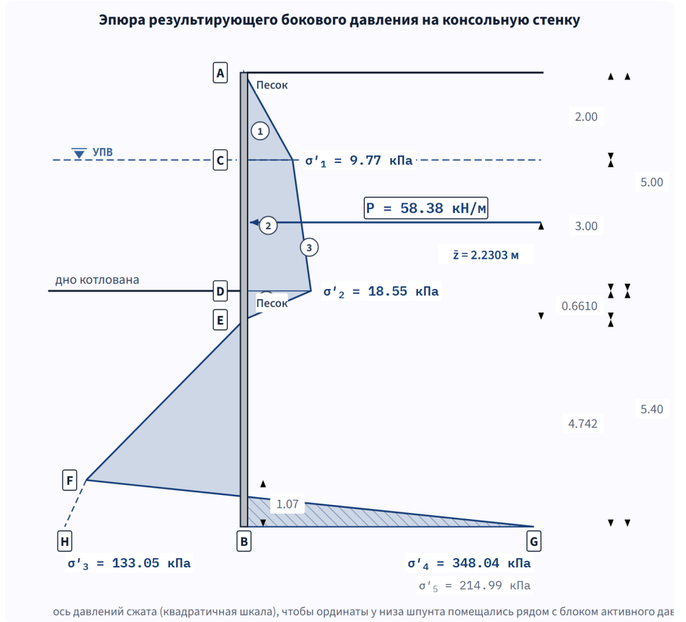
Презентация лекции по геотехнике · Шпунтовые стены и котлованы с креплением

# Консольная шпунтовая стенка в песке

Лекция: расчёт консольной шпунтовой стенки в песке; давления выше и ниже дна котлована, глубина погружения (заделки), наибольший момент, проверка сечения, землетрясение и перемещения; пример расчёта по каждой теме.

- Консольная шпунтовая стенка
- Эпюра результирующего давления
- Глубина погружения · наибольший момент
- EN 1993 · AISC 360
- Землетрясение · перемещение




Основано на странице теории GeoTerva · geoterva.com

# Что мы изучим на этой лекции?

**Как поворачивается** консольная шпунтовая стенка и какие давления возникают выше дна котлована, ниже него и у нижнего конца

**Активное давление** выше дна котлована (вода, пригрузка) и **прямая результирующего давления** ниже него; нулевая точка E

**Глубина погружения** из условий горизонтального и моментного равновесия: уравнение четвёртой степени для $L_4$, $D_{theoretical}$

Способы введения **запаса** в расчётную глубину (коэффициент f, $K_p/FS_p$, заданная глубина)

**Наибольший момент** (в сечении, где поперечная сила равна нулю) и проверка шпунта по **EN 1993-1-1 / AISC 360-22**

Влияние воды, пригрузки, наклонной поверхности грунта и **землетрясения**; **перемещения** по методу коэффициента постели

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Пример стены: над дном котлована L = 5 m песка ($\gamma$ = 15.9; $\gamma_{sat}$ = 19.33 kN/m³; $\varphi'$ = 32°), УГВ на 2 m ниже верха и на одном уровне с обеих сторон; шпунт забит в тот же песок. Усилия приведены на 1 m длины стены.

# Как работает и как поворачивается?

ТЕОРИЯ

Шпунтовая стенка — ряд сцепленных между собой стальных шпунтов; она удерживает грунт выше дна котлована (L) и стоит благодаря **глубине заделки D**. У **консольной** стенки другой опоры нет: подобно столбу ограды, она удерживается только **пассивным сопротивлением** грунта, в который забита; поэтому обычно экономична до высоты примерно 6 m от дна котлована.

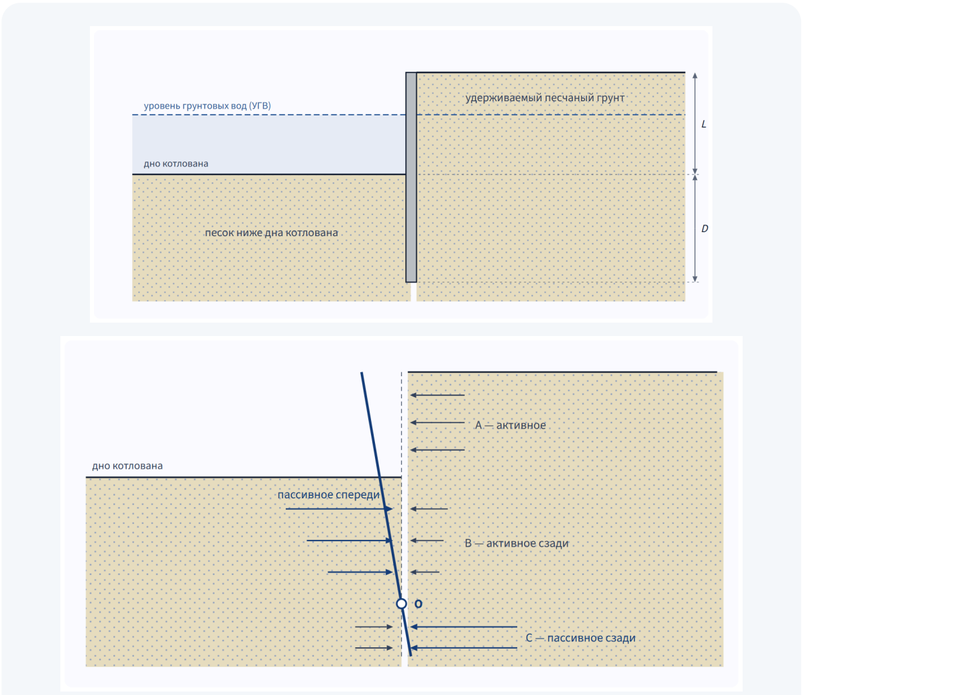
Стена жёстко поворачивается вокруг точки O (вблизи нижнего конца). **Зона A** (выше дна котлована): только удерживаемый грунт, активное давление.

**Зона B** (дно котлована–O): сзади — активное, спереди (сторона, на которую давит стена) — пассивное давление.

**Зона C** (ниже O): стороны меняются ролями; сзади — пассивное, спереди — активное давление.

Действительное распределение криволинейно; источник заменяет его **линейной схемой**: чистое давление ниже дна котлована — единая прямая, проходящая через нулевую точку E; возврат на конце — блок высотой $L_5$.

Давления по Rankine определяются **без учёта трения грунта о стенку** по эффективному вертикальному напряжению; если вода на обеих гранях стоит на одном уровне, гидростатические давления взаимно уравновешиваются.



# $\sigma'_1$ и $\sigma'_2$

ТЕОРИЯ

Выше дна котлована расположен только удерживаемый песок; активное давление Rankine = эффективное вертикальное напряжение × $K_a$. Вода находится на $L_1$ ниже верха стенки, а оставшаяся часть $L_2 = L - L_1$ лежит под водой ($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$):

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

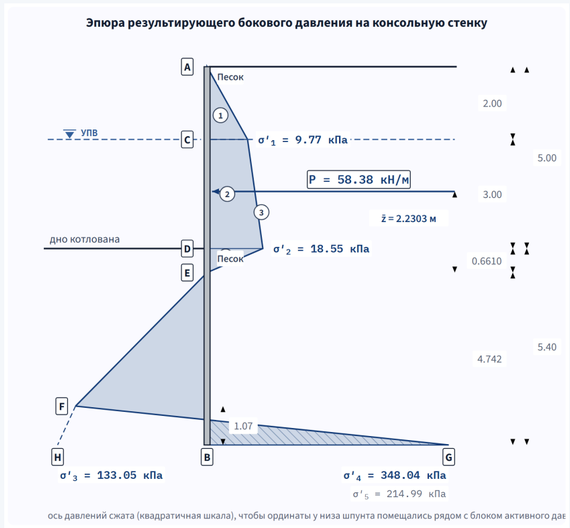
$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

Если уровень воды с обеих сторон стены одинаков, гидростатические давления **взаимно уничтожаются**; стену нагружают только эти эффективные давления.

**Равномерно распределённая пригрузка q** (транспорт, склад) добавляет q к эффективному напряжению на любой глубине: эпюра начинается с $\sigma'_0 = qK_a$, и каждая ордината возрастает на $qK_a$: $\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$.

Пригрузка q ниже дна котлована остаётся в вертикальном напряжении со стороны удерживаемого грунта: прямая результирующего давления начинается с большего $\sigma'_2$, а пассивное давление на нижнем конце шпунта возрастает на $qK_p$; грань котлована пригрузку не несёт.

Ограниченная нагрузка (полоса, сосредоточенная) не добавляет постоянного значения $K_a q$: боковое давление берётся из полубесконечной среды, а для жёсткой стены **удваивается методом зеркального отображения**; модуль численно интегрирует эпюру нетто.




Эпюра результирующего давления примера расчёта (в форме, построенной модулем).

# Условие

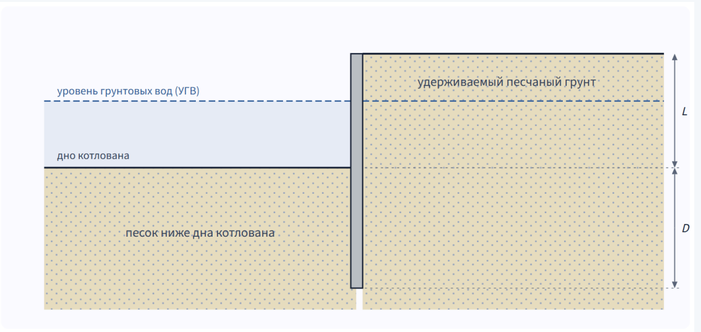
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Грунт | **песок:** $\gamma = 15.9$, $\gamma_{sat} = 19.33$ **kN/m³,** $\varphi' = 32^\circ$ **(удерживаемая и заглублённая части — один и тот же песок)** |
| Стена | $L = 5$ **m; грунтовые воды на** $L_1 = 2$ **m ниже верха, на одном уровне с обеих сторон; пригрузки нет** |

### ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

**$K_a$**, **$K_p$**, $\gamma'$; **$\sigma'_1$** и **$\sigma'_2$** (на уровне дна котлована).



# Решение

РЕШЕНИЕ

**1** Коэффициенты давления и удельный вес с учётом взвешивающего действия воды

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52 \text{ kN/m}^3$$

**2** Активное давление на уровне воды и на дне котлована

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77} \text{ kPa}$$

$$\sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma'_v(L) = 60.36 \text{ kPa} \;\Rightarrow\; \sigma'_2 = \mathbf{18.55} \text{ kPa}$$

Активное давление на уровне воды составляет **9.77 kPa**, на дне котлована — **18.55 kPa**; коэффициент пассивного давления $K_p$ = 3.2546. Поскольку ниже воды используется удельный вес грунта с учётом взвешивающего действия воды (γ′ = 9.52 kN/m³), рост давления замедляется.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Нулевая точка E, P и z̄, уравнение четвёртой степени

ТЕОРИЯ

Ниже дна котлована грунт находится с обеих сторон: активное давление — с тыла, пассивное — спереди, причём пассивное растёт быстрее: результирующее давление начинается с $\sigma'_2$, линейно убывает с глубиной и обращается в нуль в точке E:

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

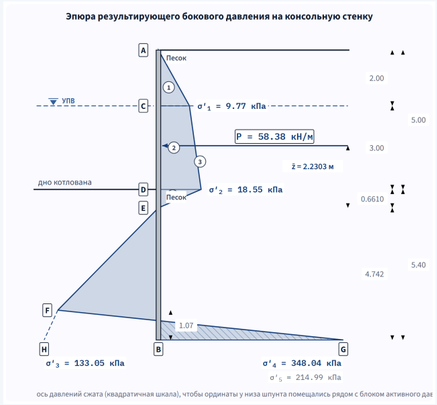
Выше E равнодействующая эпюры **P** (площадь) действует на расстоянии **z̄** выше E. $L_4$ — глубина нижнего конца ниже E; из условий $\Sigma F_H = 0$ и $\Sigma M = 0$ относительно нижнего конца:

$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

Теоретическая глубина заделки **$D_{theoretical}$ = $L_3$ + $L_4$**: глубина, на которой пассивное сопротивление мобилизуется полностью и запаса не остаётся.






# Условие

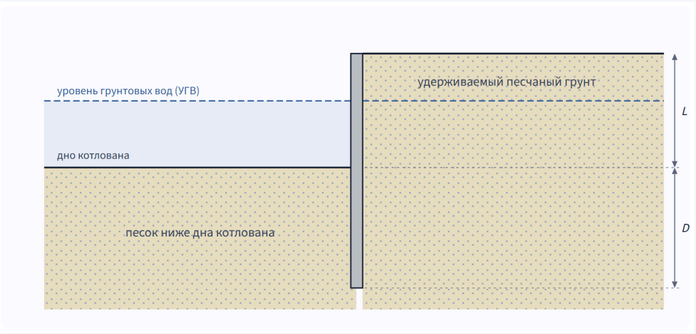
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Дано | **Стена из примера 1:** $\sigma'_1 = 9.77$, $\sigma'_2 = 18.55$ **kPa;** $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$, $\gamma' = 9.52$ **kN/m³** |

### ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Нулевая точка результирующего давления — **$L_3$**; равнодействующая эпюры выше E — **P**, её плечо — **z̄**.



# Решение

РЕШЕНИЕ

**1** Нулевая точка

$$L_3 = \frac{\sigma_2'}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

**2** Части активной эпюры (сверху до E): P = Σ площадь, z̄ = Σ(площадь × плечо)/P

| Часть | Рисунок | Площадь (kN/m) | Плечо до E (m) | Площадь × плечо |
|---|---|---|---|---|
| 1 | треугольник: 0–2 m | 9.77 | 4.328 | 42.28 |
| 2 | прямоугольный: 2–5 m | 29.31 | 2.161 | 63.34 |
| 3 | треугольник: 2–5 m | 13.16 | 1.661 | 21.86 |
| 4 | треугольник: 5 m–E | 6.13 | 0.441 | 2.70 |
| Итого | | **58.38** | | **130.19** |

**P = 58.38 kN/m**; z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m** (выше E). Суммарное давление обращается в нуль на 0.661 m ниже дна котлована.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Условие

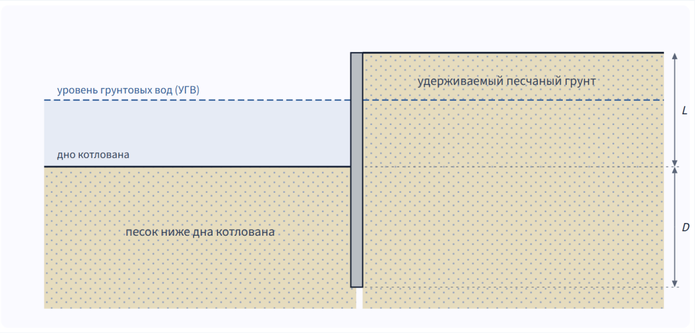
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Дано | **Пример 2:** $L_3 = 0.661$ **m,** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $\sigma'_v(L) = 60.36$ **kPa** |
| Коэффициенты | $K_a = 0.3073$**,** $K_p = 3.2546$**,** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³** |

### ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

**σ′5**, $A_1$…$A_4$; корень **L4**; **Dtheoretical**; $\sigma'_3$, $\sigma'_4$, **L5**.



# Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

**1** Ордината на нижнем конце $\sigma'_5$ (пассивное давление со стороны удерживаемого грунта + результирующая прямая)

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

**2** Коэффициенты уравнения

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

**3** Положительный корень (уравнение решается численно; удовлетворяет условию f = 0)

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

Теоретическая глубина погружения **D = 5.40 m** (от дна котлована); $L_4$ = 4.742 m. На этой глубине пассивное сопротивление мобилизовано полностью, и запаса **нет совсем**.

# Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

**4** Блок давления на конце

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

Эпюра построена: результирующая прямая, проходящая через E, и блок, поворачивающийся от $\sigma'_3$ = 133.0 kPa до $\sigma'_4$ = 348.0 kPa на высоте **$L_5$ = 1.069 m** над нижним концом.

Проверка: левая часть уравнения четвёртой степени в корне равна лишь 0.03 (нуль относительно масштаба).

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Способы введения запаса безопасности

ТЕОРИЯ

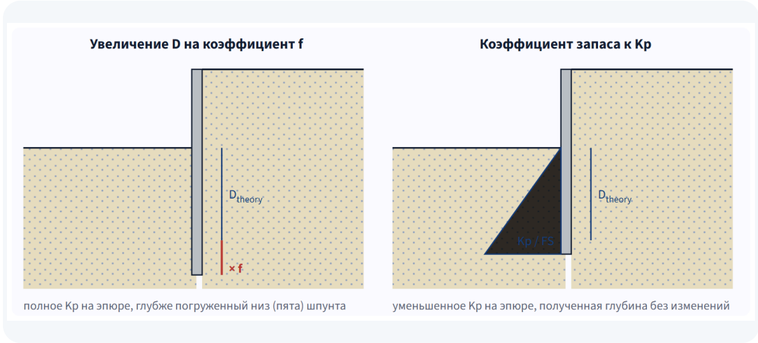
На теоретической глубине запас не предусмотрен. Источник предлагает два пути (рисунок сбоку):

**Увеличение глубины**: эпюра строится при полном $K_p$, глубина увеличивается на 20–30%: $D_{design} = f \cdot D_{theoretical}$, f = 1.2–1.3. Давления и момент принимаются как для теоретической стены.

**Коэффициент запаса для $K_p$**: эпюра с самого начала строится с $K_p/FS_p$ ($FS_p$ = 1.5–2), полученная глубина используется как есть. Каждая ордината ниже дна котлована изменяется, и **момент также возрастает**.

**Заданная глубина**: если глубина задаётся инженером, а не получается из расчёта, она проверяется по глубине, требуемой выбранным методом ($D_{given} \geq D_{design,required}$), и определяется мобилизованный коэффициент запаса $FS_{p,mob}$: если разделить $K_p$ на это число, эпюра на заданной глубине находится в точном равновесии.

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$




На заданной глубине **внутренние усилия** определяются для двух случаев: для требуемой глубины и для равновесия на заданной глубине с $K_p/FS_{p,mob}$. Момент для заданной глубины может оказаться больше, чем для другого случая (длинная стена сильнее изгибается при частично мобилизованном пассивном давлении); шпунт подбирается по **большему из двух** моментов.

# Условие

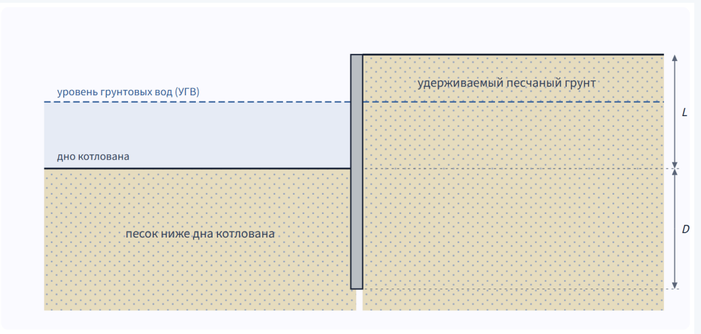
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Стена | **Стена из примеров 1–3 ($D_{theoretical} = 5.40$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m)** |
| Дороги | **$f = 1.3$; $FS_p = 1.5$ и $2.0$; заданные глубины $6.0$ и $8.0$ m; шпунт: $W_{el} = 1\,400$ cm³/m, S275 (EN 1993-1-1, $\gamma_F = 1.35$)** |

## ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

**$D_{design}$** для каждого подхода, полная длина, **$M_{max}$** и коэффициент использования шпунта **η**.



# Решение

РЕШЕНИЕ

**1** Путь f: $D_{design}$ = 1.3 × 5.403 = 7.023 m (момент не меняется)

| Дорога | $D_{design}$ (m) | L + D (m) | $M_{max}$ (kN·m/m) | η (EN 1993) | Примечание |
|---|---|---|---|---|---|
| f = 1.3 ($D = f \cdot D_{theoretical}$) | 7.02 | 12.02 | 209.58 | 0.735 | момент равен моменту теоретической стены |
| $FS_p$ = 1.5 ($K_p$/1.5) | 7.10 | 12.10 | 263.53 | 0.924 | $K_p$ = 2.170 |
| $FS_p$ = 2.0 ($K_p$/2) | 8.84 | 13.84 | 325.91 | 1.143 | **η > 1** |
| Задано D = 6.0 m | 6.00 | 11.00 | 227.74 | 0.799 | D < 7.02: недостаточно; $FS_{p,mob}$ = 1.18 |
| Задано D = 8.0 m | 8.00 | 13.00 | 294.92 | 1.034 | D ≥ 7.02; $FS_{p,mob}$ = 1.76; **η > 1** |

При подходе $K_p/FS_p$ эпюра ослаблена с самого начала, поэтому глубина (7.10 m) и момент (263.5 kN·m/m) растут вместе; при $FS_p$ = 2 момент составляет 325.9 kN·m/m, и шпунт не удовлетворяет. Хотя **заданная D = 8 m** больше расчётной глубины, момент (294.9) при частично мобилизованном пассивном давлении **возрастает**: увеличение глубины не всегда уменьшает момент.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Где поперечная сила равна нулю

ТЕОРИЯ

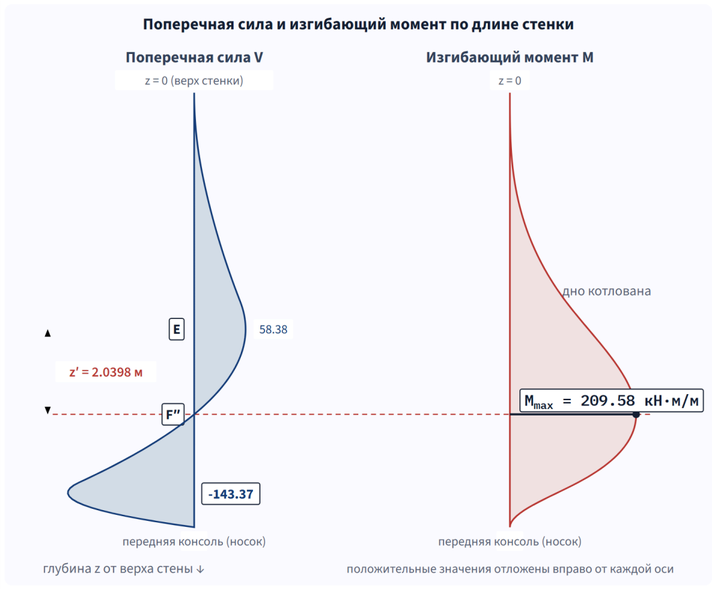
Изгибающий момент наибольший там, где поперечная сила равна нулю. Ниже E растёт результирующий пассивный треугольник ½γ′($K_p$ − $K_a$)z′²; он уравновешивает P на глубине **z′** ниже E:

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

Поперечная сила достигает наибольшего значения в E (результирующее давление равно нулю) и равна нулю на глубине z′; момент здесь наибольший и обращается в нуль на нижнем конце.

$M_{max}$ — момент в теоретической стене (вариант f); в варианте $K_p/FS_p$ эпюра строится с уменьшенным $K_p$, поэтому $M_{max}$ больше.

Подбор шпунта выполняется по **S = $M_{max}/\sigma_{allow}$** (классический метод) или по проверке предельных состояний (ниже EN 1993-1-1, AISC 360-22).



# Условие

ПРИМЕР

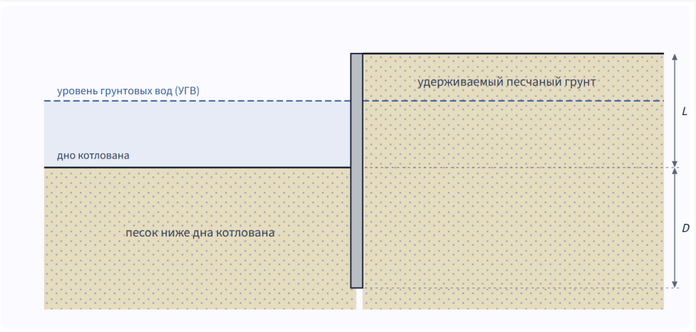
Дано

Дано

**Примеры 2–3:** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Глубина **z′**, на которой поперечная сила равна нулю (ниже E), и $\mathbf{M_{max}}$; глубина его расположения от верха стены.



# Решение

РЕШЕНИЕ

**1** Точка, где поперечная сила равна нулю (ниже E)

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \text{m}$$

**2** Максимальный момент

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \text{kN·m/m}$$

**$M_{max}$ = 209.58 kN·m/m** на глубине L + $L_3$ + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m** от верха стенки. Шпунт подбирается по этому моменту.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Та же схема, другие исходные данные

ТЕОРИЯ

**Воды нет**: та же схема с естественным удельным весом; $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$; в уравнениях $\gamma$ заменяет каждое $\gamma'$, уравнение заглубления сохраняет прежний вид.

**Равномерная пригрузка q**: каждая ордината увеличивается на $qK_a$; линия чистого давления начинается с большего значения $\sigma'_2$, а пассивное давление на нижнем конце возрастает на $qK_p$ (предыдущий раздел).

**Разные уровни воды с двух сторон** (сверх источника): гидростатические давления не вычитаются; при отсутствии фильтрации добавляется нетто-давление воды. Нетто-эпюра кусочно-линейна, а уравнения для E и равновесия решаются численно по эпюре.

**Наклонная поверхность удерживаемого грунта** (β, бесконечная): на удерживаемой стороне используется горизонтальная составляющая коэффициента активного давления Rankine для наклонной засыпки; на стороне котлована и для пассивного давления на конце поверхность остаётся горизонтальной (в запас). При $\beta \geq \varphi'$ решения нет.

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad \text{(каждый член} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a\sigma'_{v,r}(z) - K_p\sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

# Условие

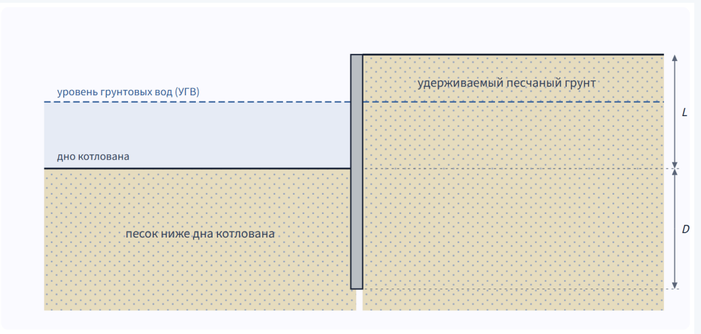
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Стена | **Стена из примеров 1–5 (f = 1.3; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m)** |
| Изменения | **(a) воды нет; (b) равномерная пригрузка $q = 10$ kPa; (c) вода на лицевой грани на $z = 6$ m (котлован сухой, позади стены $2$ m); (d) поверхность удерживаемого грунта имеет уклон $\beta = 15°$** |

### ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого случая — **$L_3$**, P, **$D_{theoretical}$**, $D_{design}$, **$M_{max}$**, η; при отсутствии воды — проверка вручную.



# Решение

РЕШЕНИЕ

**1** Без воды (вручную): $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43 \text{ kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521} \text{ m}$$

**2** Резюме пяти случаев (остальные решаются в модуле тем же методом)

| Состояние | $L_3$ (m) | P (kN/m) | $D_{theoretical}$ (m) | $D_{design}$ (m) | $M_{max}$ (kN·m/m) | η (EN 1993) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Начальный котлован (вода 2 m, одинаково с обеих сторон) | 0.661 | 58.38 | 5.40 | 7.02 | 209.6 | 0.735 |
| (a) Без воды | 0.521 | 67.43 | 4.53 | 5.89 | 212.1 | 0.744 |
| (b) Пригрузка q = 10 kPa | 0.770 | 75.94 | 6.15 | 7.99 | 305.5 | **1.071** |
| (c) Вода у лицевой грани, z = 6 m | 1.319 | 126.29 | 8.00 | 10.39 | 543.8 | **1.907** |
| (d) Наклонная поверхность β = 15° | 0.713 | 63.00 | 5.64 | 7.33 | 232.1 | 0.814 |

Если воды нет, вместо γ′ принимается γ: нулевая точка приближается, глубина заделки **уменьшается** до 4.53 m. **Пригрузка** увеличивает D до 6.15 m, момент — до 306 kN·m/m (η > 1); **разность уровней воды** — наихудший случай: M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m). Откос β = 15°: $K_{a,h}$ = 0.3289 (горизонтальная поверхность: 0.3073).

Проверить решение в GeoTerva ↗

# EN 1993-1-1 и AISC 360-22

ТЕОРИЯ

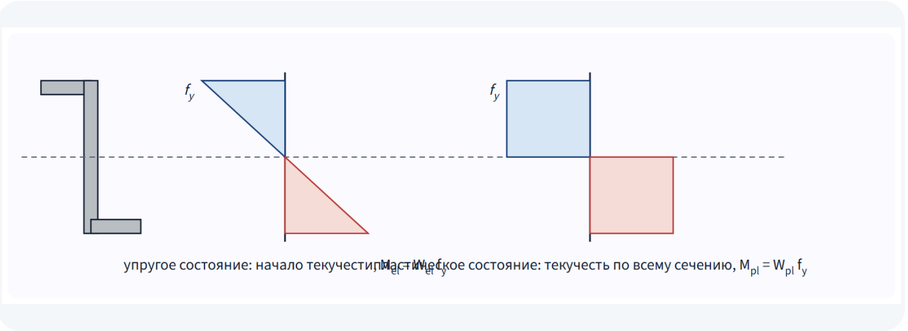
**Классический путь**: S = $M_{max}/\sigma_{allow}$. Модуль заменяет его проверкой по предельным состояниям; момент от эпюры давления нетто является характеристическим воздействием, а частный коэффициент доводит его до расчётного значения:

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \quad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \quad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1$$

В таблице два момента сопротивления: **$W_{el}$** — до начала текучести (применим до класса 3), **$W_{pl}$** — до полного пластического момента (классы 1–2). Запас по глубине погружения нормами проектирования стали дополнительно не умножается.

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \le \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \le \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$ (компактное сечение) или $F_y S$ при первой текучести. Давление грунта принимается как боковое давление грунта H: в сочетании LRFD $\gamma_H$ = 1.6, в ASD — 1.0.




упругое состояние: начало текучести, $M_{el} = W_{el} f_y$ · пластическое состояние: текучесть по всему сечению, $M_{pl} = W_{pl} f_y$

# Условие

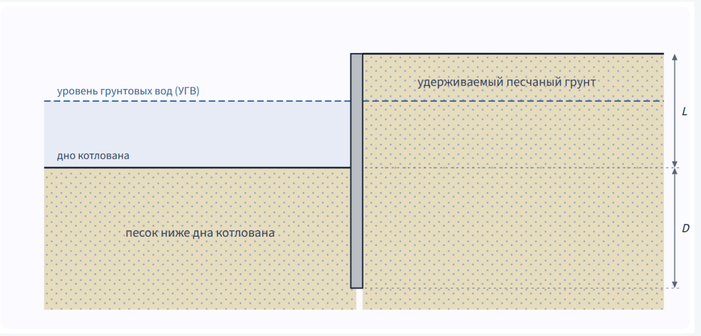
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Сечение | **S275 ($f_y = 275$ MPa); упругий момент сопротивления сечения $W_{el} = 1\,400$ cm³/m** |
| Момент | **Пример 5: $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; EN 1993-1-1: $\gamma_F = 1.35$, $\gamma_{M0} = 1.00$; AISC: $\gamma_H = 1.6$, $\Omega_b = 1.67$ ($M_n = F_y S$)** |

## ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для EN 1993-1-1: **$M_{Ed}$**, **$W_{req}$**, $M_{c,Rd}$, **η**; для AISC LRFD и ASD: η.



# Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

**1** EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \text{kN·m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \text{cm}^{\mathbf{3}}\text{/m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \text{kN·m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

Выбранный шпунт удовлетворяет требованиям EN 1993-1-1: η = **0.735**; требуемый W = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m. Если в таблице указан $W_{pl}$, а класс сечения 1–2, может использоваться пластический момент (при $W_{pl}$ = 1 650 cm³/m получаем η = 0.624).

# Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

**1** AISC 360-22: номинальная прочность на изгиб $M_n = F_y S = 275\,000\ (1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

LRFD: $M_u = 1.6(209.58) = 335.32$ kN·m/m $\leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$

ASD: $M_a = 209.58$ kN·m/m $\leq \dfrac{M_n}{\Omega_b} = \dfrac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$

С AISC условие также выполняется: LRFD η = **0.968** (первая текучесть), ASD η = **0.909**. Тот же момент даёт коэффициент использования 0.735 по EN 1993-1-1 и 0.968 по LRFD: значения различаются, поскольку нормы основаны на разных философиях обеспечения безопасности.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Псевдостатическая модель Mononobe–Okabe

ТЕОРИЯ

Землетрясение сохраняет статическую схему предельного равновесия, добавляя к призмам грунта постоянные силы инерции ($k_h W$ — горизонтальную, $k_v W$ — вертикальную). Вертикальная стенка, горизонтальная поверхность, трение по стенке отсутствует (та же идеализация, что и в статическом расчёте по Rankine):

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \dots \left[1 - \sqrt{\dots}\right]^2$$

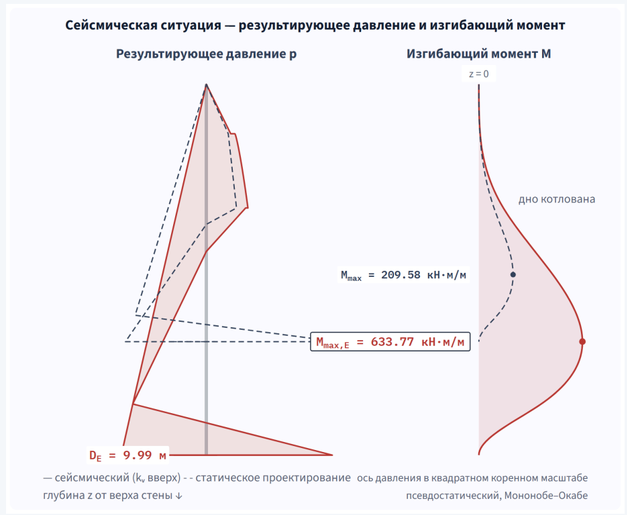
под водой: $\tan\theta_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \frac{k_h}{1 \mp k_v}$

Давления равны $(1 \mp k_v)K_{AE}\sigma'_v$ и $(1 \mp k_v)K_{PE}\sigma'_v$; проверяются **оба направления $k_v$**. При θ = 0 получаем $K_a$ и $K_p$; если θ > φ′, равновесной призмы не существует.

В песке средней проницаемости поровая вода движется вместе с грунтом (**стеснённое состояние**): инерция приходится на водонасыщенную массу, угол увеличивается. Если в котловане есть свободная вода, добавляется гидродинамическое давление Westergaard (в обратном направлении).

**Проверка**: эпюра результирующего давления строится так же, как при статическом расчёте; два уравнения равновесия дают $D_E$. Землетрясение относится к особой (аварийной) расчётной ситуации, поэтому к $K_{PE}$ коэффициент не вводится: стена выдерживает воздействие, если $D_E \le D_{design}$. Для консольной стены сейсмические давления, как и статические, распределяются пропорционально эффективному напряжению.

В сейсмическом сочетании воздействия принимаются с коэффициентом 1.0: $M_{Ed,E} = M_{max,E}$.



# Условие

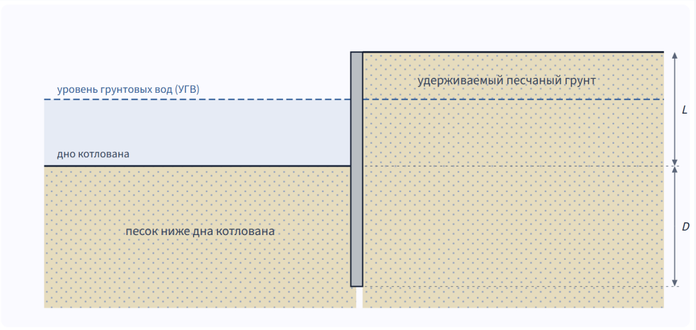
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Стена | **Стена из примеров 1–5:** $D_{design} = 7.02$ **m,** $M_{max} = 209.58$ **kN·m/m; S275,** $W_{el} = 1\,400$ **cm³/m** |
| Землетрясение | $k_h = 0.15$, $k_v = \pm 0.075$ **(два направления); поровая вода стеснена; в котловане 3 m свободной воды** |

### ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Сейсмические углы и коэффициенты; $\mathbf{D_E}$ (два направления $k_V$), $\mathbf{M_{max,E}}$; выдержит ли стена, рассчитанная на статические нагрузки, это землетрясение?



# Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

**1** Сейсмические углы и коэффициенты (φ′ = 32°; статические $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$)

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

| $k_v$ | $f_v = 1 - k_v$ | θ (вверху) | $\theta_w$ (в воде) | $K_{AE}$ / $K_{PE}$ (сверху) | $K_{AE}$ / $K_{PE}$ (в воде) |
|---|---|---|---|---|---|
| +0.075 | 0.925 | 9.21° | 18.22° | 0.411 / 2.948 | 0.562 / 2.589 |
| −0.075 | 1.075 | 7.94° | 15.82° | 0.395 / 2.992 | 0.514 / 2.693 |

Под водой угол больше (инерция действует в водонасыщенной массе): $K_{AE}$ возрастает с 0.411 до 0.562, $K_{PE}$ снижается с 2.948 до 2.589; активное давление увеличивается, пассивное сопротивление уменьшается.

# Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

**2** Эпюра сейсмического результирующего давления и глубина заделки $D_E$

| Состояние | $L_3$ (m) | $D_E$ / $D_{theoretical}$ (m) | $M_{max}$ (kN·m/m) | D ≤ 7.02? |
|---|---|---|---|---|
| Статика (f = 1.3) | 0.661 | — / 5.40 | 209.58 | $D_{design}$ = 7.02 |
| Землетрясение, $k_V$ = +0.075 | 1.756 | 9.987 | **633.77** | **Нет** |
| Землетрясение, $k_V$ = −0.075 | 1.497 | 8.988 | 603.87 | **Нет** |

**3** Разрез и результат

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} \ > \ 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} \ > 1 \ \ \text{✗}$$

Статическая стена **не выдерживает** этого землетрясения: сейсмическая эпюра требует заглубления нижнего конца на **2.96 m** больше ($D_E$ = 9.99 > 7.02 m) и момента, **в 3.0 раза превышающего статический** (633.8 kN·m/m); сечение шпунта также недостаточно ($\eta_E$ = 1.65). Для сейсмического сочетания нагрузок глубину заделки и сечение необходимо увеличить одновременно.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Метод коэффициента постели: упругая балка на пружинном основании

ТЕОРИЯ

Предельное равновесие даёт глубину заделки и момент, но не определяет, **насколько стена смещается** (оно описывает момент разрушения, когда пассивное сопротивление мобилизовано полностью). Для перемещения в рабочем состоянии стена принимается как упругая балка (EI), а грунт на каждой грани — как независимые пружины (Winkler):

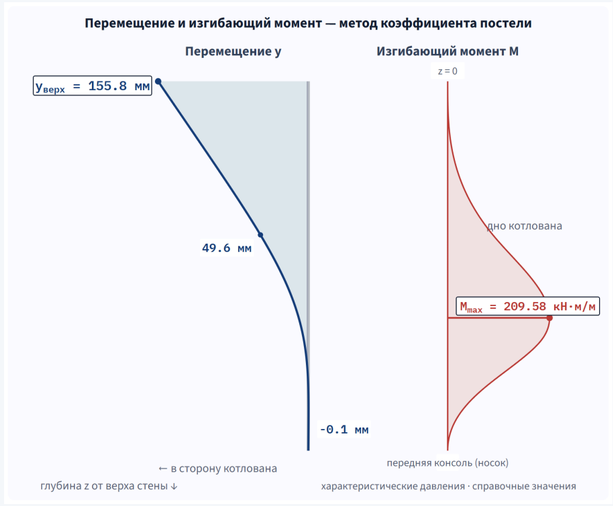
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \;\; (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \;\; (\dots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

Пружины начинают с давления покоя, изменяются пропорционально перемещению и не выходят за пределы активного и пассивного давления. $k_h$ — скорее **параметр модели**, чем свойство грунта; ориентировочные значения для песка: рыхлый 4.8–16, средней плотности 9.6–80, плотный 64–128 MN/m³.

Стена имеет расчётную длину (L + $D_{design}$), оба конца свободны; давления принимаются нормативными: полное $K_p$ по Rankine, без коэффициента запаса; $K_0$ по Jaky (1944). Стена устанавливается до разработки котлована, котлован разрабатывается в один этап.

Уравнение решается методом конечных элементов для балок с итерациями до тех пор, пока пружины не перейдут в упругое/активное/пассивное состояние; результат даётся как **оценка без ограничений**.



# Условие

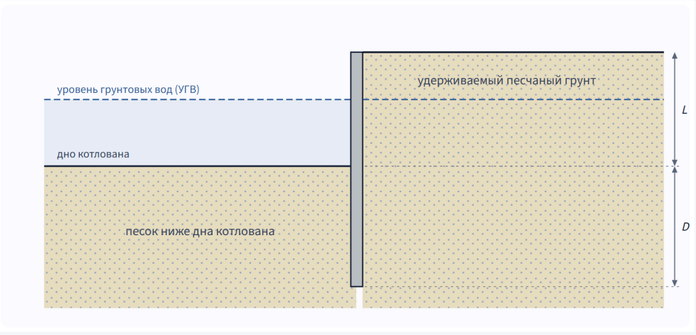
ПРИМЕР

## Дано

| | |
|---|---|
| Стена | **Стена из примеров 1–5, расчётная длина $L + D = 12.02$ m** |
| Шпунт | $I = 21\,000$ **cm⁴/m,** $E = 210\,000$ **MPa (** $EI = 44\,100$ **kN·m²/m)** |
| Грунт | $k_h = 20$ **MN/m³ (на обеих гранях);** $K_0 = 1 - \sin 32^\circ$**; разработка котлована в один этап** |

## ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

**Перемещение** верха стены, на уровне дна котлована и нижнего конца; согласуется ли наибольший момент модели с моментом предельного равновесия?



# Решение

РЕШЕНИЕ

**1** Коэффициент давления в состоянии покоя и модель

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100 \text{ kN}\cdot\text{m}^2/\text{m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \text{ (конечные элементы, пружины упругие/активные/пассивные)}$$

**2** Результат (в сторону котлована, mm)

$$y_{üst} = \mathbf{155.8} \text{ mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6} \text{ mm} \qquad y_{tip} = -0.1 \text{ mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58 \text{ kN}\cdot\text{m/m} \ (z = 7.70 \text{ m}) \approx M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

Верх стены перемещается в сторону котлована на **155.8 mm**, на уровне дна котлована — на 49.6 mm; нижний конец почти остаётся на месте (-0.1 mm) — стена поворачивается вокруг точки вблизи нижнего конца. Момент в модели (209.58) совпадает с моментом предельного равновесия (209.58): сзади активное, спереди пассивное давление находятся на своих пределах на всей высоте, где возникает момент. В пружинах использовано около 40% пассивного сопротивления.

Проверить решение в GeoTerva ↗

# Объём решения

ТЕОРИЯ

Давления по **Rankine** без трения о стенку, по эффективному вертикальному напряжению; профиль на всём протяжении песчаный (любое число слоёв); заделка в глину — отдельный модуль. Для заглублённой части при одном песчаном слое используется замкнутое решение источника, при нескольких песчаных слоях та же эпюра решается численно.

**Упрощённая эпюра результирующего давления по источнику**: единая прямая через E и блок на нижнем конце; точка вращения O точнее не определяется. Вода находится на одном уровне с обеих сторон или на разных (без фильтрации); фильтрация и её влияние на пассивное сопротивление не моделируются.

**Глубина заглубления** несёт запас, заложенный в собственном порядке расчёта (f или $FS_p$), и повторно на коэффициенты по стальным нормам не умножается. Шпунт проверяется на изгиб по заданному моменту сопротивления сечения; срез, местная потеря устойчивости и потеря сечения от коррозии не проверяются.

**Перемещение** определяется методом коэффициента постели при характеристических давлениях, без предельных значений; осадка за стеной не рассчитывается.

Консольная стена редко экономична за пределами D ≈ 1.5–2 L; если теоретическая заделка превышает 3L, модуль выдаёт предупреждение. Анкерная стена рассматривается в другом модуле (отдельная лекция).

Резюме

# Главное

**Консольная шпунтовая стенка** держится на пассивном сопротивлении ниже дна котлована; выше дна котлована действует активное давление, ниже — чистое давление: прямая, начинающаяся от $\sigma'_2$ и обращающаяся в нуль в точке E ($L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$), и блок $L_5$ на нижнем конце

**Равновесие**: P, $\bar{z}$ и $\Sigma F_H = 0$, $\Sigma M = 0$ → уравнение четвёртой степени относительно $L_4$; $\mathbf{D_{theoretical} = L_3 + L_4}$ (пример: 5.40 m)

**Запас**: D при f = 1.2–1.3 (пример: 7.02 m, момент не меняется) либо $K_p/FS_p$ (глубина и момент возрастают); на заданной глубине $FS_{p,mob}$ и **большее из двух силовых случаев**

$\mathbf{M_{max}}$ там, где поперечная сила равна нулю: $z' = \sqrt{(2P/m)}$, $M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\,z'^3/6$ (пример: 209.58 kN·m/m)

**Вода, пригрузка, наклон**: без воды $\gamma' \to \gamma$; q увеличивает каждую ординату на $qK_a$; иной уровень воды и пригрузка сильно увеличивают D и M

**Сечение**: EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \le W f_y/\gamma_{M0}$ ($\eta = 0.735$); AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

**Землетрясение**: $K_{AE}$, $K_{PE}$, $\theta_w$; ищется $D_E \le D_{design}$: стена из примера не выдерживает ($D_E$ = 9.99 m, M = 634 kN·m/m)

**Перемещение**: упругая балка на пружинном основании; в примере голова ≈ 156 mm, нижний конец ≈ 0

# Список литературы

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — Design of steel structures, general rules.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

**ПРИМЕЧАНИЕ**

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Пошаговый пример на странице модуля — также эта стена (L = 5 m, γ = 15.9; $\gamma_{sat}$ = 19.33 kN/m³, φ′ = 32°, вода на глубине 2 m).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

# От теории к практике

Введите в GeoTerva высоту своей стенки, слоистый песчаный профиль, воду, пригрузку, сечение шпунта и сейсмические коэффициенты; модуль одновременно выдаёт эпюру давления, глубину заделки, момент, проверку сечения и перемещение.

Открыть модуль →

Страница теории →

**Открыть на телефоне**

Для пробных модулей регистрация не требуется.