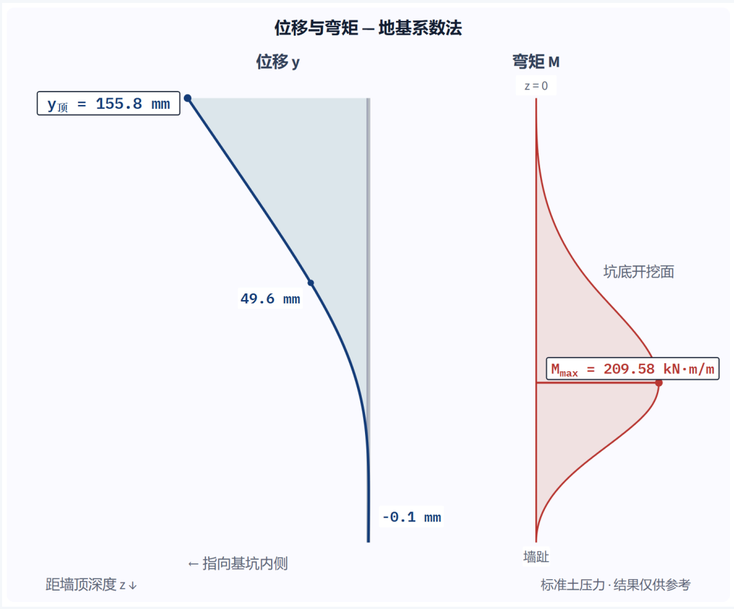
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \ \ (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \ \ (\dots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

弹簧自静止土压力开始，随位移成比例变化，且不超过主动和被动极限。k_h与其说是土的性质，不如说是**模型参数**；砂土的参考值：松散4.8–16，中密9.6–80，密实64–128 MN/m³。

墙取设计长度(L + D_{design})，两端自由；土压力取标准值：完整的Rankine K_p，不设安全系数；K_0取Jaky (1944)公式。墙在开挖前已就位，开挖为单一阶段。

方程采用梁有限单元求解，反复迭代直至各弹簧达到弹性/主动/被动状态；结果作为**无界估计值**给出。



题目

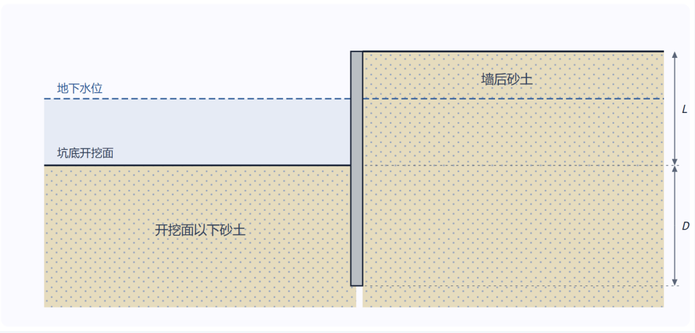
算例

已知条件

墙	**算例1–5中的墙，设计长度** $L + D = 12.02$ **m**
板桩	$I = 21\,000$ **cm⁴/m,** $E = 210\,000$ **MPa (** $EI = 44\,100$ **kN·m²/m)**
土	$k_h = 20$ **MN/m³（两侧）；** $K_0 = 1 - \sin 32°$ **；开挖一次完成**

求

墙顶、坑底和墙底端处的**位移**；模型的最大弯矩与极限平衡弯矩是否一致?



解答

解答

1 静止土压力系数与模型

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100\ \text{kN}\cdot\text{m}^2/\text{m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \quad \text{（有限元，弹簧为弹性/主动/被动）}$$

2 结果（朝向基坑，mm）

$$y_{üst} = \mathbf{155.8}\ \text{mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6}\ \text{mm} \qquad y_{tip} = -0.1\ \text{mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58\ \text{kN}\cdot\text{m/m}\ \ (z = 7.70\ \text{m}) \approx M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

墙顶向基坑方向位移**155.8 mm**，坑底处位移49.6 mm；墙底端几乎不动(-0.1 mm)——墙绕靠近底端的某点转动。模型弯矩(209.58)与极限平衡弯矩(209.58)相同：背侧为主动土压力，前侧为被动土压力，在产生弯矩的全部高度上均处于各自极限状态。弹簧中被动抗力已发挥约40%。

在GeoTerva中验算解答 ↗

解答范围

理论

Rankine土压力，不计墙背摩擦，基于有效竖向应力计算；整个剖面均为砂土（土层数量不限）；黏土嵌固为另一独立模块。嵌入部分对单一砂土采用原文献的闭合解，对多层砂土则对同一压力图进行数值求解。

文献的简化净压力图：过E点的单一直线与端部块体；转动点O不作更精确的搜索。水位在两侧相同或不同（无渗流）；渗流及其对被动抗力的影响不予模拟。

嵌固深度已含其自身途径中的安全度（f或FS_p），不再乘以钢结构规范的系数。板桩墙按所给截面抵抗矩进行受弯验算；不验算抗剪、局部屈曲和腐蚀损失。

位移按基床系数法、采用压力特征值计算，不设限值；不计算墙后沉降。

悬臂式墙超过D ≈ 1.5–2 L后很少经济；若理论嵌固深度超过3L，模块会发出警告。锚拉式墙在另一个模块中处理（另有专讲）。

小结

要点回顾

悬臂式板桩墙依靠坑底开挖面以下的被动抗力保持稳定；开挖面以上为主动土压力，以下为净压力：自σ'_2起始、在E点减小为零的直线($L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$)以及桩端处的$L_5$压力块

平衡：P, z̄和$\Sigma F_H = 0$, $\Sigma M = 0$ → 关于L_4的四次方程；$\mathbf{D_{theoretical} = L_3 + L_4}$（算例：5.40 m）

分子：采用f = 1.2–1.3的D（算例：7.02 m，弯矩不变）或K_p/FS_p（深度和弯矩增大）；在给定深度下取$FS_{p,mob}$和**两种受力工况中的较大者**

$\mathbf{M_{max}}$出现在剪力为零处：$z' = \sqrt{(2P/m)}$，$M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\,z'^3/6$（算例：209.58 kN·m/m）

水、超载、坡度：无水时$\gamma' \to \gamma$；q使每个纵坐标增加qK_a；不同的水位和超载会使D和M大幅增大

截面：EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \le W f_y/\gamma_{M0}$ ($\eta = 0.735$)；AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

地震：K_{AE}, K_{PE}, θ_w；要求$D_E \le D_{design}$：算例中的墙无法承受地震作用(D_E = 9.99 m, M = 634 kN·m/m)

位移：弹簧支承地基上的弹性梁；算例中桩顶≈156 mm，桩端≈0

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — Design of steel structures, general rules.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

注

所有数值算例均由模块自身的计算引擎生成；模块给出相同的数值。模块页面中的分步算例也是这面墙（L = 5 m，γ = 15.9；γ_{sat} = 19.33 kN/m³，φ' = 32°，水位2 m）。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中输入墙高、成层砂土剖面、水位、超载、板桩截面和地震系数；模块一并给出压力图、嵌固深度、弯矩、截面验算和位移。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。