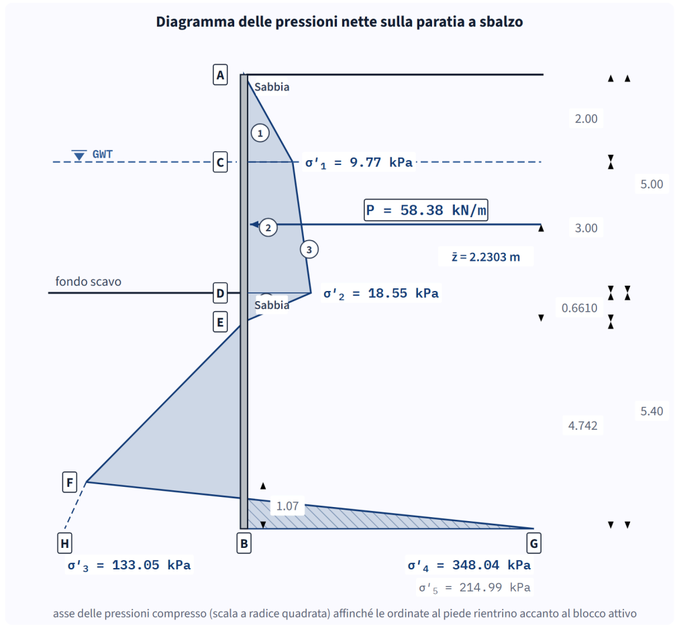
Presentazione didattica di geotecnica · Paratie di palancole e scavi puntonati

# Paratia di palancole a sbalzo in sabbia

Lezione: progettazione di una paratia di palancole a sbalzo in sabbia; spinte sopra e sotto il fondo scavo, profondità di infissione, momento flettente massimo, verifica della sezione, sisma e spostamenti; per ogni argomento un esempio di calcolo.

- Paratia di palancole a sbalzo
- Diagramma della pressione netta
- Profondità di infissione · momento massimo
- EN 1993 · AISC 360
- Sisma · spostamento



Introduzione

# Che cosa si impara in questa lezione?

**Come ruota** una paratia di palancole a sbalzo e quali pressioni si sviluppano sopra, sotto e all'estremità del fondo scavo

**Spinta attiva** al di sopra del fondo scavo (acqua, sovraccarico) e la **linea delle pressioni nette** al di sotto di esso; punto di nullo E

**Profondità di infissione** dall'equilibrio orizzontale e dei momenti: equazione di quarto grado per $L_4$, $D_{teorico}$

I modi per aggiungere un **margine di sicurezza** alla profondità di progetto (coefficiente f, $K_p/FS_p$, profondità assegnata)

Il **momento massimo** (dove il taglio è nullo) e la verifica della paratia di palancole con **EN 1993-1-1 / AISC 360-22**

L'effetto dell'acqua, del sovraccarico, del piano di campagna inclinato e del **sisma**; lo **spostamento** con il metodo del coefficiente di reazione del terreno

SVOLGIMENTO DELLA LEZIONE

Ogni argomento è trattato in **tre passaggi**:

1 · **Teoria**: qual è la regola e perché è così?

2 · **Traccia**: dati e richiesto

3 · **Soluzione**: passo per passo, con i numeri

Muro di esempio: L = 5 m di sabbia sopra il fondo scavo ($\gamma$ = 15.9; $\gamma_{sat}$ = 19.33 kN/m³; $\varphi'$ = 32°), la falda freatica è 2 m sotto la sommità e allo stesso livello sui due lati; la paratia di palancole è infissa nella stessa sabbia. Le forze sono per metro di muro.

# Come funziona, come ruota?

TEORIA

La paratia di palancole è una fila di palancole d'acciaio a incastro reciproco; trattiene il terreno al di sopra del fondo scavo (L) e si mantiene in equilibrio grazie alla **profondità di infissione D**. La paratia **a sbalzo** non ha altri sostegni: come un palo di recinzione, è trattenuta soltanto dalla **resistenza passiva** del terreno in cui è infissa; per questo è generalmente economica fino a circa 6 m dal fondo scavo.

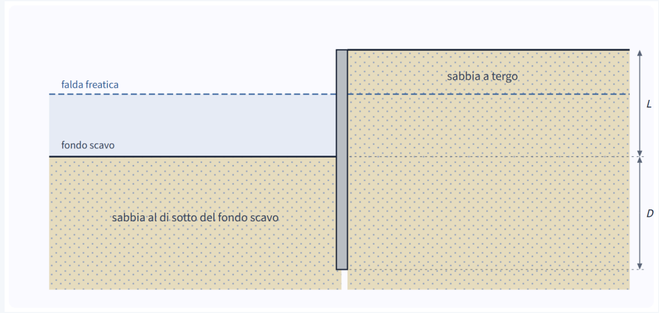
La parete ruota rigidamente attorno al punto O (in prossimità della punta). **Zona A** (al di sopra del fondo scavo): solo il terreno trattenuto, spinta attiva.

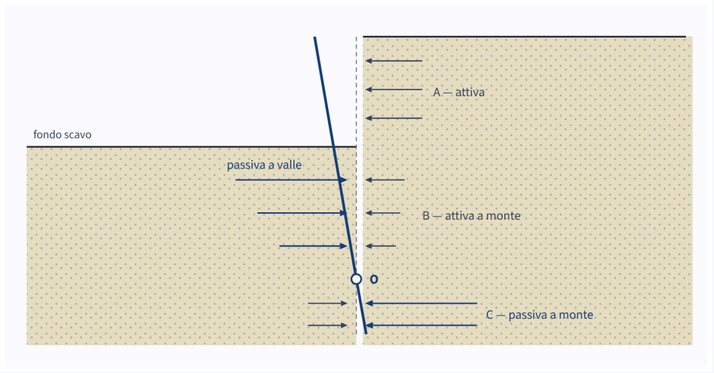
**Zona B** (fondo scavo–O): spinta attiva a monte, spinta passiva (spinta) a valle.

**Zona C** (sotto O): i lati si scambiano i ruoli; spinta passiva a monte, attiva a valle.

La distribuzione reale è curva; la fonte la sostituisce con **un'approssimazione lineare**: la pressione netta sotto il fondo scavo è un'unica retta passante per il punto di nullo E; il raccordo terminale è un blocco di altezza $L_5$.

Le spinte di Rankine, **senza attrito terra-muro**, sono valutate sulla tensione verticale efficace; se l'acqua si trova allo stesso livello sulle due facce, le pressioni idrostatiche si annullano a vicenda.



# $\sigma'_1$ e $\sigma'_2$

TEORIA

Al di sopra del fondo scavo è presente solo sabbia trattenuta; la spinta attiva di Rankine = tensione verticale efficace × $K_a$. La falda è a $L_1$ sotto la sommità del muro, e il rimanente $L_2 = L - L_1$ è sotto falda ($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$):

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

Se l'acqua è allo stesso livello sui due lati, le pressioni idrostatiche **si elidono**; solo queste pressioni efficaci caricano il muro.

Il **sovraccarico uniforme q** (traffico, depositi) aggiunge q alla tensione efficace a ogni profondità: il diagramma inizia con $\sigma'_0 = qK_a$ e ogni ordinata aumenta di $qK_a$: $\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$.

Il sovraccarico q al di sotto del fondo scavo rimane nella tensione verticale sul lato di monte: la spinta netta parte da un $\sigma'_2$ maggiore e la spinta passiva al piede aumenta di $qK_p$; il fronte di scavo non porta sovraccarico.

Un carico limitato (a striscia, concentrato) non aggiunge un termine costante $K_a q$: la pressione laterale si ricava dal mezzo seminfinito e, per il muro rigido, è **raddoppiata con il metodo dello specchio**; il modulo integra numericamente il diagramma netto.

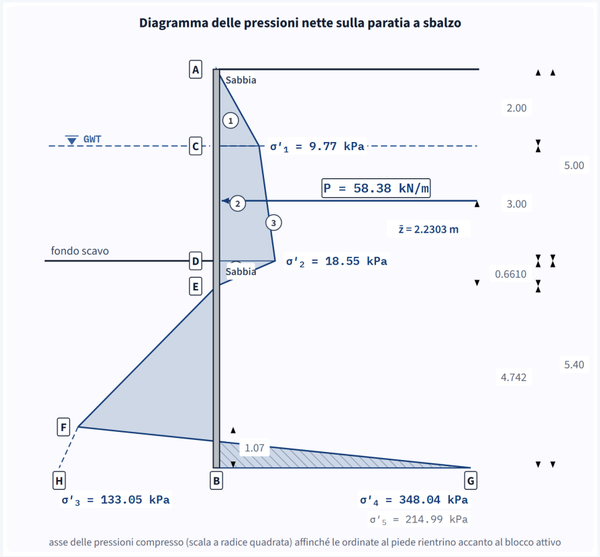



Diagramma delle pressioni nette dell'esempio di calcolo (come disegnato dal modulo).

# Traccia

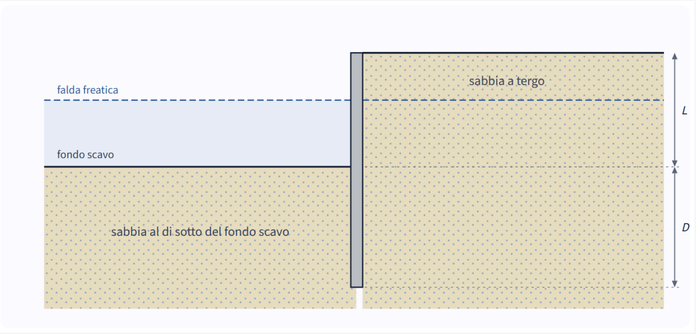
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Terreno | **sabbia: $\gamma = 15.9$, $\gamma_{sat} = 19.33$ kN/m³, $\varphi' = 32^\circ$ (la parte trattenuta e quella infissa sono la stessa sabbia)** |
| Muro | **$L = 5$ m; falda freatica a $L_1 = 2$ m di profondità dal piano di campagna, allo stesso livello su entrambi i lati; nessun sovraccarico** |

## RICHIESTO

**$K_a$**, **$K_p$**, $\gamma'$; **$\sigma'_1$** e **$\sigma'_2$** (al fondo scavo).



# Soluzione

SOLUZIONE

**1** Coefficienti di spinta e peso dell'unità di volume immerso

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52\ \mathrm{kN/m^3}$$

**2** Spinta attiva al livello dell'acqua e al fondo scavo

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma'_v(L) = 60.36\ \mathrm{kPa} \ \Rightarrow\ \sigma'_2 = \mathbf{18.55}\ \mathrm{kPa}$$

La spinta attiva è **9.77 kPa** al livello della falda e **18.55 kPa** al fondo scavo; coefficiente di spinta passiva $K_p$ = 3.2546. Poiché al di sotto della falda si utilizza il peso dell'unità di volume immerso (γ′ = 9.52 kN/m³), l'incremento di pressione rallenta.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Punto neutro E, P e z̄, equazione di quarto grado

TEORIA

Al di sotto del fondo scavo il terreno è presente su entrambi i lati; a tergo la spinta attiva, a valle la spinta passiva, e la passiva cresce più rapidamente: la pressione netta parte da $\sigma'_2$, diminuisce linearmente con la profondità e si annulla nel punto E:

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

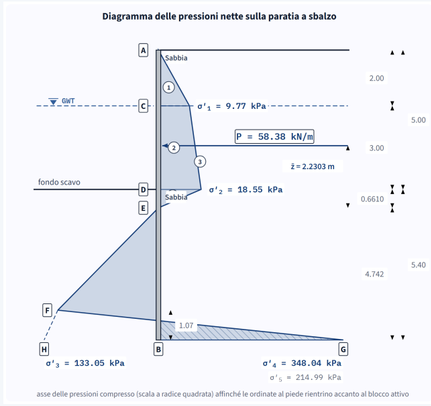
Al di sopra di E agisce la risultante del diagramma, **P** (area), a quota **z̄** sopra E. $L_4$ = profondità del piede al di sotto di E; dalle condizioni $\Sigma F_H = 0$ e $\Sigma M = 0$ rispetto al piede:

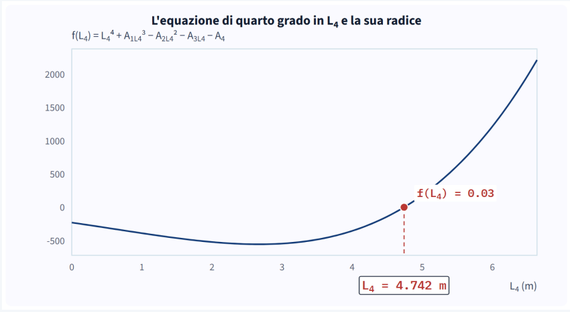
$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

La profondità di infissione teorica **$D_{teorica}$ = $L_3$ + $L_4$**: la profondità alla quale la resistenza passiva è completamente mobilitata e non resta alcun margine.



# Traccia

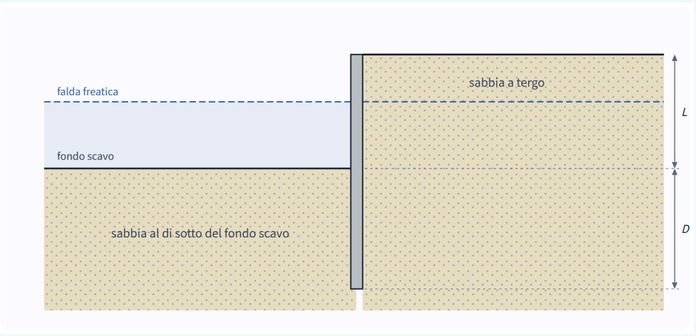
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Dati | **Il muro dell'Esempio 1: $\sigma'_1 = 9.77$, $\sigma'_2 = 18.55$ kPa; $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$, $\gamma' = 9.52$ kN/m³** |

### RICHIESTO

Il punto di pressione netta nulla è **$L_3$**; la risultante del diagramma sopra E è **P** e il suo braccio è **z̄**.



# Soluzione

SOLUZIONE

**1** Punto zero

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

**2** Parti del diagramma attivo (dall'alto verso E): P = Σ area, z̄ = Σ(area × braccio)/P

| Pezzo | Figura | Area (kN/m) | Braccio rispetto a E (m) | Area × braccio |
|---|---|---|---|---|
| 1 | triangolare: 0–2 m | 9.77 | 4.328 | 42.28 |
| 2 | rettangolare: 2–5 m | 29.31 | 2.161 | 63.34 |
| 3 | triangolare: 2–5 m | 13.16 | 1.661 | 21.86 |
| 4 | triangolo: 5 m–E | 6.13 | 0.441 | 2.70 |
| Totale | | **58.38** | | **130.19** |

**P = 58.38 kN/m**; z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m** (sopra E). La pressione netta si annulla 0.661 m sotto il fondo scavo.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Traccia

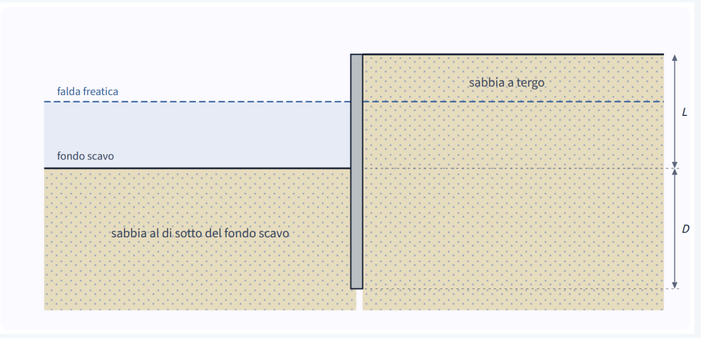
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Dati | **Esempio 2:** $L_3 = 0.661$ **m,** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $\sigma'_v(L) = 60.36$ **kPa** |
| Coefficienti | $K_a = 0.3073$**,** $K_p = 3.2546$**,** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³** |

## RICHIESTO

**$\sigma'_5$**, $A_1$…$A_4$; radice **$L_4$**; **$D_{teorica}$**; $\sigma'_3$, $\sigma'_4$, **$L_5$**.



# Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

**1** Ordinata alla punta $\sigma'_5$ (spinta passiva del lato di valle + netto corretto)

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

**2** Coefficienti dell'equazione

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

**3** Radice positiva (equazione risolta numericamente; soddisfa f = 0)

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

Profondità di infissione teorica **D = 5.40 m** (dal fondo scavo); $L_4$ = 4.742 m. A questa profondità la resistenza passiva è completamente mobilitata e **non vi è alcun margine**.

# Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

4 Blocco di pressione all'estremità

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

Diagramma completato: la retta netta passante per E, il blocco che passa da $\sigma'_3$ = 133.0 kPa a $\sigma'_4$ = 348.0 kPa a **$L_5$ = 1.069 m** sopra la punta. Verifica: il primo membro dell'equazione di quarto grado vale solo 0.03 nella radice (zero rispetto alla scala).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Modi per introdurre un margine di sicurezza

TEORIA

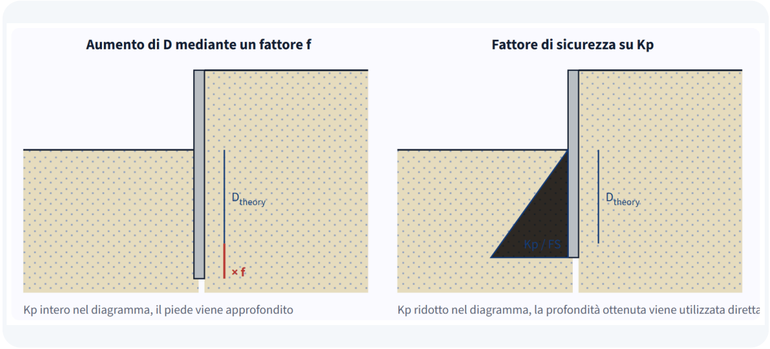
Alla profondità teorica non vi è alcun margine. La fonte propone due approcci (figura a lato):

**Aumentare la profondità**: il diagramma viene costruito con $K_p$ completo e la profondità viene aumentata del 20–30%: $D_{progetto} = f \cdot D_{teorica}$, f = 1.2–1.3. Le pressioni e il momento sono quelli del muro teorico.

**Fattore di sicurezza su $K_p$**: il diagramma è costruito fin dall'inizio con $K_p/FS_p$ ($FS_p$ = 1.5–2) e la profondità risultante è utilizzata così com'è. Ogni ordinata al di sotto del fondo scavo cambia e **aumenta anche il momento**.

**Profondità assegnata**: se la profondità deriva dal progettista e non dall'analisi, essa viene verificata rispetto alla profondità richiesta dal metodo scelto ($D_{assegnata} \geq D_{progetto,richiesta}$) e si determina il fattore di sicurezza mobilitato $FS_{p,mob}$: dividendo $K_p$ per tale valore il diagramma risulta esattamente in equilibrio alla profondità assegnata.

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$




Alla profondità assegnata si studiano le **sollecitazioni interne** per due condizioni: la condizione di profondità richiesta e l'equilibrio alla profondità assegnata con $K_p/FS_{p,mob}$. Il momento della condizione assegnata può superare quello dell'altra (un muro lungo si inflette maggiormente con una spinta passiva parzialmente mobilitata); la paratia di palancole si sceglie in base **al maggiore dei due**.

# Traccia

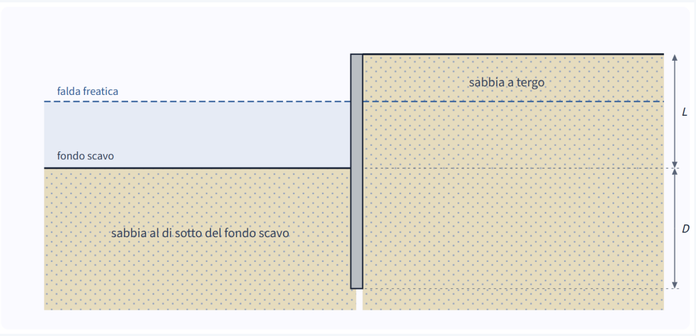
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Muro | **Il muro negli Esempi 1–3 ($D_{theoretical} = 5.40$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m)** |
| Strade | **$f = 1.3$; $FS_p = 1.5$ e $2.0$; profondità assegnate $6.0$ e $8.0$ m; palancole: $W_{el} = 1\,400$ cm³/m, S275 (EN 1993-1-1, $\gamma_F = 1.35$ )** |

## RICHIESTO

Per ciascun percorso, **$D_{progetto}$**, lunghezza totale, **$M_{max}$** e rapporto di utilizzo delle palancole **η**.



# Soluzione

SOLUZIONE

**1** percorso f: $D_{progetto} = 1.3 \times 5.403 = 7.023$ m (momento invariato)

| Strada | $D_{progetto}$ (m) | L + D (m) | $M_{max}$ (kN·m/m) | η (EN 1993) | Nota |
|---|---|---|---|---|---|
| f = 1.3 ($D = f \cdot D_{teorica}$) | 7.02 | 12.02 | 209.58 | 0.735 | momento teorico del muro |
| $FS_p = 1.5$ ($K_p/1.5$) | 7.10 | 12.10 | 263.53 | 0.924 | $K_p = 2.170$ |
| $FS_p = 2.0$ ($K_p/2$) | 8.84 | 13.84 | 325.91 | 1.143 | **η > 1** |
| Dati D = 6.0 m | 6.00 | 11.00 | 227.74 | 0.799 | D < 7.02: insufficiente; $FS_{p,mob} = 1.18$ |
| Dati D = 8.0 m | 8.00 | 13.00 | 294.92 | 1.034 | D ≥ 7.02; $FS_{p,mob} = 1.76$; **η > 1** |

Nel percorso $K_p/FS_p$, poiché il diagramma è indebolito fin dall'inizio, la profondità (7.10 m) e il momento (263.5 kN·m/m) aumentano insieme; con $FS_p = 2$ il momento è 325.9 kN·m/m e la paratia di palancole non è sufficiente. Benché la **D = 8 m assegnata** sia maggiore della profondità di progetto, per effetto della spinta passiva parzialmente mobilitata il momento (294.9) **aumenta**: aumentare la profondità non sempre riduce il momento.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Dove il taglio è nullo

TEORIA

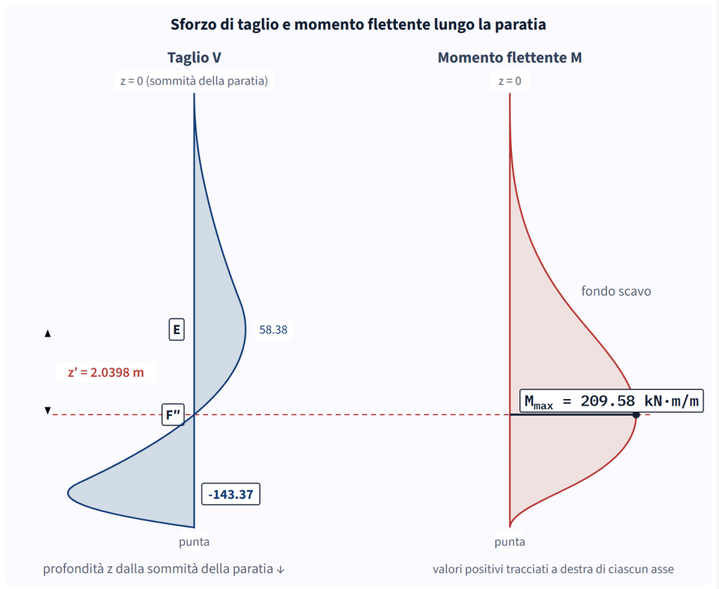
Il momento flettente è massimo dove il taglio è nullo. Sotto E cresce il triangolo passivo netto ½γ′(K$_p$ − K$_a$)z′²; P si equilibra con E a **z′** sotto E:

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

Il taglio raggiunge il valore massimo in E (pressione netta nulla) ed è nullo alla profondità z′; il momento è massimo in questo punto e ritorna nullo all'estremità.

M$_{max}$ è il momento della paratia teorica (percorso f); nel percorso K$_p$/FS$_p$ il diagramma è costruito con K$_p$ ridotto, pertanto M$_{max}$ risulta maggiore.

La scelta della palancole si effettua con **S = M$_{max}$/σ$_{amm}$** (classico) oppure mediante la verifica agli stati limite (EN 1993-1-1, AISC 360-22 di seguito).



# Traccia

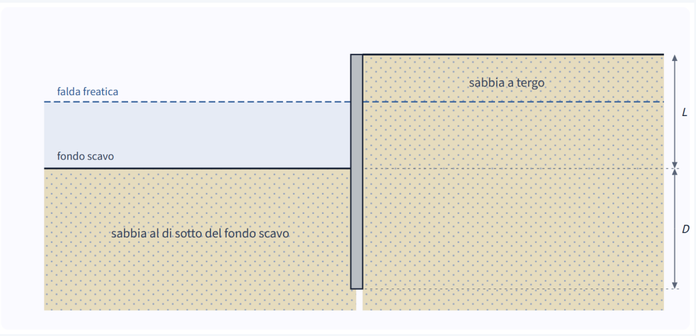
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Dati | **Esempio 2–3:** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³** |

## RICHIESTO

La profondità **z′** a cui il taglio è nullo (sotto E) e $\mathbf{M_{max}}$; la sua profondità dalla sommità del muro.



# Soluzione

SOLUZIONE

**1** Punto in cui il taglio è nullo (sotto E)

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \mathrm{m}$$

**2** Momento massimo

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

**$M_{max}$ = 209.58 kN·m/m**, alla profondità L + $L_3$ + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m** dal sommo della paratia. La sezione della palancola viene scelta in base a questo momento.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Stessa impostazione, dati diversi

TEORIA

**Senza acqua**: la stessa impostazione con il peso dell'unità di volume naturale; $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$; ogni $\gamma'$ nelle equazioni è sostituito da $\gamma$ e l'equazione dell'infissione mantiene la stessa forma.

**Sovraccarico uniforme q**: ogni ordinata aumenta di $qK_a$; la linea netta parte dalla maggiore $\sigma'_2$, mentre la spinta passiva $qK_p$ all'estremità aumenta di conseguenza (sezione precedente).

**Livelli d'acqua diversi sui due lati** (oltre la sorgente): le pressioni idrostatiche non vengono sottratte; in assenza di filtrazione si aggiunge la pressione netta dell'acqua. La risultante netta è lineare a tratti; le equazioni di E e di equilibrio si risolvono numericamente sul diagramma.

**Superficie trattenuta inclinata** (β, indefinita): sul lato trattenuto si utilizza la componente orizzontale del coefficiente di spinta attiva di Rankine per terrapieno inclinato; essa resta sul lato dello scavo e sulla superficie passiva piana alla punta (a favore di sicurezza). Per $\beta \geq \varphi'$ non esiste soluzione.

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad \text{(ciascun termine} \geq$$

$$p(z) = K_a\sigma'_{v,r}(z) - K_p\sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

# Traccia

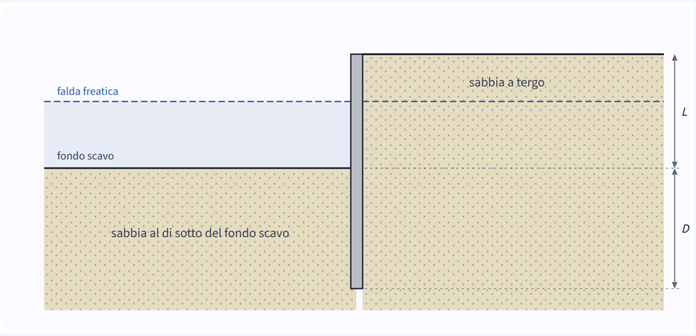
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Muro | **Il muro degli Esempi 1–5 (f = 1.3; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m)** |
| Modifiche | **(a) assenza di acqua; (b) sovraccarico uniforme $q = 10$ kPa; (c) acqua sul fronte a $z = 6$ m (scavo asciutto, sul retro a $2$ m); (d) superficie trattenuta inclinata di $\beta = 15°$** |

## RICHIESTO

Per ogni caso **$L_3$**, P, **$D_{teorica}$**, $D_{di\ progetto}$, **$M_{max}$**, η; verifica manuale in assenza di acqua.



# Soluzione

SOLUZIONE

**1** Senza acqua (calcolo manuale): $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43\ \text{kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521}\ \text{m}$$

**2** Sintesi dei cinque casi (gli altri sono risolti dal modulo con lo stesso metodo)

| Condizione | $L_3$ (m) | P (kN/m) | $D_{teorica}$ (m) | $D_{progetto}$ (m) | $M_{max}$ (kN·m/m) | η (EN 1993) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Scavo (acqua a 2 m, uguale sui due lati) | 0.661 | 58.38 | 5.40 | 7.02 | 209.6 | 0.735 |
| (a) Assenza di acqua | 0.521 | 67.43 | 4.53 | 5.89 | 212.1 | 0.744 |
| (b) Sovraccarico q = 10 kPa | 0.770 | 75.94 | 6.15 | 7.99 | 305.5 | **1.071** |
| (c) Acqua sul paramento z = 6 m | 1.319 | 126.29 | 8.00 | 10.39 | 543.8 | **1.907** |
| (d) Superficie inclinata β = 15° | 0.713 | 63.00 | 5.64 | 7.33 | 232.1 | 0.814 |

In assenza d'acqua, γ sostituisce γ′: il punto nullo si avvicina e la profondità di infissione **si riduce** a 4.53 m. Il **sovraccarico** porta D a 6.15 m e il momento a 306 kN·m/m (η > 1); un **diverso livello dell'acqua** è il caso peggiore: M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m). Pendenza β = 15°: $K_{a,h}$ = 0.3289 (orizzontale: 0.3073).

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# EN 1993-1-1 e AISC 360-22

TEORIA

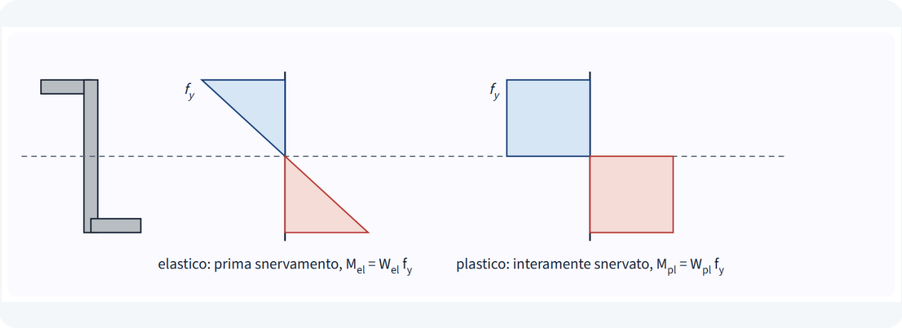
**Via classica**: S = $M_{max}/\sigma_{amm}$. Il modulo sostituisce questo procedimento con la verifica agli stati limite; il momento del diagramma delle pressioni nette è un'azione caratteristica e il coefficiente parziale lo porta al valore di progetto:

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \quad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \quad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1$$

La tabella riporta due moduli di resistenza: **$W_{el}$** fino al primo snervamento (valido fino alla classe 3), **$W_{pl}$** fino al momento pienamente plastico (classe 1–2). L'aliquota della profondità di infissione non viene ulteriormente moltiplicata dalla norma sulle strutture in acciaio.

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \leq \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \leq \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$ (sezione compatta) oppure $F_y S$ al primo snervamento. La spinta del terreno è assunta pari alla spinta delle terre H: nella combinazione LRFD $\gamma_H = 1.6$, in ASD 1.0.



# Traccia

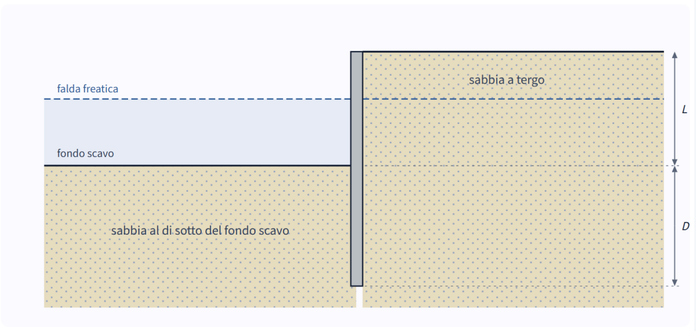
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Sezione | **S275 ($f_y = 275$ MPa); modulo di resistenza elastico $W_{el} = 1\,400$ cm³/m** |
| Momento | **Esempio 5: $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; EN 1993-1-1: $\gamma_F = 1.35$, $\gamma_{M0} = 1.00$; AISC: $\gamma_H = 1.6$, $\Omega_b = 1.67$ ($M_n = F_y S$)** |

## RICHIESTO

Per EN 1993-1-1: **$M_{Ed}$**, **$W_{req}$**, $M_{c,Rd}$, **η**; per AISC LRFD e ASD: η.



# Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

**1** EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \mathrm{cm^3/m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \mathrm{kN{\cdot}m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

La palanchescelta è adeguata secondo EN 1993-1-1: η = **0.735**; W richiesto = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m. Se nella tabella è riportato $W_{pl}$ e la classe della sezione è 1–2, si può utilizzare il momento plastico (assumendo $W_{pl}$ = 1 650 cm³/m, η = 0.624).

# Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

**1** AISC 360-22: resistenza flessionale nominale $M_n = F_y S = 275\,000\,(1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

$$\text{LRFD: } M_u = 1.6(209.58) = 335.32\ \text{kN·m/m} \leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$$

$$\text{ASD: } M_a = 209.58\ \text{kN·m/m} \leq \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$$

Adeguato anche con AISC: LRFD η = **0.968** (prima snervamento), ASD η = **0.909**. Lo stesso momento fornisce un rapporto di utilizzazione di 0.735 secondo EN 1993-1-1 e di 0.968 secondo LRFD: i rapporti differiscono perché le norme adottano filosofie di sicurezza diverse.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Impostazione pseudostatica di Mononobe–Okabe

TEORIA

Il sisma conserva l'impostazione dell'equilibrio limite statico aggiungendo ai cunei di terreno forze d'inerzia costanti ($k_h W$ orizzontale, $k_v W$ verticale). Muro verticale, superficie orizzontale, assenza di attrito terra-muro (la stessa idealizzazione del progetto statico secondo Rankine):

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \ldots \left[1 - \sqrt{\ldots}\right]^2$$

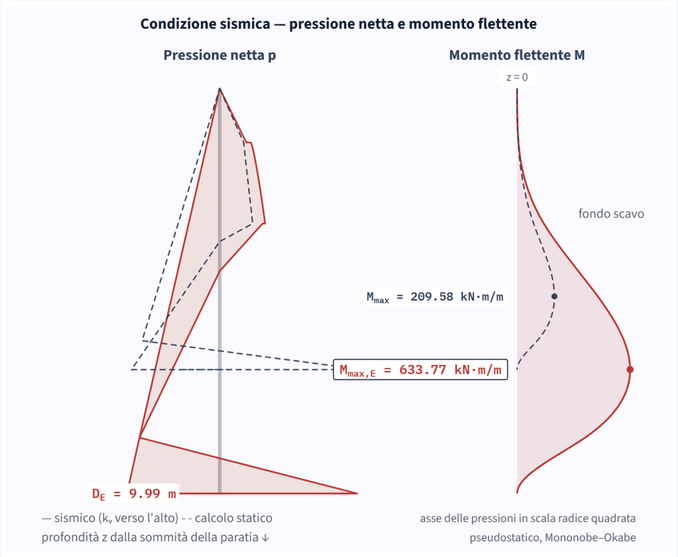
$$\text{sotto falda:}\quad \tan\theta_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \frac{k_h}{1 \mp k_v}$$

Le pressioni $(1 \mp k_v)K_{AE}\sigma'_v$ e $(1 \mp k_v)K_{PE}\sigma'_v$; si verificano **entrambi i versi di $k_v$**. Per $\theta = 0$ si hanno $K_a$ e $K_p$; se $\theta > \varphi'$ non esiste alcun cuneo in equilibrio.

In una sabbia a permeabilità media l'acqua interstiziale si muove insieme al terreno (**vincolata**): l'inerzia è nella massa satura e l'angolo aumenta. Se nello scavo è presente acqua libera si aggiunge la pressione idrodinamica di Westergaard (in direzione opposta).

**Verifica**: il diagramma delle pressioni nette si costruisce come in statica; le due equazioni di equilibrio forniscono $\mathbf{D_E}$. Il sisma è una situazione legata allo scavo; su $K_{PE}$ non si applica alcun coefficiente: la paratia resiste se $\mathbf{D_E \le D_{progetto}}$. Nella paratia a sbalzo le pressioni sismiche si distribuiscono come quelle statiche, in proporzione alla tensione efficace.

Nella combinazione sismica gli effetti si assumono con 1.0: $M_{Ed,E} = M_{max,E}$.



# Traccia

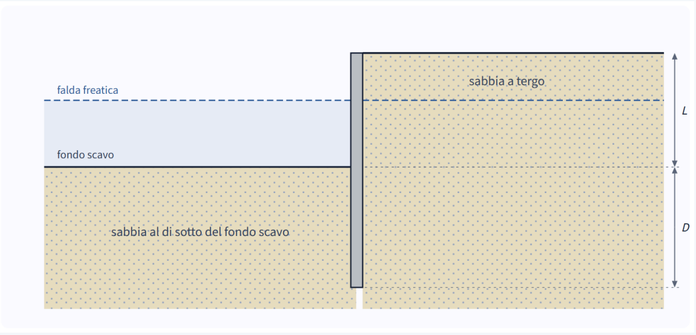
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Muro | **Il muro dell'Esempio 1–5: $D_{design} = 7.02$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m** |
| Sisma | **$k_h = 0.15$, $k_v = \pm 0.075$ (due direzioni); pressione interstiziale limitata; 3 m di acqua libera nello scavo** |

## RICHIESTO

Angoli e coefficienti sismici; $\mathbf{D_E}$ (due direzioni di $k_V$), $\mathbf{M_{max,E}}$; il muro in condizioni statiche resiste a questo sisma?



# Soluzione (1/2)

SOLUZIONE

**1** Angoli e coefficienti sismici (φ′ = 32°; $K_a$ statico = 0.3073, $K_p$ = 3.2546)

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

| $k_v$ | $f_v = 1 - k_v$ | θ (in sommità) | $\theta_w$ (in acqua) | $K_{AE}$ / $K_{PE}$ (in alto) | $K_{AE}$ / $K_{PE}$ (in acqua) |
|---|---|---|---|---|---|
| +0.075 | 0.925 | 9.21° | 18.22° | 0.411 / 2.948 | 0.562 / 2.589 |
| −0.075 | 1.075 | 7.94° | 15.82° | 0.395 / 2.992 | 0.514 / 2.693 |

In presenza di acqua l'angolo è maggiore (inerzia nella massa satura): $K_{AE}$ passa da 0.411 a 0.562, $K_{PE}$ scende da 2.948 a 2.589; la spinta attiva aumenta e la resistenza passiva diminuisce.

# Soluzione (2/2)

SOLUZIONE

**2** Diagramma delle pressioni nette in condizioni sismiche e profondità di infissione $D_E$

| Condizione | $L_3$ (m) | $D_E$ / $D_{teorica}$ (m) | $M_{max}$ (kN·m/m) | D ≤ 7.02? |
|---|---|---|---|---|
| Statica (f = 1.3) | 0.661 | — / 5.40 | 209.58 | $D_{progetto}$ = 7.02 |
| Sisma, $k_v$ = +0.075 | 1.756 | 9.987 | **633.77** | **No** |
| Sisma, $k_v$ = −0.075 | 1.497 | 8.988 | 603.87 | **No** |

**3** Sezione e risultato

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} \ > \ 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} \ > 1 \ \ \text{✗}$$

Il muro statico **non resiste** a questo sisma: il diagramma sismico richiede un infissione maggiore di **2.96 m** ($D_E$ = 9.99 > 7.02 m) e un momento **pari a 3.0 volte** quello statico (633.8 kN·m/m); anche la paratia di palancole non è sufficiente ($\eta_E$ = 1.65). Per la combinazione sismica, la profondità di infissione e la sezione devono essere aumentate insieme.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Metodo del coefficiente di reazione del terreno: trave elastica su letto di molle

TEORIA

L'equilibrio limite fornisce la profondità di infissione e il momento, ma non **quanto si sposta la paratia** (descrive l'istante di collasso in cui la resistenza passiva è completamente mobilitata). Per lo spostamento in condizioni di esercizio, la paratia è assunta come una trave elastica (EI) e il terreno su ciascun lato come molle indipendenti (Winkler):

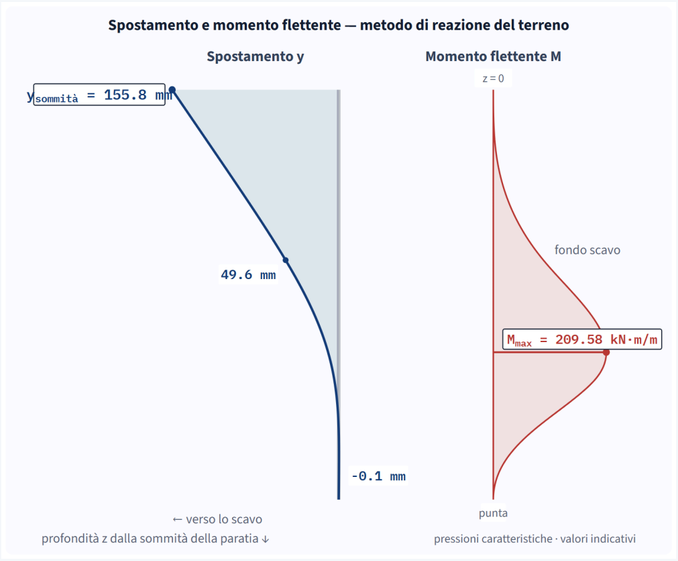
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \;\; (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \;\; (\dots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

Le molle partono dalla spinta a riposo, variano in proporzione allo spostamento e non superano i limiti attivo e passivo. $k_h$ è più un **parametro del modello** che una proprietà del terreno; valori indicativi per la sabbia: sciolta 4.8–16, mediamente addensata 9.6–80, addensata 64–128 MN/m³.

Il muro è alla lunghezza di progetto (L + $D_{progetto}$), libero alle due estremità; le spinte sono caratteristiche: $K_p$ di Rankine completo, senza fattore di sicurezza; $K_0$ secondo Jaky (1944). Il muro è in opera prima dello scavo; lo scavo è in un'unica fase.

L'equazione è risolta con elementi finiti di trave, iterando finché le molle raggiungono lo stato elastico/attivo/passivo; il risultato è fornito come **stima non limitata**.



# Traccia

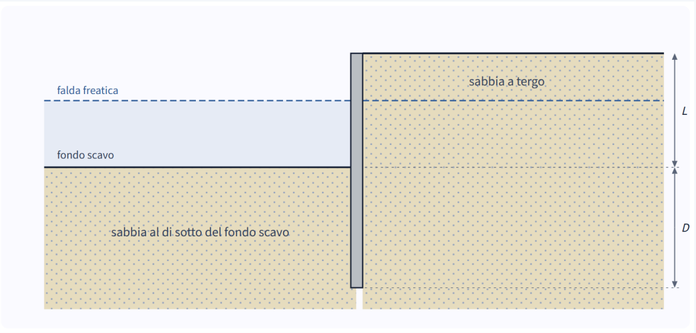
ESEMPIO

## Dati

| | |
|---|---|
| Muro | **Il muro degli Esempi 1–5, lunghezza di progetto $L + D = 12.02$ m** |
| Palancole | $I = 21\,000$ **cm⁴/m,** $E = 210\,000$ **MPa (**$EI = 44\,100$ **kN·m²/m)** |
| Terreno | $k_h = 20$ **MN/m³ (su entrambe le facce);** $K_0 = 1 - \sin 32^\circ$**; scavo in un'unica fase** |

## RICHIESTO

**Spostamento** in sommità al muro, al fondo scavo e al piede; il momento massimo del modello concorda con il momento dell'equilibrio limite?



# Soluzione

SOLUZIONE

**1** Coefficiente a riposo e modello

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100\ \mathrm{kN\cdot m^2/m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \ \text{(elementi finiti, molle elastiche/attive/passive)}$$

**2** Risultato (verso lo scavo, mm)

$$y_{üst} = \mathbf{155.8}\ \mathrm{mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6}\ \mathrm{mm} \qquad y_{tip} = -0.1\ \mathrm{mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58\ \mathrm{kN\cdot m/m}\ \ (z = 7.70\ \mathrm{m}) \ \approx\ M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

La sommità del muro si sposta di **155.8 mm** verso lo scavo e di 49.6 mm al fondo dello scavo; la punta rimane quasi in posto (-0.1 mm) — il muro ruota attorno a un punto prossimo alla punta. Il momento del modello (209.58) coincide con il momento dell'equilibrio limite (209.58): spinta attiva a monte, spinta passiva a valle, ai loro valori limite su tutta l'altezza in cui si sviluppa il momento. Nelle molle è mobilitato circa il 40% della resistenza passiva.

Verificare la soluzione in GeoTerva ↗

# Ambito della soluzione

TEORIA

Spinte secondo **Rankine**, senza attrito terra-muro, sulla base della tensione verticale efficace; il profilo è costituito interamente da sabbia (uno strato in ogni punto); l'argilla nella parte infissa costituisce un modulo separato. Per la parte infissa si utilizza la soluzione in forma chiusa della fonte per una singola sabbia, mentre per più sabbie lo stesso diagramma viene risolto numericamente.

**Diagramma semplificato delle pressioni nette della fonte**: un'unica retta passante per E e il blocco terminale; il punto di rotazione O non viene ricercato con maggiore precisione. L'acqua è allo stesso livello sulle due facce o a livelli diversi (assenza di filtrazione); la filtrazione e il suo effetto sulla resistenza passiva non sono modellati.

La **profondità di infissione** porta con sé il margine del proprio percorso (f o $FS_p$) e non viene moltiplicata di nuovo per il coefficiente dell'acciaio. La paratia di palancole è verificata a flessione con il modulo di resistenza assegnato; taglio, instabilità locale e perdita per corrosione non sono verificati.

Lo **spostamento** è fornito con il metodo del coefficiente di reazione del terreno, con le pressioni caratteristiche, senza limite; il cedimento a tergo del muro non è calcolato.

Il muro a mensola è raramente economico oltre D ≈ 1.5–2 L; se l'infissione teorica supera 3L il modulo segnala un'avvertenza. Il muro tirantato è trattato in un altro modulo (presentazione separata).

Sintesi

# Punti chiave

**La paratia di palancole a sbalzo** si sostiene grazie alla resistenza passiva al di sotto del fondo scavo; spinta attiva al di sopra del fondo scavo e pressione netta al di sotto: la retta che parte da $\sigma'_2$ e si annulla in E ($L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$) e il blocco $L_5$ al piede

**Equilibrio**: P, $\bar{z}$ e $\Sigma F_H = 0$, $\Sigma M = 0 \rightarrow$ equazione di quarto grado in $L_4$; $\mathbf{D_{teorica} = L_3 + L_4}$ (esempio: 5.40 m)

**Numeratore**: D con f = 1.2–1.3 (esempio: 7.02 m, momento invariato) oppure $K_p/FS_p$ (profondità e momento aumentano); alla profondità assegnata $FS_{p,mob}$ e **il maggiore dei due casi di forza**

$\mathbf{M_{max}}$ dove il taglio è nullo: $z' = \sqrt{(2P/m)}$, $M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\, z'^3/6$ (esempio: 209.58 kN·m/m)

**Acqua, sovraccarico, inclinazione**: in assenza di acqua $\gamma' \rightarrow \gamma$; q incrementa ogni ordinata di $qK_a$; un diverso livello di falda e un diverso sovraccarico aumentano molto D e M

**Sezione**: EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \leq W\, f_y/\gamma_{M0}$ ($\eta = 0.735$); AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

**Sisma**: $K_{AE}$, $K_{PE}$, $\theta_w$; si ricerca $D_E \leq D_{progetto}$: il muro dell'esempio non verifica ($D_E$ = 9.99 m, M = 634 kN·m/m)

**Spostamento**: trave elastica su suolo a molle; nell'esempio in testa ≈ 156 mm, alla punta ≈ 0

# Bibliografia

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — Progettazione delle strutture di acciaio, regole generali.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. e Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

**NOTA**

Tutti gli esempi numerici sono stati prodotti con il motore di calcolo del modulo stesso; il modulo restituisce gli stessi valori. Anche l'esempio di calcolo passo per passo nella pagina del modulo è questo muro (L = 5 m, γ = 15.9; $\gamma_{sat}$ = 19.33 kN/m³, φ′ = 32°, falda a 2 m).

GeoTerva

Calcoli geotecnici online

# Dalla teoria alla pratica

Inserire in GeoTerva l'altezza del proprio muro, il profilo stratificato di sabbia, l'acqua, il sovraccarico, la sezione della paratia di palancole e i coefficienti sismici; il modulo fornisce insieme il diagramma delle spinte, la profondità di infissione, il momento, la verifica della sezione e lo spostamento.

Aprire il modulo →

Pagina di teoria →

**Aprire dallo smartphone**

I moduli di prova non richiedono registrazione.

Se si desidera utilizzarli nelle proprie lezioni: info@geoterva.com