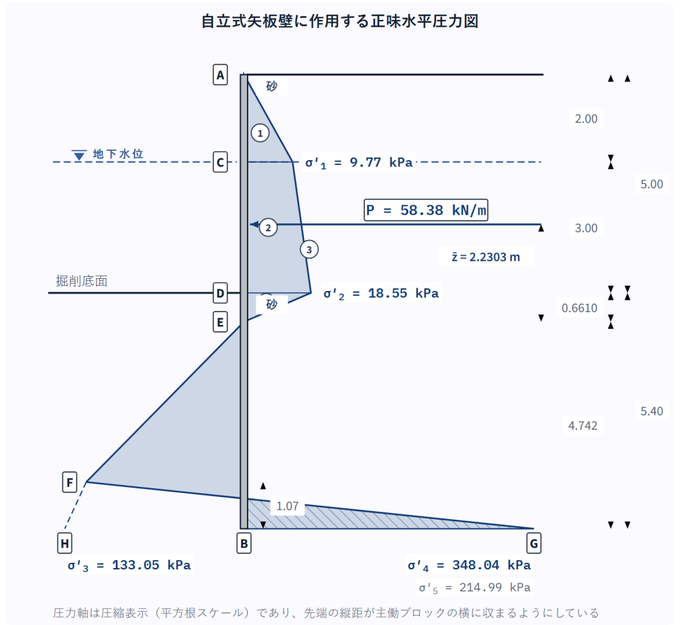
地盤工学の講義スライド ・ 矢板と切ばり式土留め掘削

砂中の自立式矢板壁

講義：砂中の自立式矢板壁の設計。掘削底面の上下の土圧、根入れ深さ、最大モーメント、断面照査、地震および変位。各項目に計算例を付す。

自立式矢板 / 正味圧力図 / 根入れ深さ・最大モーメント / EN 1993・AISC 360 / 地震・変位



この講義で学ぶこと

自立式矢板が**どのように回転するか**、および掘削底面の上方、下方、先端でどのような土圧が生じるか

掘削底面より上方の**主働土圧**（水、上載荷重）と下方の**正味土圧線**；零点E

水平力およびモーメントの釣り合いから**根入れ深さ**を求める：L_4に関する4次方程式、$D_{theoretical}$

設計深さに**安全余裕**を加える方法（係数 f、K_p/FS_p、所定の深さ）

最大モーメント（せん断力がゼロとなる位置）と、**EN 1993-1-1 / AISC 360-22**による矢板の照査を

水、上載荷重、傾斜地表面および**地震**の影響；**変位**を地盤反力係数法で

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：規則は何か、なぜそうなるのか

2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

例題の擁壁：掘削底面より上のL = 5 mの砂（γ = 15.9、γ_{sat} = 19.33 kN/m³、ϕ' = 32°）、地下水位は上端から2 m下で両面とも同一レベル；矢板は同じ砂に打ち込まれている。力は壁1 m当たりである。

どのように働き、どのように回転するか

理論

矢板壁は、互いに噛み合う鋼矢板を並べたものであり、掘削底面（L）より上の地盤を保持し、**根入れ深さD**によって自立する。**自立式**擁壁には他の支持がない：柵の支柱のように、打ち込まれた地盤の**受働抵抗**のみによって支えられる。このため一般に、掘削底面から約6 m程度までが経済的である。

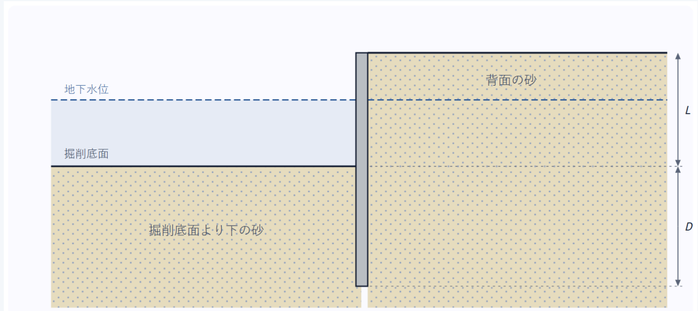
壁は点O（先端付近）を中心に剛体的に回転する。**領域A**（掘削底面より上方）：土留めされた地盤のみ、主働土圧。

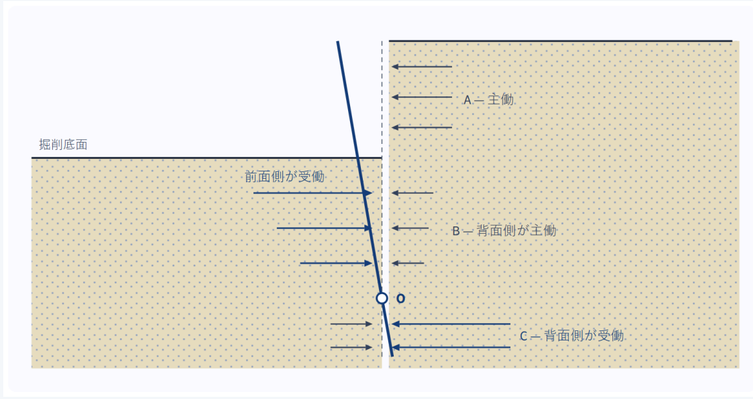
Bゾーン（掘削底面〜O）：背面では主働土圧、前面（押し出される側）では受働土圧。

C領域（Oの下方）：側が入れ替わる。背面では受働、前面では主働となる。

実際の分布は曲線である；出典は**線形近似**で置き換える：掘削底面下の純圧力は、零点Eを通る単一の直線；端部の折返しは高さL_5のブロックである。

Rankine土圧は**壁面摩擦を考慮せず**、有効鉛直応力に基づいて求める；両面で水位が同じであれば静水圧は互いに打ち消し合う。





σ'_1 および σ'_2

理論

掘削底面より上部には保持された砂のみがある。Rankineの主働土圧 = 有効鉛直応力 × K_a。水は壁天端からL_1下にあり、残りの$L_2 = L - L_1$は水面下にある（$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$）：

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

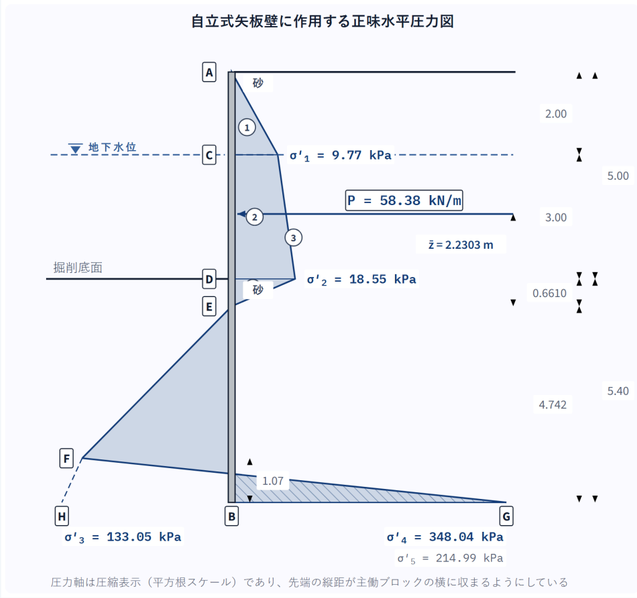
$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

両側で水が同じ水位にある場合、静水圧は**相殺される**；この有効圧のみが壁に作用する。

等分布上載荷重q（交通、貯蔵）は各深さの有効応力にqを加える：分布図は$\sigma'_0 = qK_a$で始まり、各縦座標はqK_aだけ増加する：$\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$。

掘削底面より下の上載荷重qは、山留め側の鉛直応力に残る。正味土圧はより大きなσ'_2から始まり、つま先の受働土圧はqK_pだけ増加する。掘削面は上載荷重を負担しない。

限られた荷重（帯状、集中）は一定の$K_a q$を付加しない：側圧は半無限媒体から求め、剛体壁に対しては**鏡像法により2倍**にする；モジュールは純分布を数値積分する。



計算例の純圧力図（モジュールが描く形式）。

問題

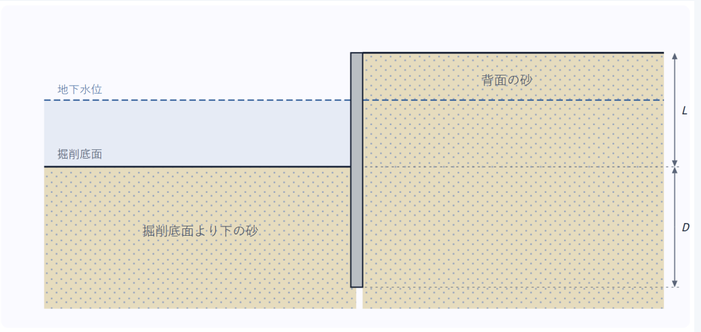
例題

与条件

地盤	**砂：$\gamma = 15.9$、$\gamma_{sat} = 19.33$ kN/m³、$\varphi' = 32^\circ$（背面土と根入れ部は同一の砂）**
壁	**$L = 5$ m。地下水位は上端から$L_1 = 2$ m下方にあり、両側で同じ高さ。上載荷重なし**

求めるもの

K_a、K_p、γ'；σ'_1およびσ'_2（掘削底面における）。



解答

解答

1 圧力係数と水中単位体積重量

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52 \text{ kN/m}^3$$

2 水位面および掘削底面における主働土圧

$$\sigma_1' = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77} \text{ kPa}$$

$$\sigma_2' = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma_v'(L) = 60.36 \text{ kPa} \;\Rightarrow\; \sigma_2' = \mathbf{18.55} \text{ kPa}$$

主働土圧は水位で**9.77 kPa**、掘削底面で**18.55 kPa**である。受働係数K_p = 3.2546。水中では水中単位体積重量（γ' = 9.52 kN/m³）を用いるため、圧力の増加は緩やかになる。

GeoTervaで解答を確認する ↗

零点E、Pおよびz̄、四次方程式

理論

掘削底面より下方では両側に地盤がある。背面側は主働土圧、前面側は受働土圧であり、受働土圧の方が速く増大する。正味圧力はσ'_2から始まり、深さとともに直線的に減少してE点でゼロとなる：

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

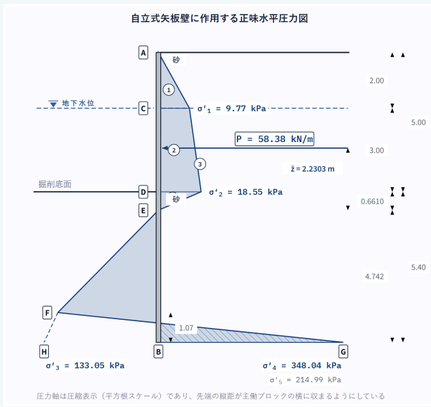
Eより上の分布図の合力**P**（面積）は、Eから**z̄**上方に作用する。L_4 = 先端のEからの深さであり、$\Sigma F_H = 0$および先端まわりの$\Sigma M = 0$の条件から次を得る：

$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

理論根入れ深さ**$D_{theoretical} = L_3 + L_4$**：受働抵抗が完全に発揮され、余裕が全く残らない深さである。





問題

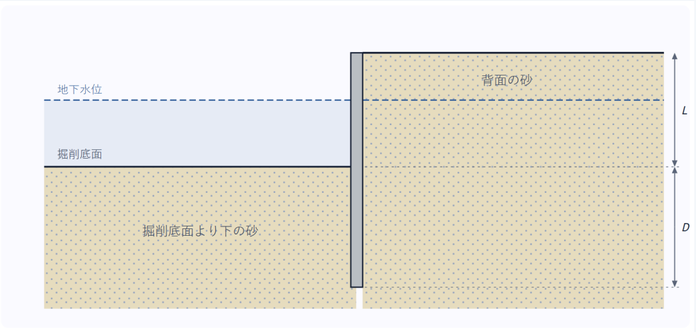
例題

与条件

与条件	**例題1の壁：** $\sigma'_1 = 9.77$、$\sigma'_2 = 18.55$ **kPa；** $K_a = 0.3073$、$K_p = 3.2546$、$\gamma' = 9.52$ **kN/m³**

求めるもの

正味圧力のゼロ点はL_3；Eより上の分布図の合力が**P**、その腕の長さが**z̄**である。



解答

解答

1 零点

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

2 主働ダイアグラムの部分（上端からEまで）：P = Σ面積、z̄ = Σ(面積 × 腕の長さ)/P

部分	図	面積 (kN/m)	Eまでの腕の長さ (m)	面積 × 腕の長さ
1	三角形: 0–2 m	9.77	4.328	42.28
2	長方形：2–5 m	29.31	2.161	63.34
3	三角形: 2–5 m	13.16	1.661	21.86
4	三角形：5 m–E	6.13	0.441	2.70
合計		**58.38**		**130.19**

P = 58.38 kN/m、z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m**（Eより上方）。掘削底面の0.661 m下で純圧力がゼロになる。

GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

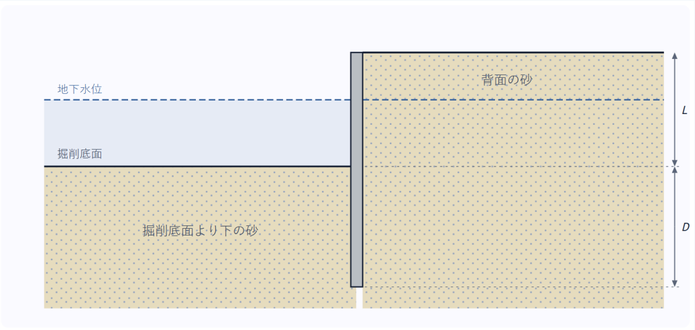
例題

与条件

与条件	**例題2：$L_3 = 0.661$ m、$P = 58.38$ kN/m、$\bar{z} = 2.2303$ m；$\sigma'_v(L) = 60.36$ kPa**
係数	$K_a = 0.3073,\ K_p = 3.2546,\ m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ kN/m³

求めるもの

σ'_5、$A_1 \ldots A_4$；根**L_4**；**$D_{\text{theoretical}}$**；σ'_3、σ'_4、**L_5**。



解答 (1/2)

解答

1 先端における縦距 σ'_5（保持側の受働土圧＋正味の補正）

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

2 方程式の係数

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

3 正の根（方程式は数値的に解く；f = 0を満たす）

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

理論根入れ深さ**D = 5.40 m**（掘削底面から）。L_4 = 4.742 m。この深さでは受働抵抗が完全に発揮されており、**余裕は全くない**。

解答 (2/2)

解答

4 先端の圧力ブロック

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

分布図が完成した：Eを通る正味の直線、先端から**L_5 = 1.069 m**上方でσ'_3 = 133.0 kPaからσ'_4 = 348.0 kPaへ移行するブロック。照査：四次方程式の左辺は根においてわずか0.03である（スケールに対して零）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

安全余裕を加える方法

理論

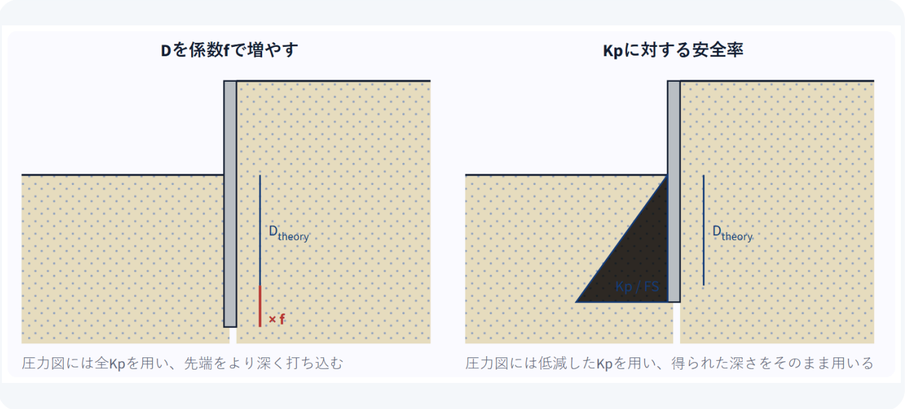
理論深さには余裕がない。参考文献は2つの方法を提案している（右図）：

深さを増加させる：完全なK_pで分布図を作成し、深さを20–30%増加させる：$D_{設計} = f \cdot D_{理論}$、$f = 1.2–1.3$。土圧とモーメントは理論壁のものである。

K_pに対する安全率：図は最初からK_p/FS_p（$FS_p = 1.5–2$）で作成し、得られた根入れ深さをそのまま用いる。掘削底面下の各縦距が変化し、**モーメントも増大する**。

与えられた根入れ深さ：深さが解析ではなく技術者から与えられる場合、選択した工法が要求する深さと照合し（$D_{given} \geq D_{design,required}$）、発揮される安全率$FS_{p,mob}$を求める：$K_p$をこの値で除せば、図は与えられた深さでちょうど釣り合う。

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$



与えられた深さにおける**内部力**は二つの状態について検討する：要求根入れ深さの状態と、$K_p/FS_{p,mob}$による与えられた深さの釣り合いである。与えられた深さのモーメントが他方を上回ることがある（長い壁は、部分的に発揮された受働土圧により大きくたわむ）；矢板は**両者の大きい方**に基づいて選定する。

問題

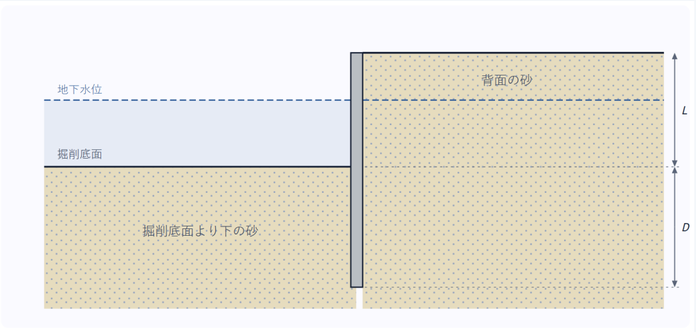
例題

与条件

壁	**例題1–3の擁壁**（$D_{theoretical} = 5.40$ m、$M_{max} = 209.58$ kN·m/m）
道路	$f = 1.3$；$FS_p = 1.5$および2.0；**与えられた深さ**6.0および8.0 m；**矢板**：$W_{el} = 1\,400$ cm³/m、**S275**（EN 1993-1-1、$\gamma_F = 1.35$）

求めるもの

各経路の$D_{設計}$、全長、M_{max}および矢板の使用率η。



解答

解答

1 経路f：$D_{設計} = 1.3 \times 5.403 = 7.023$ m（モーメントは同じ）

道路	$D_{設計}$（m）	L + D (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)	注記
f = 1.3（$D = f \cdot D_{理論値}$）	7.02	12.02	209.58	0.735	壁の理論モーメント
$FS_p = 1.5$ ($K_p/1.5$)	7.10	12.10	263.53	0.924	$K_p = 2.170$
$FS_p = 2.0$ ($K_p/2$)	8.84	13.84	325.91	1.143	**$\eta > 1$**
与条件 D = 6.0 m	6.00	11.00	227.74	0.799	D < 7.02：不足；$FS_{p,mob} = 1.18$
与条件 D = 8.0 m	8.00	13.00	294.92	1.034	D ≥ 7.02；$FS_{p,mob} = 1.76$；**$\eta > 1$**

K_p/FS_pの経路では、図を最初から弱めたため、根入れ深さ（7.10 m）とモーメント（263.5 kN·m/m）がともに増大する。$FS_p = 2$ ではモーメントは325.9 kN·m/mとなり、矢板は不足する。**与えたD = 8 m**は設計根入れ深さより長いが、部分的に発揮される受働土圧によりモーメント（294.9）は**増大する**：根入れ深さを増すことが常にモーメントを減らすわけではない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

せん断力がゼロとなる位置

理論

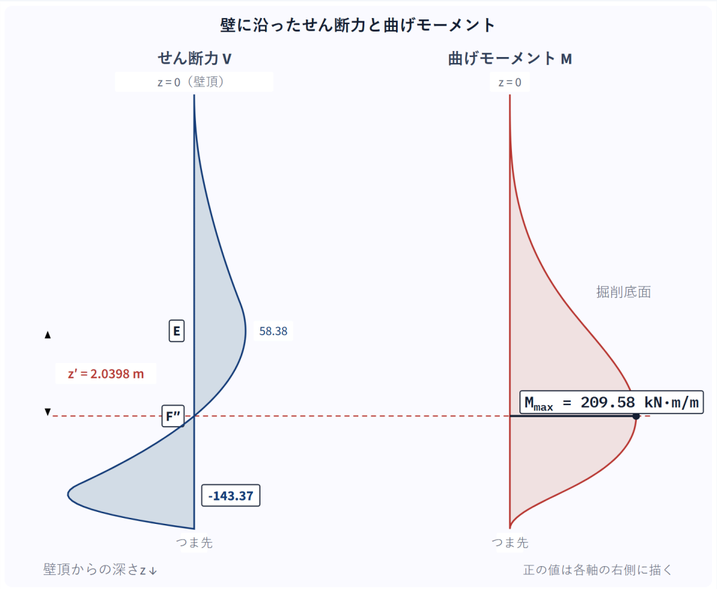
曲げモーメントはせん断力がゼロの位置で最大となる。Eの下方では正味の受働三角形 ½ γ′(K$_p$ − K$_a$)z′² が増大する；PはEの**z′**下方でつり合う：

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

せん断力はE（正味圧力ゼロ）で最大となり、深さ**z′**でゼロとなる；モーメントはここで最大となり、先端でゼロに戻る。

M$_{max}$は理論上の擁壁のモーメントである（fの経路）。K$_p$/FS$_p$の経路では低減したK$_p$で分布を構築するため、M$_{max}$はより大きくなる。

矢板の選定は**S = M$_{max}$/ σ$_{allow}$**（古典的）または限界状態照査（以下、EN 1993-1-1、AISC 360-22）により行う。



問題

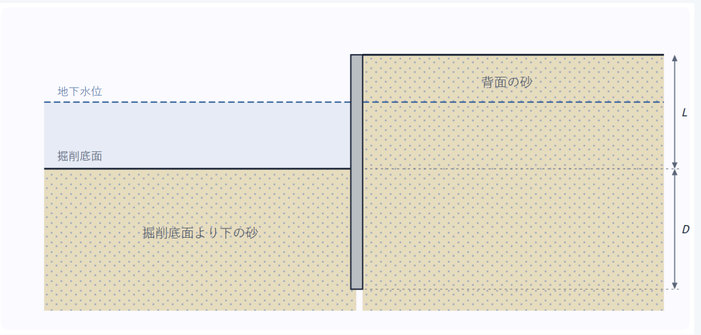
例題

与条件

与条件	**例題2–3：$P = 58.38$ kN/m、$\bar{z} = 2.2303$ m；$m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ kN/m³**

求めるもの

せん断力がゼロとなる深さ**z′**（Eの下方）および**M_{max}**；壁天端からの深さ。



解答

解答

1 せん断力がゼロとなる位置（Eの下方）

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \text{m}$$

2 最大モーメント

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \text{kN·m/m}$$

M_{max} = 209.58 kN·m/m、壁頂からL + L_3 + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m**の深さである。矢板はこのモーメントに対して選定する。

GeoTervaで解答を確認する ↗

同じ構成、異なる入力

理論

水なし：同じ設定を自然単位体積重量で行う。$\sigma'_2 = \gamma L K_a$、$L_3 = \sigma'_2/(\gamma (K_p - K_a))$。式中のすべての$\gamma'$を$\gamma$に置き換え、根入れの式は同じ形を保つ。

等分布上載荷重q：すべての縦距がqK_aだけ増加する；正味の直線は大きい方のσ'_2から始まり、先端の受働側はqK_pだけ増加する（前節）。

両側で水位が異なる場合（水源の以遠）：静水圧は差し引かない；浸透がない場合は正味の水圧を加える。正味水圧は区分的に線形であり、Eおよび釣合い式は図上で数値的に解く。

傾斜した背面（β、無限）：傾斜盛土のRankine主働係数の水平成分を背面側で用いる；掘削側と先端の平坦な受働面ではそのまま用いる（安全側）。$\beta \geq \phi'$では解が存在しない。

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad (\text{各項} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a \sigma'_{v,r}(z) - K_p \sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

問題

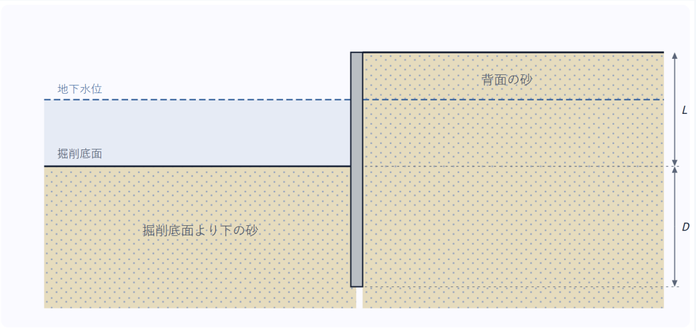
例題

与条件

壁	**例題1–5の壁（f = 1.3；S275、$W_{el} = 1\,400$ cm³/m）**
変更点	**(a) 水なし；(b) 一様上載荷重 $q = 10$ kPa；(c) 前面の水が$z = 6$ mにある場合（掘削側は乾燥、背面は2 m）；(d) 背面地表面が$\beta = 15°$ 傾斜**

求めるもの

各ケースについてL_3、P、$D_{theoretical}$、D_{design}、M_{max}、η；水がない場合は手計算で検証する。



解答

解答

1 水なし（手計算）：$\sigma'_2 = \gamma L K_a$、$L_3 = \sigma'_2/(\gamma (K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43 \text{ kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521} \text{ m}$$

2 5ケースのまとめ（他はモジュールが同じ手法で解いたものである）

条件	L_3 (m)	P (kN/m)	$D_{理論}$（m）	$D_{設計}$（m）	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)
掘削（水 2 m、両側で同一）	0.661	58.38	5.40	7.02	209.6	0.735
(a) 水なし	0.521	67.43	4.53	5.89	212.1	0.744
(b) 上載荷重 q = 10 kPa	0.770	75.94	6.15	7.99	305.5	**1.071**
(c) 前面の水 z = 6 m	1.319	126.29	8.00	10.39	543.8	**1.907**
(d) 傾斜地表面 β = 15°	0.713	63.00	5.64	7.33	232.1	0.814

水がない場合、γ'の代わりにγを用いる：ゼロ点は近づき、根入れ深さは4.53 mに**減少する**。**上載荷重**はDを6.15 m、モーメントを306 kN·m/mに増加させる（$\eta > 1$）。**異なる水位**が最悪の場合である：M = 544 kN·m/m（P = 126 kN/m）。傾斜β = 15°：$K_{a,h}$ = 0.3289（水平：0.3073）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

EN 1993-1-1 および AISC 360-22

理論

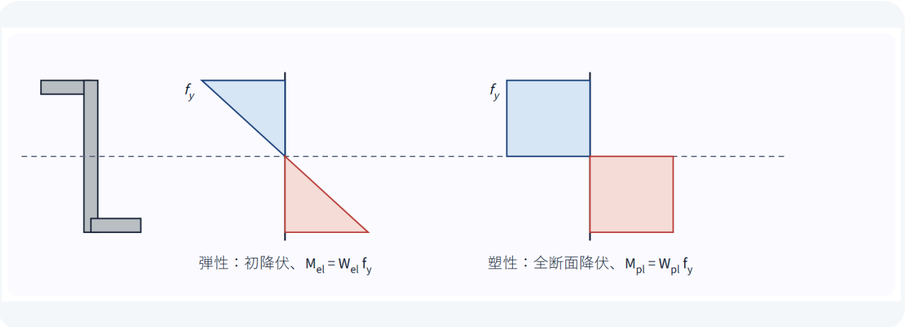
古典的な方法：S = M_{max}/ $\sigma_{許容}$。モジュールはこれを限界状態照査に置き換える。正味圧力図のモーメントは作用の特性値であり、部分係数がそれを設計値に引き上げる：

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \quad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \quad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1$$

表には2つの断面係数がある：**W_{el}**は初期降伏まで（クラス3まで有効）、**W_{pl}**は全塑性モーメントまで（クラス1–2）。根入れ深さの余裕分は鋼構造規準によって別途乗じない。

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \le \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \le \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$（コンパクト断面）または初降伏時の$F_y S$。土圧は水平土圧Hとして扱う：LRFDの組み合わせでは γ_H = 1.6、ASDでは1.0。



問題

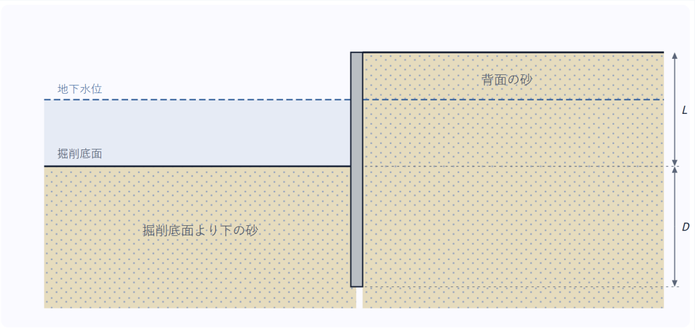
例題

与条件

断面	**S275**（$f_y = 275$ **MPa**）；**弾性断面係数** $W_{el} = 1\,400$ **cm³/m**
モーメント	**例題5：**$M_{max} = 209.58$ **kN·m/m；EN 1993-1-1：**$\gamma_F = 1.35$、$\gamma_{M0} = 1.00$；**AISC：** $\gamma_H = 1.6$、$\Omega_b = 1.67$（$M_n = F_y S$）

求めるもの

EN 1993-1-1についてM_{Ed}、W_{req}、$M_{c,Rd}$、η。AISC LRFDおよびASDについてη。



解答 (1/2)

解答

1 EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \text{kN·m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \text{cm}^3/\text{m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \text{kN·m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

選定した矢板はEN 1993-1-1に照らして十分である：η = **0.735**、必要W = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m。表にW_{pl}が示され、断面等級が1–2であれば塑性モーメントを用いることができる（W_{pl} = 1 650 cm³/mと仮定するとη = 0.624）。

解答 (2/2)

解答

1 AISC 360-22：公称曲げ強度 $M_n = F_y S = 275\,000\,(1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

$$\text{LRFD: } M_u = 1.6(209.58) = 335.32 \text{ kN·m/m} \;\le\; \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$$

$$\text{ASD: } M_a = 209.58 \text{ kN·m/m} \;\le\; \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$$

AISCでも十分である：LRFD η = **0.968**（初期降伏）、ASD η = **0.909**。同じモーメントはEN 1993-1-1で0.735、LRFDで0.968の使用率を与える：規準が異なる安全思想を用いるため、使用率は異なる。

GeoTervaで解答を確認する ↗

準静的Mononobe–Okabeの枠組み

理論

地震は、地盤くさびに一定の慣性力（$k_h W$は水平、$k_v W$は鉛直）を加えることで静的極限平衡の枠組みを保つ。鉛直壁、水平地表面、壁面摩擦なし（静的Rankine設計と同じ理想化）：

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \dots \left[1 - \sqrt{\dots}\right]^2$$

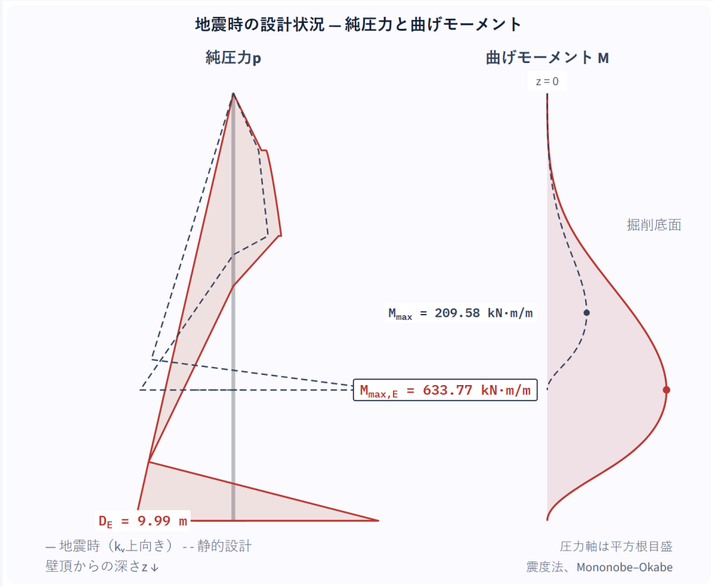
水面下： $\tan\theta_w = \dfrac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \dfrac{k_h}{1 \mp k_v}$

圧力は$(1 \mp k_v)K_{AE}\,\sigma'_v$および$(1 \mp k_v)K_{PE}\,\sigma'_v$であり、**$k_v$の両方向**について照査する。$\theta = 0$では$K_a$および$K_p$となる。$\theta > \phi'$の場合、平衡くさびは存在しない。

中程度の透水性の砂では間隙水は地盤とともに移動する（**拘束**）：慣性は飽和質量にあり、角は大きくなる。掘削内に自由水があれば、Westergaardの動水圧（逆向き）を加算する。

照査：純土圧分布は静的時と同様に構築し、2つのつり合い式から**D_E**が求まる。地震時は掘削に依存する状態であり、K_{PE}に係数は掛けない。壁は**$D_E \le D_{設計}$**であれば耐える。自立式では、地震時土圧は静的時と同様に有効応力に比例して分布させる。

地震時組合せでは影響を1.0で用いる：$M_{Ed,E} = M_{max,E}$。



問題

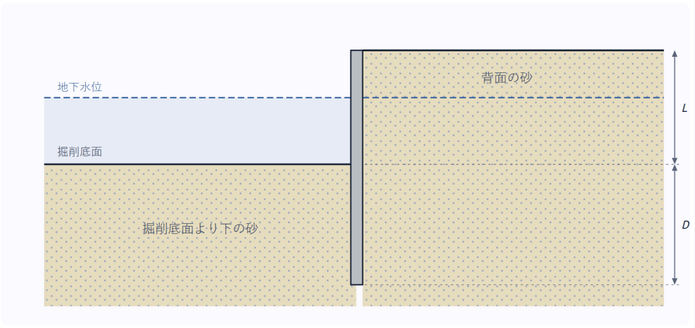
例題

与条件

壁	**例題1–5の擁壁：$D_{design} = 7.02$ m、$M_{max} = 209.58$ kN·m/m；S275、$W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
地震	**$k_h = 0.15$、$k_v = \pm 0.075$（2方向）；間隙水は拘束、掘削内に3 mの自由水**

求めるもの

地震時の角度と係数；**D_E**（2つのk_V方向）、**$M_{max,E}$**；静的時の擁壁はこの地震に耐えられるか。



解答 (1/2)

解答

1 地震時の角度と係数（$\phi' = 32°$；静的$K_a = 0.3073$、$K_p = 3.2546$）

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

k_v	$f_v = 1 - k_v$	θ（頂部）	θ_w（水中）	K_{AE} / K_{PE}（上）	K_{AE} / K_{PE}（水中）
+0.075	0.925	9.21°	18.22°	0.411 / 2.948	0.562 / 2.589
−0.075	1.075	7.94°	15.82°	0.395 / 2.992	0.514 / 2.693

水中では角度がより大きくなる（飽和質量における慣性）。K_{AE}は0.411から0.562へ増加し、K_{PE}は2.948から2.589へ減少する。主働土圧は増加し、受働抵抗は減少する。

解答 (2/2)

解答

2 地震時の正味土圧分布と根入れ深さD_E

条件	L_3 (m)	D_E / $D_{理論}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	D ≤ 7.02?
静的（f = 1.3）	0.661	— / 5.40	209.58	$D_{設計}$ = 7.02
地震、k_v = +0.075	1.756	9.987	**633.77**	**いいえ**
地震、k_v = −0.075	1.497	8.988	603.87	**いいえ**

3 断面と結果

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} \ > \ 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} \ > 1 \quad ✗$$

静的状態の壁はこの地震に**耐えない**：地震時図では根入れが**2.96 m**深く必要となり（D_E = 9.99 > 7.02 m）、静的時の**3.0倍のモーメント**（633.8 kN·m/m）を要する；矢板も不足する（η_E = 1.65）。地震の組合せに対しては、根入れ長さと断面を同時に大きくする必要がある。

GeoTervaで解答を確認する ↗

地盤反力係数法：ばね支持下の弾性はり

理論

極限つり合いからは根入れ深さとモーメントが得られるが、擁壁が**どれだけ変位するか**は得られない（受働抵抗が完全に発揮される破壊時点を表すものである）。供用状態での変位については、擁壁を弾性はり（EI）、各面の地盤を独立したばね（Winkler）として扱う：

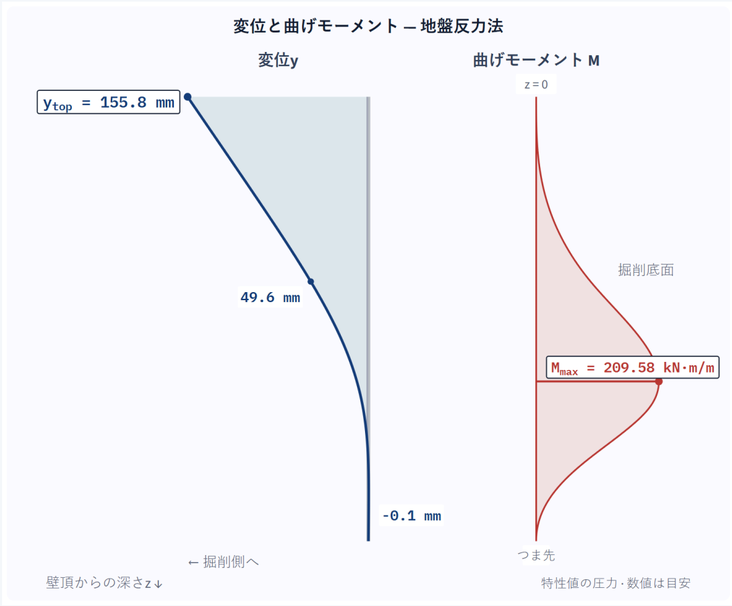
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \ \ (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \ \ (\dots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

ばねは静止土圧から始まり、変位に比例して変化し、主働・受働の限界を超えない。k_hは地盤の性質というより**モデルパラメータ**である；砂に対する目安値：ゆるい4.8–16、中位の9.6–80、密な64–128 MN/m³。

壁は設計長（$L + D_{設計}$）であり、両端は自由である。土圧は特性値とする：完全なRankineのK_pを用い、安全率は取らない。K_0はJaky（1944）による。壁は掘削前に所定の位置にあり、掘削は1段階である。

方程式は梁の有限要素で、ばねが弾性・主働・受働状態に達するまで反復して解かれる。結果は**上限のない推定値**として与えられる。



問題

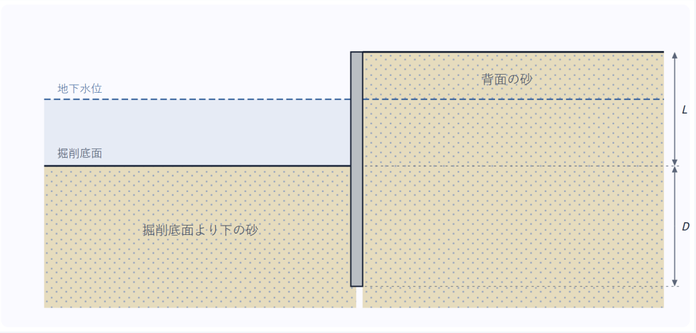
例題

与条件

壁	**例題1–5の擁壁、設計長さ$L + D = 12.02$ m**
矢板	**$I = 21\,000$ cm⁴/m、$E = 210\,000$ MPa（$EI = 44\,100$ kN・m²/m）**
地盤	**$k_h = 20$ MN/m³（両面）；$K_0 = 1 - \sin 32°$；掘削は1段階**

求めるもの

壁天端、掘削底面および先端における**変位**。モデルの最大モーメントは極限平衡モーメントと一致するか？



解答

解答

1 静止係数とモデル

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100\ \text{kN·m}^2/\text{m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \quad \text{（有限要素、ばねは弾性/主働/受働）}$$

2 結果（掘削側への変位、mm）

$$y_{üst} = \mathbf{155.8}\ \text{mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6}\ \text{mm} \qquad y_{tip} = -0.1\ \text{mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58\ \text{kN·m/m}\ \ (z = 7.70\ \text{m}) \approx M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

壁天端は掘削側へ**155.8 mm**、掘削底面では49.6 mm変位する。先端はほぼ変位しない（-0.1 mm）。すなわち壁は先端付近の点を中心に回転する。モデルのモーメント（209.58）は極限平衡モーメント（209.58）と等しい。背面側は主働土圧、前面側は受働土圧であり、モーメントが生じる全高にわたって極限状態にある。ばねでは受働抵抗の約40%が発揮されている。

GeoTervaで解答を確認する ↗

解答の範囲

理論

Rankine土圧は、壁面摩擦を考慮せず、有効鉛直応力に基づいて求める。土層構成は全深度にわたり砂である（各深度に層が存在する）。粘土地盤の根入れは別モジュールである。根入れ部分については、単一砂層では元の閉形式解を用い、複数砂層では同一の図を数値的に解く。

文献の簡略化した正味土圧図：Eを通る単一の直線と先端ブロック。回転点Oはより精密には求めない。水は両面で同一水位または異なる水位（非浸透）とし、浸透およびその受働抵抗への影響はモデル化しない。

根入れ深さはそれ自身の経路の余裕（fまたはFS_p）を担い、鋼材の基準で再び乗じることはない。矢板は与えられた断面係数を用いて曲げで照査する；せん断、局部座屈および腐食による断面減少は照査しない。

変位は地盤反力係数法により、特性圧力用いて、限界なしで与えられる。壁背後の沈下は計算しない。

片持ち梁式擁壁は$D \approx 1.5–2\ L$を超えると経済的になることはまれである；理論根入れが3Lを超えるとモジュールが警告する。アンカー式擁壁は別のモジュール（別のプレゼンテーション）で扱う。

まとめ

ポイントのまとめ

自立式矢板は掘削底面より下の受働抵抗によって自立する。掘削底面より上では主働、下では正味の圧力：σ'_2から始まりEでゼロとなる直線（$L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$）および先端の$L_5$ブロック

つり合い：P、$\bar{z}$および$\Sigma F_H = 0$、$\Sigma M = 0$ → L_4について4次方程式；**$D_{theoretical} = L_3 + L_4$**（例：5.40 m）

分子：f = 1.2–1.3でD（例：7.02 m、モーメントは同じ）またはK_p/FS_p（深さとモーメントが増加）；与えられた深さで$FS_{p,mob}$および**2つの力のケースのうち大きい方**

M_{max}はせん断力がゼロの位置：$z' = \sqrt{(2P/m)}$、$M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\,z'^3/6$（例：209.58 kN·m/m）

水、上載荷重、勾配：水がなければγ' → γ；qは各縦距をqK_aだけ増加させる；水位と上載荷重が異なるとDとMは大きく増大する

断面：EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \le W f_y/\gamma_{M0}$（$\eta$ = 0.735）、AISC LRFD/ASD（0.968 / 0.909）

地震：K_{AE}、K_{PE}、θ_w；$D_E \le D_{design}$を満たすか調べる：例題の擁壁は耐えない（D_E = 9.99 m、M = 634 kN·m/m）

変位：ばね支持地盤上の弾性梁。例題では頭部 ≈ 156 mm、先端 ≈ 0

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — 鋼構造の設計、一般規則。

ANSI/AISC 360-22 — 構造用鋼建築物の仕様書。

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

注記

数値例はすべてモジュール自身の計算エンジンで生成した；モジュールは同じ値を与える。モジュールページの手順ごとの例題もこの擁壁である（L = 5 m、γ = 15.9；γ_{sat} = 19.33 kN/m³、ϕ' = 32°、水は2 m）。

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

自分の擁壁の高さ、成層した砂の土層構成、水、上載荷重、矢板断面および地震係数をGeoTervaに入力する。モジュールは土圧図、根入れ深さ、モーメント、断面照査および変位をまとめて与える。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com