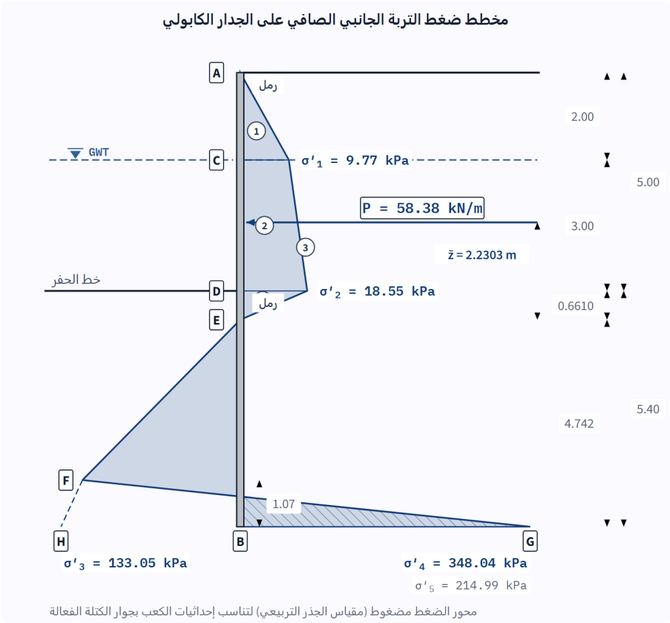
شرائح محاضرات الجيوتكنيك · الجدران الستائرية والحفريات المدعمة

جدار ستائري كابولي في الرمل

المحاضرة: تصميم جدار ستائري كابولي في الرمل؛ الضغوط فوق قاع الحفر وتحته، وعمق الغرس، وأقصى عزم، والتحقق من المقطع، والزلزال، والإزاحة؛ مع مثال محلول لكل موضوع.

جدار ستائري كابولي · مخطط الضغط الصافي · عمق الاختراق · أقصى عزم · الزلزال · الإزاحة · EN 1993 · AISC 360



يستند إلى صفحة النظرية في GeoTerva · geoterva.com

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- **كيف يدور الجدار الستائري الكابولي** وما الضغوط التي تنشأ فوق قاع الحفر وتحته وعند طرفه
- **الضغط الفعال** أعلى قاع الحفر (الماء، الحمل الإضافي) و**خط الضغط الصافي** أدناه؛ نقطة الصفر E
- **عمق الاختراق** من اتزان القوى الأفقية وعزوم الانحناء: معادلة من الدرجة الرابعة بالنسبة إلى L_4، و$D_{theoretical}$
- طرق إضافة **هامش أمان** إلى عمق التصميم (المعامل K_p/FS_p، f، العمق المعطى)
- **أقصى عزم انحناء** (حيث يكون القص صفراً) والتحقق من الجدار الستائري وفق **EN 1993-1-1 / AISC 360-22**
- تأثير الماء والحمل الإضافي وسطح الأرض المائل و**الزلزال**؛ و**الإزاحة** بطريقة معامل رد فعل تربة التأسيس

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات:**

1 · **النظرية:** ما القاعدة، ولماذا هي كذلك؟

2 · **المسألة:** المعطيات والمطلوب

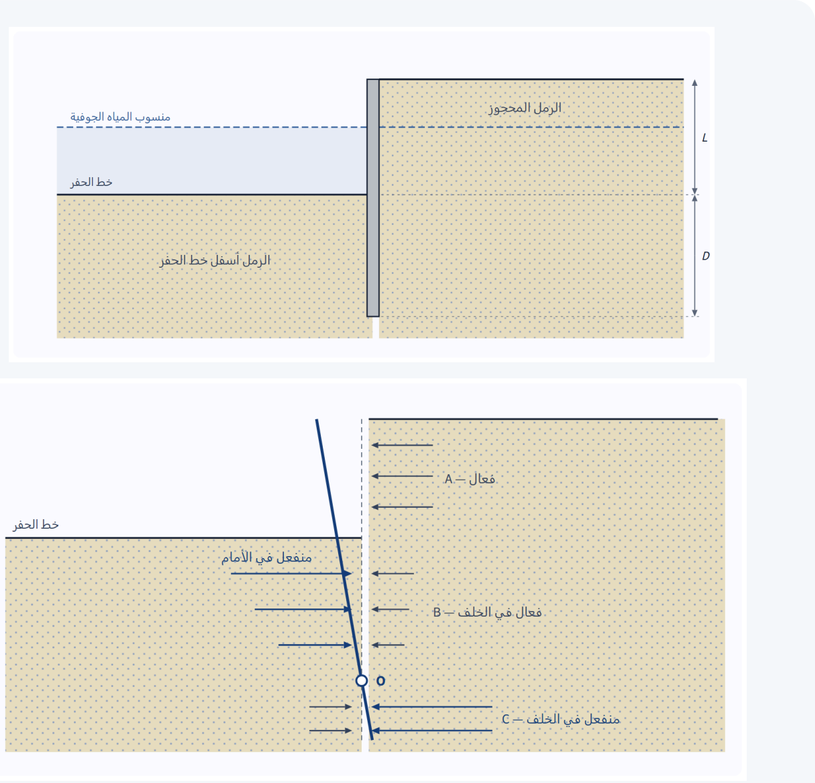
3 · **الحل:** خطوة بخطوة، بالأرقام

جدار المثال: $L = 5$ m من الرمل فوق قاع الحفر ($\gamma = 15.9$؛ $\gamma_{sat} = 19.33$ kN/m³؛ $\varphi' = 32°$)، والمياه الجوفية على عمق 2 m تحت القمة وعلى المنسوب نفسه على الوجهين؛ والجدار الستائري مدقوق في الرمل نفسه. القوى لكل متر من الجدار.

النظرية

كيف يعمل وكيف يدور؟

الجدار الستائري صف من الخوازيق الفولاذية المتشابكة؛ يحتجز التربة الواقعة فوق قاع الحفر (L) ويبقى قائماً بفضل **عمق الدفن D**. وليس للجدار **الكابولي** أي دعم آخر: فهو كعمود السياج لا يثبت إلا **بالمقاومة المنفعلة** للتربة التي دق فيها؛ ولذلك يكون اقتصادياً عادة حتى نحو 6 m ابتداءً من قاع الحفر.



يدور الجدار دوراناً جاسئاً حول النقطة O (القريبة من الطرف). **المنطقة A** (فوق قاع الحفر): التربة المسنودة وحدها، الضغط الفعال.

المنطقة B (قاع الحفر–O): ضغط فعال في الخلف، وضغط مقاوم (مدفوع) في الأمام.

المنطقة C (أسفل O): تتبادل الجانبان الدور؛ المنفعل في الخلف، والفعال في الأمام.

التوزيع الفعلي منحن؛ ويستبدل المرجع به **تقريباً خطياً**: الضغط الصافي تحت قاع الحفر مستقيم واحد يمر بنقطة الصفر E؛ والارتداد عند الطرف كتلة ارتفاعها L_5.

تحسب ضغوط Rankine **دون اعتبار احتكاك الجدار** انطلاقا من الإجهاد الرأسي الفعال؛ وإذا كان الماء عند المنسوب نفسه على الوجهين فإن الضغوط الهيدروستاتيكية يلغي بعضها بعضا.

النظرية

σ'_1 و σ'_2

يوجد فوق قاع الحفر الرمل المحتجز فقط؛ وضغط Rankine الفعال = الإجهاد الرأسي الفعال × K_a. ويقع الماء على مسافة L_1 تحت قمة الجدار، ويقع الجزء المتبقي $L_2 = L - L_1$ تحت الماء ($\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$):

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

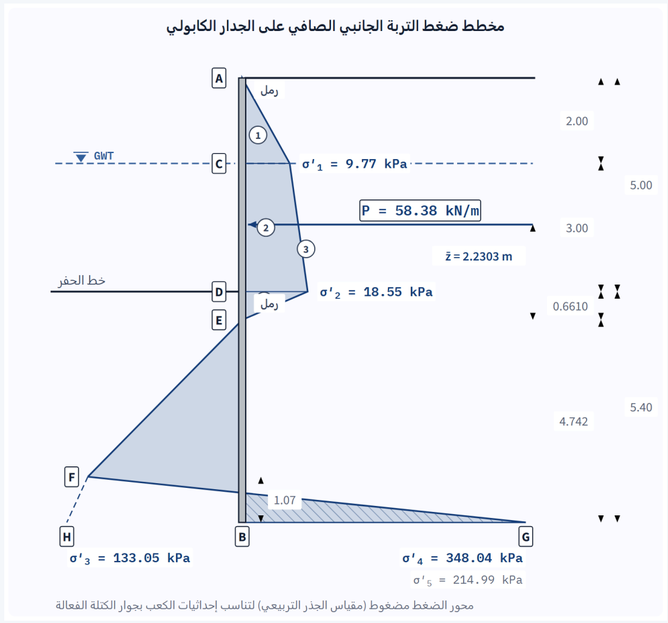
$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a \qquad \sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a$$

إذا كان منسوب المياه واحداً على الجانبين، فإن الضغوط الهيدروستاتيكية **تُطرح**؛ ولا تحمّل الجدار إلا هذه الضغوط الفعالة.

الحمل الإضافي المنتظم q (حركة المرور، التخزين) يضيف q إلى الإجهاد الفعال عند كل عمق: يبدأ المخطط بالقيمة $\sigma'_0 = qK_a$، ويزداد كل إحداثي بمقدار qK_a: $\sigma'_2 = (q + \gamma L_1 + \gamma' L_2)K_a$.

يبقى الحمل الإضافي q تحت قاع الحفر ضمن الإجهاد الرأسي في الجانب المسنود: فيبدأ المستقيم الصافي من σ'_2 الأكبر، ويزداد الضغط المنفعل عند الطرف بمقدار qK_p؛ ولا يحمل وجه الحفر أي حمل إضافي.

لا يضيف الحمل محدود الامتداد (شريطي، نقطي) قيمة ثابتة K_aq: بل يؤخذ الضغط الجانبي من الوسط شبه اللانهائي ويضاعف في الجدار الجاسئ **بطريقة المرآة**؛ وتكامل الوحدة المخطط الصافي عددياً.



مخطط الضغط الصافي للمثال المحلول (بالشكل الذي ترسمه الوحدة).

المسألة

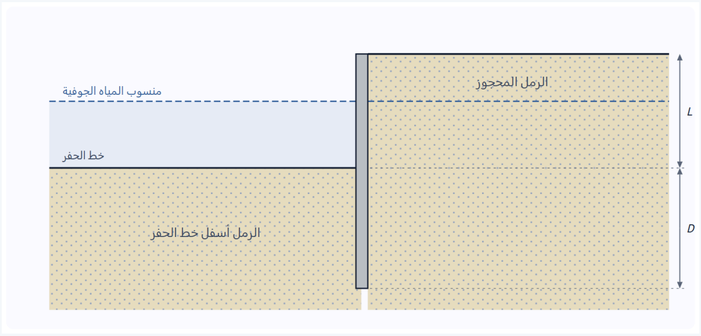
مثال

المعطيات

التربة	رمل: $\gamma = 15.9$ kN/m³، $\gamma_{sat} = 19.33$ kN/m³، $\varphi' = 32^\circ$ (الجزء المسنود والجزء المدفون من الرمل نفسه)
الجدار	$L = 5$ m؛ المياه الجوفية على بعد $L_1 = 2$ m تحت القمة وبالمنسوب نفسه على الوجهين؛ لا يوجد حمل إضافي

المطلوب

γ، K_p، K_a؛ σ'_1 وσ'_2 (عند قاع الحفر).



الحل

الحل

1 معاملات الضغط والوزن الحجمي المغمور

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 16^\circ) = \mathbf{0.3073} \qquad K_p = \tan^2(45^\circ + 16^\circ) = \mathbf{3.2546}$$

$$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w = 19.33 - 9.81 = 9.52 \text{ kN/m}^3$$

2 الضغط الفعال عند منسوب الماء وعند قاع الحفر

$$\sigma'_1 = \gamma L_1 K_a = 15.9(2)(0.3073) = \mathbf{9.77} \text{ kPa}$$

$$\sigma'_2 = (\gamma L_1 + \gamma' L_2)\, K_a = (15.9(2) + 9.52(3))\,(0.3073)$$

$$\sigma'_v(L) = 60.36 \text{ kPa} \;\Rightarrow\; \sigma'_2 = \mathbf{18.55} \text{ kPa}$$

يبلغ ضغط التربة الفعال **9.77 kPa** عند منسوب الماء، وعند قاع الحفر **18.55 kPa**؛ ومعامل الضغط المقاوم K_p = 3.2546. ولأن الوزن الحجمي المغمور (γ' = 9.52 kN/m³) هو المستخدم تحت الماء، تتباطأ زيادة الضغط.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

نقطة الصفر E و P و z̄، ومعادلة من الدرجة الرابعة

النظرية

توجد تربة على الوجهين أسفل قاع الحفر؛ ضغط فعال في الخلف وضغط منفعل في الأمام، ويزداد المنفعل بسرعة أكبر: فيبدأ الضغط الصافي من σ'_2 وينخفض خطياً مع العمق وينعدم عند النقطة E:

$$L_3 = \frac{\sigma'_2}{\gamma'\,(K_p - K_a)} \qquad \sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a)$$

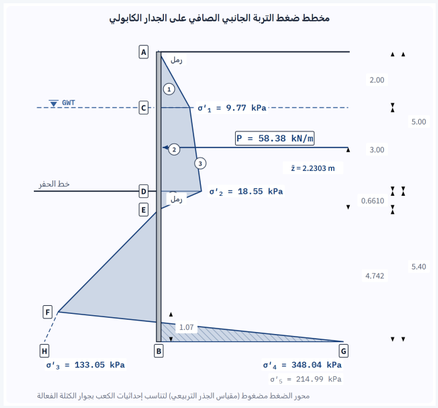
فوق E تؤثر محصلة المخطط **P** (المساحة) على ارتفاع **z̄** فوق L_4 .E = عمق الطرف تحت E؛ ومن الشرطين $\Sigma F_H = 0$ و $\Sigma M = 0$ حول الطرف:

$$\sigma'_3 = L_4(K_p - K_a)\gamma' \quad \sigma'_4 = \sigma'_5 + \gamma' L_4(K_p - K_a) \quad L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4}$$

$$L_4^4 + A_1 L_4^3 - A_2 L_4^2 - A_3 L_4 - A_4 = 0$$

$$A_1 = \frac{\sigma'_5}{m} \quad A_2 = \frac{8P}{m} \quad A_3 = \frac{6P\,(2\bar{z}m + \sigma'_5)}{m^2} \quad A_4 = \frac{P\,(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P)}{m^2} \quad (m = \gamma'(K_p - K_a))$$

عمق الاختراق النظري $\mathbf{D_{theoretical} = L_3 + L_4}$: وهو العمق الذي تتعبأ عنده المقاومة المنفعلة بالكامل دون أن يبقى أي هامش.





المسألة

مثال

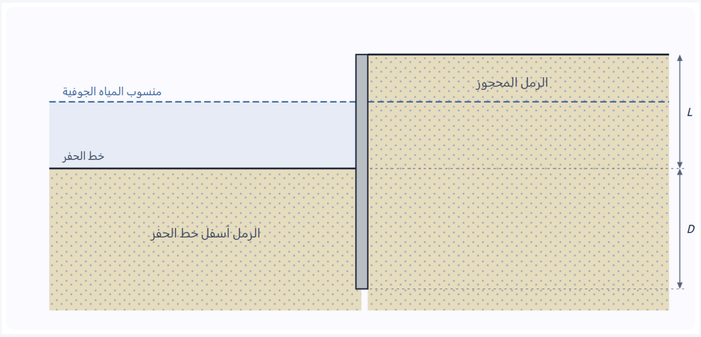
المعطيات

المعطيات

الجدار في المثال 1: $\sigma'_1 = 9.77$ **kPa**، $\sigma'_2 = 18.55$ **kPa**؛
$K_a = 0.3073$، $K_p = 3.2546$، $\gamma' = 9.52$ **kN/m³**

المطلوب

نقطة الصفر لضغط الصافي هي **L3**؛ ومحصلة مخطط الضغط أعلى E هي **P** وذراعها **z̄**.



الحل

الحل

1 نقطة الصفر

$$L_3 = \frac{\sigma_2'}{\gamma'(K_p - K_a)} = \frac{18.55}{9.52(3.2546 - 0.3073)} = \frac{18.55}{28.059} = \mathbf{0.6610}\ \text{m}$$

2 أجزاء مخطط الضغط الفعال (من الأعلى حتى E): Σ = P = المساحات، Σ = z̄(المساحة × الذراع)/P

القطعة	الشكل	المساحة (kN/m)	الذراع حتى E (m)	المساحة × الذراع
1	مثلث: 0–2 m	9.77	4.328	42.28
2	مستطيل: 2–5 m	29.31	2.161	63.34
3	مثلث: 2–5 m	13.16	1.661	21.86
4	مثلث: E–5 m	6.13	0.441	2.70
المجموع		**58.38**		**130.19**

P = 58.38 kN/m؛ z̄ = 130.19 / 58.38 = **2.2303 m** (فوق E). ينعدم الضغط الصافي على عمق 0.661 m تحت قاع الحفر.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

المعطيات

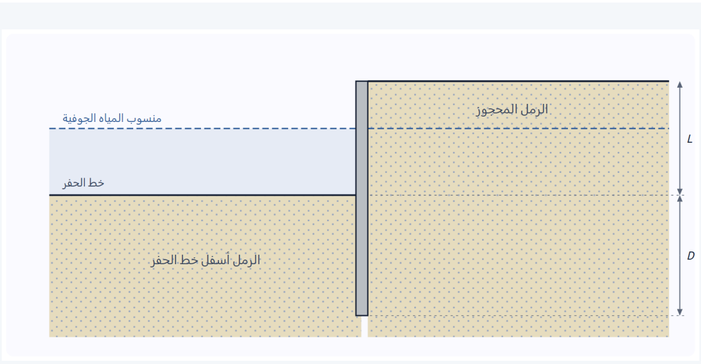
مثال 2: $L_3 = 0.661$ m، $P = 58.38$ kN/m،
$\bar{z} = 2.2303$ m؛ $\sigma'_v(L) = 60.36$ kPa

المعاملات

$K_a = 0.3073$,K_p=3.2546,m$
=\gamma'(K_p-K_a)=28.06$ kN/m³

المطلوب

$A_1 \ldots A_4$، σ'_5؛ الجذر L_4؛ $D_{theoretical}$؛ σ'_4، σ'_3؛ L_5.



الحل (1/2)

الحل

1 الإجهاد الفعال عند الطرف σ'_5 (الضغط المنفعل للجانب المسنود + الخط المستقيم الصافي)

$$\sigma'_5 = \sigma'_v(L)K_p + \gamma' L_3(K_p - K_a) = 60.36(3.2546) + 28.059(0.6610) = \mathbf{214.99}\ \text{kPa}$$

2 معاملات المعادلة

$$A_1 = \sigma'_5/m = 214.99/28.059 = 7.6623 \qquad A_2 = 8P/m = 8(58.38)/28.059 = 16.6439$$

$$A_3 = 6P\left(2\bar{z}m + \sigma'_5\right)/m^2 = 151.328 \qquad A_4 = P\left(6\bar{z}\sigma'_5 + 4P\right)/m^2 = 230.633$$

3 الجذر الموجب (تحل المعادلة عددياً؛ يحقق f = 0)

$$L_4^4 + 7.662L_4^3 - 16.644L_4^2 - 151.33L_4 - 230.63 = 0$$

$$L_4 = \mathbf{4.742}\ \text{m} \qquad D_{theoretical} = L_3 + L_4 = 0.6610 + 4.742 = \mathbf{5.40}\ \text{m}$$

عمق الاختراق النظري **D = 5.40 m** (من قاع الحفر؛ L_4 = 4.742 m). وعند هذا العمق تكون المقاومة المنفعلة قد استنفرت بالكامل و**لا يوجد أي هامش**.

الحل (2/2)

الحل

4 كتلة الضغط الطرفية

$$\sigma'_3 = L_4\, m = 4.742(28.059) = \mathbf{133.05}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_4 = \sigma'_5 + L_4 m = 214.99 + 133.05 = \mathbf{348.04}\ \text{kPa}$$

$$L_5 = \frac{\sigma'_3 L_4 - 2P}{\sigma'_3 + \sigma'_4} = \frac{133.05(4.742) - 2(58.38)}{133.05 + 348.04} = \mathbf{1.0686}\ \text{m}$$

اكتمل المخطط: الخط المستقيم الصافي المار بالنقطة E، والكتلة التي تتحول من σ'_3 = 133.0 kPa إلى σ'_4 = 348.0 kPa عند **L_5 = 1.069 m** فوق الطرف. التحقق: الطرف الأيسر من معادلة الدرجة الرابعة عند الجذر لا يتجاوز 0.03 (أي صفر بالنسبة إلى المقياس).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

طرق إضافة هامش أمان

لا يوجد هامش في العمق النظري. يقترح المرجع طريقتين (الشكل المجاور):

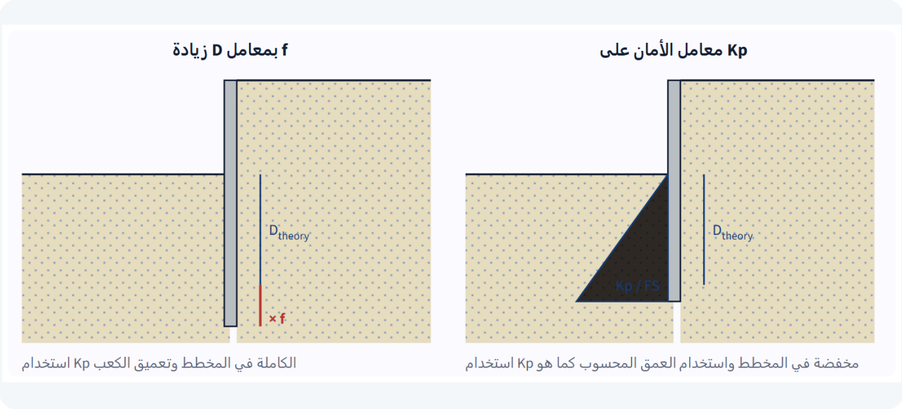
زيادة العمق: يرسم المخطط بقيمة K_p الكاملة ويزاد العمق بنسبة 20–30%: $D_{design} = f \cdot D_{theoretical}$، $f = 1.2–1.3$. والضغوط والعزم هي ما للجدار النظري.

معامل الأمان على K_p: ينشأ المخطط منذ البداية باستخدام $FS_p = 1.5–2$ (K_p/FS_p)، ويستخدم العمق الناتج كما هو. فيتغير كل إحداثي رأسي للمخطط أسفل قاع الحفر، و**يزداد العزم أيضاً**.

العمق المعطى: إذا كان العمق مصدره المهندس لا التحليل، فيتحقق منه بمقارنته بالعمق الذي تتطلبه الطريقة المختارة ($D_{given} \geq D_{design,required}$) ويحسب معامل الأمان المعبأ $FS_{p,mob}$: وإذا قسمت K_p على هذه القيمة صار المخطط في اتزان تام عند العمق المعطى.

$$D_{given} \geq D_{design,req} \qquad D(K_p/FS_{p,mob}) = D_{given}$$

عند العمق المعطى تدرس **القوى الداخلية** لحالتين: حالة العمق المطلوب، واتزان العمق المعطى بالنسبة $K_p/FS_{p,mob}$. وقد يزيد عزم الحالة المعطاة على عزم الأخرى (فالجدار الطويل ينحني أكثر مع ضغط منفعل معبأ جزئياً)؛ وتختار الستارة وفق **أكبر القيمتين**.



المسألة

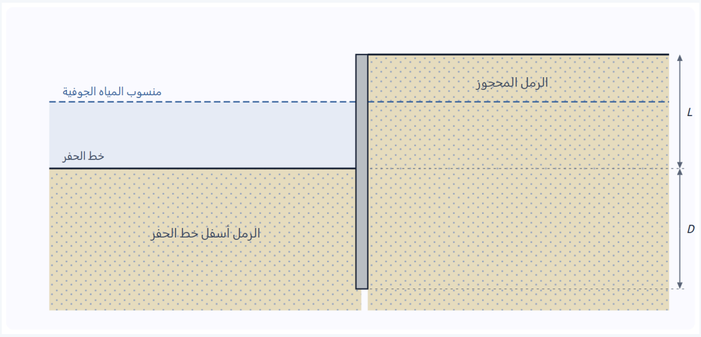
مثال

المعطيات

الجدار	**الجدار في الأمثلة 1–3** (من القسم 6)، $D_{theoretical} = 5.40$ m، $M_{max} = 209.58$ kN·m/m
الطرق	$f = 1.3$؛ $FS_p = 1.5$ و 2.0؛ **العمقان المعطيان** 6.0 و 8.0 m؛ **جدار ستائري:** $W_{el} = 1\,400$ cm³/m، S275 (EN 1993-1-1, $\gamma_F = 1.35$)

المطلوب

لكل مسار D_{design}، والطول الكلي، وM_{max}، ونسبة استخدام الجدار الستائري **η**.



الحل

الحل

1 المسار $D_{design} = 1.3 \times 5.403 = 7.023$ m :f (العزم نفسه)

الطريق	D_{design} (m)	L + D (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)	ملاحظة
$f = 1.3$ ($D = f \cdot D_{theoretical}$)	7.02	12.02	209.58	0.735	العزم النظري للجدار
$FS_p = 1.5$ ($K_p/1.5$)	7.10	12.10	263.53	0.924	$K_p = 2.170$
$FS_p = 2.0$ ($K_p/2$)	8.84	13.84	325.91	1.143	**η > 1**
المعطى D = 6.0 m	6.00	11.00	227.74	0.799	$D < 7.02$: غير كاف؛ $FS_{p,mob} = 1.18$
المعطى D = 8.0 m	8.00	13.00	294.92	1.034	$D \geq 7.02$؛ $FS_{p,mob} = 1.76$؛ **η > 1**

في مسار K_p/FS_p يضعف المخطط من البداية، ولذلك يزداد العمق (7.10 m) والعزم (263.5 kN·m/m) معاً؛ وعند $FS_p = 2$ يبلغ العزم 325.9 kN·m/m ولا يكفي مقطع الستارة. ومع أن **العمق المعطى D = 8 m** أطول من عمق التصميم فإن العزم (294.9) **يزداد** بسبب الضغط المنفعل المعبأ جزئياً: فزيادة العمق لا تخفض العزم دائماً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

موضع انعدام قوة القص

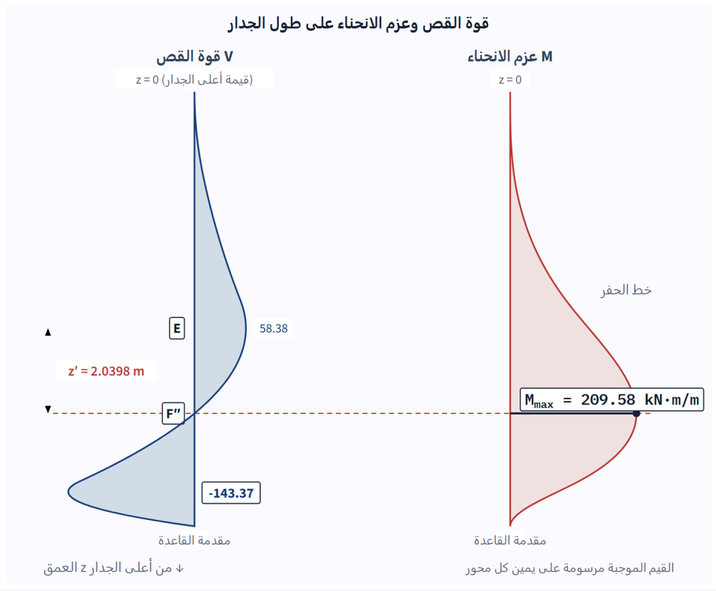
يبلغ عزم الانحناء أقصاه حيث تنعدم قوة القص. وتحت E ينمو المثلث المنفعل الصافي ½ − K_p)′γ K_a)z′²؛ وتتوازن P مع E عند عمق **z′** تحت E:

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{\gamma'(K_p - K_a)}} \qquad M_{max} = P\,(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{2}\gamma' z'^2\,(K_p - K_a)\,\frac{z'}{3}$$

تبلغ قوة القص أكبر قيمة لها عند E (حيث الضغط الصافي صفر)، وتنعدم عند العمق z′؛ ويكون العزم هنا أكبر ما يمكن ثم يعود إلى الصفر عند الطرف.

M_{max} هو عزم الجدار النظري (في المسار f)؛ أما في المسار K_p/FS_p فيكون M_{max} أكبر لأن المخطط يبنى بقيمة K_p المخفضة.

يتم اختيار الجدار الستائري بالعلاقة **$S = M_{max}/\sigma_{allow}$** (الطريقة الكلاسيكية) أو بالتحقق وفق حالات الحد (EN 1993-1-1 و AISC 360-22 أدناه).



المسألة

مثال

المعطيات

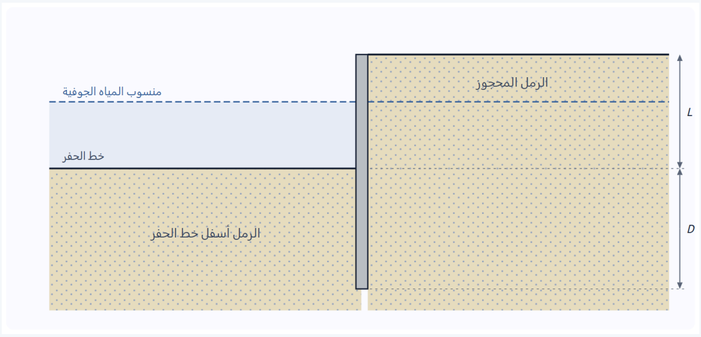
المعطيات

المثالان 2–3: $P = 58.38$ kN/m، $\bar{z} = 2.2303$ m؛

$$m = \gamma'(K_p - K_a) = 28.06 \text{ kN/m}^3$$

المطلوب

العمق **z′** الذي ينعدم عنده القص (أسفل E) و**M_{max}**؛ وعمقه من قمة الجدار.



الحل

الحل

1 حيث يكون القص صفراً (أسفل E)

$$z' = \sqrt{\frac{2P}{m}} = \sqrt{\frac{2(58.38)}{28.059}} = \mathbf{2.0398}\ \text{m}$$

2 أقصى عزم

$$M_{max} = P(\bar{z} + z') - \tfrac{1}{6}\, m\, z'^{3}$$

$$= 58.38(2.2303 + 2.0398) - \tfrac{1}{6}(28.059)(2.0398)^{3} = \mathbf{209.58}\ \text{kN·m/m}$$

M_{max} = 209.58 kN·m/m، على عمق L + L_3 + z′ = 5 + 0.661 + 2.040 = **7.70 m** من قمة الجدار. وتختار الستارة وفق هذا العزم.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

الإعداد نفسه بمدخلات مختلفة

النظرية

دون ماء: الترتيب نفسه بالوزن الحجمي الطبيعي؛ $\sigma'_2 = \gamma L K_a$، $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$؛ وتحل γ محل كل γ' في المعادلات، وتحتفظ معادلة عمق الاختراق بصيغتها نفسها.

الحمل الإضافي المنتظم q: يزداد كل إحداثي بمقدار qK_a؛ ويبدأ الخط الصافي من القيمة الأكبر σ'_2، ويزداد بمقدار الضغط المقاوم qK_p عند الطرف (القسم السابق).

منسوبان مختلفان للماء على الوجهين (يتجاوز ذلك المرجع): لا تطرح الضغوط الهيدروستاتيكية؛ وفي حالة انعدام التسرب يضاف ضغط الماء الصافي. والمخطط الصافي خطي متعدد القطع، وتحل النقطة E ومعادلات الاتزان عددياً على المخطط.

السطح المسند المائل (β، لانهائي): تستخدم المركبة الأفقية لمعامل ضغط Rankine الفعال للردم المائل على الجانب المسند؛ ويبقى جانب الحفر والضغط المنفعل عند الطرف على سطح أفقي (جانب الأمان). وعند $\varphi \geq \beta'$ لا يوجد حل.

$$u_{net}(z) = \gamma_w (z - D_w) - \gamma_w (z - D_{w,exc}) \quad (\text{كل حد} \geq 0)$$

$$p(z) = K_a \sigma'_{v,r}(z) - K_p \sigma'_{v,e}(z) + u_{net}(z)$$

$$K_{a,\beta} = \cos\beta \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \qquad K_{a,h} = K_{a,\beta}\cos\beta$$

المسألة

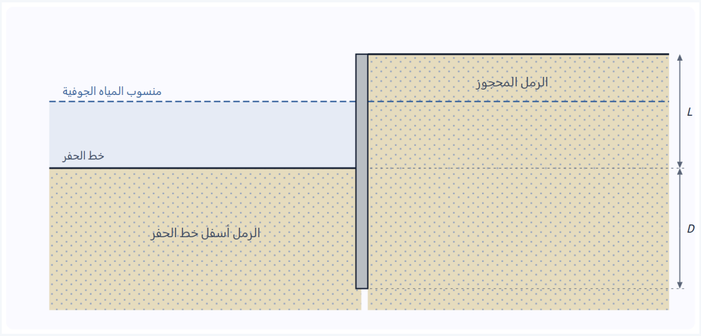
مثال

المعطيات

الجدار	**الجدار في الأمثلة 1–5 (f = 1.3)؛ S275، $W_{el} = 1\,400$ (cm³/m)**
التغييرات	**(a) دون ماء؛ (b) حمل إضافي منتظم $q = 10$ kPa؛ (c) الماء على الوجه الأمامي عند $z = 6$ m (الحفر جاف، وفي الخلف 2 m)؛ (d) السطح المسنود مائل بزاوية $\beta = 15°$**

المطلوب

لكل حالة: **L_3** و P و **$D_{theoretical}$** و D_{design} و **M_{max}** و η؛ وتحقق يدوي عند غياب الماء.



الحل

الحل

1 لا ماء (يدوياً): $\sigma'_2 = \gamma L K_a$، $L_3 = \sigma'_2/(\gamma(K_p - K_a))$

$$\sigma'_2 = 15.9(5)(0.3073) = 24.43 \text{ kPa} \qquad L_3 = \frac{24.43}{15.9(3.2546 - 0.3073)} = \mathbf{0.521} \text{ m}$$

2 خلاصة الحالات الخمس (وتحل الوحدة الحالات الأخرى بالطريقة نفسها)

الحالة	L_3 (m)	P (kN/m)	D_{teorik} (m)	D_{design} (m)	M_{max} (kN·m/m)	η (EN 1993)
الحفر الابتدائي (الماء 2 m، ومنسوبه نفسه على الجانبين)	0.661	58.38	5.40	7.02	209.6	0.735
(a) بدون ماء	0.521	67.43	4.53	5.89	212.1	0.744
(b) الحمل الإضافي q = 10 kPa	0.770	75.94	6.15	7.99	305.5	**1.071**
(c) ماء على الوجه الأمامي z = 6 m	1.319	126.29	8.00	10.39	543.8	**1.907**
(د) سطح مائل β = 15°	0.713	63.00	5.64	7.33	232.1	0.814

إذا لم يوجد ماء حل γ محل γ′: فتقترب نقطة الصفر و**يتناقص** عمق الاختراق إلى 4.53 m. ويرفع **الحمل الإضافي** قيمة D إلى 6.15 m والعزم إلى 306 kN·m/m (η > 1)؛ ويعد **اختلاف منسوب الماء** أسوأ الحالات: M = 544 kN·m/m (P = 126 kN/m). وعند ميل β = 15° تكون $K_{a,h}$ = 0.3289 (للسطح الأفقي: 0.3073).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

EN 1993-1-1 و AISC 360-22

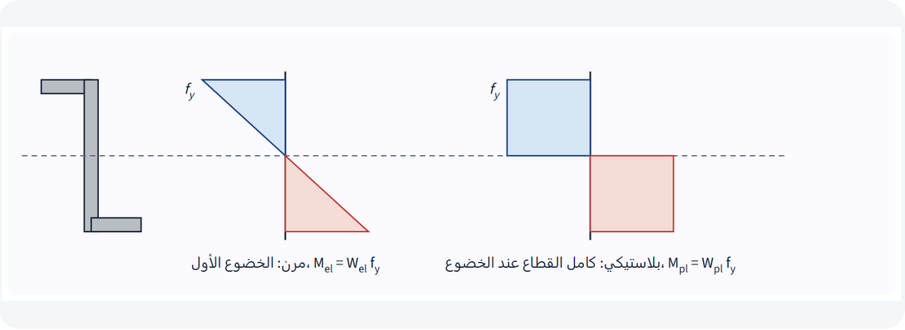
الطريقة التقليدية: $S = M_{max}/\sigma_{allow}$. وتستبدل الوحدة بها التحقق بحالات الحدود؛ فعزم مخطط الضغط الصافي قيمة مميزة للتأثير، ويرفعها المعامل الجزئي إلى القيمة التصميمية:

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \quad W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} \quad M_{c,Rd} = \frac{W f_y}{\gamma_{M0}} \quad \eta = \frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \le 1$$

يحتوي الجدول على معاملين للمقطع: **W_{el}** حتى أول خضوع (صالح حتى الصنف 3)، و **W_{pl}** حتى العزم اللدن الكامل (الصنفان 1–2). ولا يضرب هامش عمق الاختراق مرة أخرى بمعاملات كود الفولاذ.

$$\text{LRFD: } M_u = \gamma_H M_{max} \le \phi_b M_n,\ \phi_b = 0.90 \qquad \text{ASD: } M_a = M_{max} \le \frac{M_n}{\Omega_b},\ \Omega_b = 1.67$$

$M_n = F_y Z$ (مقطع مدمج) أو $F_y S$ عند بدء الخضوع. ويعد ضغط التربة حملاً جانبياً H: وفي تركيبة LRFD تكون $\gamma_H = 1.6$، وفي ASD تكون 1.0.



المسألة

مثال

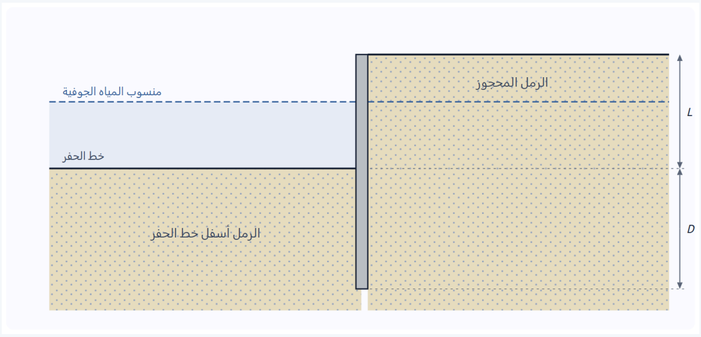
المعطيات

المقطع	**S275** ($f_y = 275$ MPa)؛ **معامل المقطع المرن** $W_{el} = 1\,400$ cm³/m
العزم	**المثال 5:** $M_{max} = 209.58$ kN·m/m؛ **EN 1993-1-1:** $\gamma_F = 1.35$، $\gamma_{M0} = 1.00$؛ **AISC:** $\gamma_H = 1.6$، ($M_n = F_y S$) $\Omega_b = 1.67$

المطلوب

وفق EN 1993-1-1: M_{Ed}، وW_{req}، و$M_{c,Rd}$، وη؛

ووفق AISC LRFD وη: ASD.



الحل (1/2)

الحل

1 EN 1993-1-1

$$M_{Ed} = \gamma_F M_{max} = 1.35(209.58) = \mathbf{282.93}\ \text{kN·m/m}$$

$$W_{req} = \frac{M_{Ed}\gamma_{M0}}{f_y} = \frac{282.93(1.00)}{275\,000} = \mathbf{1{,}028.8}\ \text{cm}^3\text{/m}$$

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{el} f_y}{\gamma_{M0}} = 1\,400 \cdot 10^{-6}(275\,000) = 385.00\ \text{kN·m/m} \qquad \eta = \frac{282.93}{385.00} = \mathbf{0.735} \le 1\ \checkmark$$

المقطع المختار من الجدار الستائري كاف وفق EN 1993-1-1: η = **0.735**؛ ومعامل المقطع اللازم W = 1,029 cm³/m < 1 400 cm³/m. وإذا كانت W_{pl} مدرجة في الجدول وكان صنف المقطع 1–2 أمكن استخدام العزم اللدن (بافتراض W_{pl} = 1 650 cm³/m يكون η = 0.624).

الحل (2/2)

الحل

1 وفق AISC 360-22: مقاومة الانحناء الاسمية $M_n = F_y S = 275\,000\ (1\,400 \cdot 10^{-6}) = 385.0$ kN·m/m

LRFD: $M_u = 1.6(209.58) = 335.32$ kN·m/m $\leq \phi_b M_n = 0.90(385.0) = 346.5 \quad \eta = \mathbf{0.968}$

ASD: $M_a = 209.58$ kN·m/m $\leq \dfrac{M_n}{\Omega_b} = \dfrac{385.0}{1.67} = 230.5 \quad \eta = \mathbf{0.909}$

المقطع كاف أيضاً وفق AISC: LRFD η = **0.968** (أول خضوع)، ASD η = **0.909**. ويعطي العزم نفسه نسبة استخدام تساوي 0.735 وفق EN 1993-1-1، وتساوي 0.968 وفق LRFD: وتختلف النسب لأن الكودات تعتمد فلسفات أمان مختلفة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

إطار Mononobe–Okabe شبه الاستاتيكي

يحافظ الحمل الزلزالي على إطار توازن الحد الاستاتيكي، إذ يضيف إلى أسافين التربة قوى قصور ذاتي ثابتة (k_hW أفقية و k_vW رأسية). جدار رأسي وسطح أفقي ودون احتكاك للجدار (التبسيط نفسه المعتمد في تصميم Rankine الاستاتيكي):

$$\tan\theta = \frac{k_h}{1 \mp k_v} \qquad K_{AE} = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2\theta\left[1 + \sqrt{\frac{\sin\varphi'\sin(\varphi'-\theta)}{\cos\theta}}\right]^2} \qquad K_{PE} = \dots\left[1 - \sqrt{\dots}\right]^2$$

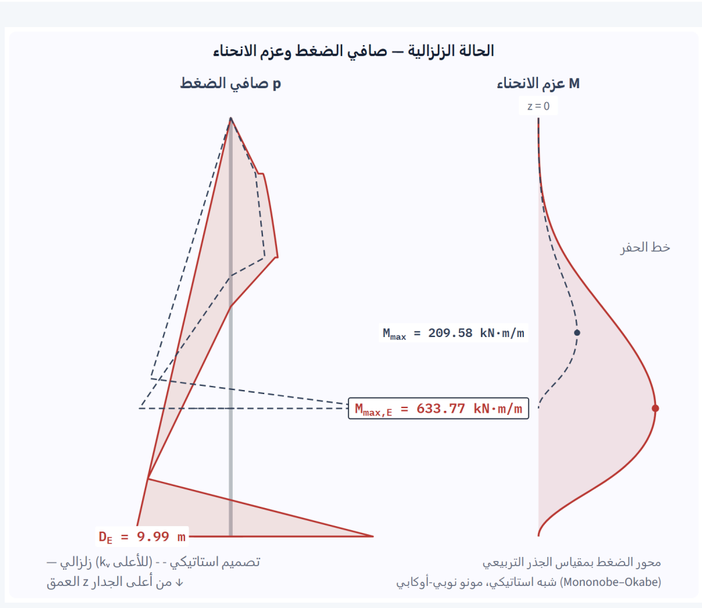
تحت الماء: $\tan\theta_w = \frac{\gamma_{sat}}{\gamma_{sat} - \gamma_w} \cdot \frac{k_h}{1 \mp k_v}$

الضغوط هي $K_{AE}\sigma'_v(k_v \mp 1)$ و $K_{PE}\sigma'_v(k_v \mp 1)$؛ ويجري التحقق من **اتجاهي k_v** كليهما. وعند θ = 0 نحصل على K_a و K_p؛ أما إذا كانت θ > φ′ فلا يوجد إسفين توازن.

في الرمل متوسط النفاذية يتحرك ماء المسام مع التربة (**مقيّد**): ويكون القصور الذاتي في الكتلة المشبعة وتزداد الزاوية. وإذا وُجد ماء حر في الحفر أُضيف ضغط Westergaard الهيدروديناميكي (باتجاه معاكس).

التحقق: يرسم مخطط الضغط الصافي كما في الحالة الاستاتيكية؛ وتعطي معادلتا الاتزان **D_E**. الزلزال حالة عرضية، ولذلك لا يطبق معامل على K_{PE}: يصمد الجدار إذا كان **$D_E \le D_{design}$**. وفي الجدار الكابولي توزع الضغوط الزلزالية كما في الحالة الاستاتيكية، بنسبة تتناسب مع الإجهاد الفعال.

في التوليفة الزلزالية تؤخذ التأثيرات بمعامل 1.0: $M_{Ed,E} = M_{max,E}$.



المسألة

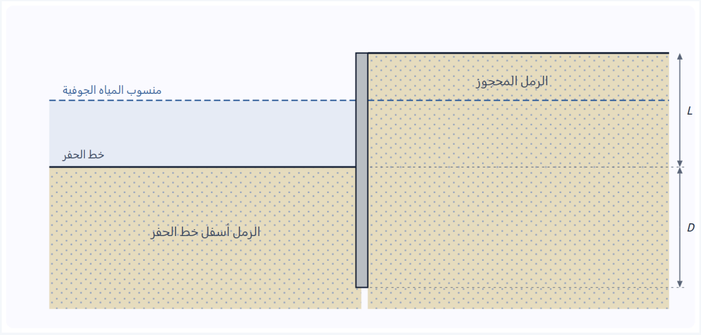
مثال

المعطيات

الجدار	**الجدار في الأمثلة 1–5:** $D_{design} = 7.02$ m، $M_{max} = 209.58$ kN·m/m؛ $W_{el} = 1\,400$ cm³/m، **S275**
الزلزال	$k_h = 0.15$، $k_v = \pm 0.075$ **(اتجاهان)؛ ماء المسام مقيد؛** 3 m **من الماء الحر في الحفر**

المطلوب

الزوايا والمعاملات الزلزالية؛ D_E (لكلا اتجاهي k_V)، $M_{max,E}$؛ هل يتحمل الجدار المصمم استاتيكياً هذا الزلزال؟



الحل (1/2)

الحل

1 الزوايا والمعاملات الزلزالية ($\varphi' = 32°$؛ K_a الساكن = 0.3073، $K_p = 3.2546$)

$$\tan\theta = 0.15/(1-0.075) = 0.1622 \;\Rightarrow\; \theta = 9.21^\circ$$

$$\tan\theta_w = \frac{19.33}{19.33-9.81}(0.1622) = 0.3293 \;\Rightarrow\; \theta_w = 18.22^\circ$$

k_v	$f_v = 1 - k_v$	θ (عند الأعلى)	θ_w (في الماء)	K_{AE} / K_{PE} (في الأعلى)	K_{AE} / K_{PE} (في الماء)
0.075+	0.925	9.21°	18.22°	2.948 / 0.411	2.589 / 0.562
0.075−	1.075	7.94°	15.82°	2.992 / 0.395	2.693 / 0.514

تحت الماء تكون الزاوية أكبر (القصور الذاتي في الكتلة المشبعة): ترتفع K_{AE} من 0.411 إلى 0.562 وتنخفض K_{PE} من 2.948 إلى 2.589؛ فيزداد الضغط الفعال وتقل المقاومة المنفعلة.

الحل (2/2)

الحل

2 مخطط الضغط الصافي الزلزالي وعمق الاختراق D_E

الحالة	L_3 (m)	D_E / $D_{theoretical}$ (m)	M_{max} (kN·m/m)	?$D \le 7.02$
استاتيكي (f = 1.3)	0.661	5.40 / —	209.58	D_{design} = 7.02
الزلزال، k_V = +0.075	1.756	9.987	**633.77**	**لا**
الزلزال، k_V = −0.075	1.497	8.988	603.87	**لا**

3 المقطع والنتيجة

$$W_{req,E} = \frac{M_{Ed,E}}{f_y} = \frac{633.77}{275\,000} = 2{,}305\ \text{cm}^3/\text{m} \ > \ 1\,400 \qquad \eta_E = \mathbf{1.646} \ > 1 \ \text{✗}$$

لا يصمد الجدار المصمم للحالة الاستاتيكية أمام هذا الزلزال: إذ يتطلب المخطط الزلزالي أن يمتد الطرف **2.96 m** أعمق (D_E = 9.99 > 7.02 m) وعزماً يعادل **3.0 أضعاف العزم** الاستاتيكي (633.8 kN·m/m)؛ كما أن مقطع الستارة لا يكفي (η_E = 1.65). ولتوليفة الزلزال يجب زيادة عمق الدفن والمقطع معاً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

طريقة معامل رد فعل تربة التأسيس: كمرة مرنة على أساس نابضي

النظرية

يعطي الاتزان الحدي عمق الاختراق والعزم، لكنه لا يعطي **مقدار إزاحة الجدار** (إذ يصف لحظة الانهيار التي تستنفر فيها المقاومة المنفعلة بالكامل). وللحصول على الإزاحة في حالة الخدمة يؤخذ الجدار كمرة مرنة (EI)، وتؤخذ التربة على كل وجه كنوابض مستقلة (Winkler):

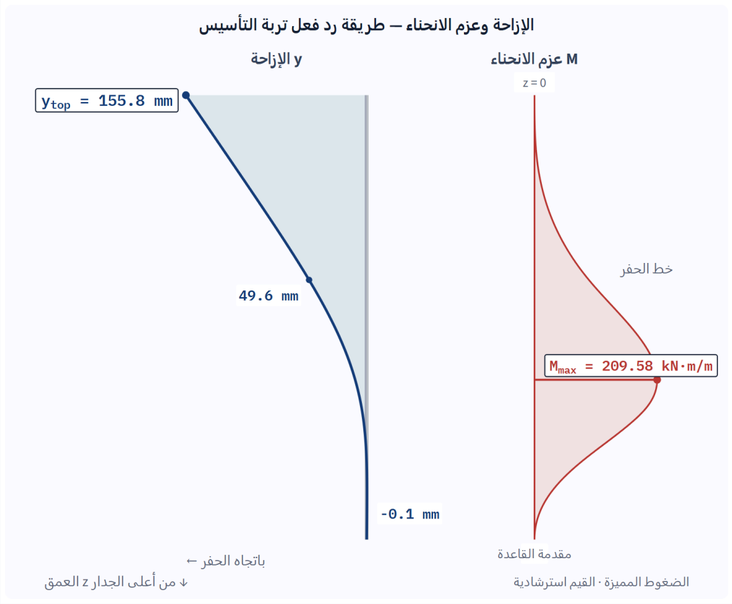
$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = p_R(z) - p_E(z) + u_{net}(z)$$

$$p_R = K_0\sigma'_{v,r} - k_h y \;\; (K_a\sigma'_{v,r} \le p_R \le K_p\sigma'_{v,r}) \qquad p_E = K_0\sigma'_{v,e} + k_h y \;\; (\dots) \qquad K_0 = 1 - \sin\varphi'$$

تبدأ النوابض من ضغط السكون، وتتغير بتناسب مع الإزاحة، ولا تتجاوز حد الضغط الفعال وحد الضغط المنفعل. ويمثل k_h **معاملاً للنموذج** أكثر مما يمثل خاصية للتربة؛ والقيم الإرشادية للرمل: السائب 4.8–16 والمتوسط الكثافة 9.6–80 والكثيف 64–128 MN/m³.

الجدار بطول التصميم ($L + D_{design}$) وطرفاه حران؛ والضغوط بقيمها المميزة: K_p Rankine الكامل ودون معامل أمان؛ و K_0 حسب Jaky (1944). الجدار موجود قبل الحفر، والحفر مرحلة واحدة.

تحل المعادلة بعناصر محدودة من نوع الكمرة، مع التكرار حتى تبلغ النوابض الحالة المرنة أو الفعالة أو المنفعلة؛ وتعطى النتيجة على أنها **تقدير غير مقيد**.



المسألة

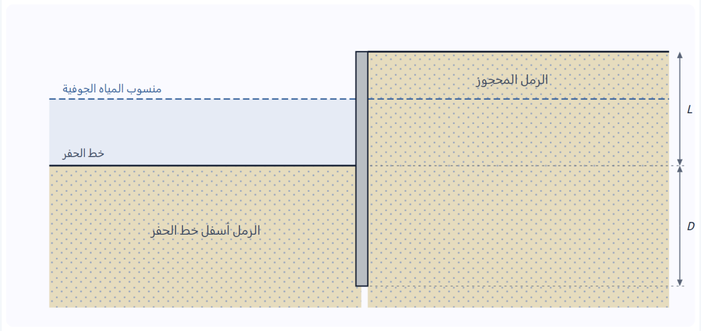
مثال

المعطيات

الجدار	**الجدار الوارد في الأمثلة 1–5، طول التصميم** $L + D = 12.02$ **m**
الجدار الستائري	**cm⁴/m،** $E = 210\,000$ **MPa (** $I = 21\,000$ $EI = 44\,100$ **kN·m²/m)**
التربة	$K_0 = 1 - \sin 32^\circ$**؛** $k_h = 20$ **MN/m³ (على الوجهين)؛ الحفر في مرحلة واحدة**

المطلوب

الإزاحة عند قمة الجدار وعند قاع الحفر وعند الطرف السفلي؛ هل يتفق أكبر عزم في النموذج مع عزم الاتزان الحدي؟



الحل

الحل

1 معامل الضغط في حالة السكون والنموذج

$$K_0 = 1 - \sin 32^\circ = 0.4701 \qquad EI = 210\,000\,000 (21\,000 \cdot 10^{-8}) = 44{,}100 \text{ kN·m}^2/\text{m}$$

$$EI\, y^{IV} = p_R - p_E \quad \text{(العناصر المحدودة، النوابض المرنة/الفعالة/المنفعلة)}$$

2 النتيجة (باتجاه الحفر، mm)

$$y_{üst} = \mathbf{155.8} \text{ mm} \qquad y_{excavation\ base} = \mathbf{49.6} \text{ mm} \qquad y_{tip} = -0.1 \text{ mm}$$

$$M_{max}^{model} = 209.58 \text{ kN·m/m} \ (z = 7.70 \text{ m}) \approx M_{max}^{limit\ equilibrium} = 209.58$$

تتحرك قمة الجدار نحو الحفر بمقدار **155.8 mm**، وعند قاع الحفر بمقدار 49.6 mm؛ ويبقى الطرف في مكانه تقريباً (-0.1 mm) — إذ يدور الجدار حول نقطة قريبة من الطرف. وعزم النموذج (209.58) هو نفسه عزم الاتزان الحدي (209.58): فالضغط الفعال في الخلف والمنفعل في الأمام عند حديهما على كامل الارتفاع الذي يتولد فيه العزم. وقد استخدم نحو 40% من المقاومة المنفعلة في النوابض.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

نطاق الحل

ضغوط **Rankine** دون احتكاك الجدار، بدلالة الإجهاد الرأسي الفعال؛ والقطاع رملي بالكامل (بأي عدد من الطبقات)؛ أما الاختراق في الطين فتعالجه وحدة مستقلة. وفي الجزء المدفون يستخدم الحل المغلق للمصدر في حالة طبقة رملية واحدة، بينما يحل المخطط نفسه عدديا في حالة عدة طبقات رملية.

مخطط الضغط الصافي المبسط للمصدر: خط مستقيم واحد يمر بالنقطة E وكتلة الطرف؛ ولا يبحث عن نقطة الدوران O بدقة أكبر. يكون الماء عند المنسوب نفسه على الوجهين أو عند منسوبين مختلفين (دون رشح)؛ ولا ينمذج الرشح وأثره في المقاومة المنفعلة.

عمق الاختراق يحمل هامش أمان طريقته الخاصة (f أو FS_p)، ولا يضرب مرة أخرى بمعاملات مدونة الفولاذ. ويتحقق من الجدار الستائري في الانحناء بمعامل المقطع المعطى؛ ولا يتحقق من القص والانبعاج الموضعي وفقد المقطع بالتآكل.

تعطى **الإزاحة** بطريقة معامل رد فعل تربة التأسيس، وبالضغوط المميزة، ودون تقييد بحد؛ ولا يحسب الهبوط خلف الجدار.

نادراً ما يكون الجدار الكابولي اقتصادياً إذا تجاوز L 2–1.5 ≈ D؛ وإذا تجاوز عمق الاختراق النظري 3L تصدر الوحدة تحذيراً. ويعالج الجدار المثبت بمرساة في وحدة أخرى (محاضرة منفصلة).

النقاط الرئيسية

يبقى **الجدار الستائري الكابولي** قائما بالمقاومة المنفعلة تحت قاع الحفر؛ والضغط فعال فوق قاع الحفر وصاف تحته: خط مستقيم يبدأ من σ'_2 وينعدم عند $E\ (L_3 = \sigma'_2/(\gamma'(K_p - K_a)))$، وكتلة L_5 عند الطرف

التوازن: $\Sigma M = 0$، $\Sigma F_H = 0$، P، $\bar{z}$ ← معادلة من الدرجة الرابعة في L_4؛ $\mathbf{D_{theoretical} = L_3 + L_4}$ (المثال: 5.40 m)

هامش الأمان: D مضروباً في $f = 1.2–1.3$ (مثال: 7.02 m، والعزم نفسه) أو K_p/FS_p (يزداد العمق والعزم)؛ وعند العمق المعطى $FS_{p,mob}$ و**الأكبر بين حالتي القوى**

M_{max} عند الموضع الذي ينعدم فيه القص: $z' = \sqrt{(2P/m)}$، $M_{max} = P(\bar{z} + z') - m\,z'^3/6$ (المثال: 209.58 kN·m/m)

الماء والحمل الإضافي والميل: في حالة غياب الماء تصبح $\gamma \rightarrow \gamma'$؛ ويزيد q كل إحداثي رأسي بمقدار qK_a؛ ويؤدي اختلاف منسوب الماء ووجود الحمل الإضافي إلى زيادة كبيرة في D و M

المقطع: $(\eta = 0.735)$ $M_{Ed} = \gamma_F M_{max} \le W\,f_y/\gamma_{M0}$ EN 1993-1-1؛ AISC LRFD/ASD (0.968 / 0.909)

الزلزال: θ_W، K_{PE}، K_{AE}؛ يُطلب تحقق $D_E \le D_{design}$: لا يصمد جدار المثال $(D_E = 9.99\ m,\ M = 634\ kN·m/m)$

الإزاحة: كمرة مرنة على أساس من نوابض؛ في المثال الرأس ≈ 156 mm والطرف ≈ 0

المراجع

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

EN 1993-1-1:2005 — Design of steel structures, general rules.

ANSI/AISC 360-22 — Specification for Structural Steel Buildings.

Bowles, J.E. (1996). Foundation Analysis and Design, 5th ed. McGraw-Hill.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

Mononobe, N. and Matsuo, H. (1929). On the determination of earth pressure during earthquakes. World Engineering Congress, Tokyo. Okabe, S. (1926). General theory of earth pressure. Journal of the Japan Society of Civil Engineering, 12(1).

Westergaard, H.M. (1933). Water pressures on dams during earthquakes. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 98, 418–433.

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية مستخرجة بمحرك الحساب الخاص بالوحدة نفسها؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. والمثال خطوة بخطوة في صفحة الوحدة هو هذا الجدار أيضاً ($L = 5$ m، $\gamma = 15.9$، $\gamma_{sat} = 19.33$ kN/m³، $\varphi' = 32°$، الماء عند 2 m).

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل في GeoTerva ارتفاع الجدار الخاص بك وقطاع الرمل متعدد الطبقات ومنسوب الماء والحمل الإضافي ومقطع الجدار الستائري والمعاملات الزلزالية؛ وتعطي الوحدة معاً مخطط الضغط وعمق الغرس والعزم والتحقق من المقطع والإزاحة.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com