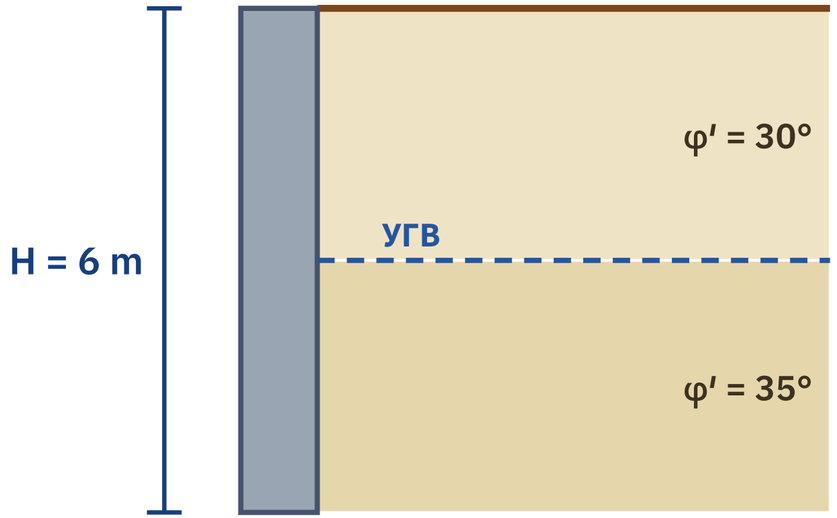
Лекция по геотехнике · Боковое давление грунта

Боковое давление грунта по Rankine

Лекция: активное и пассивное давление грунта на гладкую вертикальную стену; несвязная и связная засыпка, пригрузка, грунтовые воды и слоистый грунт; по каждой теме — пример расчёта.

- Активное и пассивное состояния
- $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$
- Пригрузка и грунтовые воды
- Слоистая засыпка
- Трещина отрыва



Что мы изучим на этой лекции?

- Объяснение с помощью круга Mohr для активного и пассивного состояний того, **почему** $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$
- Вычисление коэффициентов K_a и K_p по φ'; сравнение их с коэффициентом покоя K_0
- Определение **силы** и **высоты приложения** по треугольной эпюре давления в несвязной засыпке
- Наблюдение за тем, как пригрузка, грунтовые воды и границы слоёв изменяют эпюру
- Разделение **зоны растяжения** и силы при наличии / отсутствии трещины в грунтах c'–φ' и $\varphi = 0$
- Расчёт пассивного сопротивления и понимание того, на какую величину должна переместиться стена

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Силы приведены на единицу длины стены (kN/m); давления — в kPa, все напряжения эффективные.

Пластическое равновесие и круг Mohr

ТЕОРИЯ

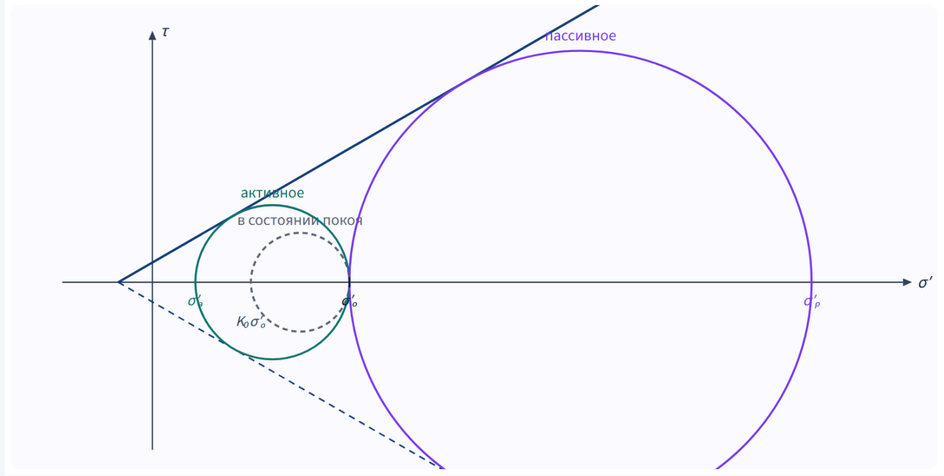
Rankine (1857) рассмотрел массив грунта, каждая точка которого находится на грани разрушения. Если вертикальная гладкая (без трения) стенка **отходит от грунта**, горизонтальное напряжение уменьшается от значения в состоянии покоя $K_0\sigma'_o$, и круг Мора касается огибающей предельных состояний: **активное состояние**. Если стенка **вдавливается в грунт**, горизонтальное напряжение возрастает выше σ'_o: **пассивное состояние**.

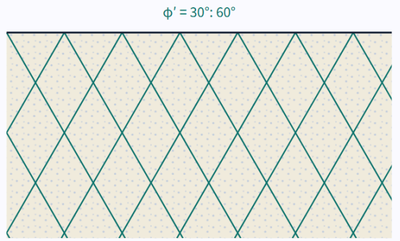
$$\sigma'_a = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) - 2c' \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_p = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

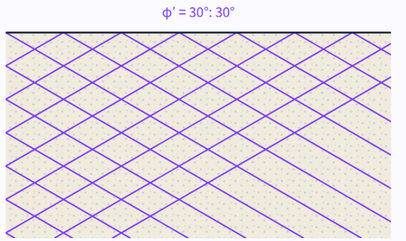
σ'_o — вертикальное эффективное напряжение (обжимающее давление); за стеной наибольшее главное напряжение вертикально (при активном давлении) или горизонтально (при пассивном).

Плоскости скольжения образуют с горизонталью угол 45° + φ′/2 в активном состоянии и 45° − φ′/2 в пассивном.





активное: плоскости скольжения под углом 45° + ϕ′/2 к горизонту



пассивное: плоскости скольжения под углом 45° − ϕ′/2

Коэффициенты K_a и K_p

ТЕОРИЯ

Из геометрии круга Мора определяются два коэффициента; они взаимно обратны:

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1}{K_a}$$

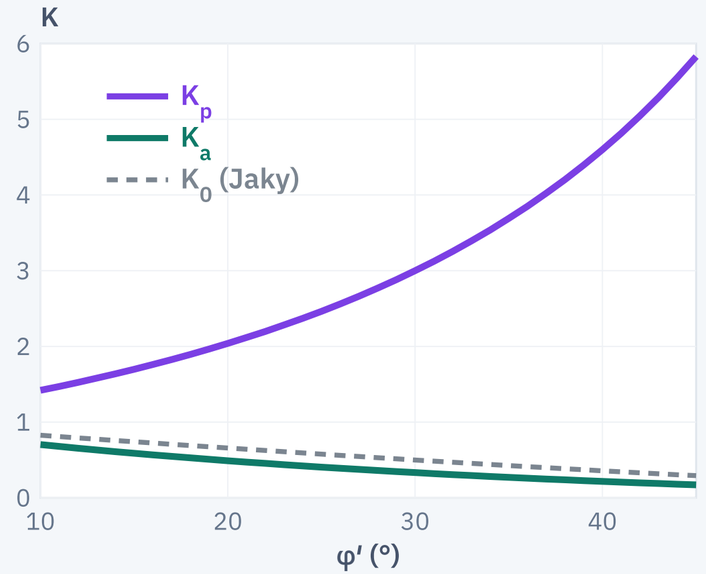
$$\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a} \qquad \sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$$

φ′	25°	30°	35°	40°
K_a	0.406	0.333	0.271	0.217
K_p	2.464	3.000	3.690	4.599
K_0 (Jaky)	0.577	0.500	0.426	0.357

$K_a < K_0 < K_p$: давление покоя до перемещения стены лежит между двумя предельными значениями.

K_p быстро растёт с φ′: при φ′ = 40° пассивное давление более чем в 20 раз превышает активное.

K_a, K_p и K_0 – φ′



Условие

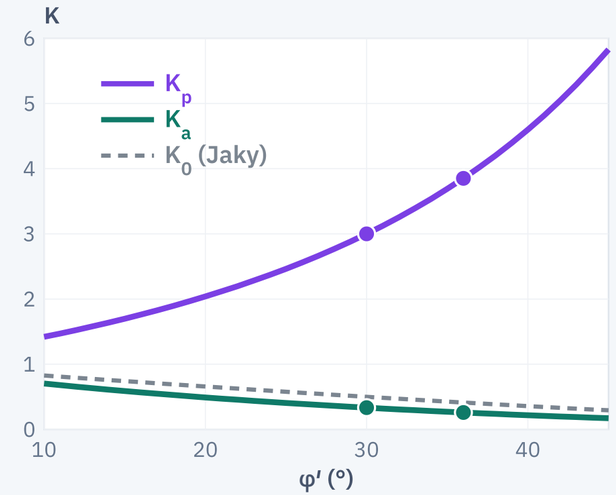
ПРИМЕР

Дано

Грунт	**несвязный песок, $c' = 0$; два случая: $\varphi' = 36^\circ$ и $\varphi' = 30^\circ$**
Стена	**вертикальная, без трения; поверхность засыпки горизонтальная**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_a, K_p и **K_0** по Jaky; проверить порядок значений этих трёх коэффициентов.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 φ′ = 36°

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 18^\circ) = \tan^2 27^\circ = \mathbf{0.2596} \qquad K_p = \tan^2 63^\circ = \frac{1}{K_a} = \mathbf{3.852}$$

2 φ′ = 30°

$$K_a = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \frac{0.5}{1.5} = \mathbf{0.3333} \qquad K_p = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \mathbf{3}$$

3 Коэффициент давления в состоянии покоя (Jaky): $K_0 = 1 - \sin\varphi'$

$$\varphi' = 36^\circ:\ K_0 = 1 - 0.5878 = \mathbf{0.4122} \qquad \varphi' = 30^\circ:\ K_0 = 1 - 0.5 = \mathbf{0.50}$$

В обоих грунтах **$K_a < K_0 < K_p$**; $K_a \cdot K_p = 1$. При увеличении φ′ с 30° до 36° K_a изменяется 0.333 → 0.260, а K_p — 3.00 → 3.85.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Треугольник давления, сила и высота точки приложения

ТЕОРИЯ

При c′ = 0 и засыпке с горизонтальной поверхностью давление **линейно** растёт с глубиной; эпюра треугольная. Сила на единицу длины стены равна площади треугольника, точка приложения — центр тяжести (на H/3 выше подошвы):

$$\sigma'_a = K_a \gamma z \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

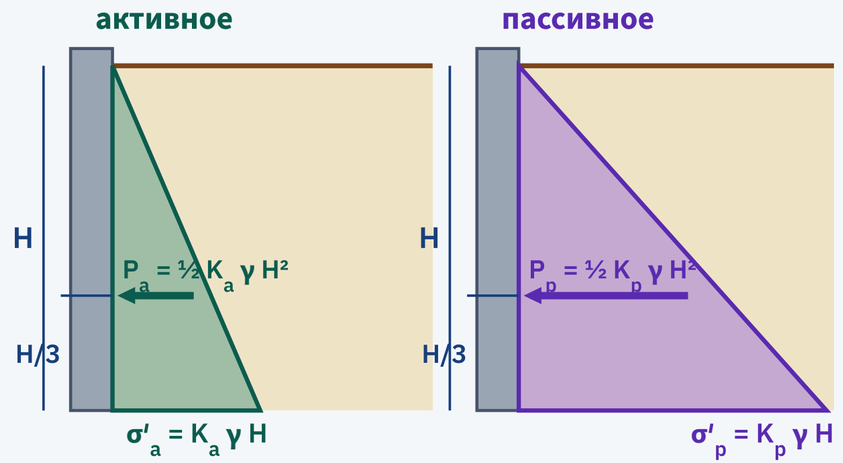
$$\sigma'_p = K_p \gamma z \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

Сила растёт пропорционально **H²**: удвоение высоты стены увеличивает силу в четыре раза.

Сила перпендикулярна стене и горизонтальна (стена без трения, δ′ = 0).

Единицы: если γ в kN/m³, H в m, то P в kN/m.

ДВА ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЯ



Условие

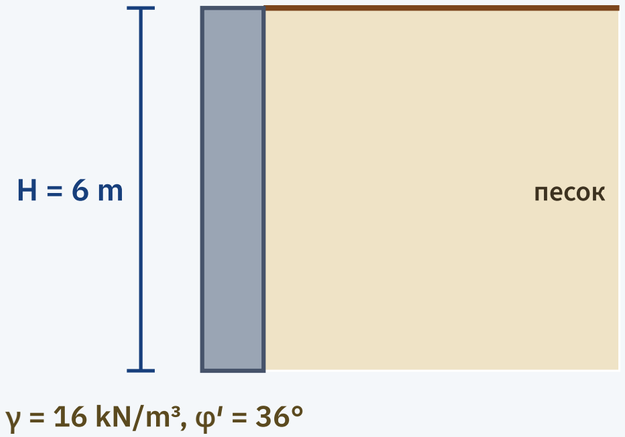
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Активная и **пассивная** силы P_a, P_p и высота их приложения; а также сила давления покоя P_0.

Дано

Стена	$H = 6$ **m, вертикальная, без трения; поверхность засыпки горизонтальная**
Грунт	**сухой песок:** $\gamma = 16$ kN/m^3, $\varphi' = 36°$, $c' = 0$



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (пример 1): $K_a = 0.2596$, $K_p = 3.852$

$$\sigma'_a(6) = K_a \gamma H = 0.2596(16)(6) = \mathbf{24.92}\ \text{kPa}$$

2 Активное усилие (площадь треугольника)

$$P_a = \tfrac{1}{2}\sigma'_a(6)\, H = \tfrac{1}{2}(24.92)(6) = \mathbf{74.77}\ \text{kN/m}$$

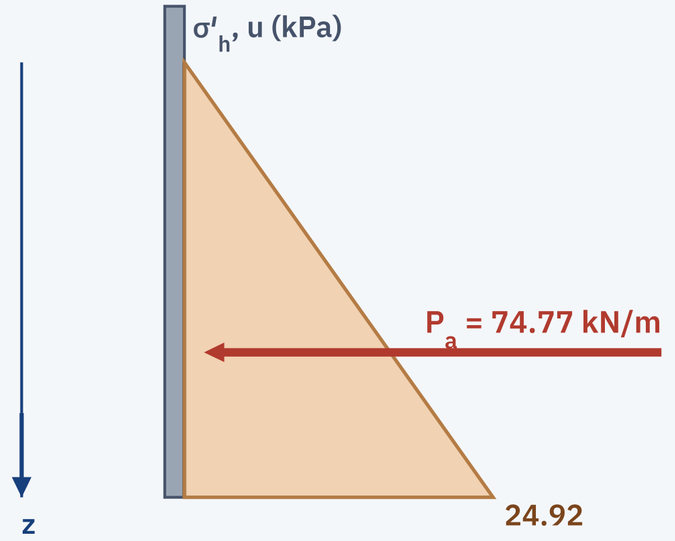
$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

3 Пассивная сила

$$P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(3.852)(16)(36) = \mathbf{1{,}109.3}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

P_a = **74.77 kN/m**, P_p = **1,109.3 kN/m**, обе силы приложены на 2.0 m выше подошвы. Пассивное сопротивление в **14.8 раза** больше активного распора; давление покоя P_0 = 118.72 kN/m занимает промежуточное значение.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Два фактора, изменяющие эпюру

ТЕОРИЯ

Равномерная пригрузка q добавляет одинаковое давление на любой глубине: добавляется прямоугольник. Ниже **уровня грунтовых вод** эффективное напряжение вычисляется с $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, а кроме того, давление воды $u = \gamma_w(z - H_1)$ добавляется **в полном значении**:

$$P_a = K_a q H + \tfrac{1}{2} K_a \gamma H_1^2 + K_a \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2} \left(K_a \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

Компонент	Сила	Плечо (от подошвы)
Пригрузка (прямоугольная)	$K_a\, q\, H$	$H/2$
Верхний треугольник	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma\, H_1^2$	$H_2 + H_1/3$
Нижний прямоугольник	$K_a\, \gamma\, H_1\, H_2$	$H_2/2$
Нижний треугольник (эффективный)	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma'\, H_2^2$	$H_2/3$
Давление воды	$\tfrac{1}{2} \gamma_w\, H_2^2$	$H_2/3$

Взяв момент составляющих относительно точки на подошве, находим высоту приложения равнодействующей: $\bar{z} = \Sigma P_i z_i \,/\, \Sigma P_i$.

Пассивная сила находится по тем же составляющим с использованием K_p; давление воды то же.

ПОЧЕМУ ВОДА ОКАЗЫВАЕТ СТОЛЬ СИЛЬНОЕ ВЛИЯНИЕ?

Давление воды **не зависит от угла трения**: оно умножается на 1 вместо K_a. Так как в зоне ниже уровня воды $\gamma' \approx \gamma_{sat}/2$, эффективное давление грунта уменьшается, но давление воды с избытком это компенсирует.

Условие

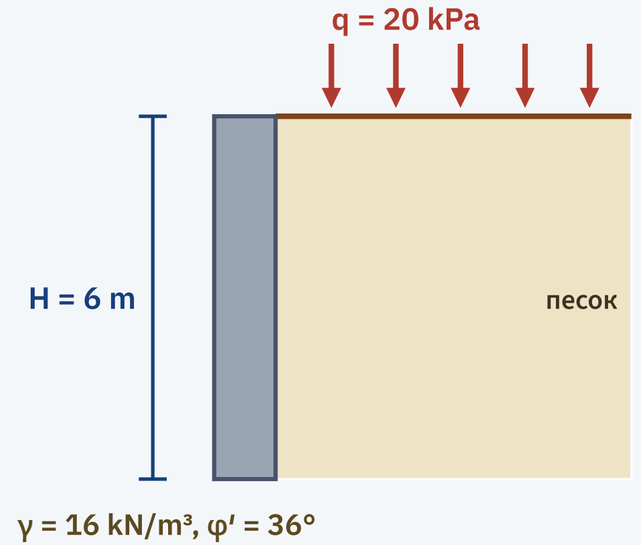
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

P_a и $\bar{z}$; влияние пригрузки.

Дано

Стена и грунт	**Стена из примера 2: $H = 6$ m, $\gamma = 16$ kN/m^3, $\varphi' = 36°$, сухая засыпка**
Пригрузка	**равномерно распределённая нагрузка $q = 20$ kPa на поверхности засыпки**



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Давление: у поверхности $K_a q$, у основания $K_a q + K_a \gamma H$

$$\sigma'_a(0) = 0.2596(20) = 5.19 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_a(6) = 5.19 + 24.92 = \mathbf{30.12} \text{ kPa}$$

2 Силы: прямоугольник (плечо 3.0 m) + треугольник (плечо 2.0 m)

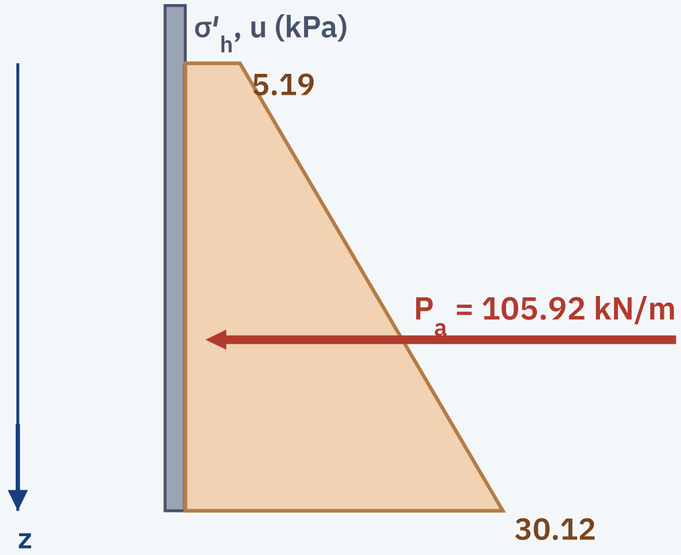
$$P_q = K_a q H = 5.19(6) = 31.15 \text{ kN/m}$$

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 = 74.77 \text{ kN/m}$$

3 Суммарная сила и высота приложения

$$P_a = 31.15 + 74.77 = \mathbf{105.92} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{31.15(3) + 74.77(2)}{105.92} = \mathbf{2.29} \text{ m}$$



Пригрузка увеличила силу на 31.15 kN/m (42%); точка приложения поднялась **с 2.00 m до 2.29 m** (плечо прямоугольника равно H/2).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

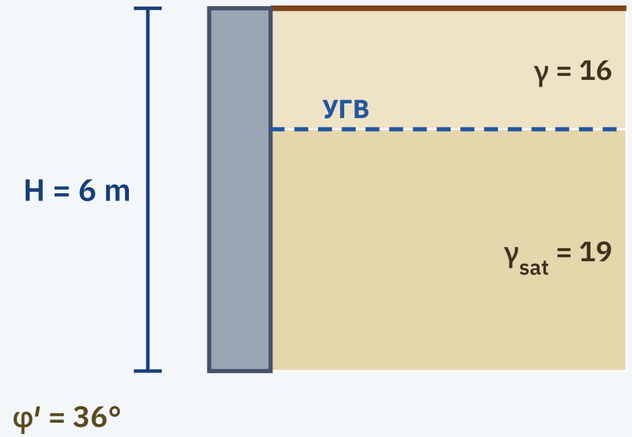
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 6$ m, вертикальная; песчаная засыпка с горизонтальной поверхностью, без пригрузки
Грунт	вверху $\gamma = 16$ kN/m^3 (сухой); УГВ на глубине 2 m; внизу $\gamma_{sat} = 19$ kN/m^3; $\varphi' = 36^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Суммарная сила от эффективного давления грунта и давления воды и высота её приложения; влияние воды.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Эффективные напряжения (z = 2 и 6 m)

$$\sigma'_o(2) = 16(2) = 32 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_o(6) = 32 + 4(19 - 9.81) = 68.76 \text{ kPa}$$

$$\sigma'_a(6) = K_a \sigma'_o(6) = \mathbf{17.85} \text{ kPa}$$

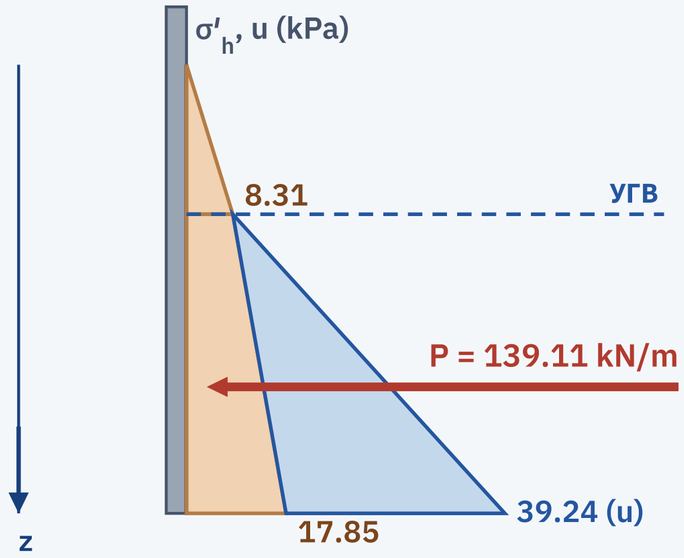
2 Давление воды на подошве: u = γ_w(6 − 2)

$$u(6) = 9.81(4) = \mathbf{39.24} \text{ kPa}$$

3 Силы: верхний треугольник · нижний прямоугольник · нижний треугольник · вода

$$P_a = 8.31 + 33.23 + 19.09 = 60.63 \text{ kN/m (грунт)}$$

$$P_w = \tfrac{1}{2}(39.24)(4) = 78.48 \text{ kN/m}$$



Итого = 60.63 + 78.48 = **139.11 kN/m**, **z̄ = 1.69 m**. Сила для сухой стены составляла 74.77 kN/m: сила от воды увеличила её **в 1.9 раза**.

Проверить решение в GeoTerva ↗

В каждом слое принимается собственное значение K

ТЕОРИЯ

Если засыпка состоит из нескольких слоёв, **вертикальное эффективное напряжение σ'_o непрерывно** (на границе слоёв скачка нет); однако горизонтальное напряжение $\sigma'_a = K_i \sigma'_o$ в каждом слое вычисляется со своим значением K_i, поэтому **на границе, где изменяется φ′, эпюра имеет скачок**:

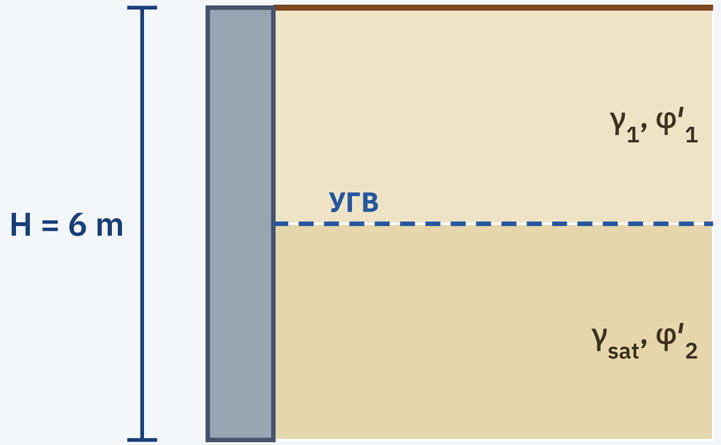
$$\sigma'_a = K_{a,i}\,\sigma'_o(z) \qquad \sigma'_o(z) = q + \sum \gamma_i h_i \;\; (\gamma' \text{ в подводной зоне})$$

На границе считываются два значения: значение $K_{a,1}\sigma'_o$ верхнего слоя и значение $K_{a,2}\sigma'_o$ нижнего. Если φ′ нижнего слоя велик, давление вниз **уменьшается**.

УГВ рассматривается как граница слоя: начинает действовать γ′, добавляется u.

Сила находится суммированием площадей каждой части (треугольник / прямоугольник), высота её приложения — взятием моментов.

СЛОИСТАЯ ЗАСЫПКА И ВОДА



Условие

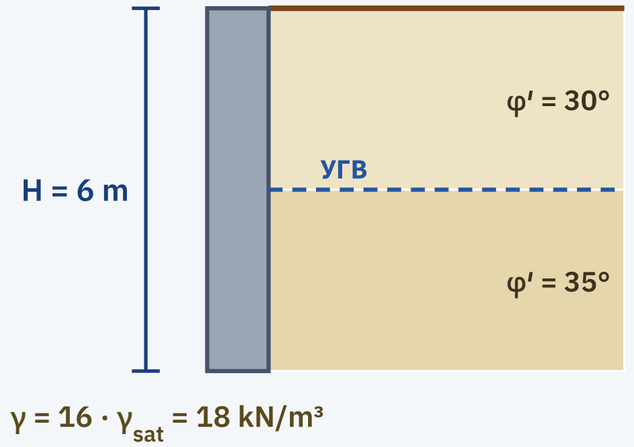
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 6$ **m, вертикальная, без трения; горизонтальная поверхность; пригрузки нет**
Верхний слой (0–3 m)	**песок:** $\gamma = 16$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$
Нижний слой (3–6 m)	**песок:** $\gamma_{sat} = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 35°$
Уровень грунтовых вод	**На глубине 3 m (на границе слоёв)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Суммарная **сила** (грунт + вода) и **высота приложения**. Начальный пример модуля — эта стена.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты

$$K_{a,1} = \tfrac{1}{3} = \mathbf{0.3333} \qquad K_{a,2} = \tan^2 27.5^\circ = \mathbf{0.2710}$$

2 на глубине 3 m (граница): $\sigma'_o = 16(3) = 48$ kPa

$$\sigma'_a = 0.3333(48) = \mathbf{16.00}\ \text{kPa (вверху)}$$

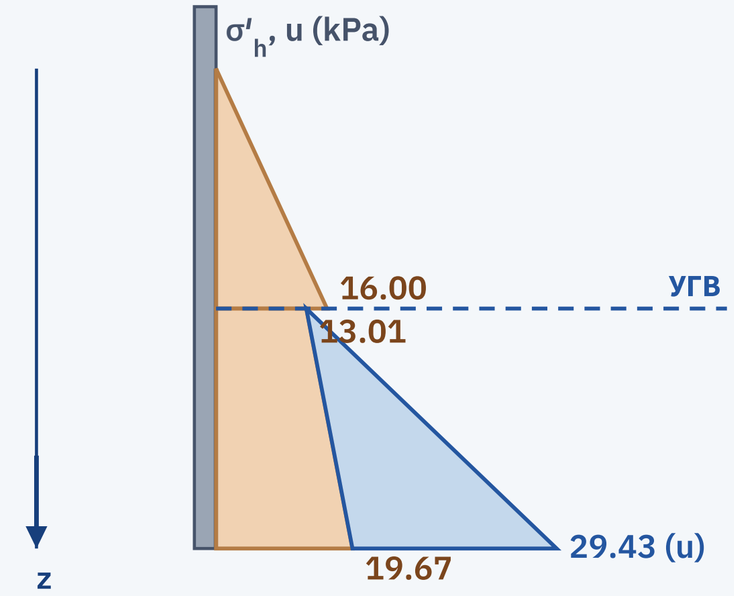
$$\sigma'_a = 0.2710(48) = \mathbf{13.01}\ \text{kPa (внизу)}$$

3 На глубине 6 m (подошва)

$$\sigma'_o = 48 + 3(18 - 9.81) = 72.57\ \text{kPa} \qquad u = 9.81(3) = \mathbf{29.43}$$

$$\sigma'_a = 0.2710(72.57) = \mathbf{19.67}\ \text{kPa}$$

Эпюра на границе скачком изменяется: 16.00 → 13.01 kPa (изменение φ′); σ'_o остаётся непрерывным.



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

4 Силы: верхний треугольник · нижний прямоугольник · нижний треугольник · вода

$$P = \tfrac{1}{2}(3)(16.00) + 3(13.01) + \tfrac{1}{2}(3)(6.66) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 24.00 + 39.02 + 9.99 + 44.14 = \mathbf{117.15}\ \text{kN/m}$$

5 Высота приложения: момент относительно нижней точки (плечи 4; 1.5; 1; 1 m)

$$\bar{z} = \frac{24.00(4) + 39.02(1.5) + 9.99(1) + 44.14(1)}{117.15} = \mathbf{1.78}\ \text{m}$$

Суммарная сила составляет **117.15 kN/m** на высоте **1.78 m** над подошвой; грунт — 73.01 kN/m, вода — 44.14 kN/m. Вода с долей около 38% составляет наибольшую часть силы.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Зона растяжения и трещины отрыва

ТЕОРИЯ

В грунте c′–φ′ активное давление вверху **отрицательно** (грунт стремится потянуть стену); глубина, на которой давление равно нулю:

$$z_0 = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}} - \frac{q}{\gamma} \qquad \varphi = 0:\ z_0 = \frac{2c_u}{\gamma}$$

Грунт не воспринимает растяжение: со временем до глубины z_0 раскрываются **трещины отрыва**. Сила определяется только положительной частью эпюры:

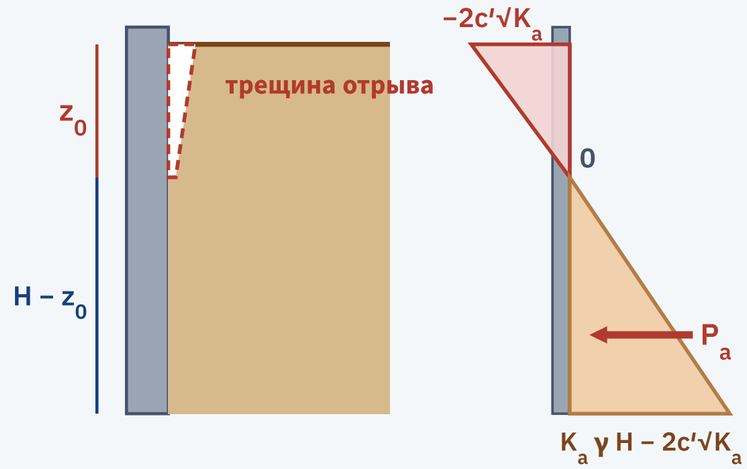
$$P_a = \tfrac{1}{2}\left[K_a(q+\gamma H) - 2c'\sqrt{K_a}\right](H - z_0)$$

До образования трещины учитывается вся эпюра (меньшая сила): $P_a = ½K_a\gamma H^2 - 2c'\sqrt{K_a}\,H + K_a qH$.

При проектировании определяющей является сила с учётом трещины (большая); если трещина заполняется водой, к ней добавляется также гидростатическая сила $\gamma_w z_0^2/2$.

Высота приложения совпадает с центром тяжести положительного треугольника: $(H - z_0)/3$.

ЗОНА РАСТЯЖЕНИЯ



Отрицательное давление: в верхней части до глубины z_0 контакта со стеной нет.

Условие

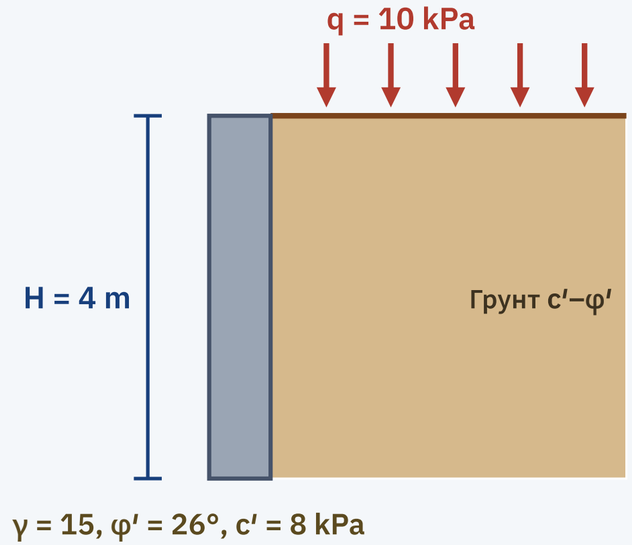
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 4$ **m, вертикальная, без трения; горизонтальная поверхность**
Грунт	$\gamma = 15$ kN/m^3, $\varphi' = 26°$, $c' = 8$ **kPa**
Пригрузка	$q = 10$ **kPa**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Глубина зоны растяжения z_0, активная сила при наличии трещины и высота её приложения; сравнение с силой без трещины.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент: $K_a = \tan^2(45° - 13°)$

$$K_a = \tan^2 32^\circ = \mathbf{0.3905} \qquad \sqrt{K_a} = 0.6249$$

$$2c'\sqrt{K_a} = 2(8)(0.6249) = 10.00 \text{ kPa}$$

2 Давление вверху и внизу

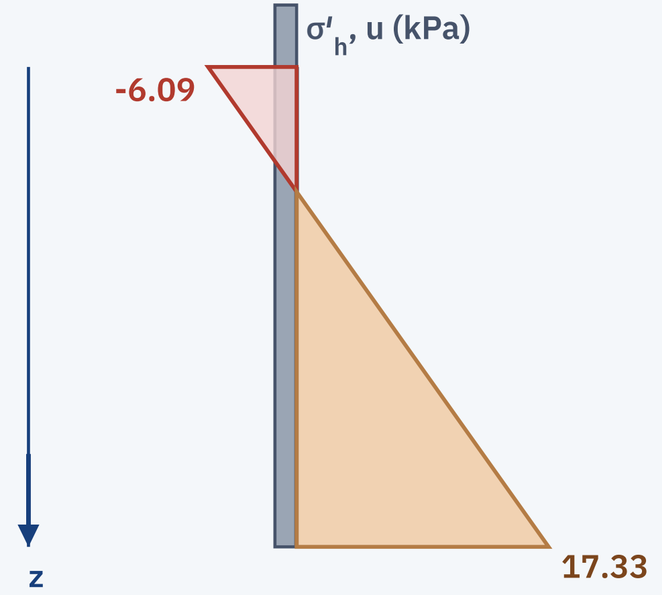
$$\sigma'_a(0) = 0.3905(10) - 10.00 = \mathbf{-6.09} \text{ kPa (растяжение)}$$

$$\sigma'_a(4) = 0.3905(10 + 15 \cdot 4) - 10.00 = \mathbf{17.33} \text{ kPa}$$

3 Глубина зоны растяжения (где давление равно нулю)

$$z_0 = \frac{2(8)}{15(0.6249)} - \frac{10}{15}$$

$$= 1.707 - 0.667 = \mathbf{1.04} \text{ m}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

4 Сила с учётом трещины (только положительный треугольник)

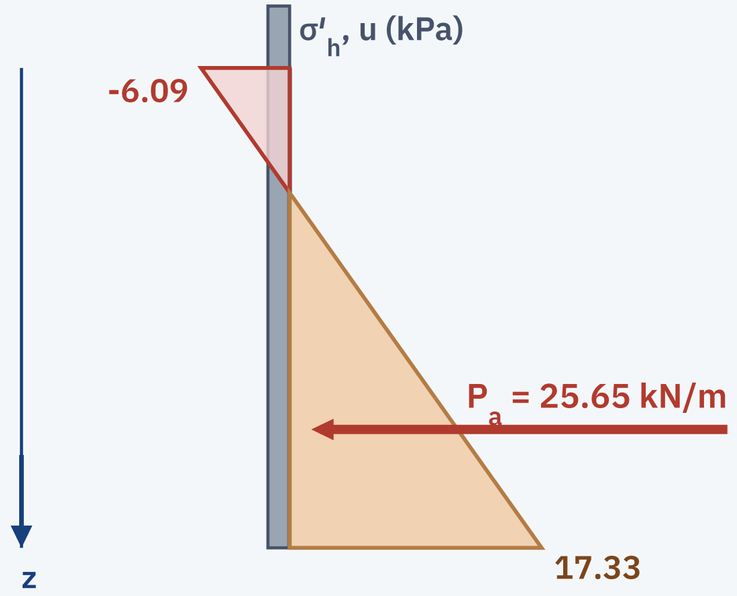
$$P_a = \tfrac{1}{2}(17.33)(4 - 1.04) = \mathbf{25.65}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{4 - 1.04}{3} = \mathbf{0.99}\ \text{m}$$

5 Сравнение: без трещины (включая отрицательную зону)

$$P_a = \tfrac{1}{2}(-6.09 + 17.33)(4) = 22.48\ \text{kN/m}$$

Сила при наличии трещины **25.65 kN/m** на 14 % больше силы без трещины; значение с трещиной идёт в запас.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

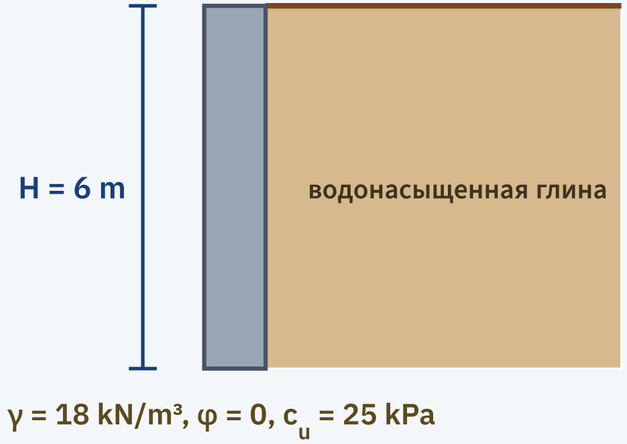
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 6$ **m, вертикальная; горизонтальная поверхность; без пригрузки**
Грунт	**водонасыщенная глина, недренированные условия:** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi = 0$, $c_u = 25$ **kPa**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

z_0, активное усилие с трещиной и без трещины; пассивное усилие; высота H_c, на которую можно вести вертикальную выемку без стены.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 При φ = 0 $K_a = K_p = 1$: глубина зоны растяжения и давление у основания

$$\sigma_a = \gamma z - 2c_u = 18z - 50 \text{ kPa}$$

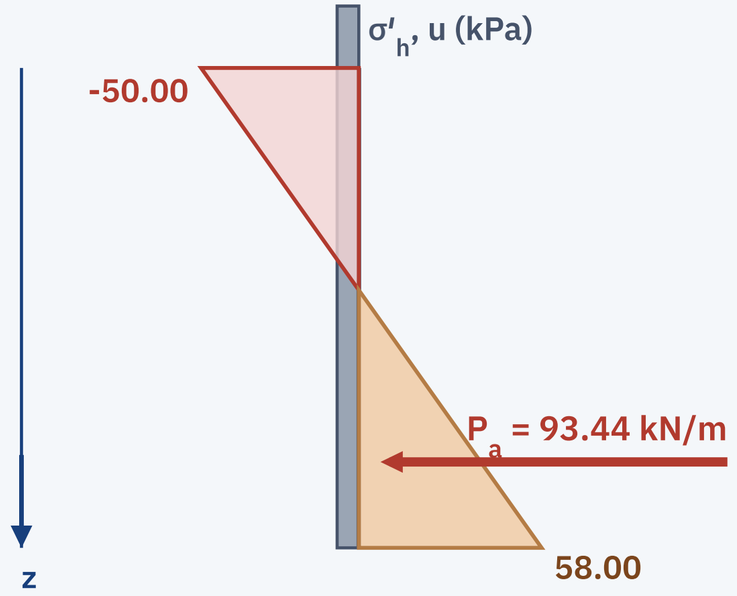
$$z_0 = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{50}{18} = \mathbf{2.78} \text{ m}$$

$$\sigma_a(6) = 108 - 50 = \mathbf{58} \text{ kPa}$$

2 Активное усилие с учётом трещины

$$P_a = \tfrac{1}{2}(58)(6 - 2.78) = \mathbf{93.44} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{6 - 2.78}{3} = 1.07 \text{ m}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Активная сила без учёта трещин и пассивная сила

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 - 2c_u H = 324 - 300 = \mathbf{24}\ \text{kN/m}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H = 324 + 300 = \mathbf{624}\ \text{kN/m}$$

4 Высота вертикального среза без стены (при отсутствии трещин $P_a = 0$)

$$\tfrac{1}{2}\gamma H_c^2 - 2c_u H_c = 0 \;\Rightarrow\; H_c = \frac{4c_u}{\gamma} = \frac{4(25)}{18} = \mathbf{5.56}\ \text{m}$$

Сила при наличии трещины (93.44 kN/m) в **3.9 раза** больше силы без трещины (24 kN/m): в связном грунте принятие трещины определяет результат. Поскольку H = 6 m больше H_c = 5.56 m, даже сила без трещины положительна.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Сцепление увеличивает пассивное сопротивление

ТЕОРИЯ

При пассивном давлении сцепление добавляет сопротивление **на любой глубине**; зоны растяжения и трещины нет. Давление вверху не равно нулю:

$$\sigma'_p(z) = K_p\,(q + \gamma z) + 2c'\sqrt{K_p}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}K_p\gamma H^2 + K_p q H + 2c'\sqrt{K_p}\,H \qquad \varphi = 0:\ P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H$$

Эпюра давления **трапецеидальная**: сцепление и пригрузка добавляют прямоугольник, γz — треугольник.

Высота приложения находится по моментам (вклад сцепления приложен на H/2).

Пассивное сопротивление зависит от достаточного перемещения стены; в расчёте оно не используется полностью, а понижается коэффициентом.

СРАВНЕНИЕ АКТИВНОГО И ПАССИВНОГО ДАВЛЕНИЯ

	Активное	Пассивное
Коэффициент	$K_a < 1$	$K_p > 1$
Удельное сцепление	**уменьшает** давление ($-2c'\sqrt{K_a}$)	**увеличивает** сопротивление ($+2c'\sqrt{K_p}$)
Зона растяжения	имеется (z_0)	нет
Плоскость скольжения	45° + φ′/2	45° – φ′/2
Необходимое перемещение	малый	большой

Условие

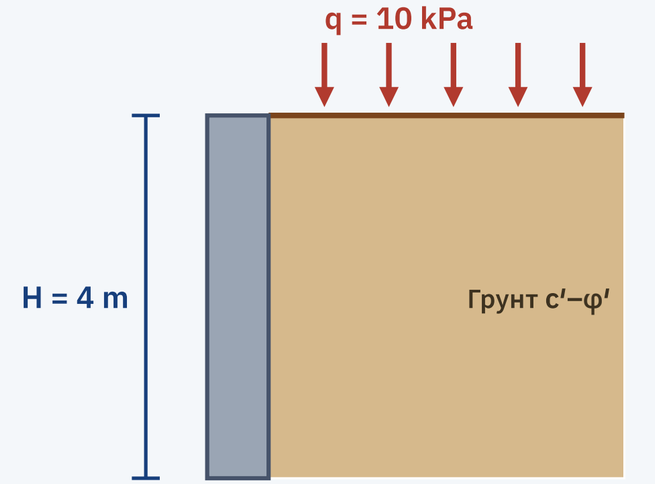
ПРИМЕР

Дано

Стена и грунт	**Стена и грунт из примера 6:** $H = 4$ **m,** $\gamma = 15$ kN/m^3, $\varphi' = 26°$, $c' = 8$ **kPa**
Пригрузка	$q = 10$ **kPa (на пассивной стороне)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Пассивная сила P_p и высота её приложения.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент: $K_p = \tan^2(45° + 13°)$

$$K_p = \tan^2 58^\circ = \mathbf{2.561} \qquad 2c'\sqrt{K_p} = 2(8)(1.600) = 25.61 \text{ kPa}$$

2 Давление вверху и внизу

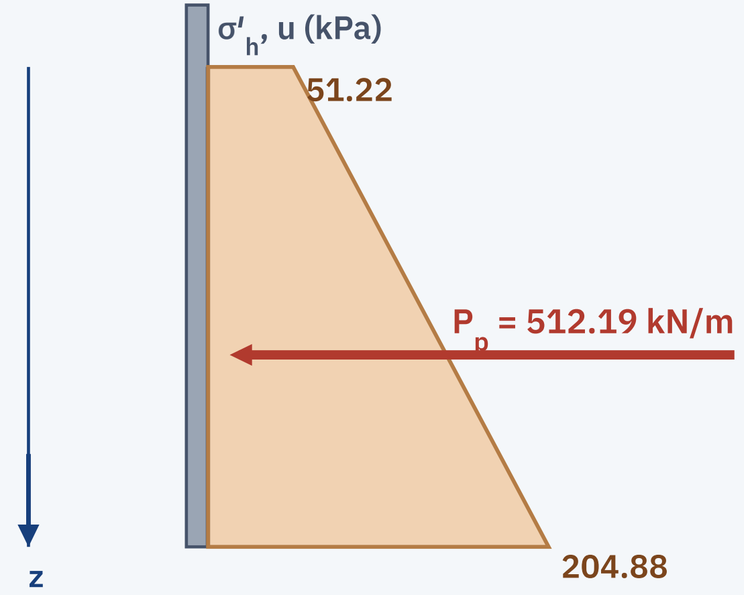
$$\sigma'_p(0) = 2.561(10) + 25.61 = \mathbf{51.22} \text{ kPa}$$

$$\sigma'_p(4) = 2.561(10 + 60) + 25.61 = \mathbf{204.88} \text{ kPa}$$

3 Площадь трапеции и центр тяжести

$$P_p = \tfrac{1}{2}(51.22 + 204.88)(4) = \mathbf{512.2} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{51.22(4)(2) + \tfrac{1}{2}(153.66)(4)(\tfrac{4}{3})}{512.2} = \mathbf{1.60} \text{ m}$$



Пассивное сопротивление **512.2 kN/m**, на 1.60 m выше подошвы; примерно **в 20 раз** больше активной силы для той же стены с учётом трещины.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Какое перемещение необходимо для развития активного и пассивного состояний?

ТЕОРИЯ

Для достижения состояний Rankine стена должна отодвинуться от грунта (активное) или приблизиться к грунту (пассивное). **Перемещение, необходимое для пассивного состояния, намного больше, чем для активного**; относительно высоты H:

Грунт	Активное $\Delta L_a/H$	Пассивное $\Delta L_p/H$	активное для H = 6 m	пассивное для H = 6 m
Рыхлый песок	0.001–0.002	0.01	6–12 mm	60 mm
Плотный песок	0.0005–0.001	0.005	3–6 mm	30 mm
Мягкая глина	0.02	0.04	120 mm	240 mm
Твёрдая глина	0.01	0.02	60 mm	120 mm

Если перемещение не достигает этих значений, давление остаётся больше определяемого по K_a и меньше определяемого по K_p; если стена полностью закреплена, возникает давление покоя K_0.

Для стены, поворачивающейся вокруг своего основания, эти отношения применяются к перемещению верха.

Область применения решения Rankine

ТЕОРИЯ

Стена: вертикальная и гладкая ($\delta' = 0$); давление горизонтально и перпендикулярно стене. В действительности трение о стену уменьшает активное усилие и увеличивает пассивное; решение Rankine в активном случае несколько в запас, в пассивном — на консервативной (безопасной) стороне.

Засыпка: поверхность горизонтальна, каждый слой однороден; поверхности скольжения плоские. Для наклонной засыпки и наклонной стены см. модуль Rankine (наклонная засыпка).

Напряжения: основным является эффективное напряжение; давление воды добавляется отдельно, а для глины недренированное решение ($\varphi = 0$) можно использовать и с полным напряжением.

Пригрузка — равномерно распределённая нагрузка; модули полосовой, сосредоточенной и линейной нагрузок рассматриваются отдельно.

Землетрясение: Rankine — статическое решение; для землетрясения используются модули Mononobe–Okabe и пассивного давления при землетрясении.

Резюме

Главное

Состояния: активное (стена отодвигается) $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$; пассивное (стена вдавливается в грунт) $\sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$

Коэффициенты: $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$, $K_p = 1/K_a$; $K_a < K_0 = 1 - \sin\varphi' < K_p$

Несвязная засыпка: $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2$, на высоте $H/3$ от подошвы; сила растёт пропорционально H^2

Пригрузка добавляет прямоугольную эпюру ($K\,q\,H$, плечо $H/2$); **вода** добавляет полное давление $u = \gamma_w(z - H_1)$, не зависящее от φ', и во много раз увеличивает силу

В слоистых грунтах σ'_o непрерывно, σ'_a скачкообразно изменяется на границе, где меняется φ'; сила находится разбиением на части, $\bar{z}$ — взятием моментов

В грунте с c′–φ′ $z_0 = 2c'/(\gamma\sqrt{K_a}) - q/\gamma$; при трещине отрыва сила представляет собой только положительный треугольник и больше силы без трещины

Пассивное давление растёт со сцеплением, зоны растяжения нет; однако стене необходимо сместиться **значительно больше**, чем для активного состояния

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Модуль открывается с двухслойной стеной из Примера 5.

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva слои, пригрузку и УГВ собственной стены; модуль выдаёт эпюру давления, силу и высоту приложения одновременно.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.