Geotechnische Vorlesung · Spundwände und ausgesteifte Baugruben

Unverankerte Spundwand in Sand

Vorlesung: Entwurf einer unverankerten Spundwand in Sand; Drücke oberhalb und unterhalb der Baugrubensohle, Einbindetiefe, maximales Biegemoment, Querschnittsnachweis, Erdbeben und Verschiebung; zu jedem Thema ein Rechenbeispiel.

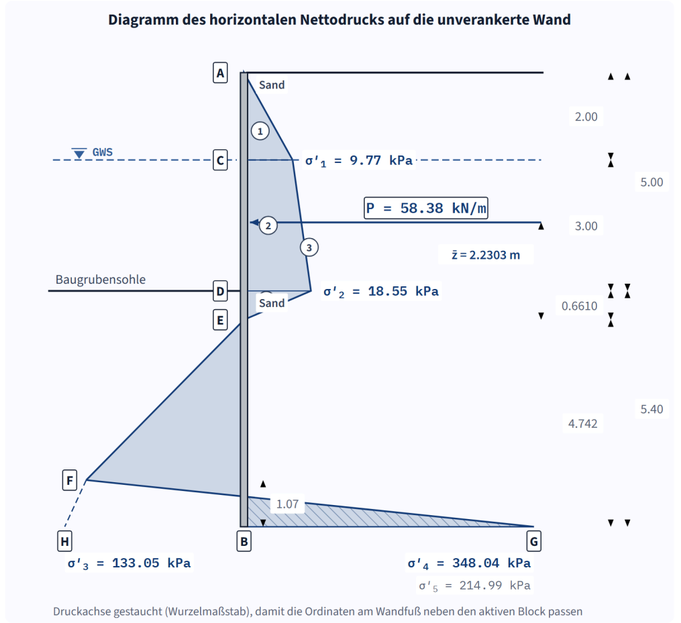
Unverankerte Spundwand

Netto-Druckdiagramm

Einbindetiefe · maximales Moment

EN 1993 · AISC 360

Erdbeben · Verschiebung



Basiert auf der Theorieseite von GeoTerva · geoterva.com

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

Wie sich eine unverankerte Spundwand dreht und welche Drücke oberhalb, unterhalb und an der Spitze der Baugrubensohle entstehen

Aktiver Erddruck oberhalb der Baugrubensohle (Wasser, Auflast) und die **Linie des Nettodrucks** darunter; Nullpunkt E

Einbindetiefe aus horizontalem Gleichgewicht und Momentengleichgewicht: eine Gleichung vierten Grades für L_4, $D_{theoretisch}$

Möglichkeiten, der Bemessungstiefe einen **Sicherheitszuschlag** hinzuzufügen (Beiwert f, K_p/FS_p, vorgegebene Tiefe)

Das **maximale Moment** (wo die Querkraft null ist) und den Nachweis der Spundwand mit **EN 1993-1-1 / AISC 360-22**

Die Wirkung von Wasser, Auflast, geneigter Geländeoberfläche und **Erdbeben**; die **Verschiebung** nach dem Bettungsmodulverfahren

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Beispielwand: L = 5 m Sand über der Baugrubensohle (γ = 15.9; γ_{sat} = 19.33 kN/m³; φ' = 32°), der Grundwasserspiegel liegt 2 m unter der Oberkante und auf beiden Seiten auf gleicher Höhe; die Spundwand ist in denselben Sand eingerammt. Die Kräfte beziehen sich auf einen Meter Wandlänge.

Wie wirkt es, wie dreht es sich?

THEORIE

Eine Spundwand ist eine Reihe miteinander verzahnter Stahlspundbohlen; sie hält den Boden über der Baugrubensohle (L) und steht durch ihre **Einbindetiefe D** standsicher. Eine **unverankerte** Spundwand hat keine weitere Abstützung: Wie ein Zaunpfahl wird sie allein durch den **passiven Widerstand** des Bodens gehalten, in den sie eingerammt ist; aus diesem Grund ist sie im Allgemeinen bis etwa 6 m ab der Baugrubensohle wirtschaftlich.

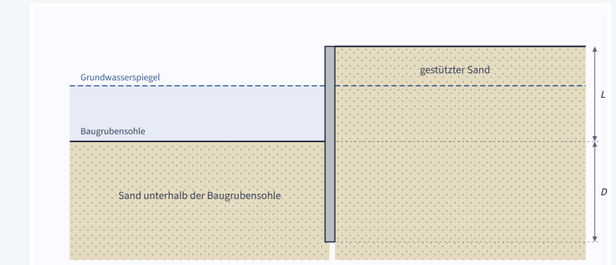
Die Wand dreht sich starr um den Punkt O (nahe dem Fuß). **Bereich A** (oberhalb der Baugrubensohle): nur der zurückgehaltene Boden, aktiver Erddruck.

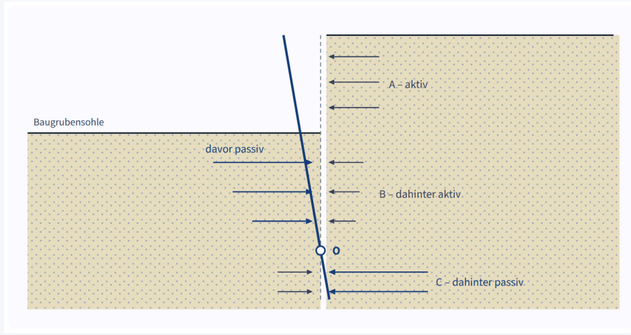
Bereich B (Baugrubensohle–O): hinten aktiver, vorn (eingedrückter) passiver Erddruck.

Zone C (unterhalb von O): Die Seiten tauschen ihre Rollen; hinten passiv, vorn aktiv.

Die tatsächliche Verteilung ist gekrümmt; die Quelle ersetzt sie durch **eine lineare Näherung**: Der Nettodruck unterhalb der Baugrubensohle ist eine einzige Gerade durch den Nullpunkt E; die Umschlagung am Fuß ist ein Block der Höhe L_5.

Die Rankine-Drücke, **ohne Wandreibung**, werden über die wirksame vertikale Spannung ermittelt; steht das Wasser auf beiden Seiten auf gleicher Höhe, heben sich die hydrostatischen Drücke gegenseitig auf.





σ'_1 und σ'_2

THEORIE

Über der Baugrubensohle befindet sich nur gehaltener Sand; aktiver Erddruck nach Rankine = wirksame vertikale Spannung × K_a. Das Wasser steht L_1 unterhalb der Wandkrone, der restliche Bereich $L_2 = L - L_1$ liegt unter Wasser ($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$):

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

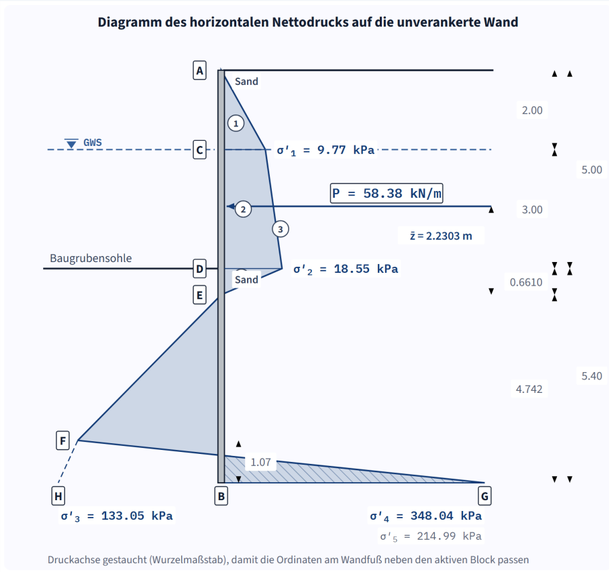
$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

Wenn das Wasser auf beiden Seiten auf gleicher Höhe steht, heben sich die hydrostatischen Drücke **auf**; nur diese effektiven Drücke belasten die Wand.

Gleichmäßige Auflast q (Verkehr, Lagerung) addiert q in jeder Tiefe zur wirksamen Spannung: Das Diagramm beginnt mit $\sigma'_0 = qK_a$, und jede Ordinate wächst um qK_a: $\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$.

Die Auflast q unterhalb der Baugrubensohle bleibt in der vertikalen Spannung auf der gestützten Seite enthalten: die Netto-Gerade beginnt bei einem größeren σ'_2 und der passive Erddruck am Fuß erhöht sich um qK_p; die Baugrubenwand trägt keine Auflast.

Eine begrenzte Last (Streifen, Punkt) fügt kein konstantes K_aq hinzu: Der Erddruck wird aus dem halbunendlichen Medium ermittelt und für eine starre Wand **nach der Spiegelmethode verdoppelt**; das Modul integriert das Netto-Diagramm numerisch.



Netto-Druckdiagramm des Rechenbeispiels (wie vom Modul gezeichnet).

Aufgabe

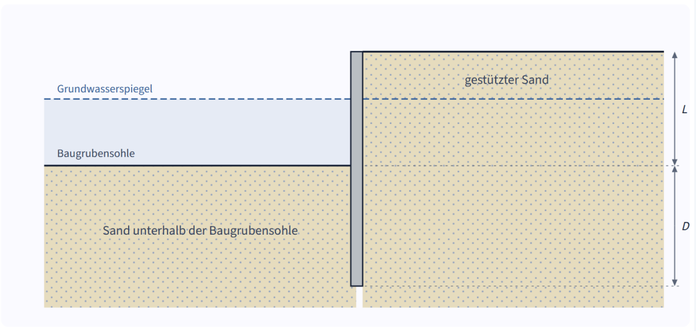
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**Sand:** $\gamma = 15.9$, $\gamma_{sat} = 19.33$ **kN/m³,** $\varphi' = 32^\circ$ **(rückhaltender und eingebetteter Teil sind derselbe Sand)**
Wand	$L = 5$ **m; Grundwasserspiegel** $L_1 = 2$ **m unter der Oberkante, auf beiden Seiten auf gleicher Höhe; keine Auflast**

GESUCHT

K_a, K_p, γ'; σ'_1 und σ'_2 (an der Baugrubensohle).



Lösung

LÖSUNG

1 Erddruckbeiwerte und Wichte unter Auftrieb

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52\ \mathrm{kN/m^3}$$

2 Aktiver Erddruck in Höhe des Wasserspiegels und an der Baugrubensohle

$$\sigma_1' = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma_2' = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma_v'(L) = 60.36\ \mathrm{kPa} \ \Rightarrow\ \sigma_2' = \mathbf{18.55}\ \mathrm{kPa}$$

Der aktive Erddruck beträgt **9.77 kPa** in Höhe des Grundwasserspiegels und **18.55 kPa** an der Baugrubensohle; der passive Erddruckbeiwert K_p = 3.2546. Da unter Wasser die Wichte unter Auftrieb (γ′ = 9.52 kN/m³) verwendet wird, nimmt der Erddruck langsamer zu.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Nullpunkt E, P und z̄, Gleichung vierten Grades

THEORIE

Unterhalb der Baugrubensohle ist auf beiden Seiten Boden vorhanden; hinten wirkt der aktive Erddruck, vorn der passive Erddruck, und der passive wächst schneller: Der Nettodruck beginnt bei σ'_2, nimmt mit der Tiefe linear ab und wird im Punkt E zu null:

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L) K_p + \gamma' L_3 (K_p - K_a)$$

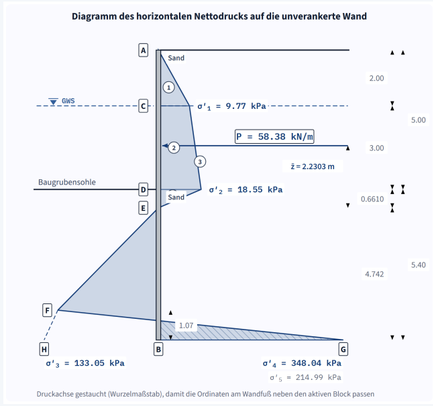
Oberhalb von E wirkt die Resultierende des Diagramms **P** (Fläche) in **z̄** über E. L_4 = die Tiefe der Spitze unter E; aus den Bedingungen $\Sigma F_H = 0$ und $\Sigma M = 0$ bezogen auf die Spitze:

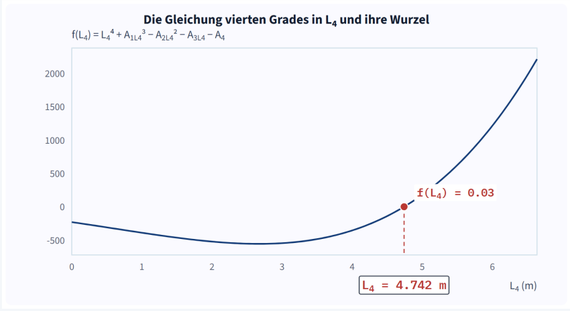
$$\sigma'_3 = L_4 (K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4 (K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

Die theoretische Einbindetiefe **$D_{theoretisch}$ = L_3 + L_4**: die Tiefe, bei der der passive Erddruck voll mobilisiert ist und keine Reserve mehr verbleibt.





Aufgabe

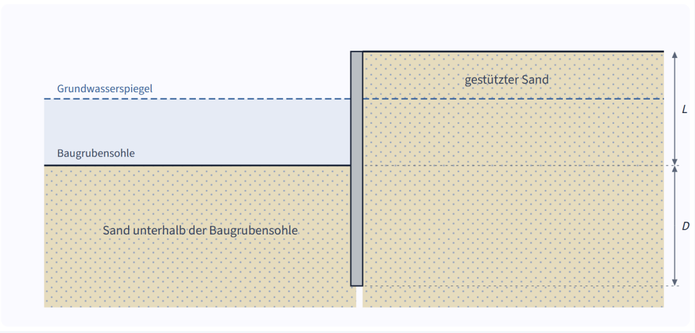
BEISPIEL

Gegeben

Gegeben	**Die Stützwand aus Beispiel 1:** $\sigma_1' = 9.77$, $\sigma_2' = 18.55$ **kPa;** $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$, $\gamma' = 9.52$ **kN/m³**

GESUCHT

Der Nullpunkt des Nettodrucks ist **L_3**; die Resultierende des Diagramms oberhalb von E ist **P** und ihr Hebelarm ist **z̄**.



Lösung

LÖSUNG

1 Nullpunkt

$$L_3 = \frac{\sigma_2'}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \mathrm{m}$$

2 Teile des aktiven Erddruckdiagramms (von oben bis E): P = Σ Fläche, z̄ = Σ(Fläche × Hebelarm)/P

Teil	Bild	Fläche (kN/m)	Hebelarm zu E (m)	Fläche × Hebelarm
1	Dreieck: 0–2 m	9.77	4.328	42.28
2	rechteckig: 2–5 m	29.31	2.161	63.34
3	Dreieck: 2–5 m	13.16	1.661	21.86
4	Dreieck: 5 m–E	6.13	0.441	2.70
Gesamt		**58.38**		**130.19**

P = 58.38 kN/m; z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m** (oberhalb von E). 0.661 m unter der Baugrubensohle wird die Netto-Sohlpressung zu null.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

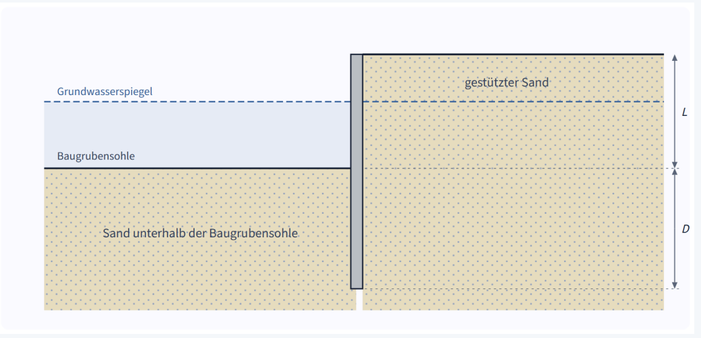
BEISPIEL

Gegeben

Gegeben	**Beispiel 2:** $L_3 = 0.661$ **m,** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $\sigma'_v(L) = 60.36$ **kPa**
Beiwerte	$K_a = 0.3073$**,** $K_p = 3.2546$**,** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

GESUCHT

σ′5, A_1…A_4; Wurzel **L4**; **Dtheoretisch**; σ'_3, σ'_4, **L5**.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Ordinate an der Spitze σ′$_5$ (passiver Erddruck der gestützten Seite + Netto-Gerade)

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

2 Koeffizienten der Gleichung

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

3 Positive Wurzel (Gleichung numerisch gelöst; erfüllt f = 0)

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

Theoretische Einbindetiefe **D = 5.40 m** (ab der Baugrubensohle); L_4 = 4.742 m. In dieser Tiefe ist der passive Widerstand vollständig mobilisiert und es gibt **keinerlei Reserve**.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

4 Druckspannungsblock am Ende

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \mathrm{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \mathrm{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \mathrm{m}$$

Diagramm vollständig: die Netto-Gerade durch E, der Block, der bei **L_5 = 1.069 m** über der Spitze von σ'_3 = 133.0 kPa auf σ'_4 = 348.0 kPa umschlägt. Nachweis: Die linke Seite der Gleichung vierten Grades beträgt an der Wurzel nur 0.03 (relativ zur Skala null).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Möglichkeiten zur Erhöhung der Sicherheitsreserve

THEORIE

In der theoretischen Tiefe wird kein Zuschlag angesetzt. Die Quelle schlägt zwei Wege vor (Abbildung nebenstehend):

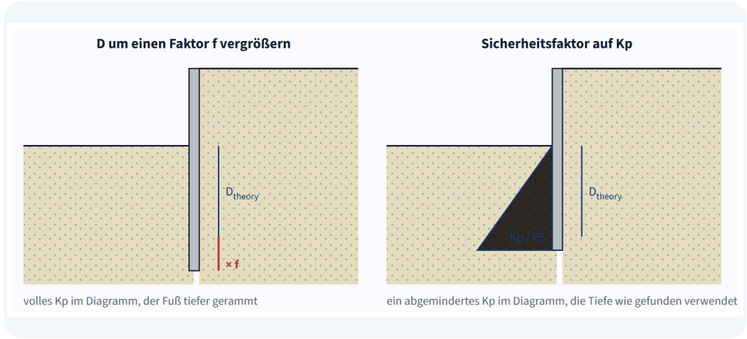
Vergrößerung der Einbindetiefe: Das Diagramm wird mit vollem K_p aufgestellt, die Tiefe um 20–30% vergrößert: $D_{Bemessung} = f \cdot D_{Theorie}$, f = 1.2–1.3. Die Drücke und das Moment entsprechen denen der theoretischen Wand.

Sicherheitsfaktor auf K_p: Das Diagramm wird von vornherein mit K_p/FS_p (FS_p = 1.5–2) aufgebaut, und die sich ergebende Tiefe wird unverändert verwendet. Jede Ordinate unterhalb der Baugrubensohle ändert sich, **auch das Moment wird größer**.

Bei **vorgegebener Einbindetiefe**: Wird die Einbindetiefe vom Ingenieur und nicht aus der Berechnung vorgegeben, so wird sie mit der nach dem gewählten Verfahren erforderlichen Einbindetiefe überprüft ($D_{vorgegeben} \geq D_{Bemessung,erforderlich}$) und der mobilisierte Sicherheitsfaktor $FS_{p,mob}$ ermittelt: Wird K_p durch diesen Wert geteilt, so ist das Diagramm bei der vorgegebenen Einbindetiefe genau im Gleichgewicht.

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$

Bei der vorgegebenen Einbindetiefe werden die **Schnittgrößen** für zwei Zustände untersucht: den Zustand der erforderlichen Einbindetiefe und das Gleichgewicht der vorgegebenen Einbindetiefe mit $K_p/FS_{p,mob}$. Das Moment des vorgegebenen Zustands kann größer sein als das des anderen (eine lange Wand biegt sich bei teilweise mobilisiertem passivem Erddruck stärker durch); die Spundwand wird nach **dem größeren der beiden** gewählt.



Aufgabe

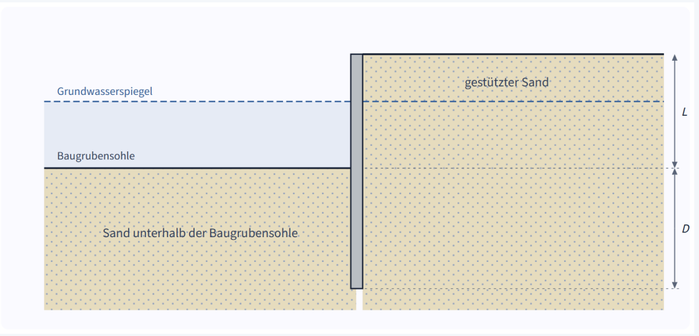
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Die Wand in den Beispielen 1–3 (** $D_{theoretical} = 5.40$ **m,** $M_{max} = 209.58$ **kN·m/m)**
Straßen	$f = 1.3$**;** $FS_p = 1.5$ **und** 2.0**; gegebene Tiefen** 6.0 **und** 8.0 **m; Spundwand:** $W_{el} = 1\,400$ **cm³/m, S275 (EN 1993-1-1,** $\gamma_F = 1.35$ **)**

GESUCHT

Für jede Trasse: **$D_{Bemessung}$**, Gesamtlänge, **M_{max}** und Ausnutzungsgrad der Spundwand **η**.



Lösung

LÖSUNG

1 Weg f: $D_{Bemessung} = 1.3 \times 5.403 = 7.023$ m (Moment unverändert)

Straße	$D_{Bemessung}$ (m)	L + D (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)	Hinweis
f = 1.3 ($D = f \cdot D_{theoretisch}$)	7.02	12.02	209.58	0.735	theoretisches Moment der Wand
$FS_p = 1.5$ ($K_p/1.5$)	7.10	12.10	263.53	0.924	$K_p = 2.170$
$FS_p = 2.0$ ($K_p/2$)	8.84	13.84	325.91	1.143	**η > 1**
Gegeben D = 6.0 m	6.00	11.00	227.74	0.799	D < 7.02: nicht ausreichend; $FS_{p,mob} = 1.18$
Gegeben D = 8.0 m	8.00	13.00	294.92	1.034	D ≥ 7.02; $FS_{p,mob} = 1.76$; **η > 1**

Auf dem Pfad K_p/FS_p wachsen die Einbindetiefe (7.10 m) und das Moment (263.5 kN·m/m) gemeinsam an, da das Diagramm von vornherein abgeschwächt wird; bei $FS_p = 2$ beträgt das Moment 325.9 kN·m/m, und die Spundwand ist nicht ausreichend. Obwohl die **gegebene Einbindetiefe D = 8 m** größer als die Entwurfstiefe ist, **wächst** das Moment (294.9) aufgrund des teilweise mobilisierten passiven Erddrucks: Eine Vergrößerung der Einbindetiefe verringert das Moment nicht immer.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Stelle, an der die Schnittkraft null ist

THEORIE

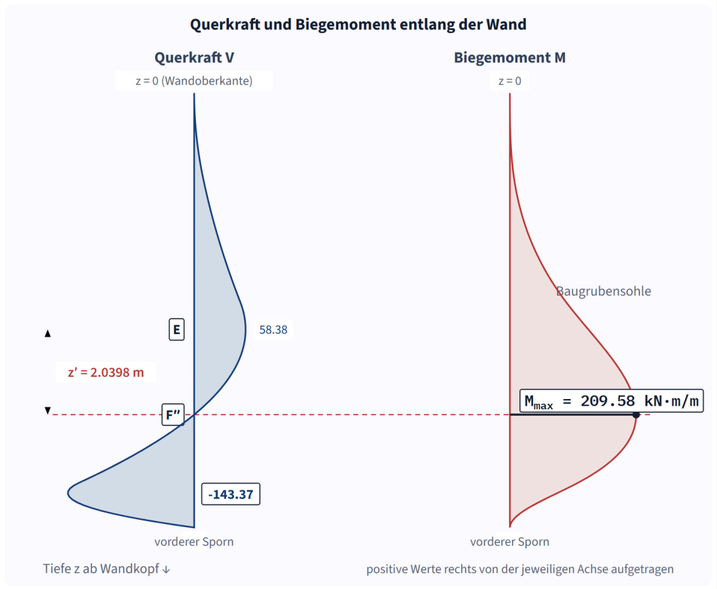
Das Biegemoment ist dort am größten, wo die Querkraft null ist. Unterhalb von E wächst das netto passive Dreieck ½γ′(K_p – K_a)z′²; P wird gegen E in der Tiefe **z′** unterhalb von E ins Gleichgewicht gesetzt:

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

Die Querkraft erreicht ihr Maximum bei E (Netto-Sohlpressung null) und ist in der Tiefe z′ null; das Moment ist hier am größten und geht an der Spitze auf null zurück.

M_{max} ist das Moment der theoretischen Wand (Weg f); beim Weg K_p/FS_p wird das Diagramm mit dem abgeminderten K_p aufgebaut, daher ist M_{max} größer.

Die Auswahl des Spundwandprofils erfolgt mit **$S = M_{max}/\sigma_{zul}$** (klassisch) oder über den Nachweis der Grenzzustände (unten EN 1993-1-1, AISC 360-22).



Aufgabe

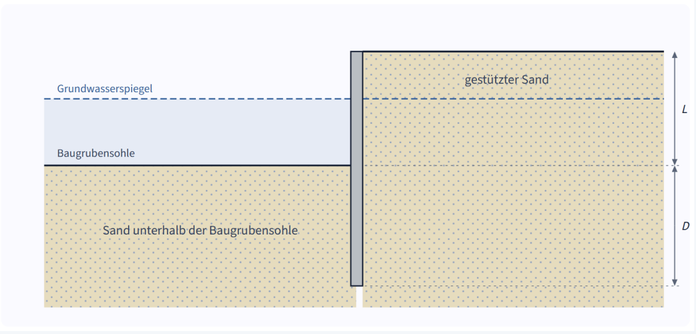
BEISPIEL

Gegeben

Gegeben	**Beispiel 2–3:** $P = 58.38$ **kN/m,** $\bar{z} = 2.2303$ **m;** $m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06$ **kN/m³**

GESUCHT

Die Tiefe **z′**, in der die Querkraft null ist (unterhalb von E), und $\mathbf{M_{max}}$; deren Tiefe von der Wandkrone.



Lösung

LÖSUNG

1 Stelle, an der die Querkraft null ist (unterhalb von E)

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \mathrm{m}$$

2 Größtes Biegemoment

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^3$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^3 = \mathbf{209.58}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

M_{max} = 209.58 kN·m/m, in einer Tiefe von L + L_3 + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m** unterhalb der Wandkrone. Die Spundwand wird für dieses Moment gewählt.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Gleicher Aufbau, unterschiedliche Eingaben

THEORIE

Ohne Wasser: derselbe Aufbau mit der natürlichen Wichte; $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$; γ ersetzt jedes γ′ in den Gleichungen, und die Einbindungsgleichung behält dieselbe Form.

Gleichmäßige Auflast q: Jede Ordinate wächst um qK_a; die Netto-Gerade beginnt beim größeren σ'_2, und der passive Erddruck qK_p am Ende wächst entsprechend (vorheriger Abschnitt).

Unterschiedliche Wasserspiegel auf beiden Seiten (jenseits der Quelle): Die hydrostatischen Drücke werden nicht abgezogen; im Fall ohne Sickerströmung wird der Netto-Wasserdruck addiert. Der Netto-Verlauf ist stückweise linear, und die Gleichungen für E und das Gleichgewicht werden am Diagramm numerisch gelöst.

Geneigte Geländeoberfläche (β, unendlich): Die horizontale Komponente des aktiven Erddruckbeiwerts nach Rankine für eine geneigte Hinterfüllung wird auf der Erdruckseite angesetzt; auf der Baugrubenseite und an der ebenen passiven Erdwiderstandsfläche am Ende bleibt sie unberücksichtigt (sichere Seite). Für $\beta \geq \varphi'$ existiert keine Lösung.

$$u_{net}(z) = \gamma_w(z - D_w) - \gamma_w(z - D_{w,exc}) \quad \text{(jeder Begriff} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a\sigma'_{v,r}(z) - K_p\sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta\,\frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

Aufgabe

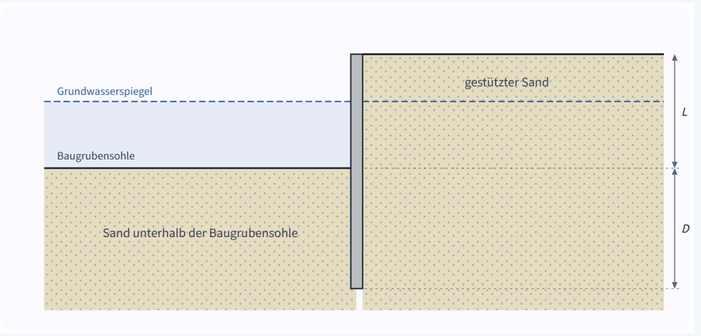
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Die Wand aus den Beispielen 1–5 (f = 1.3; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m)**
Änderungen	**(a) kein Wasser; (b) gleichmäßige Auflast $q = 10$ kPa; (c) Wasser an der Vorderseite bei $z = 6$ m (Baugrube trocken, an der Rückseite bei 2 m); (d) gestützte Geländeoberfläche um $\beta = 15°$ geneigt**

GESUCHT

Für jeden Fall **L_3**, P, **$D_{theoretisch}$**, $D_{Bemessung}$, **M_{max}**, η; Nachweis von Hand, wenn kein Wasser vorhanden ist.



Lösung

LÖSUNG

1 Kein Wasser (Handrechnung): $\sigma'_2 = \gamma L K_a$, $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43\ \text{kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521}\ \text{m}$$

2 Zusammenfassung der fünf Fälle (die übrigen werden vom Modul mit derselben Methode gelöst)

Zustand	L_3 (m)	P (kN/m)	$D_{theoretisch}$ (m)	$D_{Bemessung}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)
Baugrube (Wasser 2 m, beidseitig gleich)	0.661	58.38	5.40	7.02	209.6	0.735
(a) Kein Wasser	0.521	67.43	4.53	5.89	212.1	0.744
(b) Auflast q = 10 kPa	0.770	75.94	6.15	7.99	305.5	**1.071**
(c) Wasser an der Vorderseite z = 6 m	1.319	126.29	8.00	10.39	543.8	**1.907**
(d) Geneigte Geländeoberfläche β = 15°	0.713	63.00	5.64	7.33	232.1	0.814

Ohne Wasser tritt γ an die Stelle von γ′: Der Nullpunkt rückt näher, die Einbindetiefe **sinkt** auf 4.53 m. Eine **Auflast** erhöht D auf 6.15 m und das Moment auf 306 kN·m/m (η > 1); ein **abweichender Wasserstand** ist der ungünstigste Fall: M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m). Neigung β = 15°: $K_{a,h}$ = 0.3289 (eben: 0.3073).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

EN 1993-1-1 und AISC 360-22

THEORIE

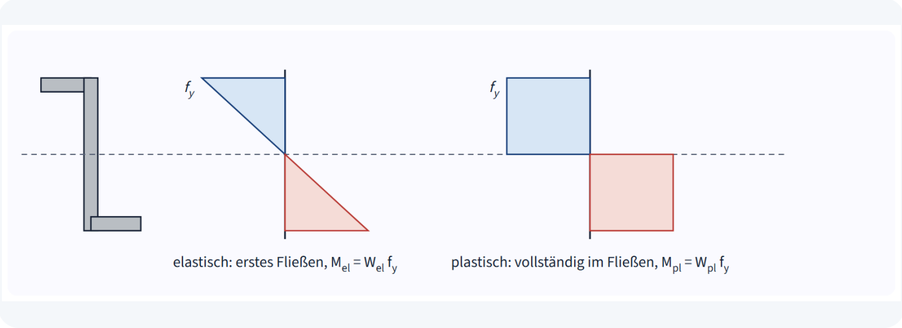
Klassischer Weg: S = M_{max}/σ_{zul}. Das Modul ersetzt dies durch den Nachweis im Grenzzustand; das Moment der Netto-Druckverteilung ist eine charakteristische Einwirkung, und der Teilsicherheitsbeiwert erhöht es auf den Bemessungswert:

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \qquad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \qquad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \qquad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1$$

Die Tabelle enthält zwei Widerstandsmomente: **W_{el}** bis zum ersten Fließen (gültig bis Klasse 3), **W_{pl}** bis zum vollplastischen Moment (Klasse 1–2). Der Anteil der Einbindetiefe wird nicht zusätzlich mit dem Stahlbau-Regelwerk multipliziert.

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \le \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \le \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_yZ$ (kompakter Querschnitt) oder F_yS beim ersten Fließen. Der Erddruck wird als seitlicher Erddruck H angesetzt: in der LRFD-Kombination γ_H = 1.6, bei ASD 1.0.



Aufgabe

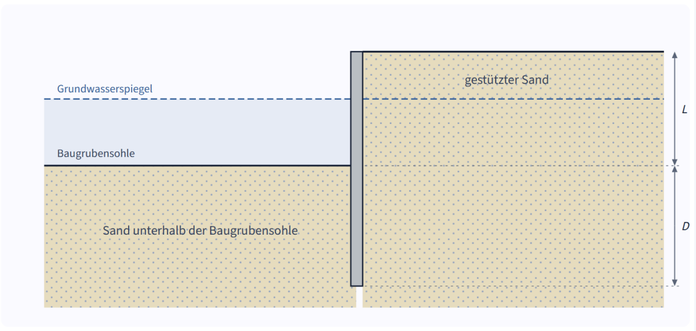
BEISPIEL

Gegeben

Schnitt	**S275 ($f_y = 275$ MPa); elastisches Widerstandsmoment $W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
Moment	**Beispiel 5: $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; EN 1993-1-1: $\gamma_F = 1.35$, $\gamma_{M0} = 1.00$; AISC: $\gamma_H = 1.6$, $\Omega_b = 1.67$ ($M_n = F_y S$)**

GESUCHT

Für EN 1993-1-1: **M_{Ed}**, **W_{req}**, $M_{c,Rd}$, **η**; für AISC LRFD und ASD: η.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \mathrm{kN{\cdot}m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \mathrm{cm^3/m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \mathrm{kN{\cdot}m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

Die gewählte Spundwand ist nach EN 1993-1-1 ausreichend: η = **0.735**; erforderliches W = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m. Ist in der Tabelle W_{pl} angegeben und die Querschnittsklasse 1–2, darf das plastische Moment verwendet werden (mit der Annahme W_{pl} = 1 650 cm³/m folgt η = 0.624).

Lösung (2/2)

LÖSUNG

1 AISC 360-22: nominale Biegetragfähigkeit $M_n = F_y S = 275\,000\,(1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

$$\text{LRFD: } M_u = 1.6(209.58) = 335.32\ \text{kN·m/m} \leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$$

$$\text{ASD: } M_a = 209.58\ \text{kN·m/m} \leq \frac{M_n}{\Omega_b} = \frac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$$

Auch mit AISC ausreichend: LRFD η = **0.968** (erstes Fließen), ASD η = **0.909**. Dasselbe Moment ergibt nach EN 1993-1-1 einen Ausnutzungsgrad von 0.735 und nach LRFD von 0.968: Die Grade unterscheiden sich, weil die Regelwerke unterschiedliche Sicherheitsphilosophien verwenden.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Pseudostatisches Mononobe–Okabe-Konzept

THEORIE

Das Erdbeben bewahrt das statische Grenzgleichgewicht, indem den Bodenkeilen konstante Trägheitskräfte ($k_h W$ horizontal, $k_v W$ vertikal) hinzugefügt werden. Senkrechte Wand, horizontale Geländeoberfläche, keine Wandreibung (dieselbe Idealisierung wie beim statischen Rankine-Ansatz):

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta \left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi' \sin(\varphi' - \theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \ldots \left[1 - \sqrt{\ldots}\right]^2$$

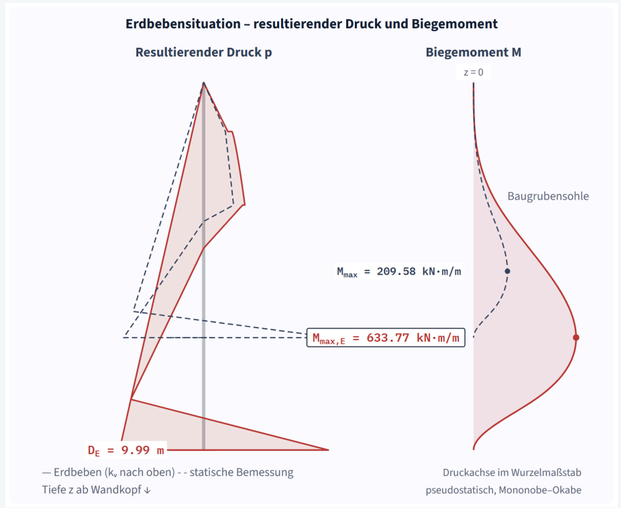
$$\text{unter Wasser:} \quad \tan\theta_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \frac{k_h}{1 \mp k_v}$$

Drücke $(1 \mp k_v)K_{AE}\sigma'_v$ und $(1 \mp k_v)K_{PE}\sigma'_v$; **beide Richtungen von k_v** werden geprüft. Bei $\theta = 0$ ergeben sich K_a und K_p; ist $\theta > \varphi'$, existiert kein Gleichgewichtskeil.

In Sand mittlerer Durchlässigkeit bewegt sich das Porenwasser zusammen mit dem Boden (**gebunden**): Die Trägheit liegt in der gesättigten Masse, der Winkel wird größer. Steht in der Baugrube freies Wasser an, wird der hydrodynamische Druck nach Westergaard (in entgegengesetzter Richtung) hinzugefügt.

Nachweis: Das Netto-Druckdiagramm wird wie in der Statik aufgestellt; die beiden Gleichgewichtsbedingungen ergeben $\mathbf{D_E}$. Der Erdbebenfall ist eine an die Baugrube gebundene Situation; auf K_{PE} wird kein Beiwert angesetzt: Die Wand hält stand, wenn $\mathbf{D_E \leq D_d}$ ist. Bei der unverankerten Spundwand werden die seismischen Drücke wie die statischen verteilt, proportional zur wirksamen Spannung.

In der seismischen Kombination werden die Einwirkungen mit 1.0 angesetzt: $M_{Ed,E} = M_{max,E}$.



Aufgabe

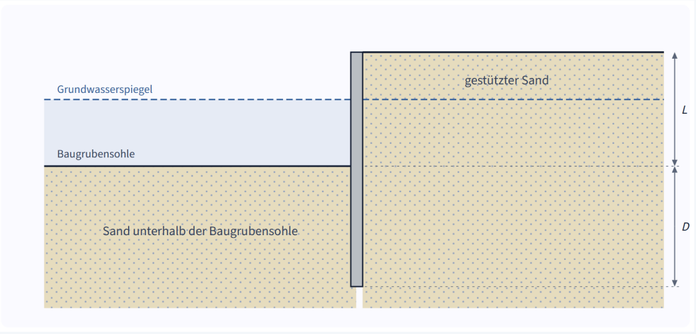
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Die Wand aus Beispiel 1–5: $D_{design} = 7.02$ m, $M_{max} = 209.58$ kN·m/m; S275, $W_{el} = 1\,400$ cm³/m**
Erdbeben	**$k_h = 0.15$, $k_v = \pm 0.075$ (zwei Richtungen); Porenwasser begrenzt; 3 m freies Wasser in der Baugrube**

GESUCHT

Seismische Winkel und Beiwerte; **D_E** (zwei k_v-Richtungen), **$M_{max,E}$**; hält die statische Wand diesem Erdbeben stand?



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Seismische Winkel und Beiwerte ($\varphi' = 32°$; statisch $K_a = 0.3073$, $K_p = 3.2546$)

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

k_v	$f_v = 1 - k_v$	θ (oben)	θ_w (unter Wasser)	K_{AE} / K_{PE} (oben)	K_{AE} / K_{PE} (in Wasser)
+0.075	0.925	9.21°	18.22°	0.411 / 2.948	0.562 / 2.589
−0.075	1.075	7.94°	15.82°	0.395 / 2.992	0.514 / 2.693

Unter Wasser ist der Winkel größer (Trägheit in der gesättigten Masse): K_{AE} steigt von 0.411 auf 0.562, K_{PE} fällt von 2.948 auf 2.589; der aktive Erddruck nimmt zu, der passive Erddruck ab.

Lösung (2/2)

LÖSUNG

2 Sismisches Netto-Druckdiagramm und Einbindetiefe D_E

Zustand	L_3 (m)	D_E / $D_{theoretisch}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	D ≤ 7.02?
Statisch (f = 1.3)	0.661	— / 5.40	209.58	$D_{Bemessung}$ = 7.02
Erdbeben, k_v = +0.075	1.756	9.987	**633.77**	**Nein**
Erdbeben, k_v = −0.075	1.497	8.988	603.87	**Nein**

3 Schnitt und Ergebnis

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} \ > \ 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} \ > 1 \ \ \text{✗}$$

Die statische Wand **widersteht** diesem Erdbeben **nicht**: Das seismische Diagramm erfordert eine um **2.96 m** größere Einbindetiefe (D_E = 9.99 > 7.02 m) und ein **3.0-faches Moment** gegenüber dem statischen Fall (633.8 kN·m/m); auch die Spundwand reicht nicht aus (η_E = 1.65). Für die Erdbebenkombination müssen Einbindelänge und Querschnitt gemeinsam vergrößert werden.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Bettungsmodulverfahren: elastischer Balken auf elastischer Bettung

THEORIE

Das Grenzgleichgewicht liefert die Einbindetiefe und das Moment, aber nicht, **wie stark sich die Wand verschiebt** (es beschreibt den Versagenszustand, bei dem der passive Widerstand voll mobilisiert ist). Für die Verschiebung im Gebrauchszustand wird die Wand als elastischer Balken (EI) und der Boden an jeder Seite als unabhängige Federn (Winkler) angesetzt:

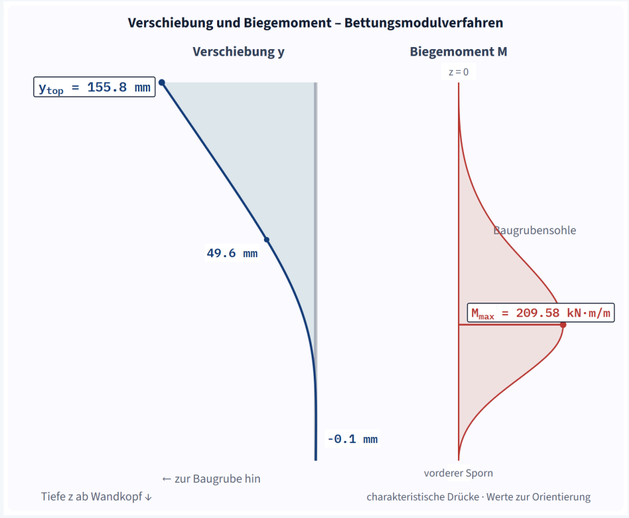
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \;\; (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \;\; (\ldots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

Die Federn beginnen beim Erdruhedruck, ändern sich proportional zur Verschiebung und überschreiten nicht die aktive und passive Grenze. k_h ist eher ein **Modellparameter** als eine Bodeneigenschaft; Richtwerte für Sand: locker 4.8–16, mitteldicht 9.6–80, dicht 64–128 MN/m³.

Die Wand liegt in der Bemessungslänge vor ($L + D_{Bemessung}$), beide Enden sind frei; die Drücke sind charakteristisch: volles Rankine K_p, kein Sicherheitsfaktor; K_0 nach Jaky (1944). Die Wand ist vor dem Aushub vorhanden, der Aushub erfolgt in einem einzigen Bauzustand.

Die Gleichung wird mit Balken-Finite-Elementen gelöst, wobei iteriert wird, bis die Federn den elastischen/aktiven/passiven Zustand erreichen; das Ergebnis wird als **unbegrenzte Schätzung** ausgegeben.



Aufgabe

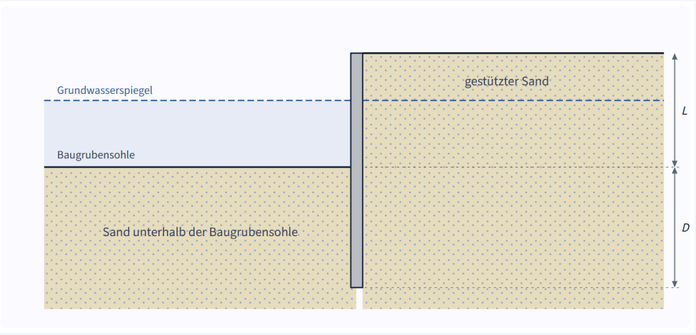
BEISPIEL

Gegeben

Wand	**Die Stützwand aus den Beispielen 1–5, Bemessungslänge $L + D = 12.02$ m**
Spundwand	$I = 21\,000$ **cm⁴/m,** $E = 210\,000$ **MPa (**$EI = 44\,100$ **kN·m²/m)**
Baugrund	$k_h = 20$ **MN/m³ (auf beiden Seiten);** $K_0 = 1 - \sin 32°$**; Aushub in einem Bauzustand**

GESUCHT

Verschiebung am Wandkopf, an der Baugrubensohle und am Wandfuß; stimmt das maximale Moment des Modells mit dem Moment des Grenzgleichgewichts überein?



Lösung

LÖSUNG

1 Erdruhedruckbeiwert und Modell

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000(21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100\ \mathrm{kN\cdot m^2/m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \ \text{(Finite Elemente, Federn elastisch/aktiv/passiv)}$$

2 Ergebnis (zur Baugrube hin, mm)

$$y_{üst} = \mathbf{155.8}\ \mathrm{mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6}\ \mathrm{mm} \qquad y_{tip} = -0.1\ \mathrm{mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58\ \mathrm{kN\cdot m/m}\ \ (z = 7.70\ \mathrm{m}) \ \approx\ M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

Der Wandkopf verschiebt sich um **155.8 mm** zur Baugrube hin und an der Baugrubensohle um 49.6 mm; die Wandspitze bleibt nahezu unverändert (-0.1 mm) – die Wand dreht sich um einen Punkt nahe dem Wandfuß. Das Moment des Modells (209.58) stimmt mit dem Moment des Grenzgleichgewichts (209.58) überein: rückwärtig aktiver Erddruck, vorderer passiver Erddruck, über die gesamte Höhe, in der sich das Moment ausbildet, an ihren Grenzwerten. In den Federn sind etwa 40 % des passiven Widerstands mobilisiert.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Umfang der Lösung

THEORIE

Rankine-Drücke ohne Wandreibung auf Basis der wirksamen vertikalen Spannung; das Profil besteht durchgehend aus Sand (in jeder Zahl eine Schicht); eingebetteter Ton ist ein separates Modul. Für den eingebetteten Teil wird für einen einzelnen Sand die geschlossene Lösung der Quelle verwendet, während für mehrere Sande dasselbe Diagramm numerisch gelöst wird.

Vereinfachtes Netzdruckdiagramm der Quelle: eine einzige Gerade durch E und der Endblock; der Drehpunkt O wird nicht genauer gesucht. Das Wasser steht auf beiden Seiten auf gleicher Höhe oder auf unterschiedlicher Höhe (keine Sickerströmung); die Sickerströmung und ihr Einfluss auf den passiven Widerstand werden nicht modelliert.

Die **Einbindetiefe** enthält den Zuschlag ihres eigenen Weges (f oder FS_p) und wird nicht nochmals mit dem Stahlbaunachweis multipliziert. Die Spundwand wird in Biegung mit dem gegebenen Widerstandsmoment nachgewiesen; Querkraft, lokales Beulen und Korrosionsverlust werden nicht nachgewiesen.

Die **Verschiebung** wird nach dem Bettungsmodulverfahren mit charakteristischen Drücken ohne Grenzwert angegeben; die Setzung hinter der Wand wird nicht berechnet.

Eine Winkelstützwand ist über $D \approx 1.5–2\ L$ hinaus selten wirtschaftlich; überschreitet die theoretische Einbindetiefe 3L, so warnt das Modul. Die verankerte Wand wird in einem anderen Modul behandelt (gesonderte Präsentation).

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Unverankerte Spundwand steht durch den passiven Widerstand unterhalb der Baugrubensohle; oberhalb der Baugrubensohle aktiver, darunter Netto-Druck: die von σ'_2 ausgehende und bei E auf null zurückgehende Gerade ($L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a))$) und der L_5-Block am Fuß

Gleichgewicht: P, $\bar{z}$ und $\Sigma F_H = 0$, $\Sigma M = 0$ → eine Gleichung vierten Grades für L_4; $\mathbf{D_{theoretisch} = L_3 + L_4}$ (Beispiel: 5.40 m)

Zähler: D mit f = 1.2–1.3 (Beispiel: 7.02 m, Moment unverändert) oder K_p/FS_p (Tiefe und Moment wachsen); bei der gegebenen Tiefe $FS_{p,mob}$ und **der größere der beiden Kraftfälle**

$\mathbf{M_{max}}$ dort, wo die Querkraft null ist: $z' = \sqrt{(2P/m)}$, $M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\,z'^3/6$ (Beispiel: 209.58 kN·m/m)

Wasser, Auflast, Neigung: ohne Wasser $\gamma' \rightarrow \gamma$; q erhöht jede Ordinate um qK_a; ein anderer Wasserstand und eine Auflast vergrößern D und M stark

Querschnitt: EN 1993-1-1 $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \le W\,f_y/\gamma_{M0}$ ($\eta = 0.735$); AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

Erdbeben: K_{AE}, K_{PE}, θ_w; es wird $D_E \le D_{Bemessung}$ geprüft: die Beispielwand hält nicht stand (D_E = 9.99 m, M = 634 kN·m/m)

Verschiebung: elastischer Balken auf elastischer Bettung; im Beispiel Kopf ≈ 156 mm, Fuß ≈ 0

Literatur

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 – Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, allgemeine Regeln.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Schritt-für-Schritt-Beispiel auf der Modulseite ist ebenfalls diese Wand (L = 5 m, γ = 15.9; γ_{sat} = 19.33 kN/m³, φ′ = 32°, Wasser bei 2 m).

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie die Höhe Ihrer eigenen Wand, das geschichtete Sandprofil, das Wasser, die Auflast, den Spundwandquerschnitt und die Erdbebenbeiwerte in GeoTerva ein; das Modul liefert das Druckdiagramm, die Einbindetiefe, das Moment, den Querschnittsnachweis und die Verschiebung zusammen.

Modul öffnen → **Theorieseite →**

Auf dem Smartphone öffnen
Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.

Falls Sie sie in Ihren Vorlesungen verwenden möchten: info@geoterva.com