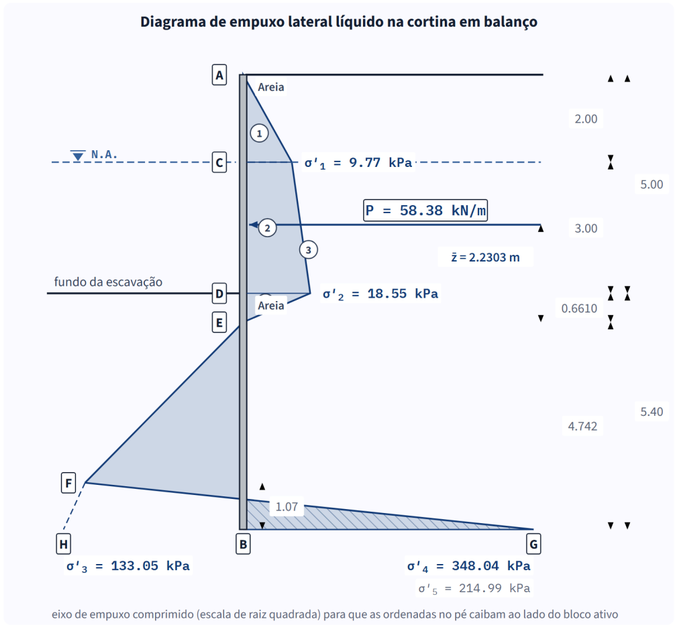
Apresentação da aula de geotecnia · Cortinas de estacas-prancha e escavações escoradas

Cortina de estacas-prancha em balanço em areia

Aula: projeto de cortina de estacas-pranchas em balanço em areia; pressões acima e abaixo do fundo da escavação, ficha, momento máximo, verificação da seção, sismo e deslocamento; exemplo resolvido em cada tópico.

- Cortina de estacas-pranchas em balanço
- Diagrama de pressão líquida
- Ficha · momento máximo
- EN 1993 · AISC 360
- Sismo · deslocamento



Introdução

O que veremos nesta aula?

Como gira a cortina de estacas-pranchas em balanço e quais pressões se desenvolvem acima e abaixo do fundo da escavação e na ponta

Pressão ativa acima do fundo da escavação (água, sobrecarga) e a **linha de pressão líquida** abaixo dele; ponto zero E

A **ficha** a partir do equilíbrio de forças horizontais e de momentos: equação do quarto grau para L_4, $D_{theoretical}$

Conhecer as formas de acrescentar uma **margem de segurança** à profundidade de projeto (fator f, K_p/FS_p, profundidade especificada)

O **momento máximo** (onde o esforço cortante é nulo) e a verificação da estaca-prancha pela **EN 1993-1-1 / AISC 360-22**

O efeito da água, da sobrecarga, da superfície inclinada do terreno e do **sismo**; o **deslocamento** pelo método do coeficiente de reação do solo

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: qual é a regra e por que é assim?

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

Cortina do exemplo: L = 5 m de areia acima da base da escavação (γ = 15.9; γ_{sat} = 19.33 kN/m³; φ′ = 32°), com o nível do lençol freático 2 m abaixo do topo e no mesmo nível nas duas faces; a cortina de estacas-pranchas é cravada na mesma areia. As forças referem-se a um metro de cortina.

Como funciona, como gira?

TEORIA

A cortina de estacas-pranchas é uma fileira de estacas de aço interligadas; retém o solo acima do fundo da escavação (L) e se mantém em pé pela **ficha D**. A cortina **em balanço** não tem outro apoio: como um poste de cerca, é mantida apenas pela **resistência passiva** do solo em que é cravada; por isso, em geral é econômica até cerca de 6 m a partir do fundo da escavação.

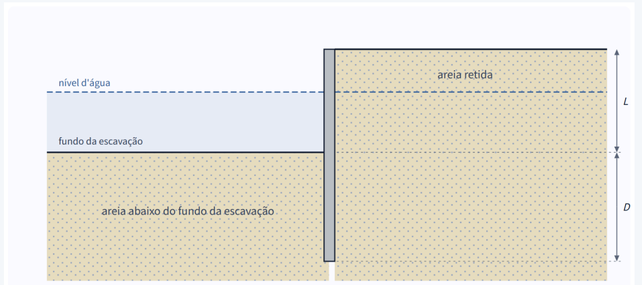
O muro gira como corpo rígido em torno do ponto O (próximo à ponta). **Zona A** (acima do fundo da escavação): apenas o solo contido, empuxo ativo.

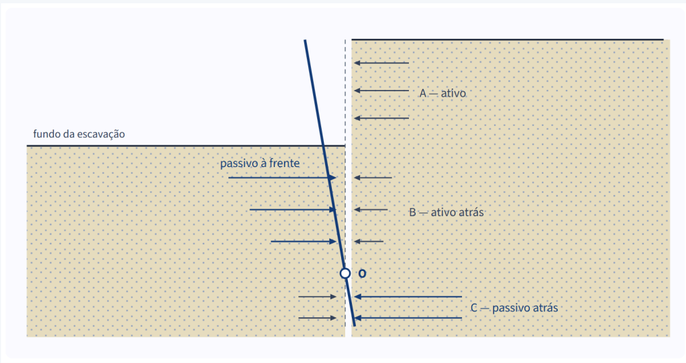
Zona B (base da escavação–O): empuxo ativo atrás, empuxo passivo (empurrado) à frente.

Zona C (abaixo de O): os lados trocam de posição; empuxo passivo atrás, ativo à frente.

A distribuição real é curva; a fonte a substitui por **uma idealização linear**: a pressão líquida abaixo do fundo da escavação é uma única reta que passa pelo ponto de pressão nula E; a inversão na ponta é um bloco de altura L_5.

Pressões de Rankine, **sem considerar o atrito solo-muro**, calculadas a partir da tensão vertical efetiva; se a água estiver no mesmo nível nas duas faces, as pressões hidrostáticas se anulam.





σ'_1 e σ'_2

TEORIA

Acima do fundo da escavação há apenas areia contida; empuxo ativo de Rankine = tensão vertical efetiva × K_a. A água está a L_1 abaixo do topo do muro, e o restante $L_2 = L - L_1$ está abaixo da água ($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$):

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

Se a água está no mesmo nível nas duas faces, as pressões hidrostáticas se **anulam**; apenas essas pressões efetivas carregam a cortina.

A **sobrecarga uniforme q** (tráfego, armazenamento) acrescenta q à tensão efetiva em todas as profundidades: o diagrama começa com $\sigma'_0 = qK_a$, e cada ordenada aumenta de qK_a: $\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$.

Abaixo da base da escavação, a sobrecarga q permanece na tensão vertical do lado contido: a reta da pressão líquida parte de um σ'_2 maior e o empuxo passivo na ponta aumenta de qK_p; a face da escavação não suporta sobrecarga.

Uma carga limitada (faixa, pontual) não acrescenta um K_aq constante: a pressão lateral é tomada do meio semi-infinito e, para muro rígido, é **duplicada pelo método do espelho**; o módulo integra numericamente o diagrama líquido.

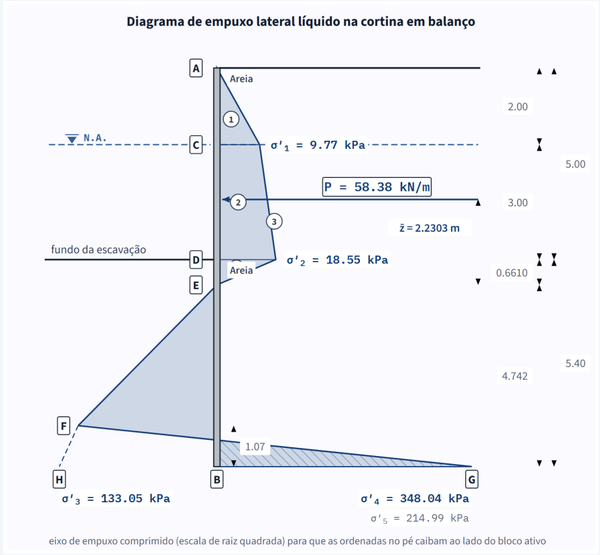


Diagrama de pressões líquidas do exemplo resolvido (na forma desenhada pelo módulo).

Enunciado

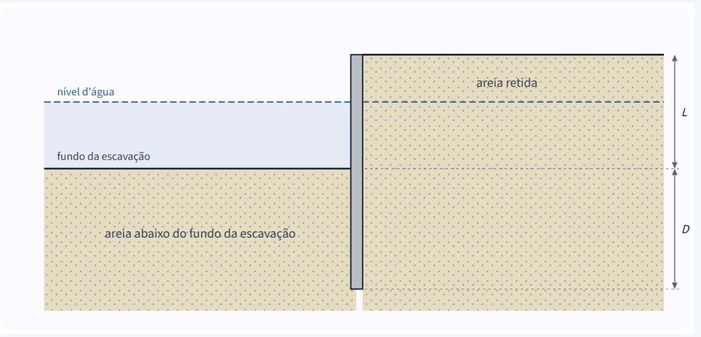
EXEMPLO

Dados

Solo	**areia:** $\gamma = 15.9$, $\gamma_{sat} = 19.33$ **kN/m³,** $\varphi' = 32^\circ$ **(a parte contida e a parte embutida são a mesma areia)**
Muro	$L = 5$ **m; nível do lençol freático** $L_1 = 2$ **m abaixo do topo, no mesmo nível nas duas faces; sem sobrecarga**

PEDE-SE

K_a, K_p, γ'; σ'_1 e σ'_2 (no fundo da escavação).



Solução

SOLUÇÃO

1 Coeficientes de empuxo e peso específico submerso

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52\ \mathrm{kN/m^3}$$

2 Pressão ativa no nível d'água e no fundo da escavação

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma'_v(L) = 60.36\ \mathrm{kPa} \ \Rightarrow\ \sigma'_2 = \mathbf{18.55}\ \mathrm{kPa}$$

A pressão ativa é de **9.77 kPa** no nível da água e de **18.55 kPa** na base da escavação; coeficiente passivo K_p = 3.2546. Como se usa o peso específico submerso (γ′ = 9.52 kN/m³) abaixo da água, o aumento da pressão se desacelera.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Ponto zero E, P e z̄, equação do quarto grau

TEORIA

Abaixo da base da escavação há solo nos dois lados; empuxo ativo atrás e passivo à frente, e o passivo cresce mais depressa: a pressão líquida parte de σ'_2, diminui linearmente com a profundidade e se anula no ponto E:

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

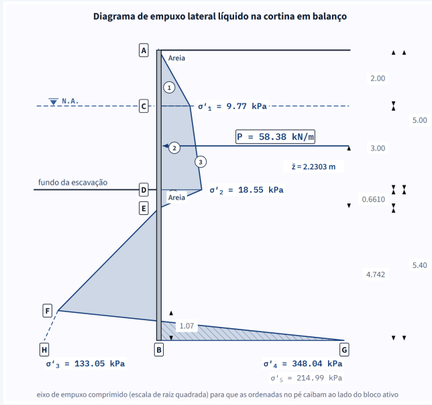
Acima de E, a resultante do diagrama é **P** (área), que atua a uma distância **z̄** acima de E. L_4 = profundidade da ponta abaixo de E; das condições $\Sigma F_H = 0$ e $\Sigma M = 0$ em relação à ponta:

$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

A ficha teórica **$D_{theoretical}$ = L_3 + L_4**: a profundidade em que a resistência passiva é totalmente mobilizada e não resta nenhuma margem.





Enunciado

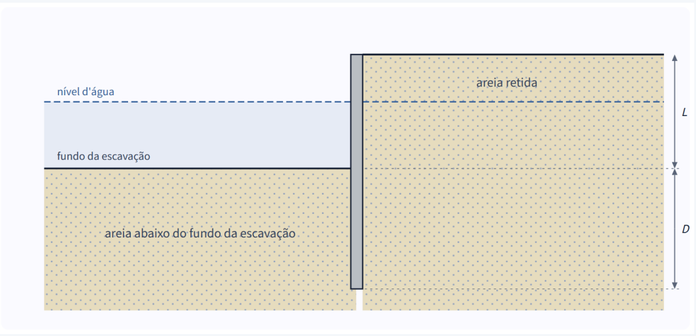
EXEMPLO

Dados

Dados	**Muro do Exemplo 1:** $\sigma'_1 = 9.77$, $\sigma'_2 = 18.55$ **kPa;** $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$, $\gamma' = 9.52$ **kN/m³**

PEDE-SE

O ponto de pressão líquida nula é **L_3**; a resultante do diagrama acima de E é **P** e seu braço é **z̄**.



Solução

SOLUÇÃO

1 Ponto zero

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

2 Partes do diagrama ativo (do topo até E): P = Σ área, z̄ = Σ(área × braço)/P

Peça	Figura	Área (kN/m)	Braço até E (m)	Área × braço
1	triângulo: 0–2 m	9.77	4.328	42.28
2	retangular: 2–5 m	29.31	2.161	63.34
3	triângulo: 2–5 m	13.16	1.661	21.86
4	triângulo: 5 m–E	6.13	0.441	2.70
Total		**58.38**		**130.19**

P = 58.38 kN/m; z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m** (acima de E). A pressão líquida se anula 0.661 m abaixo do fundo da escavação.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

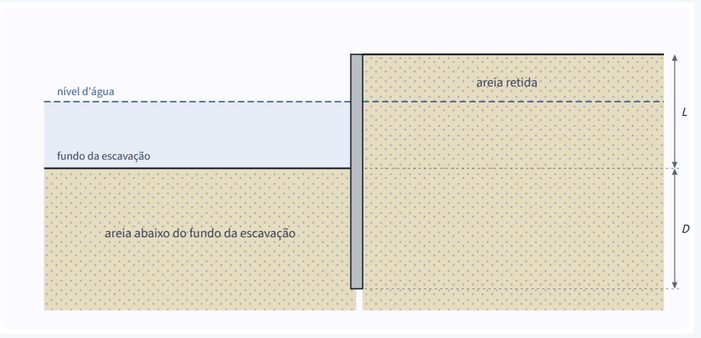
EXEMPLO

Dados

Dados	**Exemplo 2:** $L_3 = 0.661$ **m,** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $\sigma'_v(L) = 60.36$ **kPa**
Coeficientes	$K_a = 0.3073$**,** $K_p = 3.2546$**,** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

PEDE-SE

σ′5, $A_1 \ldots A_4$; raiz **L4**; **Dtheoretical**; σ'_3, σ'_4, **L5**.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Ordenada na ponta σ'_5 (passivo do lado contido + reta líquida)

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

2 Coeficientes da equação

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

3 Raiz positiva (equação resolvida numericamente; satisfaz f = 0)

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

A ficha teórica é **D = 5.40 m** (a partir do fundo da escavação); L_4 = 4.742 m. Nessa profundidade a resistência passiva está totalmente mobilizada e **não há nenhuma margem**.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

4 Bloco de pressão na ponta

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

Diagrama completo: a reta de pressão líquida que passa por E, o bloco que se inverte de σ'_3 = 133.0 kPa para σ'_4 = 348.0 kPa a **L_5 = 1.069 m** acima da ponta. Verificação: o primeiro membro da equação do quarto grau vale apenas 0.03 na raiz (zero em relação à escala).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Maneiras de acrescentar margem de segurança

TEORIA

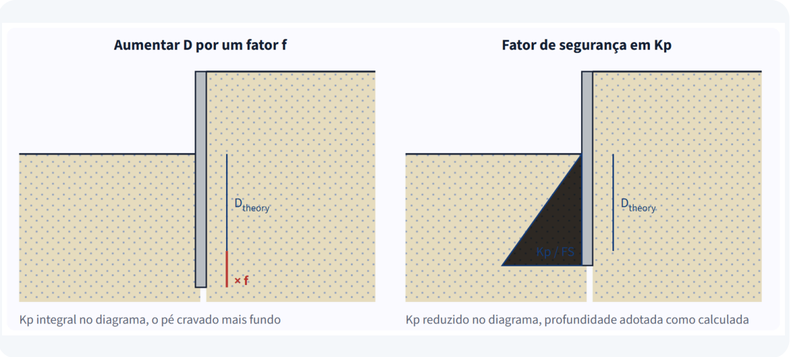
Não há margem na profundidade teórica. A fonte propõe duas abordagens (figura ao lado):

Aumento da ficha: o diagrama é montado com K_p pleno e a ficha é aumentada em 20–30%: $D_{design} = f \cdot D_{theoretical}$, f = 1.2–1.3. As pressões e o momento são os da cortina teórica.

Fator de segurança sobre K_p: o diagrama é construído desde o início com K_p/FS_p (FS_p = 1.5–2), e a profundidade obtida é usada como resulta. Todas as ordenadas abaixo da base da escavação mudam, e **o momento também aumenta**.

Profundidade fornecida: se a profundidade vem do engenheiro e não da análise, ela é verificada em relação à profundidade exigida pelo método escolhido ($D_{given} \geq D_{design,required}$) e determina-se o fator de segurança mobilizado $FS_{p,mob}$: dividindo-se K_p por esse valor, o diagrama fica em equilíbrio exato na profundidade fornecida.

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$



Na profundidade fornecida, os **esforços internos** são estudados para dois casos: o caso da profundidade exigida e o equilíbrio na profundidade fornecida com $K_p/FS_{p,mob}$. O momento do caso fornecido pode ser maior que o do outro (uma cortina longa flete mais, com o passivo parcialmente mobilizado); a estaca-prancha é escolhida pelo **maior dos dois**.

Enunciado

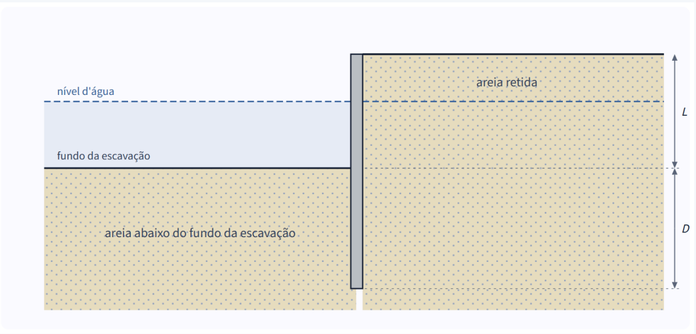
EXEMPLO

Dados

Muro	**O muro dos Exemplos 1–3 ($D_{theoretical} = 5.40$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m)**
Vias	**$f = 1.3$; $FS_p = 1.5$ e 2.0; profundidades dadas 6.0 e 8.0 m; estaca-prancha: $W_{el} = 1\,400$ cm³/m, S275 (EN 1993-1-1, $\gamma_F = 1.35$)**

PEDE-SE

Para cada caminho, **D_{design}**, comprimento total, **M_{max}** e taxa de utilização da estaca-prancha **η**.



Solução

SOLUÇÃO

1 Caminho f: D_{design} = 1.3 × 5.403 = 7.023 m (momento inalterado)

Via	D_{design} (m)	L + D (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)	Nota
f = 1.3 ($D = f \cdot D_{theoretical}$)	7.02	12.02	209.58	0.735	momento teórico do muro
FS_p = 1.5 (K_p/1.5)	7.10	12.10	263.53	0.924	K_p = 2.170
FS_p = 2.0 (K_p/2)	8.84	13.84	325.91	1.143	**η > 1**
Dado D = 6.0 m	6.00	11.00	227.74	0.799	D < 7.02: insuficiente; $FS_{p,mob}$ = 1.18
Dado D = 8.0 m	8.00	13.00	294.92	1.034	D ≥ 7.02; $FS_{p,mob}$ = 1.76; **η > 1**

No caminho K_p/FS_p, como o diagrama é enfraquecido desde o início, a profundidade (7.10 m) e o momento (263.5 kN·m/m) aumentam juntos; com FS_p = 2, o momento é 325.9 kN·m/m e a estaca-prancha não é suficiente. Embora o **D = 8 m fornecido** seja maior que a profundidade de projeto, o momento (294.9) **aumenta** devido ao passivo parcialmente mobilizado: aumentar a profundidade nem sempre reduz o momento.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Onde o esforço cortante é nulo

TEORIA

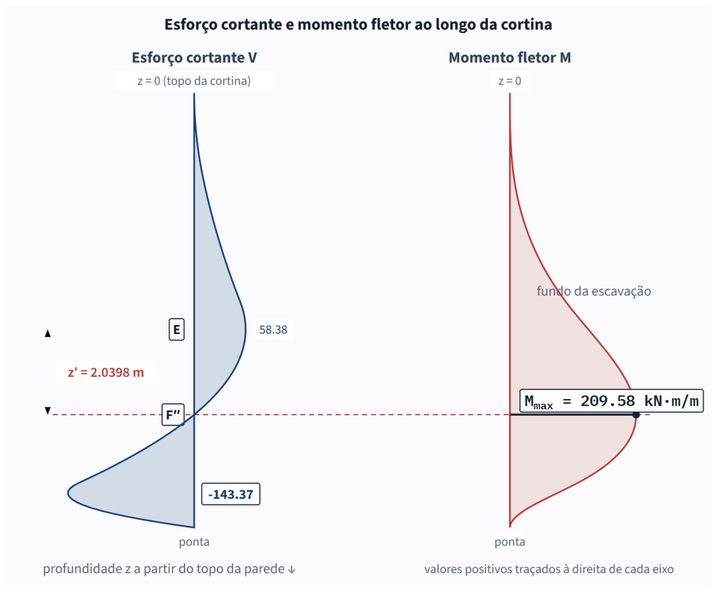
O momento fletor é máximo onde o esforço cortante é nulo. Abaixo de E cresce o triângulo passivo líquido ½γ′(K_p – K_a)z′², que equilibra P a uma distância **z′** abaixo de E:

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

O esforço cortante atinge seu valor máximo em E (pressão líquida nula) e é nulo na profundidade z′; o momento é máximo nesse ponto e retorna a zero na ponta.

M_{max} é o momento da cortina teórica (no caminho f); no caminho K_p/FS_p, o diagrama é construído com K_p reduzido, de modo que M_{max} é maior.

A seleção da estaca-prancha é feita com **$S = M_{max}/\sigma_{allow}$** (método clássico) ou por verificação em estado-limite (EN 1993-1-1, AISC 360-22, abaixo).



Enunciado

EXEMPLO

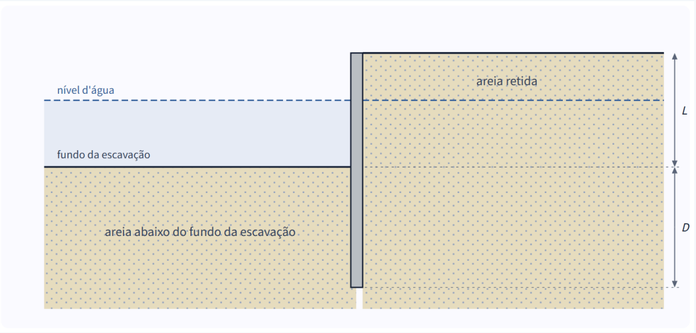
Dados

Dados

Exemplos 2–3: $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

PEDE-SE

A profundidade **z′** em que o esforço cortante se anula (abaixo de E) e $\mathbf{M_{max}}$; sua profundidade a partir do topo da cortina.



Solução

SOLUÇÃO

1 Onde o esforço cortante é nulo (abaixo de E)

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \mathrm{m}$$

2 Momento máximo

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

M_{max} = 209.58 kN·m/m, à profundidade L + L_3 + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m** a partir do topo da cortina. A estaca-prancha é escolhida em função desse momento.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Mesma configuração, dados de entrada diferentes

TEORIA

Sem água: a mesma configuração com o peso específico natural; $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$; γ substitui cada γ′ nas equações, e a equação da ficha mantém a mesma forma.

Sobrecarga uniforme q: cada ordenada aumenta de qK_a; a reta líquida parte do maior σ'_2 e, na extremidade, aumenta do valor passivo qK_p (seção anterior).

Níveis d'água diferentes nas duas faces (além da fonte): as pressões hidrostáticas não são subtraídas; no caso sem percolação, adiciona-se a pressão líquida da água. A pressão líquida é linear por trechos, e a equação de E e as de equilíbrio são resolvidas numericamente sobre o diagrama.

Superfície retida inclinada (β, infinita): usa-se, no lado retido, a componente horizontal do coeficiente ativo de Rankine para reaterro inclinado; o lado da escavação e o passivo na ponta permanecem com superfície plana (lado seguro). Para $\beta \geq \varphi'$ não há solução.

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad (\text{cada termo} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a\sigma'_{v,r}(z) - K_p\sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

Enunciado

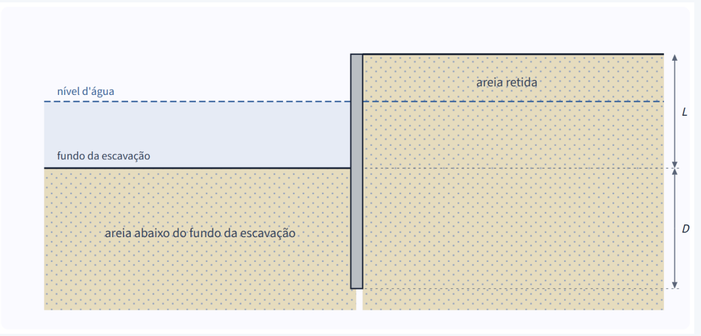
EXEMPLO

Dados

Muro	**A cortina dos Exemplos 1–5 (f = 1.3; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m)**
Alterações	**(a) sem água; (b) sobrecarga uniforme de $q = 10$ kPa; (c) água na face frontal a $z = 6$ m (escavação seca, atrás a 2 m); (d) superfície do terreno contido com inclinação de $\beta = 15°$**

PEDE-SE

Para cada caso, **L_3**, P, **$D_{theoretical}$**, D_{design}, **M_{max}**, η; verificação manual quando não há água.



Solução

SOLUÇÃO

1 Sem água (à mão): $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43\ \text{kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521}\ \text{m}$$

2 Resumo dos cinco casos (os demais são resolvidos pelo módulo com o mesmo método)

Situação	L_3 (m)	P (kN/m)	$D_{theoretical}$ (m)	D_{design} (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)
Escavação inicial (água a 2 m, igual nas duas faces)	0.661	58.38	5.40	7.02	209.6	0.735
(a) Sem água	0.521	67.43	4.53	5.89	212.1	0.744
(b) Sobrecarga q = 10 kPa	0.770	75.94	6.15	7.99	305.5	**1.071**
(c) Água na face frontal z = 6 m	1.319	126.29	8.00	10.39	543.8	**1.907**
(d) Superfície inclinada β = 15°	0.713	63.00	5.64	7.33	232.1	0.814

Sem água, γ substitui γ′: o ponto de pressão líquida nula se aproxima e a ficha **diminui** para 4.53 m. A **sobrecarga** eleva D a 6.15 m e o momento a 306 kN·m/m (η > 1); a **diferença entre os níveis de água** é o caso mais desfavorável: M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m). Com inclinação β = 15°: $K_{a,h}$ = 0.3289 (terreno plano: 0.3073).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

EN 1993-1-1 e AISC 360-22

TEORIA

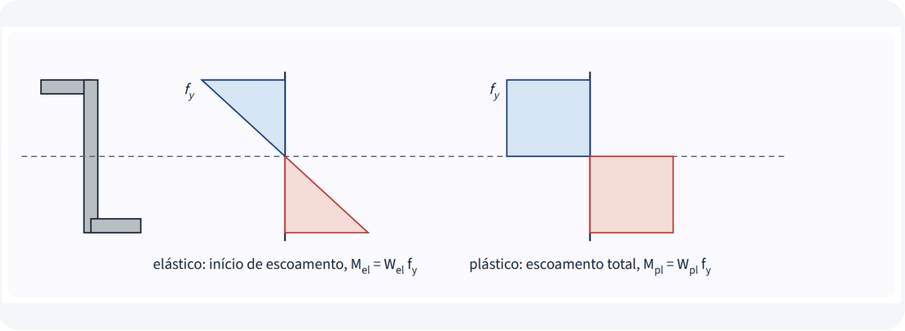
Via clássica: S = M_{max}/σ_{allow}. O módulo a substitui pela verificação em estado-limite; o momento do diagrama de pressões líquidas é uma ação característica, e o coeficiente parcial o eleva ao valor de cálculo:

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \qquad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \qquad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \qquad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1$$

A tabela traz dois módulos de resistência: **W_{el}** até o primeiro escoamento (válido até a classe 3), **W_{pl}** até o momento totalmente plástico (classes 1–2). A margem adicional da ficha não é multiplicada separadamente pela norma de aço.

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \le \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \le \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$ (seção compacta) ou $F_y S$ no primeiro escoamento. A pressão do solo é tomada como empuxo lateral de terra H: na combinação LRFD, $\gamma_H = 1.6$; no ASD, 1.0.



Enunciado

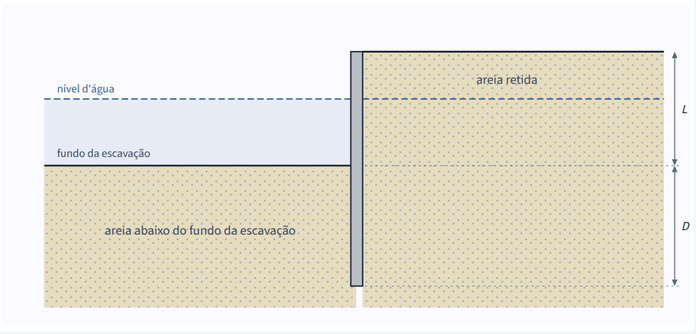
EXEMPLO

Dados

Corte	**S275 ($f_y = 275$ MPa); módulo de resistência elástico $W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
Momento	**Exemplo 5: $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; EN 1993-1-1: $\gamma_F = 1.35$, $\gamma_{M0} = 1.00$; AISC: $\gamma_H = 1.6$, $\Omega_b = 1.67$ ($M_n = F_y S$)**

PEDE-SE

Para a EN 1993-1-1: **M_{Ed}**, **W_{req}**, $M_{c,Rd}$, **η**; para AISC LRFD e ASD: η.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \mathrm{kN\cdot m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \mathrm{cm^3/m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \mathrm{kN\cdot m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

A cortina de estacas-pranchas selecionada é adequada conforme a EN 1993-1-1: η = **0.735**; W necessário = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m. Se W_{pl} constar da tabela e a classe da seção for 1–2, pode-se utilizar o momento plástico (adotando-se W_{pl} = 1 650 cm³/m, resulta η = 0.624).

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

1 AISC 360-22: resistência nominal à flexão $M_n = F_y S = 275\,000\,(1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

$$\text{LRFD: } M_u = 1.6(209.58) = 335.32\ \text{kN·m/m} \leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$$

$$\text{ASD: } M_a = 209.58\ \text{kN·m/m} \leq \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$$

Também atende pelo AISC: LRFD η = **0.968** (primeiro escoamento), ASD η = **0.909**. O mesmo momento resulta em taxa de utilização de 0.735 pela EN 1993-1-1 e de 0.968 pelo LRFD: as razões diferem porque as normas adotam filosofias de segurança distintas.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Formulação pseudoestática de Mononobe–Okabe

TEORIA

O sismo preserva o esquema estático de equilíbrio limite ao acrescentar forças de inércia constantes ($k_h W$ horizontal, $k_v W$ vertical) às cunhas de solo. Muro vertical, superfície horizontal, sem atrito solo-muro (a mesma idealização do projeto estático de Rankine):

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \ldots \left[1 - \sqrt{\ldots}\right]^2$$

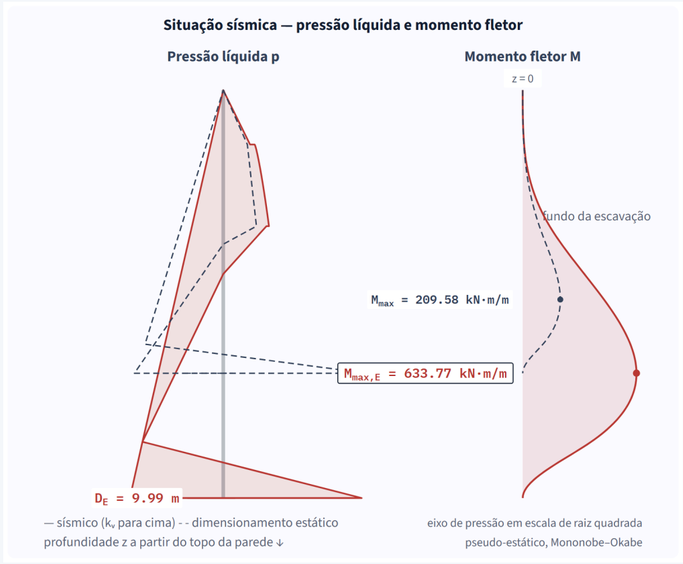
$$\text{sob a água:}\quad \tan\theta_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \frac{k_h}{1 \mp k_v}$$

Empuxos $(1 \mp k_v)K_{AE}\sigma'_v$ e $(1 \mp k_v)K_{PE}\sigma'_v$; verificam-se **os dois sentidos de k_v**. Em θ = 0, K_a e K_p; se θ > φ′, não existe cunha de equilíbrio.

Em areia de permeabilidade média, a água dos poros move-se junto com o solo (**restrita**): a inércia está na massa saturada e o ângulo aumenta. Se houver água livre na escavação, acrescenta-se a pressão hidrodinâmica de Westergaard (em sentido oposto).

Verificação: o diagrama de pressão líquida é montado como na estática; as duas equações de equilíbrio fornecem $\mathbf{D_E}$. O sismo é uma situação excepcional; não se aplica fator a K_{PE}: a cortina resiste se $\mathbf{D_E \le D_{design}}$. Na cortina em balanço, as pressões sísmicas são distribuídas como as estáticas, proporcionalmente à tensão efetiva.

Na combinação sísmica, os efeitos são tomados com 1.0: $M_{Ed,E} = M_{max,E}$.



Enunciado

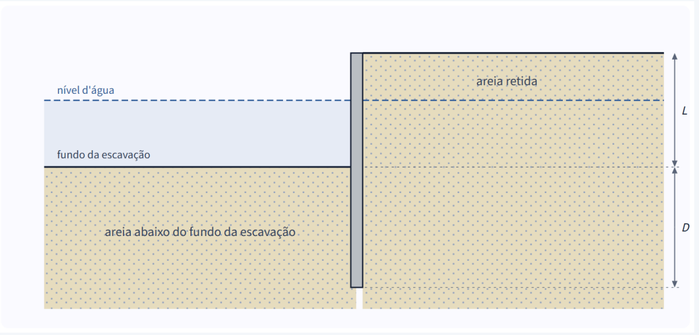
EXEMPLO

Dados

Muro	**Muro dos Exemplos 1–5: $D_{design} = 7.02$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
Sismo	**$k_h = 0.15$, $k_v = \pm 0.075$ (duas direções); água intersticial restrita; 3 m de água livre na escavação**

PEDE-SE

Ângulos e coeficientes sísmicos; $\mathbf{D_E}$ (duas direções de k_V), $\mathbf{M_{max,E}}$; a cortina projetada para a condição estática resiste a este sismo?



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Ângulos e coeficientes sísmicos (φ′ = 32°; valores estáticos K_a = 0.3073, K_p = 3.2546)

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

k_v	$f_v = 1 - k_v$	θ (no topo)	θ_w (na água)	K_{AE} / K_{PE} (acima)	K_{AE} / K_{PE} (na água)
+0.075	0.925	9.21°	18.22°	0.411 / 2.948	0.562 / 2.589
−0.075	1.075	7.94°	15.82°	0.395 / 2.992	0.514 / 2.693

Sob a água, o ângulo é maior (a inércia está na massa saturada): K_{AE} sobe de 0.411 para 0.562 e K_{PE} cai de 2.948 para 2.589; o empuxo ativo aumenta e a resistência passiva diminui.

Solução (2/2)

SOLUÇÃO

2 Diagrama de pressões líquidas sísmicas e ficha D_E

Situação	L_3 (m)	D_E / $D_{theoretical}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	D ≤ 7.02?
Estático (f = 1.3)	0.661	— / 5.40	209.58	D_{design} = 7.02
Sismo, k_V = +0.075	1.756	9.987	**633.77**	**Não**
Sismo, k_V = −0.075	1.497	8.988	603.87	**Não**

3 Corte e resultado

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} > 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} > 1 \ \text{✗}$$

A cortina dimensionada para o caso estático **não resiste** a este sismo: o diagrama sísmico exige a ponta **2.96 m** mais funda (D_E = 9.99 > 7.02 m) e **3.0 vezes o momento estático** (633.8 kN·m/m); a estaca-prancha também é insuficiente (η_E = 1.65). Para a combinação sísmica, o comprimento de ficha e a seção devem ser aumentados em conjunto.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Método do coeficiente de reação do solo: viga elástica sobre apoio em molas

TEORIA

O equilíbrio limite fornece a ficha e o momento, mas não fornece **quanto a cortina se desloca** (descreve o estado de ruptura em que a resistência passiva está plenamente mobilizada). Para o deslocamento no estado de serviço, a cortina é tomada como viga elástica (EI) e o solo em cada face como molas independentes (Winkler):

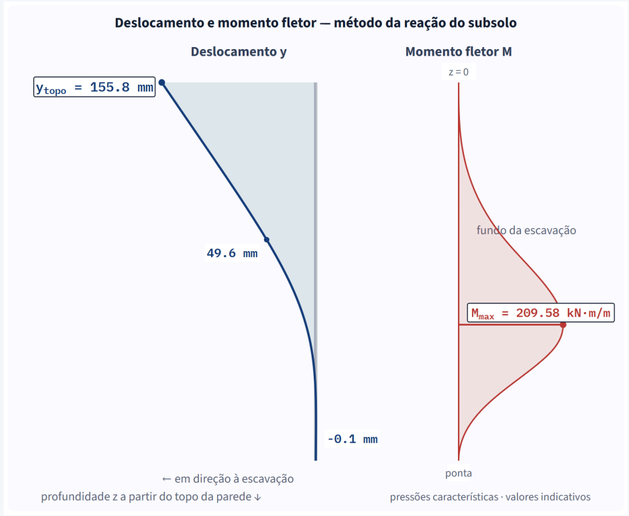
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \;\; (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \;\; (\ldots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

As molas partem do empuxo em repouso, variam em proporção ao deslocamento e não ultrapassam os limites ativo e passivo. k_h é mais um **parâmetro do modelo** do que uma propriedade do solo; valores indicativos para areia: fofa 4.8–16, medianamente compacta 9.6–80, compacta 64–128 MN/m³.

A cortina tem o comprimento de projeto (L + D_{design}), com as duas extremidades livres; os empuxos são característicos: Rankine completo para K_p, sem fator de segurança; K_0 de Jaky (1944). A cortina já está instalada antes da escavação, que é executada em uma única etapa.

A equação é resolvida com elementos finitos de viga, por iteração, até que as molas atinjam o estado elástico/ativo/passivo; o resultado é fornecido como uma **estimativa sem limites**.



Enunciado

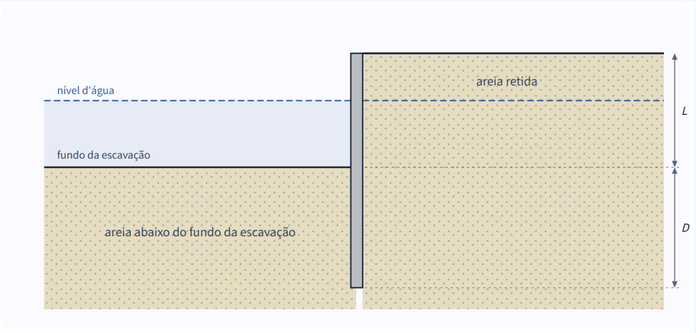
EXEMPLO

Dados

Muro	**A cortina dos Exemplos 1–5, comprimento de projeto $L + D = 12.02$ m**
Estaca-prancha	$I = 21\,000$ **cm⁴/m,** $E = 210\,000$ **MPa (**$EI = 44\,100$ **kN·m²/m)**
Solo	$k_h = 20$ **MN/m³ (nas duas faces);** $K_0 = 1 - \sin 32^\circ$**; escavação em uma única etapa**

PEDE-SE

Deslocamento no topo do muro, no fundo da escavação e na ponta; o momento máximo do modelo concorda com o momento de equilíbrio limite?



Solução

SOLUÇÃO

1 Coeficiente de empuxo em repouso e modelo

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100\ \mathrm{kN{\cdot}m^2/m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \ \text{(elementos finitos, molas elásticas/ativas/passivas)}$$

2 Resultado (em direção à escavação, mm)

$$y_{üst} = \mathbf{155.8}\ \mathrm{mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6}\ \mathrm{mm} \qquad y_{tip} = -0.1\ \mathrm{mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}\ \ (z = 7.70\ \mathrm{m}) \ \approx\ M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

O topo da cortina desloca-se **155.8 mm** em direção à escavação e 49.6 mm no fundo da escavação; a ponta permanece praticamente no lugar (-0.1 mm) – a cortina gira em torno de um ponto próximo à ponta. O momento do modelo (209.58) é igual ao momento de equilíbrio limite (209.58): empuxo ativo atrás e passivo à frente, nos seus limites em toda a altura em que o momento se desenvolve. Nas molas, cerca de 40% da resistência passiva foi mobilizada.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Escopo da solução

TEORIA

Os empuxos de **Rankine**, sem atrito solo-muro, a partir da tensão vertical efetiva; o perfil é de areia de ponta a ponta (qualquer número de camadas); a argila na parte embutida é objeto de outro módulo. Na parte embutida, para areia única adota-se a solução em forma fechada da fonte; para várias areias, o mesmo diagrama é resolvido numericamente.

Diagrama simplificado de pressões líquidas da fonte: uma única reta passando por E e o bloco da ponta; o ponto de giro O não é buscado com maior precisão. A água fica no mesmo nível nas duas faces ou em níveis diferentes (sem percolação); a percolação e o seu efeito na resistência passiva não são modelados.

A **ficha** já incorpora a margem da sua própria abordagem (f ou FS_p) e não é multiplicada novamente pela norma de aço. A cortina é verificada à flexão com o módulo de resistência fornecido; cisalhamento, flambagem local e perda por corrosão não são verificados.

O **deslocamento** é fornecido pelo método do coeficiente de reação do solo, com pressões características, sem limitação; o recalque atrás do muro não é calculado.

A cortina em balanço raramente é econômica além de D ≈ 1.5–2 L; se a ficha teórica exceder 3L, o módulo emite um aviso. A cortina atirantada é tratada em outro módulo (apresentação separada).

Resumo

Pontos-chave

A **cortina em balanço** mantém-se em pé pela resistência passiva abaixo do fundo da escavação; empuxo ativo acima do fundo da escavação e pressão líquida abaixo dele: a reta que parte de σ'_2 e se anula em E ($L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$) e o bloco L_5 na ponta

Equilíbrio: P, $\bar{z}$ e $\Sigma F_H = 0$, $\Sigma M = 0$ → equação do quarto grau para L_4; $\mathbf{D_{theoretical} = L_3 + L_4}$ (exemplo: 5.40 m)

Numerador: D com f = 1.2–1.3 (exemplo: 7.02 m, momento inalterado) ou K_p/FS_p (profundidade e momento aumentam); na profundidade dada, $FS_{p,mob}$ e **o maior dos dois casos de força**

$\mathbf{M_{max}}$ onde o cortante é nulo: $z' = \sqrt{(2P/m)}$, $M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\, z'^3/6$ (exemplo: 209.58 kN·m/m)

Água, sobrecarga, inclinação: sem água, $\gamma' \rightarrow \gamma$; q acrescenta qK_a a cada ordenada; um nível d'água diferente e a sobrecarga aumentam muito D e M

Seção: EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \leq W\, f_y/\gamma_{M0}$ ($\eta = 0.735$); AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

Sismo: K_{AE}, K_{PE}, θ_w; busca-se $D_E \leq D_{design}$: a cortina do exemplo não resiste (D_E = 9.99 m, M = 634 kN·m/m)

Deslocamento: viga elástica sobre base elástica (molas); no exemplo, topo ≈ 156 mm, ponta ≈ 0

Referências bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — Design of steel structures, general rules.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram gerados com o motor de cálculo do próprio módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O exemplo passo a passo da página do módulo também é este muro (L = 5 m, γ = 15.9; γ_{sat} = 19.33 kN/m³, φ′ = 32°, água a 2 m).

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva a altura do próprio muro, o perfil de areia em camadas, a água, a sobrecarga, a seção da estaca-prancha e os coeficientes sísmicos; o módulo fornece em conjunto o diagrama de pressões, a ficha, o momento, a verificação da seção e o deslocamento.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.