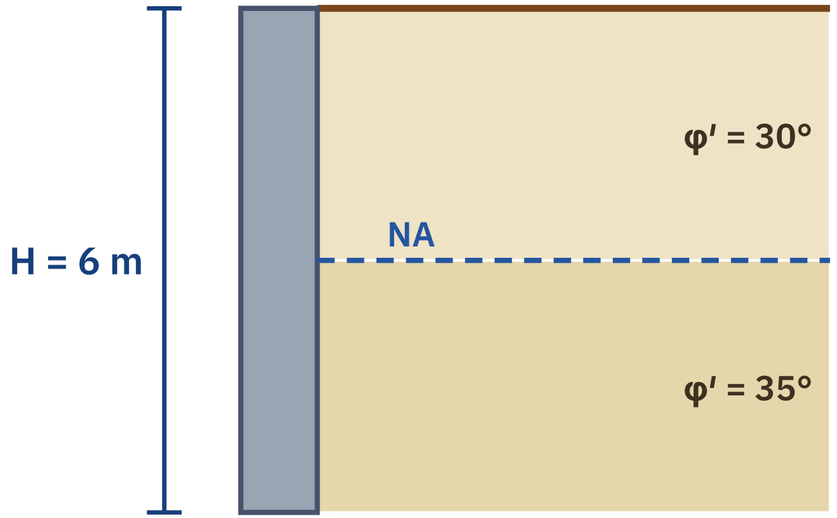
Apresentação de aula de geotecnia · Empuxo de terra

Empuxo de terra de Rankine

Aula: empuxo ativo e passivo de terra sobre um muro vertical sem atrito; reaterro não coesivo e coesivo, sobrecarga, água subterrânea e solo em camadas; exemplo resolvido em cada tópico.

- Estados ativo e passivo
- $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$
- Sobrecarga e lençol freático
- Aterro estratificado
- Trinca de tração



Introdução

O que veremos nesta aula?

- Com o círculo de Mohr dos estados ativo e passivo, **por que** $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$
- Calcular os coeficientes K_a e K_p a partir de φ'; compará-los com o coeficiente de empuxo em repouso K_0
- Determinar, em aterro não coesivo, a **força** e a **altura de aplicação** a partir do triângulo de pressões
- Ver como a sobrecarga, a água subterrânea e os limites das camadas alteram o diagrama
- Distinguir, em solo c'–φ' e $\varphi = 0$, a **zona de tração** e a força com / sem trinca
- Calcular a resistência passiva e saber quanto o muro precisa se deslocar

ROTEIRO DA AULA

Cada tópico é tratado em **três etapas**:

1 · **Teoria**: qual é a regra e por que é assim?

2 · **Enunciado**: dados e o que se pede

3 · **Solução**: passo a passo, com números

As forças são por unidade de comprimento do muro (kN/m); as pressões estão em kPa e todas as tensões são efetivas.

Equilíbrio plástico e círculo de Mohr

TEORIA

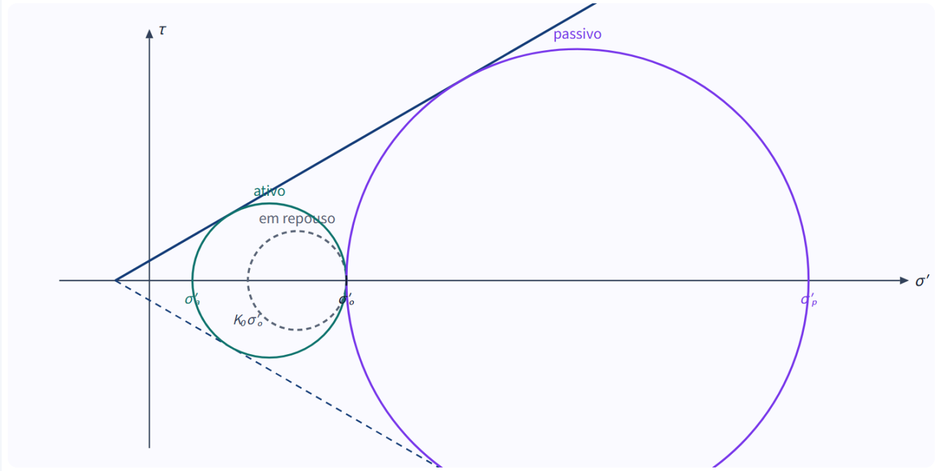
Rankine (1857) examinou uma massa de solo em que todos os pontos estão no limiar da ruptura. Se um muro vertical e sem atrito **se afasta do solo**, a tensão horizontal diminui a partir do valor em repouso $K_0\sigma'_o$ e o círculo de Mohr toca a envoltória de ruptura: **estado ativo**. Se o muro **é empurrado contra o solo**, a tensão horizontal sobe acima de σ'_o: **estado passivo**.

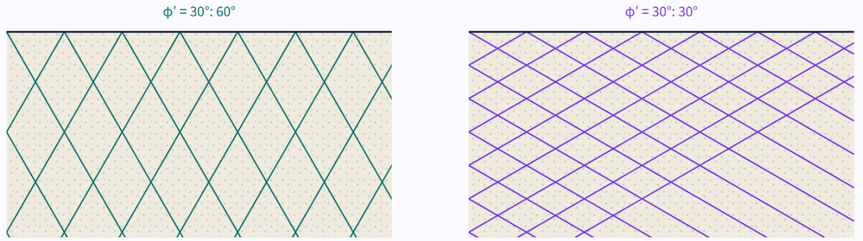
$$\sigma'_a = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) - 2c' \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_p = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

σ'_o é a tensão efetiva vertical (pressão de confinamento); atrás do muro, a tensão principal maior é vertical (no estado ativo) ou horizontal (no estado passivo).

Os planos de ruptura formam com a horizontal um ângulo de 45° + φ′/2 no estado ativo e de 45° − φ′/2 no estado passivo.





ativo: planos de plastificação a 45° + ϕ′/2 com a horizontal

passivo: planos de plastificação a 45° − ϕ′/2

Coeficientes K_a e K_p

TEORIA

A partir da geometria do círculo de Mohr definem-se dois coeficientes; um é o inverso do outro:

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1}{K_a}$$

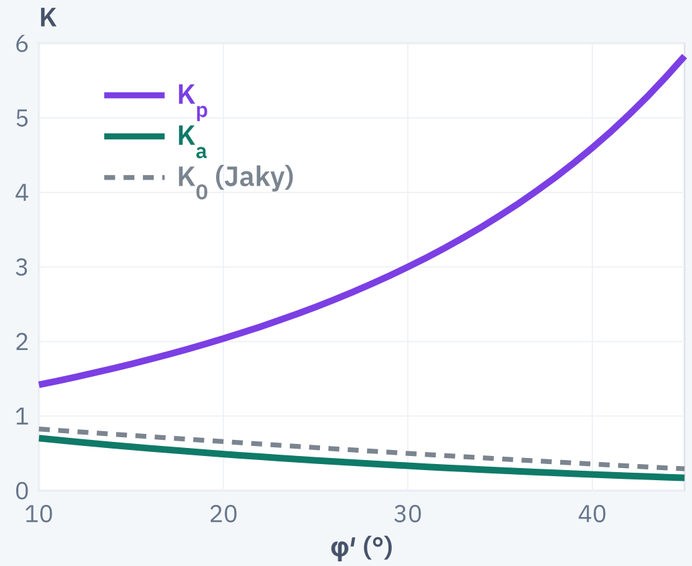
$$\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a} \qquad \sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$$

φ′	25°	30°	35°	40°
K_a	0.406	0.333	0.271	0.217
K_p	2.464	3.000	3.690	4.599
K_0 (Jaky)	0.577	0.500	0.426	0.357

$K_a < K_0 < K_p$: a pressão em repouso, antes de o muro se mover, situa-se entre os dois limites.

K_p cresce rapidamente com φ′: para φ′ = 40°, o empuxo passivo é mais de 20 vezes o ativo.

K_a, K_p e K_0 – φ′



Enunciado

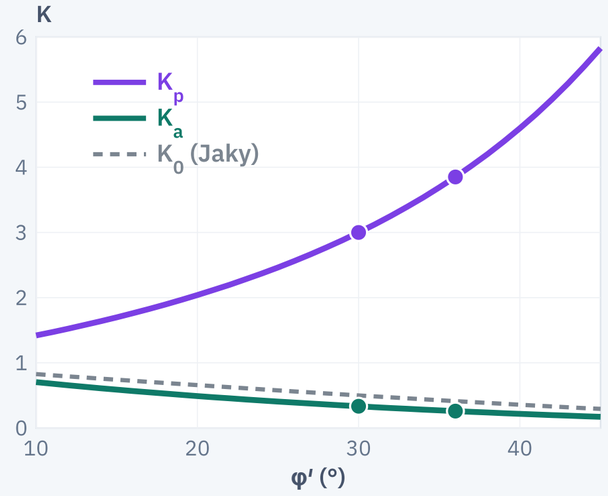
EXEMPLO

Dados

Solo	**areia não coesiva, $c' = 0$; dois casos: $\varphi' = 36^\circ$ e $\varphi' = 30^\circ$**
Muro	**vertical, sem atrito; superfície do reaterro horizontal**

PEDE-SE

K_a, **K_p** e **K_0** segundo Jaky; verificar a ordem dos três.



Solução

SOLUÇÃO

1 φ′ = 36°

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 18^\circ) = \tan^2 27^\circ = \mathbf{0.2596} \qquad K_p = \tan^2 63^\circ = \frac{1}{K_a} = \mathbf{3.852}$$

2 φ′ = 30°

$$K_a = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \frac{0.5}{1.5} = \mathbf{0.3333} \qquad K_p = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \mathbf{3}$$

3 Coeficiente de empuxo em repouso (Jaky): $K_0 = 1 - \sin \varphi'$

$$\varphi' = 36^\circ : \; K_0 = 1 - 0.5878 = \mathbf{0.4122} \qquad \varphi' = 30^\circ : \; K_0 = 1 - 0.5 = \mathbf{0.50}$$

Em ambos os solos, **$K_a < K_0 < K_p$**; $K_a \cdot K_p = 1$. Quando φ′ passa de 30° para 36°, K_a passa de 0.333 para 0.260 e K_p, de 3.00 para 3.85.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Triângulo de pressões, força e altura de aplicação

TEORIA

Para c′ = 0 e aterro com superfície horizontal, a pressão aumenta **linearmente** com a profundidade; o diagrama é triangular. A força por unidade de comprimento do muro é a área do triângulo, e seu ponto de aplicação é o baricentro (H/3 acima da base):

$$\sigma'_a = K_a \gamma z \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

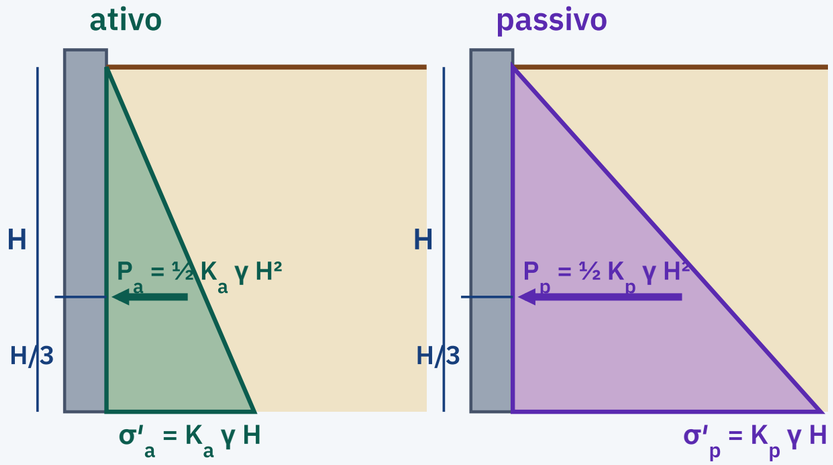
$$\sigma'_p = K_p \gamma z \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

A força cresce com **H²**: dobrar a altura do muro quadruplica a força.

A força é perpendicular ao muro e horizontal (muro sem atrito, δ′ = 0).

Unidades: γ em kN/m³ e H em m resultam em P em kN/m.

DOIS ESTADOS-LIMITE



Enunciado

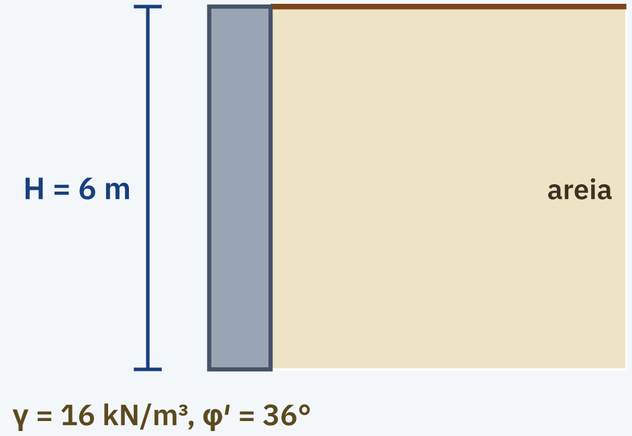
EXEMPLO

PEDE-SE

Forças **ativa** e **passiva** P_a, P_p e suas alturas de aplicação; também a força em repouso P_0.

Dados

Muro	$H = 6$ **m, vertical, sem atrito; superfície do reaterro horizontal**
Solo	**areia seca:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 36°,\ c' = 0$



Solução

SOLUÇÃO

1 Coeficientes (Exemplo 1): $K_a = 0.2596$, $K_p = 3.852$

$$\sigma'_a(6) = K_a \gamma H = 0.2596(16)(6) = \mathbf{24.92}\ \text{kPa}$$

2 Força ativa (área do triângulo)

$$P_a = \tfrac{1}{2}\sigma'_a(6)\, H = \tfrac{1}{2}(24.92)(6) = \mathbf{74.77}\ \text{kN/m}$$

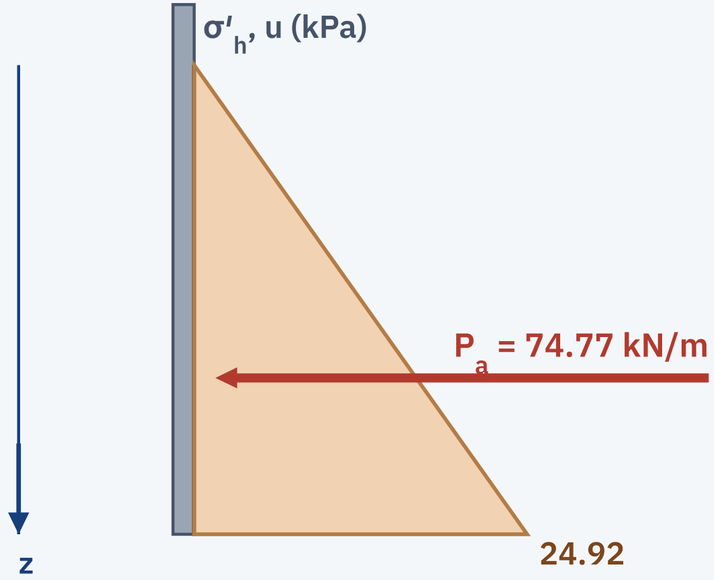
$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

3 Força passiva

$$P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(3.852)(16)(36) = \mathbf{1{,}109.3}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

P_a = **74.77 kN/m**, P_p = **1,109.3 kN/m**, ambos a 2.0 m acima da base. A resistência passiva é **14.8 vezes** o empuxo ativo; o P_0 em repouso = 118.72 kN/m fica entre os dois.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Dois efeitos que alteram o diagrama

TEORIA

A sobrecarga uniforme q acrescenta a mesma tensão em todas as profundidades: soma-se um retângulo. **Abaixo do nível do lençol freático**, a tensão efetiva é calculada com $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ e, além disso, a poropressão $u = \gamma_w(z - H_1)$ é somada **com o valor integral**:

$$P_a = K_a q H + \tfrac{1}{2} K_a \gamma H_1^2 + K_a \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2}\left(K_a \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

Componente	Força	Braço (a partir da base)
Sobrecarga (retangular)	$K_a\, q\, H$	$H/2$
Triângulo superior	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma\, H_1^2$	$H_2 + H_1/3$
Retângulo inferior	$K_a\, \gamma\, H_1\, H_2$	$H_2/2$
Triângulo inferior (efetivo)	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma'\, H_2^2$	$H_2/3$
Pressão da água	$\tfrac{1}{2} \gamma_w\, H_2^2$	$H_2/3$

Tomando-se o momento das componentes em relação ao ponto da base, obtém-se a altura de aplicação: $\bar{z} = \Sigma P_i z_i \,/\, \Sigma P_i$.

O empuxo passivo é obtido com as mesmas componentes, usando K_p; a pressão da água é a mesma.

POR QUE A ÁGUA É TÃO INFLUENTE?

A pressão da água **não depende do ângulo de atrito**: é multiplicada por 1 em vez de K_a. Como $\gamma' \approx \gamma_{sat}/2$ na zona submersa, o empuxo efetivo de terra diminui, mas a pressão da água mais do que o compensa.

Enunciado

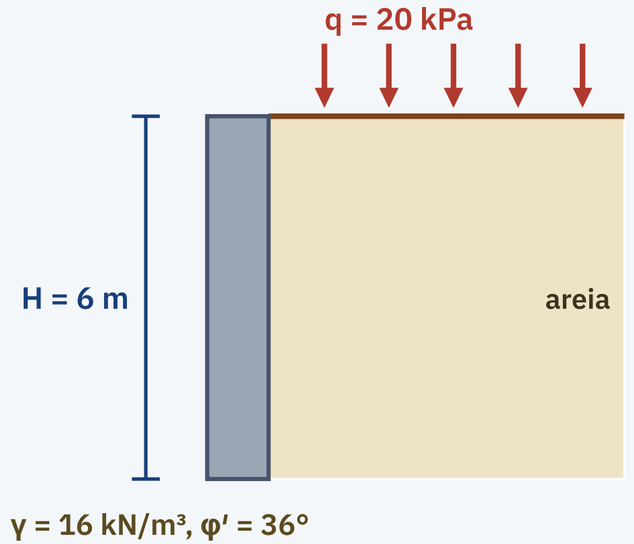
EXEMPLO

PEDE-SE

P_a e $\bar{z}$; efeito da sobrecarga.

Dados

Muro e solo	**O muro do Exemplo 2: $H = 6$ m, $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 36°$, seco**
Sobrecarga	**uniformemente distribuída $q = 20$ kPa na superfície do reaterro**



Solução

SOLUÇÃO

1 Pressão: $K_a q$ na superfície, $K_a q + K_a \gamma H$ na base

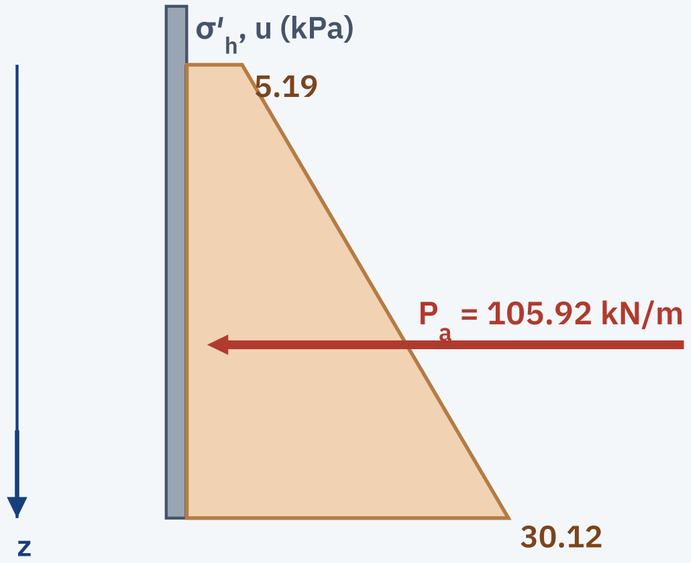
$$\sigma'_a(0) = 0.2596(20) = 5.19 \text{ kPa}$$
$$\sigma'_a(6) = 5.19 + 24.92 = \mathbf{30.12} \text{ kPa}$$

2 Forças: retângulo (braço 3.0 m) + triângulo (braço 2.0 m)

$$P_q = K_a q H = 5.19(6) = 31.15 \text{ kN/m}$$
$$P_\gamma = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 = 74.77 \text{ kN/m}$$

3 Resultante e altura de atuação

$$P_a = 31.15 + 74.77 = \mathbf{105.92} \text{ kN/m}$$
$$\bar{z} = \frac{31.15(3) + 74.77(2)}{105.92} = \mathbf{2.29} \text{ m}$$



A força da sobrecarga aumentou o empuxo em 31.15 kN/m (42%); o ponto de aplicação subiu de **2.00 m para 2.29 m** (o braço do retângulo é H/2).

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

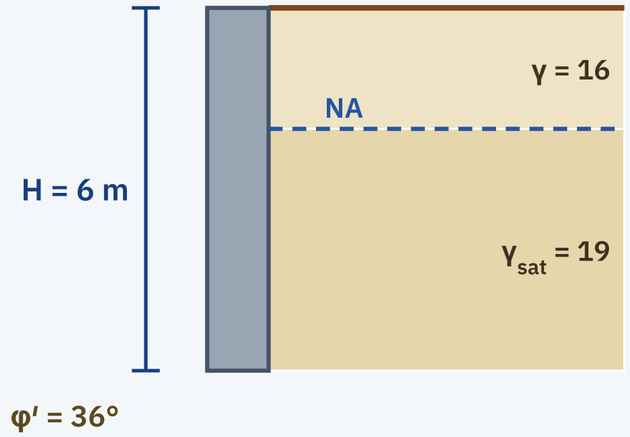
EXEMPLO

PEDE-SE

Força total a partir da pressão efetiva de terra e da pressão da água, com sua altura de aplicação; o efeito da água.

Dados

Muro	$H = 6$ **m, vertical; reaterro de areia com superfície horizontal, sem sobrecarga**
Solo	**no topo** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(seco); nível do lençol freático a 2 m de profundidade; na base** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$**;** $\varphi' = 36^\circ$



Solução

SOLUÇÃO

1 Tensões efetivas (z = 2 e 6 m)

$$\sigma'_o(2) = 16(2) = 32\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_o(6) = 32 + 4(19 - 9.81) = 68.76\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_a(6) = K_a\sigma'_o(6) = \mathbf{17.85}\ \text{kPa}$$

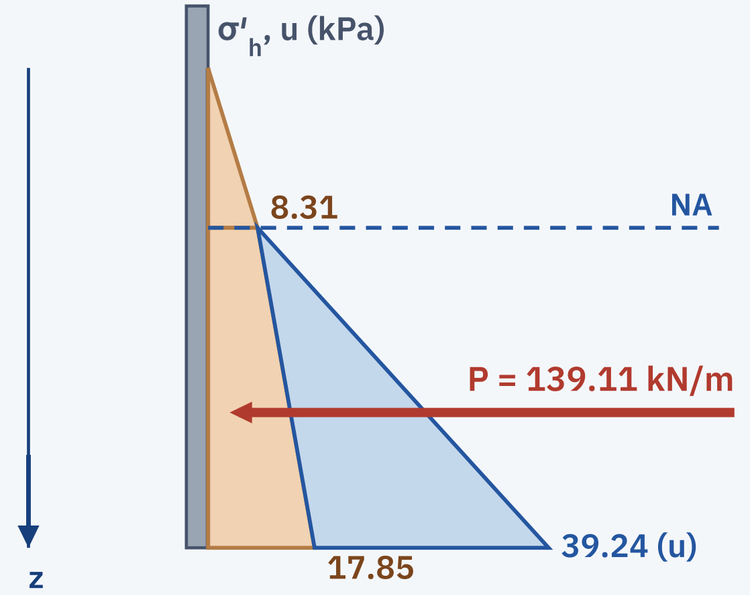
2 Pressão da água na base: u = γ_w(6 − 2)

$$u(6) = 9.81(4) = \mathbf{39.24}\ \text{kPa}$$

3 Forças: triângulo superior · retângulo inferior · triângulo inferior · água

$$P_a = 8.31 + 33.23 + 19.09 = 60.63\ \text{kN/m}\ (\text{solo})$$

$$P_w = \tfrac{1}{2}(39.24)(4) = 78.48\ \text{kN/m}$$



Total = 60.63 + 78.48 = **139.11 kN/m**, **z̄ = 1.69 m**. A força para o muro seco era de 74.77 kN/m: a força da água a elevou a **1.9 vezes** esse valor.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Cada camada usa o seu próprio valor de K

TEORIA

Se o reaterro é constituído por várias camadas, a **tensão vertical efetiva σ'_o é contínua** (não dá salto no limite entre camadas); porém, como a tensão horizontal $\sigma'_a = K_i\sigma'_o$ usa em cada camada o próprio valor de K_i, **o diagrama dá um salto no limite em que φ' muda**:

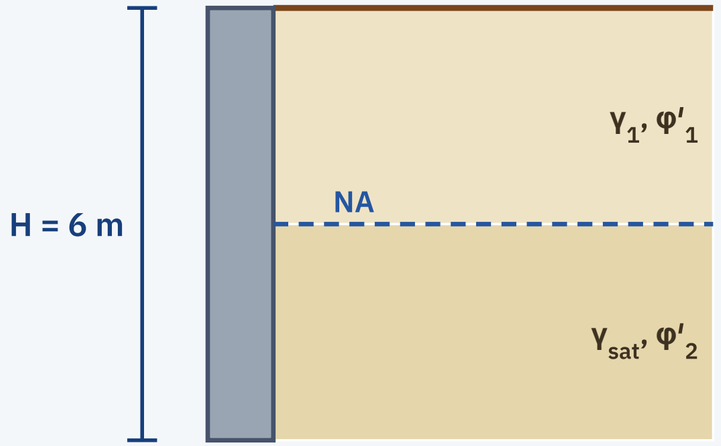
$$\sigma'_a = K_{a,i}\,\sigma'_o(z) \qquad \sigma'_o(z) = q + \sum \gamma_i h_i \;\; (\gamma' \text{ na zona submersa})$$

No limite entre as camadas, leem-se dois valores: o valor de $K_{a,1}\sigma'_o$ da camada superior e o valor de $K_{a,2}\sigma'_o$ da inferior. Se o φ' da camada inferior for elevado, a pressão **diminui** para baixo.

O nível do lençol freático é tratado como um limite de camada: γ' começa, u é somado.

A força é obtida somando as áreas de cada parcela (triângulo / retângulo), e a altura de aplicação é obtida tomando momentos.

ATERRO ESTRATIFICADO E ÁGUA



Enunciado

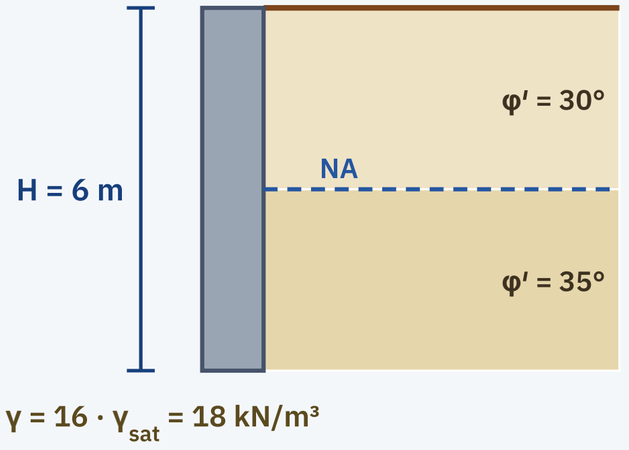
EXEMPLO

Dados

Muro	$H = 6$ **m, vertical, sem atrito; superfície horizontal; sem sobrecarga**
Camada superior (0–3 m)	**areia:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ$
Camada inferior (3–6 m)	**areia:** $\gamma_{sat} = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35^\circ$
Nível do lençol freático	**Na profundidade de 3 m (no limite entre camadas)**

PEDE-SE

Força total (solo + água) e **altura de aplicação**. O exemplo inicial do módulo é este muro.



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficientes

$$K_{a,1} = \tfrac{1}{3} = \mathbf{0.3333} \qquad K_{a,2} = \tan^2 27.5^\circ = \mathbf{0.2710}$$

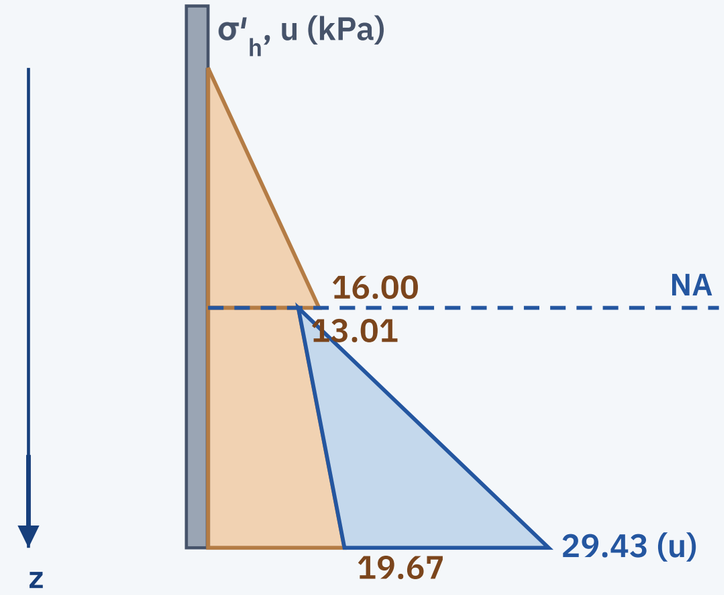
2 a 3 m de profundidade (limite): $\sigma'_o = 16(3) = 48$ kPa

$$\sigma'_a = 0.3333(48) = \mathbf{16.00}\ \text{kPa (topo)}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(48) = \mathbf{13.01}\ \text{kPa (base)}$$

3 A 6 m de profundidade (base)

$$\sigma'_o = 48 + 3(18 - 9.81) = 72.57\ \text{kPa} \qquad u = 9.81(3) = \mathbf{29.43}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(72.57) = \mathbf{19.67}\ \text{kPa}$$

O diagrama salta de 16.00 → 13.01 kPa na interface (mudança de φ′); σ'_o permanece contínuo.



Solução (2/2)

SOLUÇÃO

4 Forças: triângulo superior · retângulo inferior · triângulo inferior · água

$$P = \tfrac{1}{2}(3)(16.00) + 3(13.01) + \tfrac{1}{2}(3)(6.66) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 24.00 + 39.02 + 9.99 + 44.14 = \mathbf{117.15}\ \mathrm{kN/m}$$

5 Altura de aplicação: momento em relação ao ponto da base (braços 4; 1.5; 1; 1 m)

$$\bar{z} = \frac{24.00(4) + 39.02(1.5) + 9.99(1) + 44.14(1)}{117.15} = \mathbf{1.78}\ \mathrm{m}$$

A força total é de **117.15 kN/m**, situada **1.78 m** acima da base; o solo contribui com 73.01 kN/m e a água com 44.14 kN/m. A água, com cerca de 38%, é a maior parcela da força.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Zona de tração e trincas de tração

TEORIA

No solo c′–φ′, a pressão ativa é **negativa** no topo (o solo tende a puxar o muro); a profundidade em que a pressão é nula:

$$z_0 = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}} - \frac{q}{\gamma} \qquad \varphi = 0:\ z_0 = \frac{2c_u}{\gamma}$$

O solo não resiste à tração: com o tempo, abrem-se **trincas de tração** até a profundidade z_0. A força é apenas a parte positiva do diagrama:

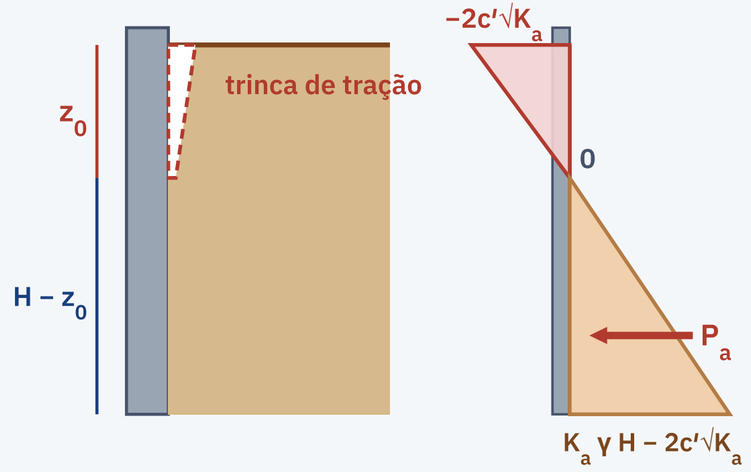
$$P_a = \tfrac{1}{2}\left[K_a(q+\gamma H) - 2c'\sqrt{K_a}\right](H - z_0)$$

Antes da formação da trinca, considera-se o diagrama inteiro (força menor): $P_a = \tfrac{1}{2}K_a\gamma H^2 - 2c'\sqrt{K_a}\,H + K_a q H$.

> No projeto, prevalece a força com trinca (maior); se a trinca se enche de água, soma-se a ela a força hidrostática $\gamma_w z_0^2/2$.

> A altura de aplicação é o centroide do triângulo positivo: $(H - z_0)/3$.

ZONA DE TRAÇÃO



Pressão negativa: no topo, ao longo da profundidade z_0, não há contato com o muro.

Enunciado

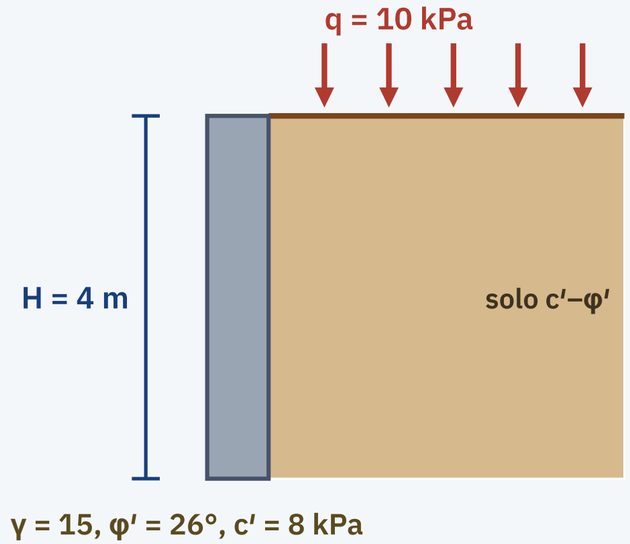
EXEMPLO

PEDE-SE

Profundidade de tração z_0, força ativa com trinca e sua altura de atuação; comparação com a força sem trinca.

Dados

Muro	$H = 4$ **m, vertical, sem atrito; superfície horizontal**
Solo	$\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 26°,\ c' = 8$ **kPa**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa**



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Coeficiente: $K_a = \tan^2(45° - 13°)$

$$K_a = \tan^2 32^\circ = \mathbf{0.3905} \qquad \sqrt{K_a} = 0.6249$$

$$2c'\sqrt{K_a} = 2(8)(0.6249) = 10.00\ \text{kPa}$$

2 Pressão no topo e na base

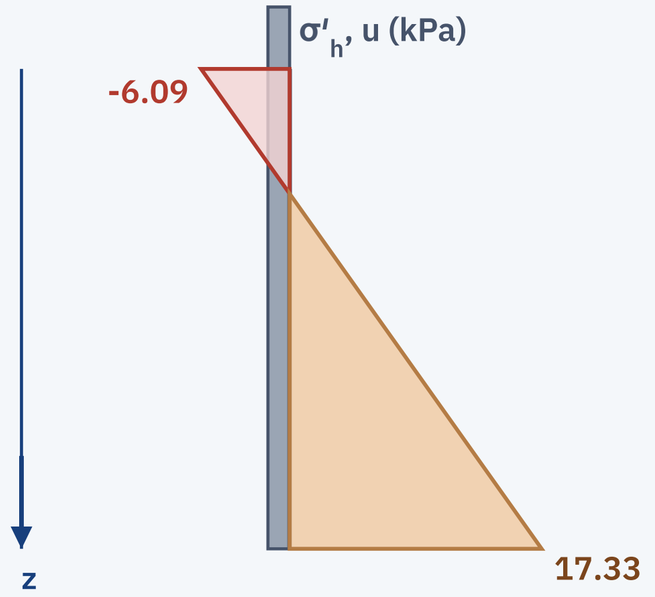
$$\sigma'_a(0) = 0.3905(10) - 10.00 = -\mathbf{6.09}\ \text{kPa (tração)}$$

$$\sigma'_a(4) = 0.3905(10 + 15 \cdot 4) - 10.00 = \mathbf{17.33}\ \text{kPa}$$

3 Profundidade de tração (onde a pressão é nula)

$$z_0 = \frac{2(8)}{15(0.6249)} - \frac{10}{15}$$

$$= 1.707 - 0.667 = \mathbf{1.04}\ \text{m}$$



Solução (2/2)

SOLUÇÃO

4 Força com trinca (apenas o triângulo positivo)

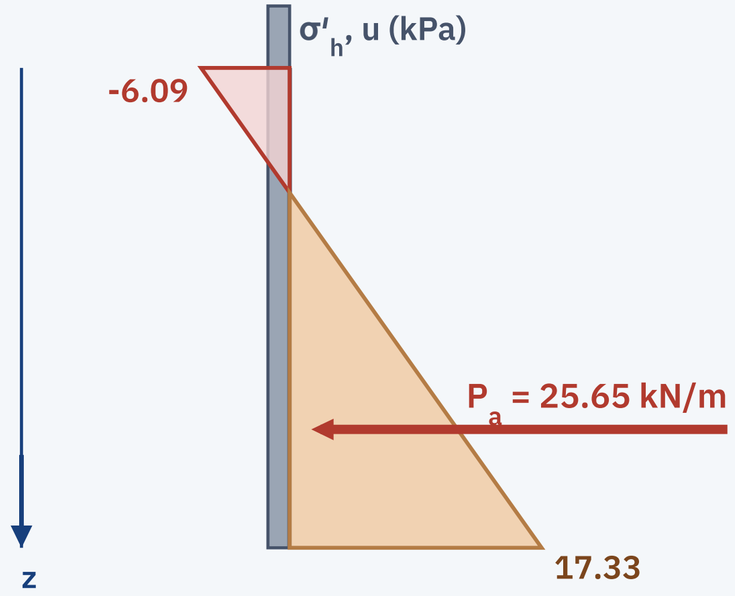
$$P_a = \tfrac{1}{2}(17.33)(4 - 1.04) = \mathbf{25.65}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{4 - 1.04}{3} = \mathbf{0.99}\ \mathrm{m}$$

5 Comparação: sem trinca (incluindo a zona negativa)

$$P_a = \tfrac{1}{2}(-6.09 + 17.33)(4) = 22.48\ \mathrm{kN/m}$$

A força com trinca é de **25.65 kN/m**, 14% maior que a força sem trinca; o valor com trinca está a favor da segurança.



Verificar a solução no GeoTerva ↗

Enunciado

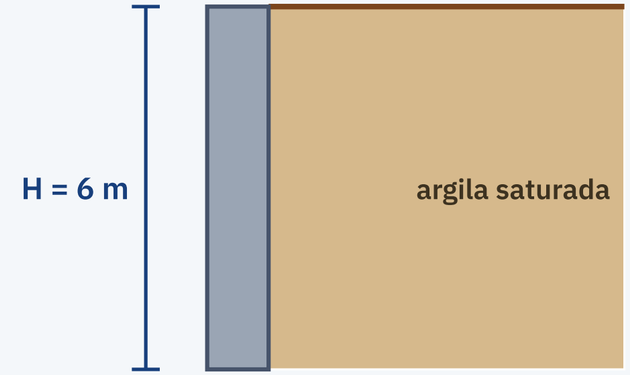
EXEMPLO

PEDE-SE

z_0, força ativa com e sem trinca; força passiva; altura **H_c** que pode ser cortada na vertical sem muro.

Dados

Muro	$H = 6$ **m, vertical; superfície horizontal; sem sobrecarga**
Solo	**argila saturada, não drenada:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi = 0,\ c_u = 25$ **kPa**



Solução (1/2)

SOLUÇÃO

1 Para φ = 0, $K_a = K_p = 1$: profundidade de tração e pressão na base

$$\sigma_a = \gamma z - 2c_u = 18z - 50 \text{ kPa}$$

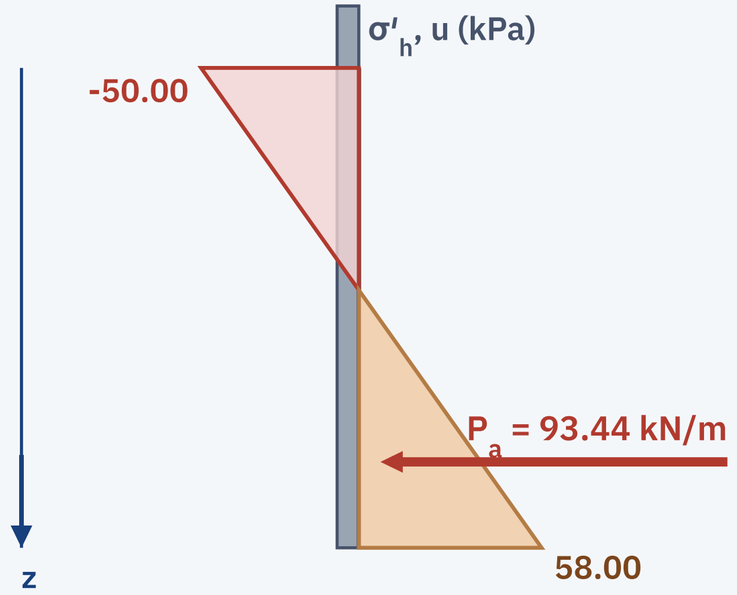
$$z_0 = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{50}{18} = \mathbf{2.78} \text{ m}$$

$$\sigma_a(6) = 108 - 50 = \mathbf{58} \text{ kPa}$$

2 Força ativa com trinca

$$P_a = \tfrac{1}{2}(58)(6 - 2.78) = \mathbf{93.44} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{6 - 2.78}{3} = 1.07 \text{ m}$$



Solução (2/2)

SOLUÇÃO

3 Força ativa e força passiva sem trincas

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 - 2c_u H = 324 - 300 = \mathbf{24}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H = 324 + 300 = \mathbf{624}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Altura que pode ser cortada na vertical sem muro (sem trincas, $P_a = 0$)

$$\tfrac{1}{2}\gamma H_c^2 - 2c_u H_c = 0 \ \Rightarrow\ H_c = \frac{4c_u}{\gamma} = \frac{4(25)}{18} = \mathbf{5.56}\ \mathrm{m}$$

A força com trinca (93.44 kN/m) é **3.9 vezes** a força sem trinca (24 kN/m): em solo coesivo, a hipótese de trinca determina o resultado. Como H = 6 m é maior que H_c = 5.56 m, até a força sem trinca é positiva.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

A coesão aumenta a resistência passiva

TEORIA

No caso passivo, a coesão acrescenta resistência **em qualquer profundidade**; não há zona de tração nem trinca. A pressão no topo não é nula:

$$\sigma'_p(z) = K_p\,(q + \gamma z) + 2c'\sqrt{K_p}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}K_p\gamma H^2 + K_p q H + 2c'\sqrt{K_p}\,H \qquad \varphi = 0:\ P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H$$

O diagrama de pressões é **trapezoidal**: a coesão e a sobrecarga acrescentam um retângulo, e γz acrescenta um triângulo.

A altura de aplicação é obtida tomando-se momentos (parcela da coesão em H/2).

A resistência passiva depende de o muro se deslocar o suficiente; no projeto não é utilizada integralmente, sendo reduzida por um fator.

COMPARAÇÃO ATIVO – PASSIVO

	Ativo	Passivo
Coeficiente	$K_a < 1$	$K_p > 1$
Coesão	**reduz** a pressão ($-2c'\sqrt{K_a}$)	**aumenta** a resistência ($+2c'\sqrt{K_p}$)
Zona de tração	existe (z_0)	nenhum
Plano de ruptura	45° + φ′/2	45° – φ′/2
Movimento necessário	pequeno	grande

Enunciado

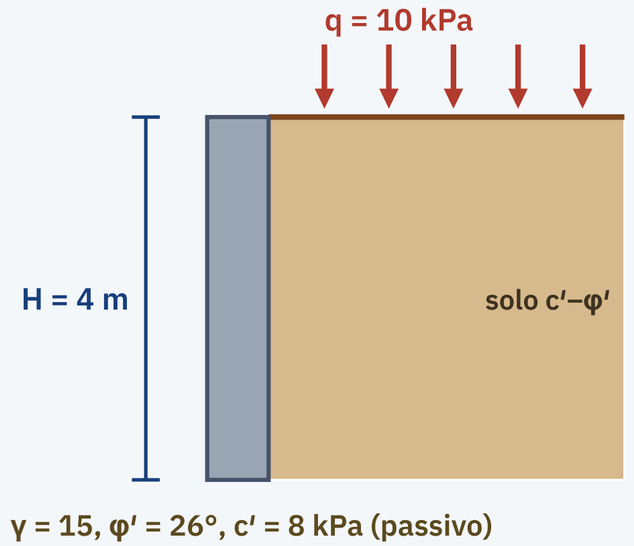
EXEMPLO

PEDE-SE

Força passiva P_p e sua altura de aplicação.

Dados

Muro e solo	**O muro e o solo do Exemplo 6: $H = 4$ m, $\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 26°$, $c' = 8$ kPa**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa (no lado passivo)**



Solução

SOLUÇÃO

1 Coeficiente: $K_p = \tan^2(45° + 13°)$

$$K_p = \tan^2 58° = \mathbf{2.561} \qquad 2c'\sqrt{K_p} = 2(8)(1.600) = 25.61\ \text{kPa}$$

2 Pressão no topo e na base

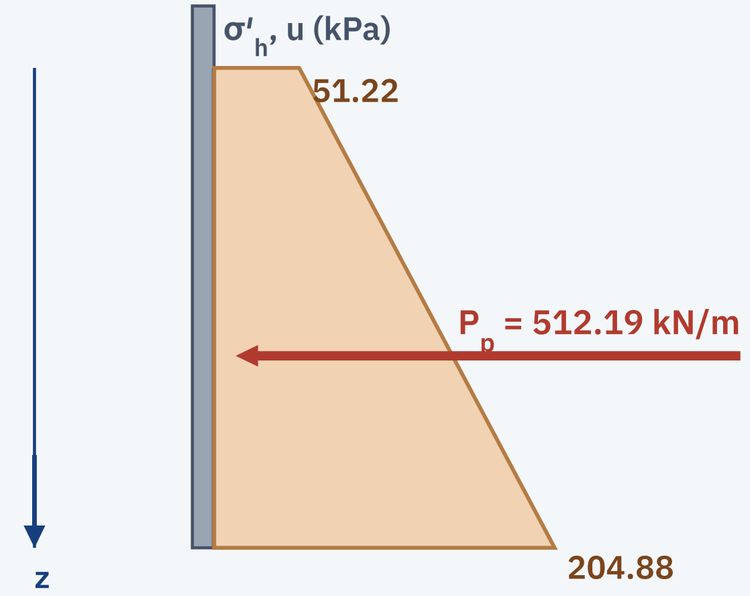
$$\sigma'_p(0) = 2.561(10) + 25.61 = \mathbf{51.22}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_p(4) = 2.561(10 + 60) + 25.61 = \mathbf{204.88}\ \text{kPa}$$

3 Área do trapézio e centroide

$$P_p = \tfrac{1}{2}(51.22 + 204.88)(4) = \mathbf{512.2}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{51.22(4)(2) + \frac{1}{2}(153.66)(4)(\frac{4}{3})}{512.2} = \mathbf{1.60}\ \text{m}$$



Resistência passiva de **512.2 kN/m**, a 1.60 m acima da base; cerca de **20 vezes** a força ativa com trinca de tração do mesmo muro.

Verificar a solução no GeoTerva ↗

Qual o deslocamento necessário para se desenvolverem os estados ativo e passivo?

TEORIA

Para atingir os estados de Rankine, o muro precisa se afastar do solo (ativo) ou se aproximar dele (passivo). **O movimento necessário para o passivo é muito maior que o do ativo**; em relação à altura H:

Solo	Ativo $\Delta L_a/H$	Passivo $\Delta L_p/H$	ativo para H = 6 m	passivo para H = 6 m
Areia fofa	0.001–0.002	0.01	6–12 mm	60 mm
Areia compacta	0.0005–0.001	0.005	3–6 mm	30 mm
Argila mole	0.02	0.04	120 mm	240 mm
Argila rija	0.01	0.02	60 mm	120 mm

Se o movimento não atingir esses valores, a pressão permanece maior que K_a e menor que K_p; se o muro estiver totalmente impedido de se mover, desenvolve-se a pressão de repouso K_0.

Para um muro que gira em torno da base, essas razões aplicam-se ao movimento do topo.

Abrangência da solução de Rankine

TEORIA

O muro: vertical e liso ($\delta' = 0$); a pressão é horizontal e normal ao muro. Na realidade, o atrito solo-muro reduz a força ativa e aumenta a força passiva; Rankine é ligeiramente favorável à segurança no caso ativo e conservador (a favor da segurança) no passivo.

Reaterro: superfície horizontal, cada camada homogênea; superfícies de ruptura planas. Para reaterro inclinado e muro inclinado, ver o módulo Rankine (reaterro inclinado).

Tensões: a tensão efetiva é a fundamental; a pressão da água é acrescentada separadamente e, para argila, a solução não drenada ($\varphi = 0$) também pode ser usada com a tensão total.

Sobrecarga: carga uniformemente distribuída; os módulos de carga em faixa, pontual e linear são tratados separadamente.

Sismo: Rankine é a solução estática; para o sismo, usam-se os módulos de Mononobe–Okabe e de empuxo passivo sísmico.

Resumo

Pontos-chave

Estados: ativo (o muro se afasta) $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$; passivo (o muro é empurrado) $\sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$

Coeficientes: $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$, $K_p = 1/K_a$; $K_a < K_0 = 1 - \sin\varphi' < K_p$

Aterro não coesivo: $P = \frac{1}{2}K\gamma H^2$, a $H/3$ da base; a força cresce com H^2

A **sobrecarga** acrescenta um retângulo ($K\,q\,H$, braço $H/2$); a **água** acrescenta a poropressão plena $u = \gamma_w(z - H_1)$, independente de φ', e multiplica a força muitas vezes

Em **solos estratificados**, σ'_o é contínua e σ'_a sofre um salto na fronteira em que φ' muda; a força é obtida pela divisão em partes e $\bar{z}$, por momentos

Em **solo c′–φ′**, $z_0 = 2c'/(\gamma\sqrt{K_a}) - q/\gamma$; com trinca de tração, a força é apenas o triângulo positivo, que é maior que a força sem trinca

O **empuxo passivo** aumenta com a coesão e não há zona de tração; porém o muro precisa se mover **muito mais** do que no estado ativo

Referências bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

NOTA

Todos os exemplos numéricos foram produzidos com o próprio motor de cálculo do módulo; o módulo fornece os mesmos valores. O módulo abre com o muro de duas camadas do Exemplo 5.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos on-line

Da teoria à prática

Inserir no GeoTerva as camadas, a sobrecarga e o nível do lençol freático do próprio muro; o módulo fornece em conjunto o diagrama de pressões, a força e a altura de aplicação.

Abrir o módulo →

Página de teoria →

Abrir no celular
Os módulos de teste não exigem cadastro.