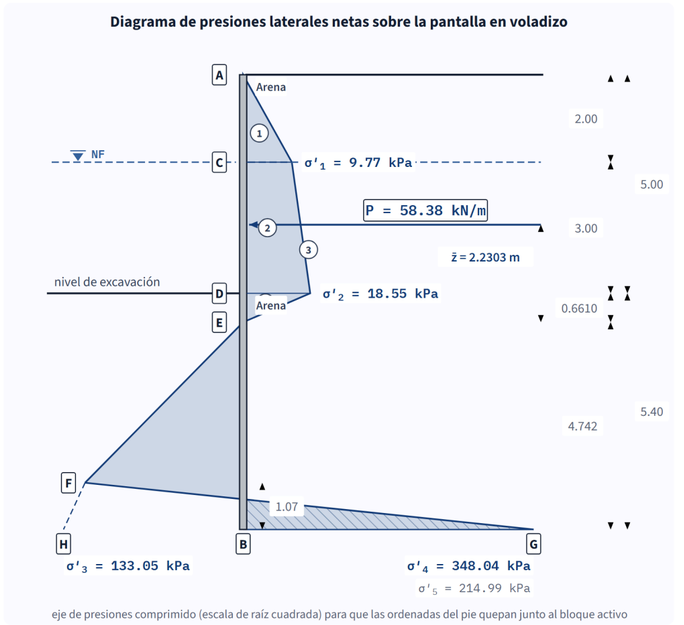
Presentación de clase de geotecnia · Pantallas de tablestacas y excavaciones entibadas

Pantalla de tablestacas en voladizo en arena

Clase: diseño de una pantalla de tablestacas en voladizo en arena; presiones por encima y por debajo del nivel de excavación, profundidad de empotramiento, momento máximo, comprobación de la sección, sismo y desplazamiento; ejemplo resuelto en cada tema.

- Pantalla de tablestacas en voladizo
- Diagrama de presión neta
- Profundidad de empotramiento · momento máximo
- EN 1993 · AISC 360
- Sismo · desplazamiento



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

Cómo gira una tablestaca en voladizo y qué presiones aparecen por encima del fondo de la excavación, por debajo de él y en la punta

La **presión activa** sobre el fondo de la excavación (agua, sobrecarga) y la **recta de presión neta** por debajo; punto de presión nula E

La **profundidad de empotramiento** a partir del equilibrio horizontal y de momentos: ecuación de cuarto grado para L_4, $D_{teór}$

Las formas de añadir un **margen de seguridad** a la profundidad de diseño (factor f, K_p/FS_p, profundidad dada)

El **momento máximo** (donde el cortante es nulo) y la verificación de la tablestaca con **EN 1993-1-1 / AISC 360-22**

El efecto del agua, de la sobrecarga, de la superficie inclinada y del **sismo**; el **desplazamiento** mediante el método del coeficiente de reacción del terreno

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Muro del ejemplo: L = 5 m de arena sobre el fondo de excavación (γ = 15.9; γ_{sat} = 19.33 kN/m³; φ' = 32°), nivel freático a 2 m por debajo de la coronación e igual en ambas caras; la tablestaca está hincada en la misma arena. Las fuerzas se refieren a un metro de muro.

¿Cómo funciona y cómo gira?

TEORÍA

Una pantalla de tablestacas es una hilera de tablestacas de acero entrelazadas; retiene el terreno situado por encima del fondo de la excavación (L) y se mantiene en pie gracias a su **profundidad de empotramiento D**. Una pantalla en **voladizo** no tiene otro apoyo: como un poste de cerca, se sostiene únicamente por la **resistencia pasiva** del terreno en el que está hincada; por ello suele ser económica solo hasta unos 6 m a partir del fondo de la excavación.

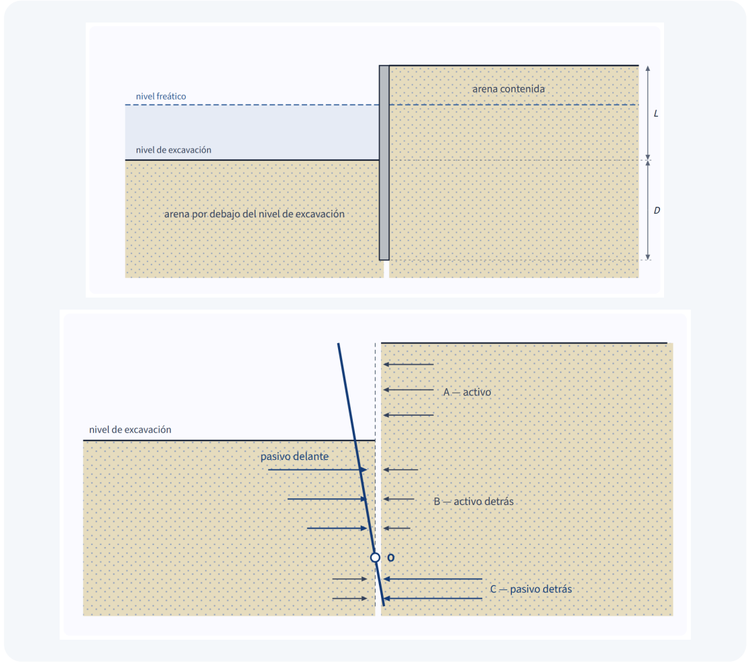
El muro gira como sólido rígido en torno al punto O (cercano al pie). **Zona A** (por encima del fondo de excavación): solo el terreno contenido, presión activa.

Zona B (fondo de la excavación–O): empuje activo detrás, empuje pasivo (empujado) delante.

Zona C (por debajo de O): los lados intercambian sus papeles; empuje pasivo detrás, activo delante.

La distribución real es curva; la fuente la sustituye por una **idealización lineal**: la presión neta bajo el nivel de excavación es una sola recta que pasa por el punto de presión nula E; el retorno en el extremo es un bloque de altura L_5.

Presiones de Rankine, **sin considerar la fricción muro-terreno**, a partir de la tensión vertical efectiva; si el agua está al mismo nivel en ambas caras, las presiones hidrostáticas se compensan.



σ'_1 y σ'_2

TEORÍA

Por encima del fondo de la excavación solo hay arena contenida; presión activa de Rankine = tensión vertical efectiva × K_a. El agua está a L_1 por debajo de la coronación del muro, y el resto $L_2 = L - L_1$ queda bajo el agua ($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$):

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

Si el agua está al mismo nivel en ambas caras, las presiones hidrostáticas se **anulan**; solo estas presiones efectivas cargan el muro.

La **sobrecarga uniforme q** (tráfico, almacenamiento) suma q a la tensión efectiva a cualquier profundidad: el diagrama comienza con $\sigma'_0 = qK_a$ y cada ordenada aumenta en qK_a: $\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$.

Por debajo de la base de la excavación, q permanece en la tensión vertical del lado retenido: la recta neta parte de un σ'_2 mayor y la presión pasiva en el pie aumenta en qK_p; en la cara de la excavación no actúa sobrecarga.

Una carga limitada (franja, puntual) no añade un K_aq constante: su presión lateral se toma del medio semiinfinito y, para un muro rígido, se **duplica mediante el método del espejo**; el módulo integra numéricamente el diagrama neto.

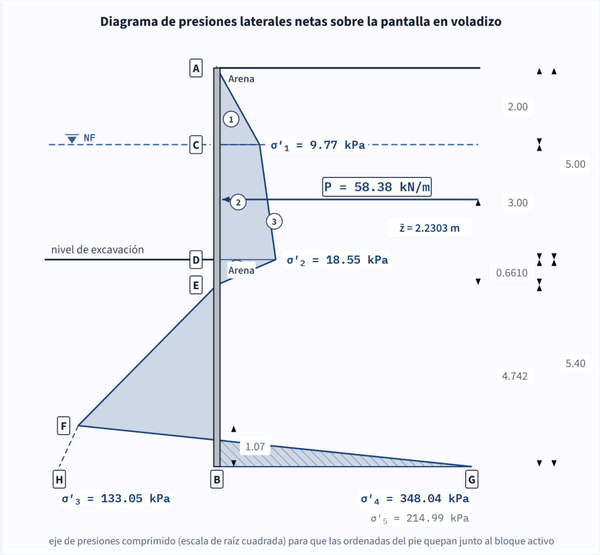


Diagrama de presiones netas del ejemplo resuelto (con la forma que dibuja el módulo).

Enunciado

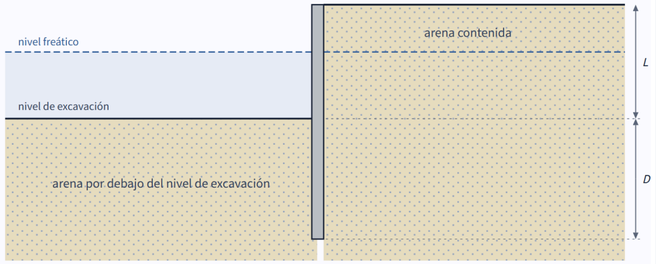
EJEMPLO

Datos

Suelo	**arena:** $\gamma = 15.9$, $\gamma_{sat} = 19.33$ **kN/m³,** $\varphi' = 32^\circ$ **(la parte contenida y la empotrada son la misma arena)**
Muro	$L = 5$ **m; nivel freático** $L_1 = 2$ **m por debajo de la coronación, al mismo nivel a ambos lados; sin sobrecarga**

SE PIDE

K_a, K_p, γ'; **σ'_1** y **σ'_2** (en el fondo de la excavación).



Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficientes de empuje y peso específico sumergido

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52\ \mathrm{kN/m^3}$$

2 Presión activa en el nivel del agua y en el fondo de excavación

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma'_v(L) = 60.36\ \mathrm{kPa} \ \Rightarrow\ \sigma'_2 = \mathbf{18.55}\ \mathrm{kPa}$$

El empuje activo es de **9.77 kPa** en el nivel del agua y de **18.55 kPa** en el fondo de la excavación; coeficiente pasivo K_p = 3.2546. Como bajo el agua se utiliza el peso específico sumergido (γ′ = 9.52 kN/m³), el aumento de presión se ralentiza.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Punto cero E, P y z̄, ecuación de cuarto grado

TEORÍA

Bajo el fondo de la excavación hay suelo en ambas caras; empuje activo detrás, empuje pasivo delante, y el pasivo crece más rápido: la presión neta parte de σ'_2, disminuye linealmente con la profundidad y se anula en el punto E:

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

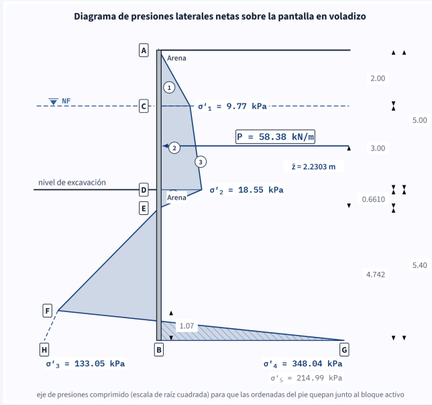
Por encima de E, la resultante del diagrama, **P** (área), actúa a una distancia **z̄** por encima de E. L_4 = profundidad de la punta por debajo de E; de las condiciones $\Sigma F_H = 0$ y $\Sigma M = 0$ respecto a la punta:

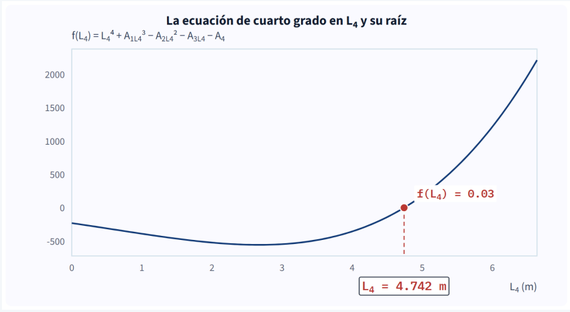
$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

La profundidad de empotramiento teórica **$D_{teór} = L_3 + L_4$**: profundidad a la que la resistencia pasiva se moviliza por completo y no queda ningún margen.





Enunciado

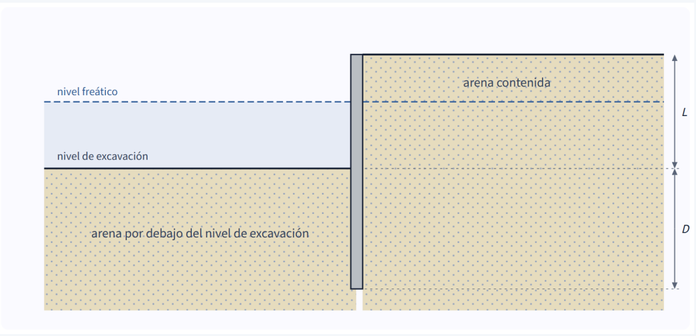
EJEMPLO

Datos

Datos	**Muro del ejemplo 1:** $\sigma'_1 = 9.77$, $\sigma'_2 = 18.55$ **kPa;** $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$, $\gamma' = 9.52$ **kN/m³**

SE PIDE

El punto de presión neta nula es **L_3**; la resultante del diagrama por encima de E es **P** y su brazo es **z̄**.



Solución

SOLUCIÓN

1 Punto cero

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

2 Partes del diagrama activo (de arriba hasta E): P = Σ áreas, z̄ = Σ(área × brazo)/P

Pieza	Figura	Área (kN/m)	Brazo hasta E (m)	Área × brazo
1	triángulo: 0–2 m	9.77	4.328	42.28
2	rectangular: 2–5 m	29.31	2.161	63.34
3	triángulo: 2–5 m	13.16	1.661	21.86
4	triángulo: 5 m–E	6.13	0.441	2.70
Total		**58.38**		**130.19**

P = 58.38 kN/m; z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m** (por encima de E). La presión neta se anula 0.661 m por debajo del fondo de excavación.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

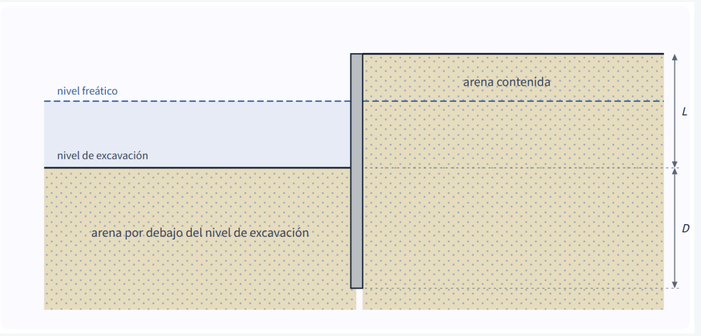
EJEMPLO

Datos

Datos	**Ejemplo 2:** $L_3 = 0.661$ **m,** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $\sigma'_v(L) = 60.36$ **kPa**
Coeficientes	$K_a = 0.3073$**,** $K_p = 3.2546$**,** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

SE PIDE

σ′5, $A_1 \ldots A_4$; raíz **L4**; **Dteór**; σ'_3, σ'_4, **L5**.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Ordenada en el pie σ'_5 (empuje pasivo del lado contenido + recta neta)

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

2 Coeficientes de la ecuación

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

3 Raíz positiva (la ecuación se resuelve numéricamente; cumple f = 0)

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

La profundidad teórica de empotramiento es **D = 5.40 m** (desde el nivel de excavación); L_4 = 4.742 m. A esta profundidad la resistencia pasiva está totalmente movilizada y **no hay ningún margen**.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

4 Bloque de presión en el extremo

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

Diagrama completo: la recta neta que pasa por E, el bloque que pasa de σ′$_3$ = 133.0 kPa a σ′$_4$ = 348.0 kPa a **L_5 = 1.069 m** por encima del pie. Comprobación: el primer miembro de la ecuación de cuarto grado vale en la raíz solo 0.03 (cero respecto a la escala).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Formas de añadir un margen de seguridad

TEORÍA

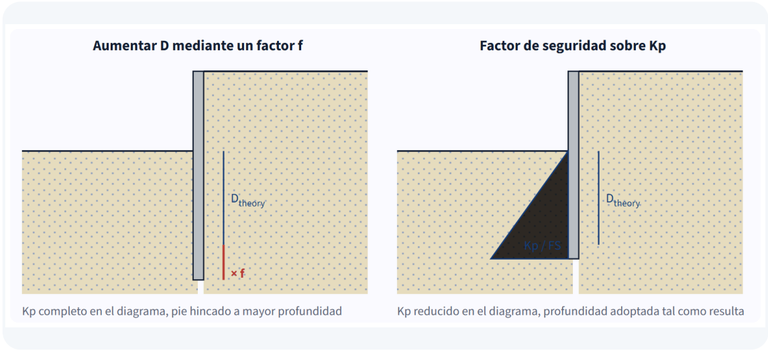
No hay margen en la profundidad teórica. La fuente propone dos procedimientos (figura adjunta):

Aumento de la profundidad: el diagrama se construye con K_p completo y la profundidad se incrementa un 20–30%: $D_d = f \cdot D_{teór}$, f = 1.2–1.3. Las presiones y el momento son los del muro teórico.

Factor de seguridad sobre K_p: el diagrama se construye desde el principio con K_p/FS_p (FS_p = 1.5–2), y la profundidad resultante se utiliza tal cual. Todas las ordenadas por debajo del fondo de excavación cambian, y **el momento también aumenta**.

Profundidad dada: si la profundidad procede del ingeniero y no del cálculo, se comprueba frente a la profundidad exigida por la vía elegida ($D_{dado} \geq D_{d,req}$) y se obtiene el factor de seguridad movilizado $FS_{p,mob}$: si K_p se divide por este valor, el diagrama queda exactamente en equilibrio a la profundidad dada.

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$



A la profundidad dada, los **esfuerzos internos** se estudian para dos situaciones: la de la profundidad requerida y el equilibrio a la profundidad dada con $K_p/FS_{p,mob}$. El momento de la profundidad dada puede ser mayor que el de la otra (una pantalla larga se flexiona más con el empuje pasivo parcialmente movilizado); la tablestaca se selecciona según **el mayor de los dos**.

Enunciado

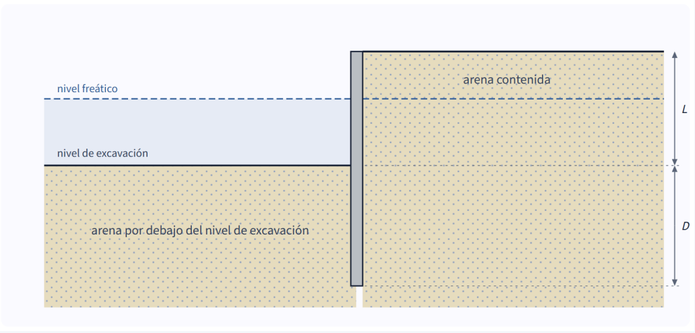
EJEMPLO

Datos

Muro	**El muro de los Ejemplos 1–3 ($D_{theoretical} = 5.40$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m)**
Carreteras	**$f = 1.3$; $FS_p = 1.5$ y 2.0; profundidades dadas 6.0 y 8.0 m; tablestaca: $W_{el} = 1\,400$ cm³/m, S275 (EN 1993-1-1, $\gamma_F = 1.35$)**

SE PIDE

Para cada vía, **D_d**, longitud total, **M_{max}** y grado de aprovechamiento **η** de la tablestaca.



Solución

SOLUCIÓN

1 Procedimiento f: $D_d = 1.3 \times 5.403 = 7.023$ m (el momento no varía)

Carretera	D_d (m)	L + D (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)	Nota
f = 1.3 ($D = f \cdot D_{teór}$)	7.02	12.02	209.58	0.735	el momento es el del muro teórico
$FS_p = 1.5$ ($K_p/1.5$)	7.10	12.10	263.53	0.924	$K_p = 2.170$
$FS_p = 2.0$ ($K_p/2$)	8.84	13.84	325.91	1.143	**η > 1**
Dato: D = 6.0 m	6.00	11.00	227.74	0.799	D < 7.02: insuficiente; $FS_{p,mob} = 1.18$
Dato: D = 8.0 m	8.00	13.00	294.92	1.034	D ≥ 7.02; $FS_{p,mob} = 1.76$; **η > 1**

En la vía K_p/FS_p, como el diagrama se debilita desde el principio, la profundidad (7.10 m) y el momento (263.5 kN·m/m) aumentan juntos; con $FS_p = 2$ el momento es 325.9 kN·m/m y la tablestaca no basta. Aunque la **D = 8 m dada** es mayor que la profundidad de proyecto, el momento (294.9) **aumenta** por el empuje pasivo parcialmente movilizado: aumentar la profundidad no siempre reduce el momento.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Punto de cortante nulo

TEORÍA

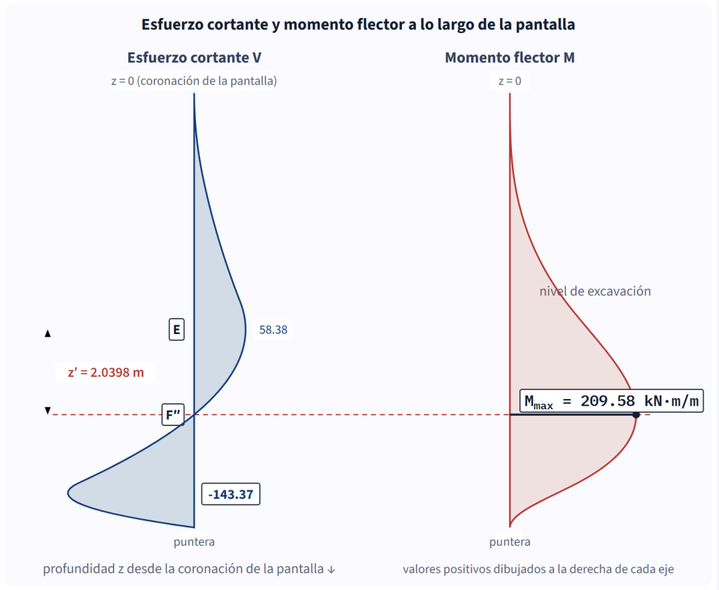
El momento flector es máximo donde el esfuerzo cortante es nulo. Por debajo de E crece el triángulo pasivo neto ½γ′(K_p – K_a)z′²; este triángulo equilibra a P a una profundidad **z′** por debajo de E:

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

El esfuerzo cortante alcanza su valor máximo en E (presión neta nula) y se anula a la profundidad z′; el momento es máximo en este punto y vuelve a cero en el pie.

M_{max} es el momento de la pantalla teórica (vía f); en la vía K_p/FS_p el diagrama se construye con K_p reducido, por lo que M_{max} es mayor.

La elección de la tablestaca se realiza con **S = M_{max}/σ_{adm}** (método clásico) o mediante la verificación en estado límite (a continuación, EN 1993-1-1 y AISC 360-22).



Enunciado

EJEMPLO

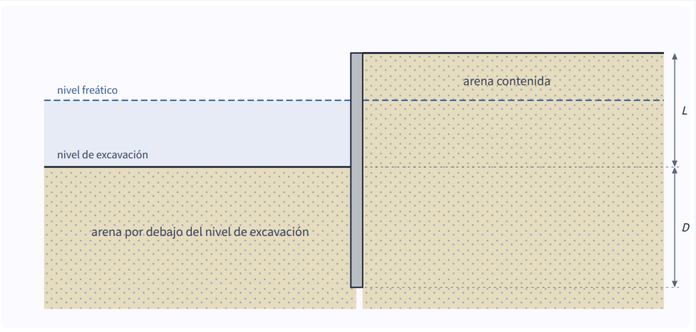
Datos

Datos

Ejemplos 2–3: $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

SE PIDE

La profundidad **z′** a la que el cortante se anula (por debajo de E) y $\mathbf{M_{max}}$; su profundidad desde la parte superior del muro.



Solución

SOLUCIÓN

1 Punto donde el esfuerzo cortante es nulo (bajo E)

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \mathrm{m}$$

2 Momento máximo

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

M_{max} = 209.58 kN·m/m, a una profundidad de L + L_3 + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m** desde la coronación del muro. La tablestaca se selecciona con este momento.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Mismo planteamiento, distintos datos de entrada

TEORÍA

Sin agua: el mismo planteamiento con el peso específico natural; $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$; en las ecuaciones γ sustituye a cada γ′, y la ecuación de empotramiento conserva la misma forma.

Sobrecarga uniforme q: cada ordenada aumenta en qK_a; la recta neta parte del mayor valor σ'_2 y, en el extremo, aumenta en el valor pasivo qK_p (sección anterior).

Niveles de agua distintos en las dos caras (más allá de la fuente): las presiones hidrostáticas no se restan; en el caso sin filtración se añade la presión neta del agua. La neta es una recta por tramos, y las ecuaciones de E y de equilibrio se resuelven numéricamente sobre el diagrama.

Superficie retenida inclinada (β, infinita): en el lado retenido se emplea la componente horizontal del coeficiente activo de Rankine para relleno inclinado; el lado de la excavación y el empuje pasivo en la punta se mantienen con superficie horizontal (del lado de la seguridad). Para $\beta \geq \varphi'$ no existe solución.

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad (\text{cada término} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a\sigma'_{v,r}(z) - K_p\sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

Enunciado

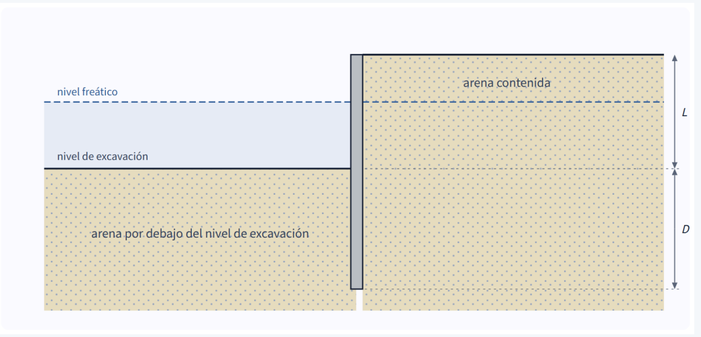
EJEMPLO

Datos

Muro	**Muro de los Ejemplos 1–5 (f = 1.3; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m)**
Cambios	**(a) sin agua; (b) sobrecarga uniforme de $q = 10$ kPa; (c) agua en la cara frontal a $z = 6$ m (excavación seca, detrás a 2 m); (d) superficie contenida con inclinación $\beta = 15°$**

SE PIDE

Para cada caso **L_3**, P, **$D_{teór}$**, D_d, **M_{max}**, η; comprobación manual si no hay agua.



Solución

SOLUCIÓN

1 Sin agua (a mano): $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43\ \text{kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521}\ \text{m}$$

2 Resumen de los cinco casos (los demás los resuelve el módulo con el mismo método)

Situación	L_3 (m)	P (kN/m)	$D_{teór}$ (m)	D_d (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)
Excavación (agua a 2 m, igual en ambas caras)	0.661	58.38	5.40	7.02	209.6	0.735
(a) Sin agua	0.521	67.43	4.53	5.89	212.1	0.744
(b) Sobrecarga q = 10 kPa	0.770	75.94	6.15	7.99	305.5	**1.071**
(c) Agua en la cara frontal, z = 6 m	1.319	126.29	8.00	10.39	543.8	**1.907**
(d) Superficie inclinada β = 15°	0.713	63.00	5.64	7.33	232.1	0.814

Si no hay agua, γ sustituye a γ′: el punto de presión nula se aproxima y el empotramiento **disminuye** a 4.53 m. La **sobrecarga** eleva D a 6.15 m y el momento a 306 kN·m/m (η > 1); un **nivel de agua diferente** es el caso más desfavorable: M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m). Con inclinación del relleno β = 15°: $K_{a,h}$ = 0.3289 (horizontal: 0.3073).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

EN 1993-1-1 y AISC 360-22

TEORÍA

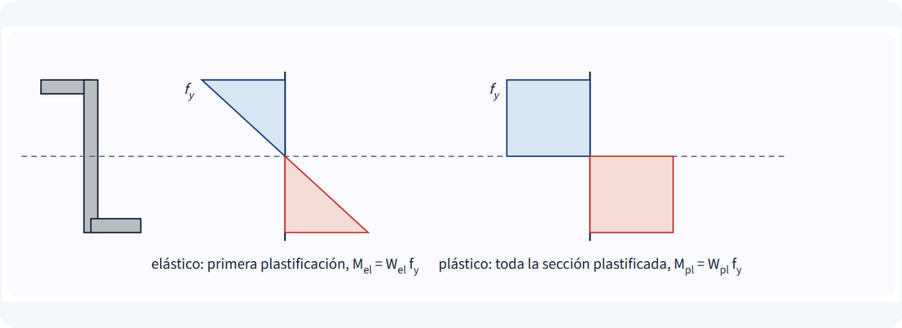
Vía clásica: S = M_{max}/σ_{adm}. El módulo la sustituye por la verificación en estado límite; el momento del diagrama de presión neta es una acción característica y el coeficiente parcial lo lleva al valor de cálculo:

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \quad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \quad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1$$

La tabla contiene dos módulos resistentes: **W_{el}** hasta la primera plastificación (válido hasta la clase 3) y **W_{pl}** hasta el momento plástico completo (clase 1–2). El margen de la profundidad de empotramiento no se multiplica además por la norma de acero.

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \leq \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \leq \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$ (sección compacta) o $F_y S$ en la primera fluencia. La presión del terreno se considera empuje de tierras H: en la combinación LRFD, γ_H = 1.6; en ASD, 1.0.



Enunciado

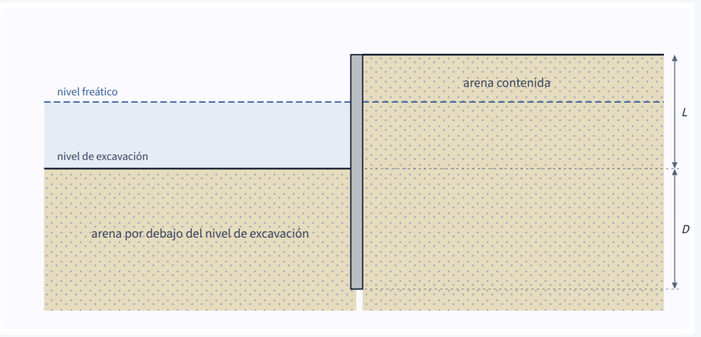
EJEMPLO

Datos

Sección	**S275 ($f_y = 275$ MPa); módulo resistente elástico $W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
Momento	**Ejemplo 5: $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; EN 1993-1-1: $\gamma_F = 1.35$, $\gamma_{M0} = 1.00$; AISC: $\gamma_H = 1.6$, $\Omega_b = 1.67$ ($M_n = F_y S$)**

SE PIDE

Para EN 1993-1-1: **M_{Ed}**, **W_{req}**, $M_{c,Rd}$, **η**; η para AISC LRFD y ASD.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \mathrm{cm^3/m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \mathrm{kN{\cdot}m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

La tablestaca seleccionada es adecuada según EN 1993-1-1: η = **0.735**; W necesario = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m. Si en la tabla figura W_{pl} y la clase de la sección es 1–2, puede emplearse el momento plástico (con W_{pl} = 1 650 cm³/m, η = 0.624).

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

1 AISC 360-22: resistencia nominal a flexión $M_n = F_y S = 275\,000\,(1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

$$\text{LRFD: } M_u = 1.6(209.58) = 335.32\ \text{kN·m/m} \leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$$

$$\text{ASD: } M_a = 209.58\ \text{kN·m/m} \leq \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$$

También es suficiente con AISC: LRFD η = **0.968** (primera plastificación), ASD η = **0.909**. El mismo momento da un grado de aprovechamiento de 0.735 en EN 1993-1-1 y de 0.968 en LRFD: los valores difieren porque las normas emplean filosofías de seguridad distintas.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Planteamiento pseudoestático de Mononobe–Okabe

TEORÍA

El sismo conserva el planteamiento estático de equilibrio límite añadiendo a las cuñas de terreno fuerzas de inercia constantes ($k_h W$ horizontal, $k_v W$ vertical). Muro vertical, superficie horizontal, sin rozamiento muro-terreno (la misma idealización que en el diseño estático de Rankine):

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \ldots \left[1 - \sqrt{\ldots}\right]^2$$

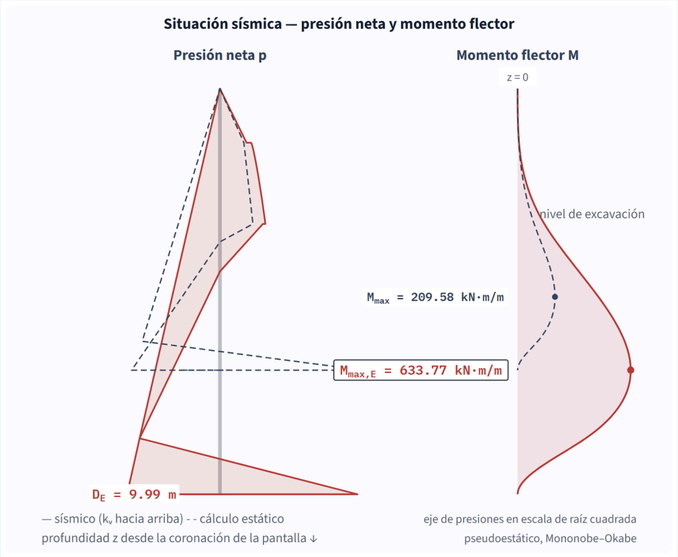
$$\text{bajo el agua:} \quad \tan\theta_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \frac{k_h}{1 \mp k_v}$$

Presiones $(1 \mp k_v)K_{AE}\sigma'_v$ y $(1 \mp k_v)K_{PE}\sigma'_v$; se comprueban **los dos sentidos de k_v**. Para θ = 0 resultan K_a y K_p; si θ > φ′, no existe cuña de equilibrio.

En una arena de permeabilidad media, el agua intersticial se mueve solidariamente con el suelo (**solidaria**): la inercia corresponde a la masa saturada y el ángulo aumenta. Si hay agua libre en la excavación, se añade la presión hidrodinámica de Westergaard (en sentido contrario).

Comprobación: el diagrama de presiones netas se construye como en el caso estático; las dos ecuaciones de equilibrio dan **D_E**. El sismo es una situación accidental y no se aplica coeficiente a K_{PE}: la pantalla resiste si **$D_E \leq D_d$**. En el voladizo, las presiones sísmicas se distribuyen, como las estáticas, proporcionalmente a la tensión efectiva.

En la combinación sísmica los efectos se toman con 1.0: $M_{Ed,E} = M_{max,E}$.



Enunciado

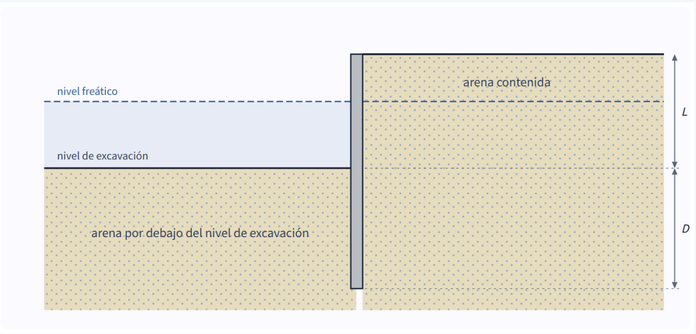
EJEMPLO

Datos

Muro	**Muro de los ejemplos 1–5: $D_{design} = 7.02$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
Sismo	**$k_h = 0.15$, $k_v = \pm 0.075$ (dos direcciones); agua intersticial solidaria; 3 m de agua libre en la excavación**

SE PIDE

Ángulos y coeficientes sísmicos; **D_E** (dos sentidos de k_V), **$M_{max,E}$**; ¿resiste este sismo el muro dimensionado en estático?



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Ángulos y coeficientes sísmicos (φ′ = 32°; estático K_a = 0.3073, K_p = 3.2546)

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

k_v	$f_v = 1 - k_v$	θ (arriba)	θ_w (en agua)	K_{AE} / K_{PE} (arriba)	K_{AE} / K_{PE} (en agua)
+0.075	0.925	9.21°	18.22°	0.411 / 2.948	0.562 / 2.589
−0.075	1.075	7.94°	15.82°	0.395 / 2.992	0.514 / 2.693

Bajo el agua el ángulo es mayor (la inercia actúa en la masa saturada): K_{AE} sube de 0.411 a 0.562 y K_{PE} baja de 2.948 a 2.589; el empuje activo aumenta y la resistencia pasiva disminuye.

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

2 Diagrama sísmico de presiones netas y profundidad de empotramiento D_E

Situación	L_3 (m)	D_E / $D_{teór}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	D ≤ 7.02?
Estático (f = 1.3)	0.661	— / 5.40	209.58	D_d = 7.02
Sismo, k_v = +0.075	1.756	9.987	**633.77**	**No**
Sismo, k_v = −0.075	1.497	8.988	603.87	**No**

3 Sección y resultado

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} > 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} > 1 \ \text{✗}$$

El muro estático **no resiste** este sismo: el diagrama sísmico exige que el pie penetre **2.96 m** más (D_E = 9.99 > 7.02 m) y **3.0 veces el momento estático** (633.8 kN·m/m); la tablestaca tampoco basta (η_E = 1.65). Para la combinación sísmica deben aumentarse conjuntamente la longitud de empotramiento y la sección.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Método del coeficiente de balasto: viga elástica sobre un terreno de muelles

TEORÍA

El equilibrio límite da la profundidad de empotramiento y el momento, pero no **cuánto se desplaza el muro** (describe el estado de rotura en el que la resistencia pasiva está plenamente movilizada). Para el desplazamiento en el estado de servicio, el muro se toma como una viga elástica (EI) y el terreno de cada cara como resortes independientes (Winkler):

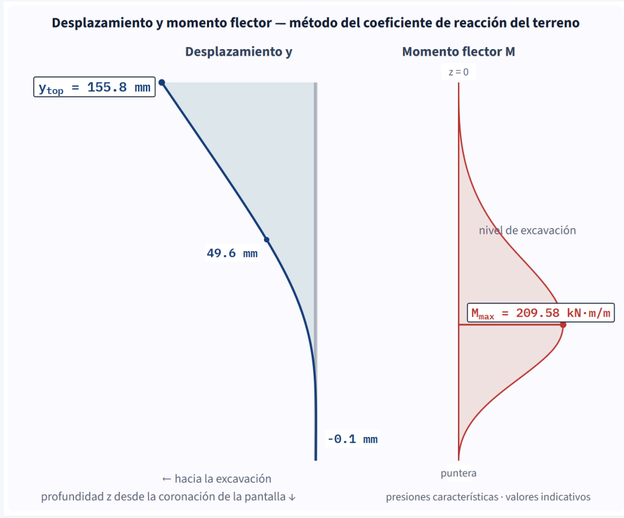
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \;\; (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \;\; (\ldots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

Los muelles parten de la presión al reposo, varían en proporción al desplazamiento y no superan los límites activo y pasivo. k_h es un **parámetro del modelo** más que una propiedad del suelo; valores indicativos para arena: suelta 4.8–16, medianamente densa 9.6–80, densa 64–128 MN/m³.

La pantalla tiene la longitud de cálculo (L + D_d), con ambos extremos libres; las presiones son características: K_p de Rankine completo, sin factor de seguridad; K_0 de Jaky (1944). La pantalla está colocada antes de la excavación, y la excavación se realiza en una sola fase.

La ecuación se resuelve con elementos finitos de viga, iterando hasta que los resortes alcanzan el estado elástico, activo o pasivo; el resultado se da como una **estimación no acotada**.



Enunciado

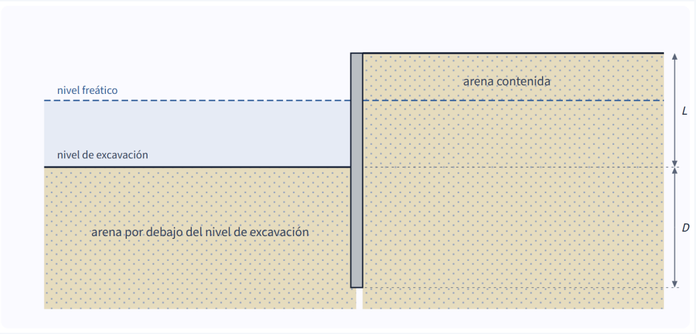
EJEMPLO

Datos

Muro	**El muro de los Ejemplos 1–5, longitud de cálculo $L + D = 12.02$ m**
Tablestaca	$I = 21\,000$ **cm⁴/m,** $E = 210\,000$ **MPa (**$EI = 44\,100$ **kN·m²/m)**
Suelo	$k_h = 20$ **MN/m³ (en ambas caras);** $K_0 = 1 - \sin 32°$**; excavación en una sola fase**

SE PIDE

Desplazamiento en la coronación del muro, en el fondo de excavación y en el pie; ¿coincide el momento máximo del modelo con el momento del equilibrio límite?



Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficiente de empuje al reposo y modelo

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100\ \mathrm{kN{\cdot}m^2/m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \ \text{(elementos finitos, resortes elásticos/activos/pasivos)}$$

2 Resultado (hacia la excavación, mm)

$$y_{üst} = \mathbf{155.8}\ \mathrm{mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6}\ \mathrm{mm} \qquad y_{tip} = -0.1\ \mathrm{mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}\ \ (z = 7.70\ \mathrm{m}) \ \approx\ M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

La cabeza de la pantalla se desplaza **155.8 mm** hacia la excavación y 49.6 mm a nivel del fondo de la excavación; el pie permanece casi en su sitio (-0.1 mm) — la pantalla gira en torno a un punto próximo al pie. El momento del modelo (209.58) coincide con el momento de equilibrio límite (209.58): empuje activo detrás y pasivo delante, en sus límites a lo largo de toda la altura en la que se desarrolla el momento. En los muelles se ha movilizado alrededor del 40% de la resistencia pasiva.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Alcance de la solución

TEORÍA

Presiones de **Rankine**, sin rozamiento entre muro y terreno, a partir de la tensión vertical efectiva; el perfil es de arena de principio a fin (con cualquier número de estratos); el empotramiento en arcilla es un módulo aparte. Para la parte empotrada se emplea la solución cerrada de la fuente en el caso de una sola arena, y el mismo diagrama se resuelve numéricamente en el caso de varias arenas.

Diagrama simplificado de presión neta de la fuente: una única recta que pasa por E y el bloque de la punta; el punto de giro O no se busca con mayor precisión. El agua está al mismo nivel en ambas caras o a niveles distintos (sin filtración); la filtración y su efecto sobre la resistencia pasiva no se modelan.

La **profundidad de empotramiento** incorpora el margen de seguridad de su propia vía de cálculo (f o FS_p) y no se vuelve a multiplicar por el coeficiente de la norma del acero. La tablestaca se verifica a flexión con el módulo resistente dado; no se comprueban el esfuerzo cortante, el pandeo local ni la pérdida por corrosión.

El **desplazamiento** se obtiene con el método del coeficiente de reacción del terreno, con presiones características y sin límite; el asentamiento detrás del muro no se calcula.

El muro en voladizo rara vez es económico más allá de D ≈ 1.5–2 L; si el empotramiento teórico supera 3L, el módulo emite una advertencia. El muro anclado se trata en otro módulo (presentación aparte).

Resumen

Puntos clave

La **pantalla de tablestacas en voladizo** se mantiene en pie gracias a la resistencia pasiva bajo el nivel de excavación; por encima de este rige el empuje activo y por debajo la presión neta: la recta que parte de σ'_2 y se anula en E ($L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$) y el bloque L_5 en el pie

Equilibrio: P, $\bar{z}$ y $\Sigma F_H = 0$, $\Sigma M = 0 \rightarrow$ ecuación de cuarto grado para L_4; $\mathbf{D_{teór} = L_3 + L_4}$ (ejemplo: 5.40 m)

Margen: D con f = 1.2–1.3 (ejemplo: 7.02 m, momento igual) o K_p/FS_p (la profundidad y el momento aumentan); a la profundidad dada, $FS_{p,mob}$ y **el mayor de los dos casos de fuerzas**

$\mathbf{M_{max}}$ donde el cortante es nulo: $z' = \sqrt{(2P/m)}$, $M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\, z'^3/6$ (ejemplo: 209.58 kN·m/m)

Agua, sobrecarga, inclinación: sin agua, $\gamma' \rightarrow \gamma$; q aumenta cada ordenada en qK_a; un nivel de agua distinto y la sobrecarga incrementan mucho D y M

Sección: EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \leq W f_y/\gamma_{M0}$ ($\eta = 0.735$); AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

Sismo: K_{AE}, K_{PE}, θ_w; se busca $D_E \leq D_d$: la pantalla del ejemplo no resiste (D_E = 9.99 m, M = 634 kN·m/m)

Desplazamiento: viga elástica sobre terreno de resortes; en el ejemplo la cabeza ≈ 156 mm, la punta ≈ 0

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — Proyecto de estructuras de acero, reglas generales.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han generado con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El ejemplo paso a paso de la página del módulo es también este muro (L = 5 m, γ = 15.9; γ_{sat} = 19.33 kN/m³, φ′ = 32°, agua a 2 m).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva la altura del propio muro, el perfil de arena estratificada, el agua, la sobrecarga, la sección de la tablestaca y los coeficientes sísmicos; el módulo proporciona conjuntamente el diagrama de presiones, la profundidad de empotramiento, el momento, la comprobación de la sección y el desplazamiento.

Abrir el módulo → **Página de teoría →**

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com