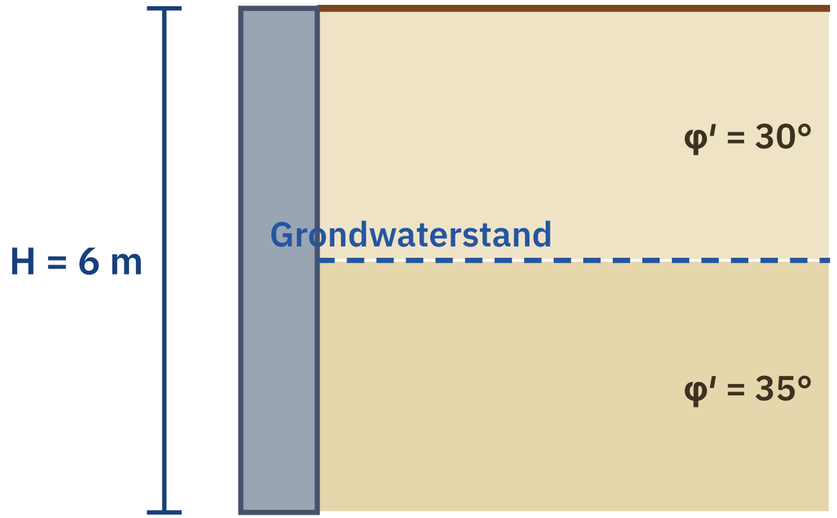
Geotechnisch college · Horizontale gronddruk

Horizontale gronddruk volgens Rankine

College: actieve en passieve gronddruk op een wrijvingsloze verticale wand; niet-samenhangende en samenhangende aanvulling, bovenbelasting, grondwater en gelaagde grond; per onderwerp een rekenvoorbeeld.

- Actieve en passieve toestand
- $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$
- Bovenbelasting en grondwater
- Gelaagde aanvulling
- Trekscheur



Inleiding

Wat leren we in dit college?

met de Mohr-cirkel van de actieve en passieve toestand, **waarom** $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$

De coëfficiënten K_a en K_p uit φ' berekenen; ze vergelijken met de neutrale coëfficiënt K_0

De **kracht** en de **aangrijpingshoogte** te bepalen uit de spanningsdriehoek bij een cohesieloze aanvulling

Zien hoe bovenbelasting, grondwater en laaggrenzen het diagram veranderen

in c'–φ'- en $\varphi = 0$-grond, om de **trekzone** en de kracht met / zonder scheur te onderscheiden

Het berekenen van de passieve weerstand en het weten hoeveel de muur moet bewegen

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: wat is de regel, waarom is dat zo?

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

De krachten zijn per eenheid van wandlengte (kN/m); de drukken in kPa, alle spanningen zijn effectief.

Plastisch evenwicht en de cirkel van Mohr

THEORIE

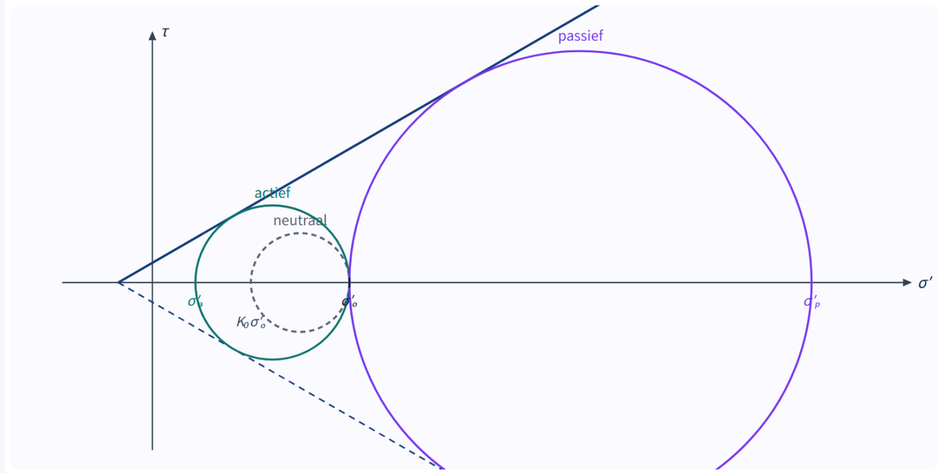
Rankine (1857) beschouwde een grondmassa waarvan elk punt op de grens van bezwijken verkeert. Als een verticale, wrijvingsloze wand **zich van de grond af beweegt**, daalt de horizontale spanning vanaf de neutrale waarde $K_0\sigma'_o$ en raakt de cirkel van Mohr de bezwijkomhullende: **actieve toestand**. Als de wand **tegen de grond wordt geduwd**, stijgt de horizontale spanning boven σ'_o: **passieve toestand**.

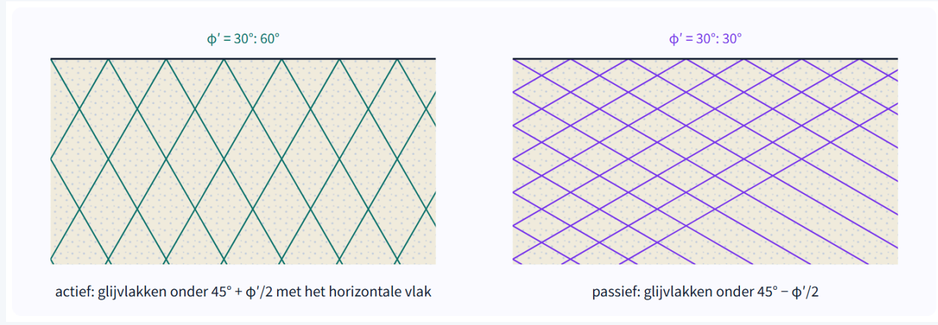
$$\sigma'_a = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) - 2c' \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_p = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

σ'_o is de verticale effectieve spanning (de confinerende druk); achter de muur is de grootste hoofdspanning verticaal (in het actieve geval) of horizontaal (in het passieve geval).

Glijvlakken maken in het actieve geval een hoek van 45° + φ′/2 met de horizontaal, en in het passieve geval 45° − φ′/2.





Coëfficiënten K_a en K_p

THEORIE

Uit de geometrie van de cirkel van Mohr worden twee coëfficiënten gedefinieerd; ze zijn elkaars inverse:

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \tfrac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1}{K_a}$$

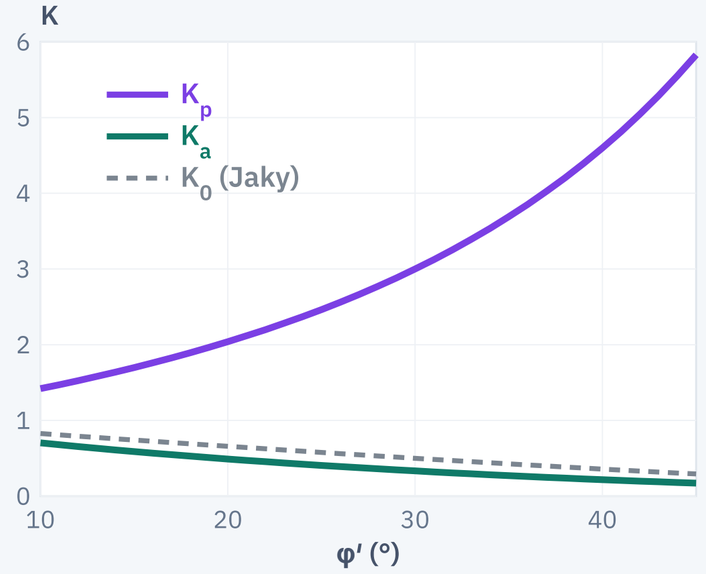
$$\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a} \qquad \sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$$

φ′	25°	30°	35°	40°
K_a	0.406	0.333	0.271	0.217
K_p	2.464	3.000	3.690	4.599
K_0 (Jaky)	0.577	0.500	0.426	0.357

$K_a < K_0 < K_p$: de neutrale gronddruk voordat de wand beweegt ligt tussen beide grenzen.

K_p groeit snel met φ′: bij φ′ = 40° is de passieve meer dan 20 keer de actieve.

K_a, K_p en K_0 – φ′



Opgave

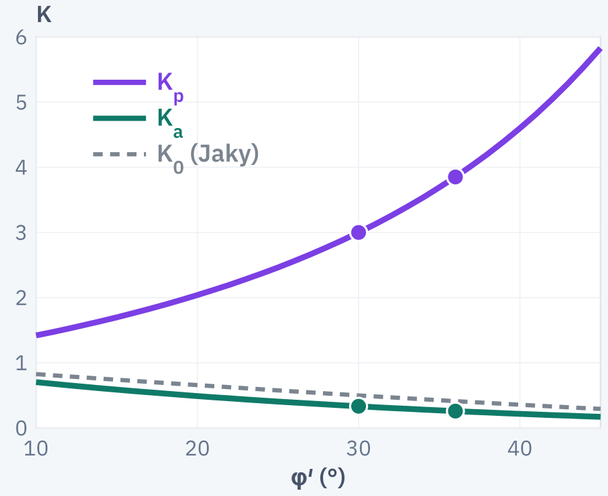
VOORBEELD

Gegeven

Grond	**cohesieloos zand, $c' = 0$; twee gevallen: $\varphi' = 36°$ en $\varphi' = 30°$**
Wand	**verticaal, wrijvingsloos; maaiveld van de aanvulling horizontaal**

GEVRAAGD

K_a, **K_p** en **K_0** volgens Jaky; controleer de ordening van de drie.



Oplossing

OPLOSSING

1 φ′ = 36°

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 18^\circ) = \tan^2 27^\circ = \mathbf{0.2596} \qquad K_p = \tan^2 63^\circ = \frac{1}{K_a} = \mathbf{3.852}$$

2 φ′ = 30°

$$K_a = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \frac{0.5}{1.5} = \mathbf{0.3333} \qquad K_p = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \mathbf{3}$$

3 Neutrale coëfficiënt (Jaky): $K_0 = 1 - \sin \varphi'$

$$\varphi' = 36^\circ: \; K_0 = 1 - 0.5878 = \mathbf{0.4122} \qquad \varphi' = 30^\circ: \; K_0 = 1 - 0.5 = \mathbf{0.50}$$

In beide gronden geldt **$K_a < K_0 < K_p$**; $K_a \cdot K_p = 1$. Als φ′ toeneemt van 30° naar 36°, gaat K_a van 0.333 → 0.260 en K_p van 3.00 → 3.85.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Drukkendriehoek, kracht en aangrijpingshoogte

THEORIE

Voor c′ = 0 en een ophoging met horizontaal maaiveld neemt de druk **lineair** toe met de diepte; het diagram is driehoekig. De kracht per eenheid lengte van de muur is de oppervlakte van de driehoek, en het aangrijpingspunt is het zwaartepunt (H/3 boven de basis):

$$\sigma'_a = K_a \gamma z \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

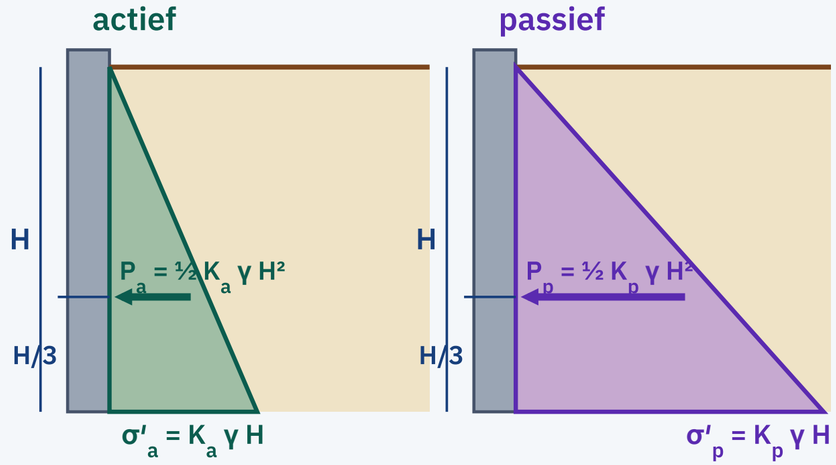
$$\sigma'_p = K_p \gamma z \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

De kracht groeit met **H²**: de wandhoogte verdubbelen verviervoudigt de kracht.

De kracht staat loodrecht op de wand en is horizontaal (wrijvingsloze wand, δ′ = 0).

Eenheden: γ kN/m³, H in m geeft P in kN/m.

TWEE UITERSTE GRENSTOESTANDEN



Opgave

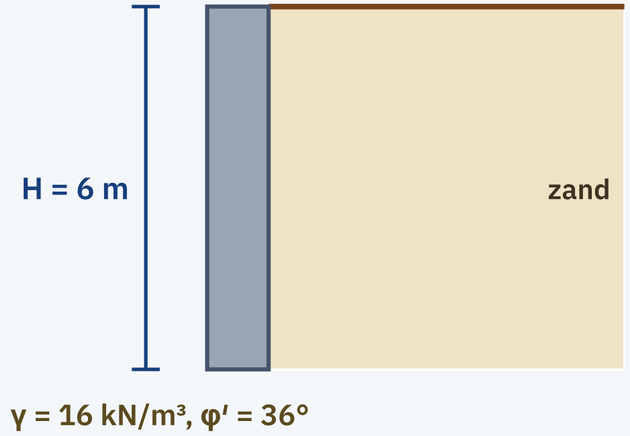
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6$ **m, verticaal, wrijvingsloos; aanvullingsoppervlak horizontaal**
Grond	**droog zand:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 36°,\ c' = 0$

GEVRAAGD

De **actieve** en **passieve** krachten P_a, P_p met de aangrijpingshoogte; daarnaast de neutrale kracht P_0.



Oplossing

OPLOSSING

1 Coëfficiënten (voorbeeld 1): $K_a = 0.2596$, $K_p = 3.852$

$$\sigma'_a(6) = K_a \gamma H = 0.2596(16)(6) = \mathbf{24.92}\ \text{kPa}$$

2 Actieve kracht (oppervlakte van de driehoek)

$$P_a = \tfrac{1}{2}\sigma'_a(6)\, H = \tfrac{1}{2}(24.92)(6) = \mathbf{74.77}\ \text{kN/m}$$

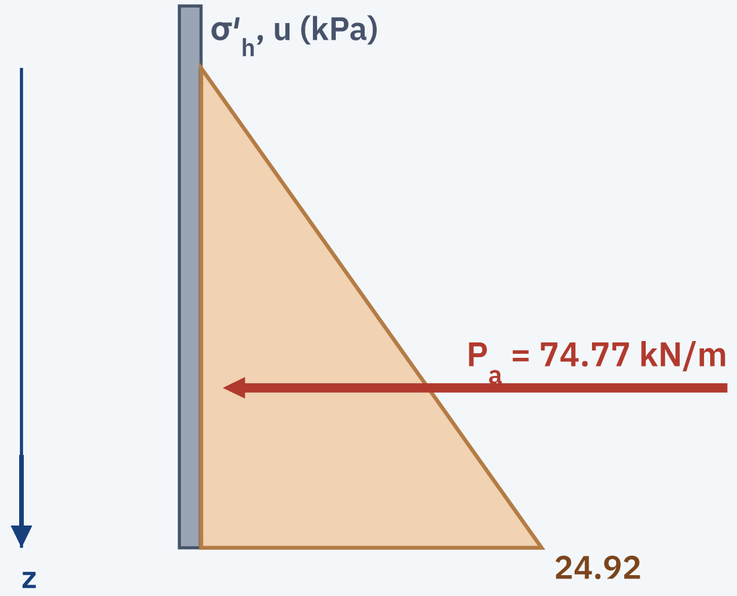
$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

3 Passieve kracht

$$P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(3.852)(16)(36) = \mathbf{1{,}109.3}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

P_a = **74.77 kN/m**, P_p = **1,109.3 kN/m**, beide 2.0 m boven de basis. De passieve weerstand is **14.8 keer** de actieve druk; de neutrale P_0 = 118.72 kN/m ligt daartussen.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Twee effecten die het diagram veranderen

THEORIE

Een gelijkmatig verdeelde bovenbelasting q voegt op elke diepte dezelfde druk toe: er wordt een rechthoek bijgeteld. **Onder de grondwaterstand** wordt de effectieve spanning berekend met $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$, en daarnaast wordt de waterdruk $u = \gamma_w(z - H_1)$ **met haar volledige waarde** bijgeteld:

$$P_a = K_a q H + \tfrac{1}{2} K_a \gamma H_1^2 + K_a \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2} \left(K_a \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

Component	Kracht	Hefboomarm (vanaf de basis)
Bovenbelasting (rechthoekig)	$K_a\ q\ H$	$H/2$
Bovenste driehoek	$\tfrac{1}{2} K_a\ \gamma\ H_1^2$	$H_2 + H_1/3$
Onderste rechthoek	$K_a\ \gamma\ H_1\ H_2$	$H_2/2$
Onderste driehoek (effectief)	$\tfrac{1}{2} K_a\ \gamma'\ H_2^2$	$H_2/3$
Waterdruk	$\tfrac{1}{2} \gamma_w\ H_2^2$	$H_2/3$

Door het moment van de componenten om het voetpunt te nemen, wordt de hoogte van de resultante gevonden: $\bar{z} = \Sigma P_i z_i \,/\, \Sigma P_i$.

De passieve kracht wordt met dezelfde componenten met K_p bepaald; de waterdruk is dezelfde.

WAAROM IS WATER ZO INVLOEDRIJK?

De waterdruk **is niet afhankelijk van de wrijvingshoek**: hij wordt met 1 vermenigvuldigd in plaats van met K_a. Omdat in de ondergedompelde zone $\gamma' \approx \gamma_{sat}/2$, neemt de effectieve gronddruk af, maar de waterdruk compenseert dit ruimschoots.

Opgave

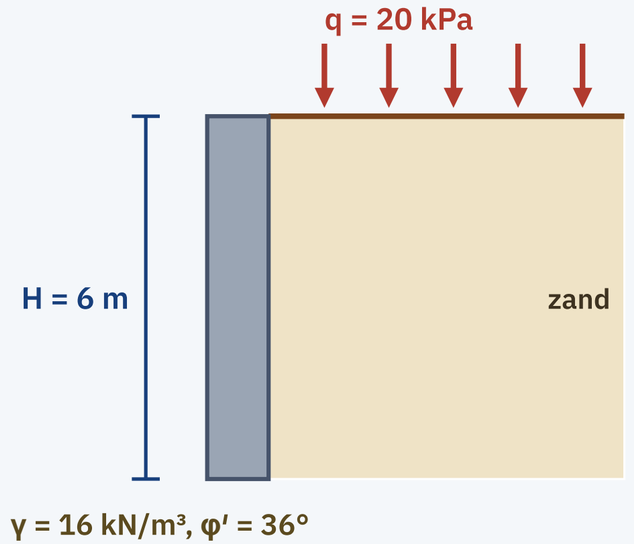
VOORBEELD

Gegeven

Wand en grond	**De wand uit Voorbeeld 2: $H = 6$ m, $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 36°$, droog**
Bovenbelasting	**gelijkmatig verdeelde $q = 20$ kPa op het maaiveld van de aanvulling**

GEVRAAGD

P_a en **$\bar{z}$**; effect van bovenbelasting.



Oplossing

OPLOSSING

1 Spanning: $K_a q$ aan het oppervlak, $K_a q + K_a \gamma H$ aan de basis

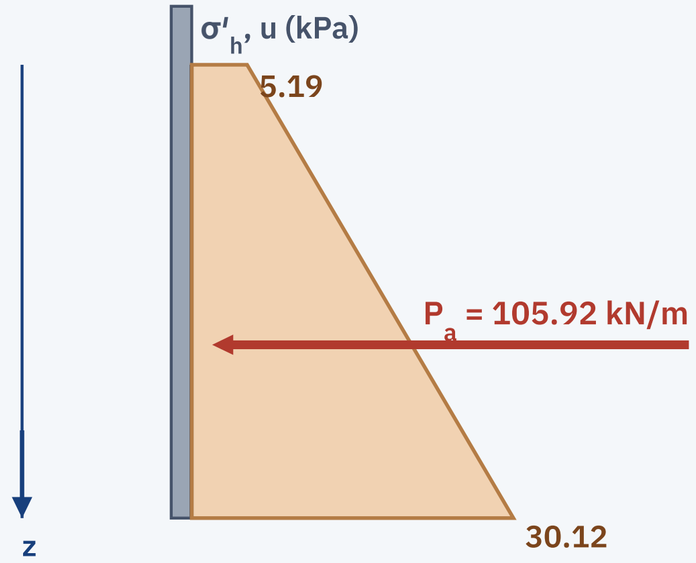
$$\sigma'_a(0) = 0.2596(20) = 5.19 \text{ kPa}$$
$$\sigma'_a(6) = 5.19 + 24.92 = \mathbf{30.12} \text{ kPa}$$

2 Krachten: rechthoek (arm 3.0 m) + driehoek (arm 2.0 m)

$$P_q = K_a q H = 5.19(6) = 31.15 \text{ kN/m}$$
$$P_\gamma = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 = 74.77 \text{ kN/m}$$

3 Resultante en aangrijpingshoogte

$$P_a = 31.15 + 74.77 = \mathbf{105.92} \text{ kN/m}$$
$$\bar{z} = \frac{31.15(3) + 74.77(2)}{105.92} = \mathbf{2.29} \text{ m}$$



De bovenbelastingskracht verhoogde deze met 31.15 kN/m (42%); het aangrijpingspunt steeg van **2.00 m naar 2.29 m** (de arm van de rechthoek is H/2).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

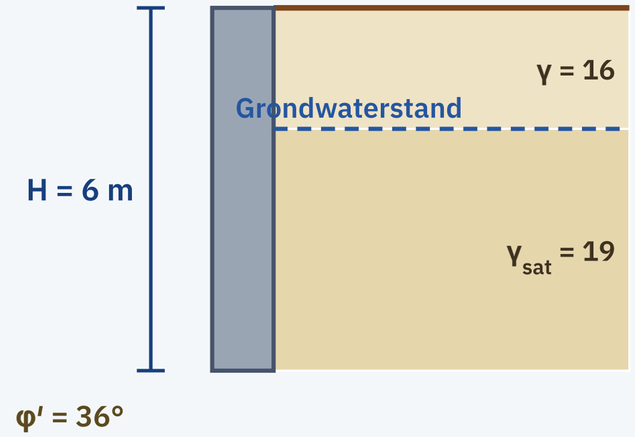
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6$ m, verticaal; zandaanvulling met horizontaal maaiveld, geen bovenbelasting
Grond	boven $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ (droog); grondwaterstand op 2 m diepte; onder $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$; $\varphi' = 36^\circ$

GEVRAAGD

Uit de effectieve gronddruk en de waterdruk de **totale kracht** en de aangrijpingshoogte; het effect van water.



Oplossing

OPLOSSING

1 Effectieve spanningen (z = 2 en 6 m)

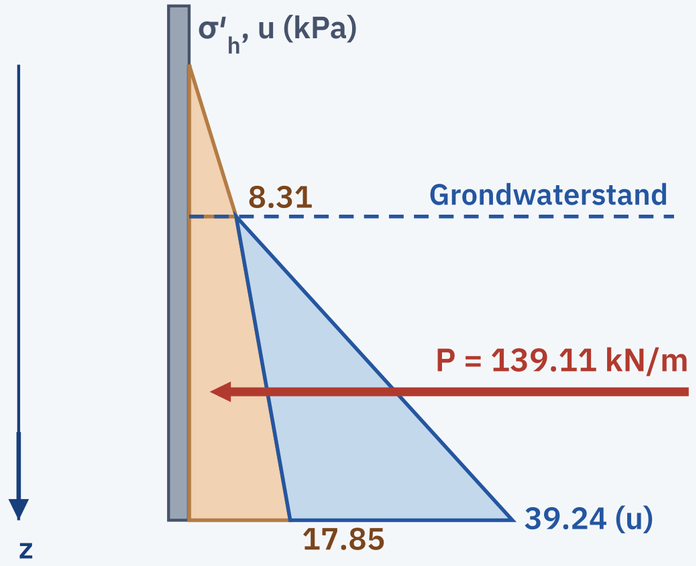
$$\sigma'_o(2) = 16(2) = 32 \text{ kPa}$$
$$\sigma'_o(6) = 32 + 4(19 - 9.81) = 68.76 \text{ kPa}$$
$$\sigma'_a(6) = K_a \sigma'_o(6) = \mathbf{17.85} \text{ kPa}$$

2 Waterdruk aan de basis: $u = \gamma_w(6 - 2)$

$$u(6) = 9.81(4) = \mathbf{39.24} \text{ kPa}$$

3 Krachten: bovenste driehoek · onderste rechthoek · onderste driehoek · water

$$P_a = 8.31 + 33.23 + 19.09 = 60.63 \text{ kN/m (grond)}$$
$$P_w = \tfrac{1}{2}(39.24)(4) = 78.48 \text{ kN/m}$$



Totaal = 60.63 + 78.48 = **139.11 kN/m**, **z̄ = 1.69 m**. De kracht op de droge wand was 74.77 kN/m: de waterkracht verhoogde deze tot **1.9 keer**.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Elke laag gebruikt zijn eigen K-waarde

THEORIE

Als de ophoging uit meerdere lagen bestaat, is de **verticale effectieve spanning σ'_o continu** (zij springt niet op een laaggrens); daar de horizontale spanning $\sigma'_a = K_i\sigma'_o$ in elke laag echter haar eigen K_i-waarde gebruikt, **springt het diagram op de grens waar φ' verandert**:

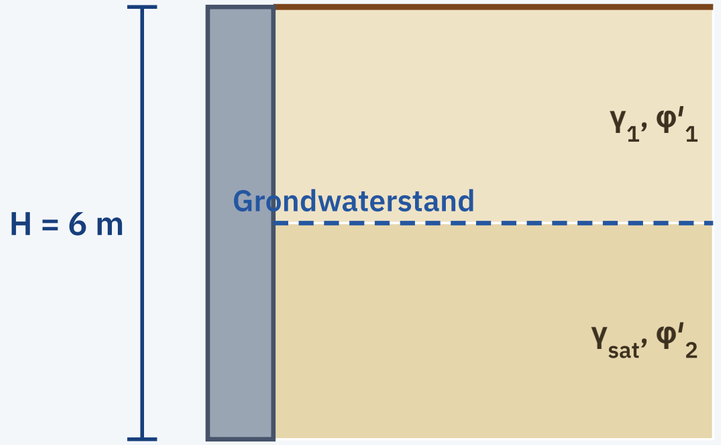
$$\sigma'_a = K_{a,i}\,\sigma'_o(z) \qquad \sigma'_o(z) = q + \sum \gamma_i h_i \;\; (\gamma' \text{ in het onder water gelegen gebied})$$

Op de grens worden twee waarden afgelezen: de waarde $K_{a,1}\sigma'_o$ van de bovenste laag en de waarde $K_{a,2}\sigma'_o$ van de onderste. Als φ' van de onderste laag groot is, **daalt** de druk naar beneden.

De grondwaterstand wordt als een laaggrens behandeld: γ' begint, u wordt opgeteld.

De kracht wordt gevonden door de oppervlakten van elk deel (driehoek / rechthoek) te sommeren; de aangrijpingshoogte wordt bepaald door momenten te nemen.

GELAAGDE OPHOGING EN WATER



Opgave

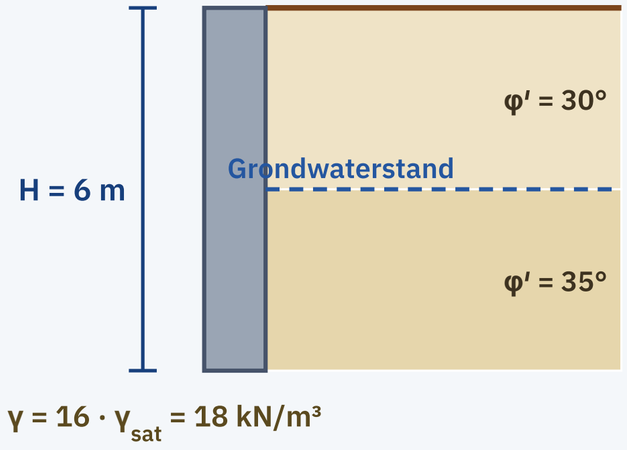
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6$ **m, verticaal, wrijvingsloos; horizontaal maaiveld; geen bovenbelasting**
Bovenlaag (0–3 m)	**zand:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ$
Onderlaag (3–6 m)	**zand:** $\gamma_{sat} = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35^\circ$
Grondwaterstand	**Op 3 m diepte (op de laaggrens)**

GEVRAAGD

De totale **kracht** (grond + water) en de **aangrijpingshoogte**. Het voorbeeld dat in de module opent is deze keermuur.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënten

$$K_{a,1} = \tfrac{1}{3} = \mathbf{0.3333} \qquad K_{a,2} = \tan^2 27.5^\circ = \mathbf{0.2710}$$

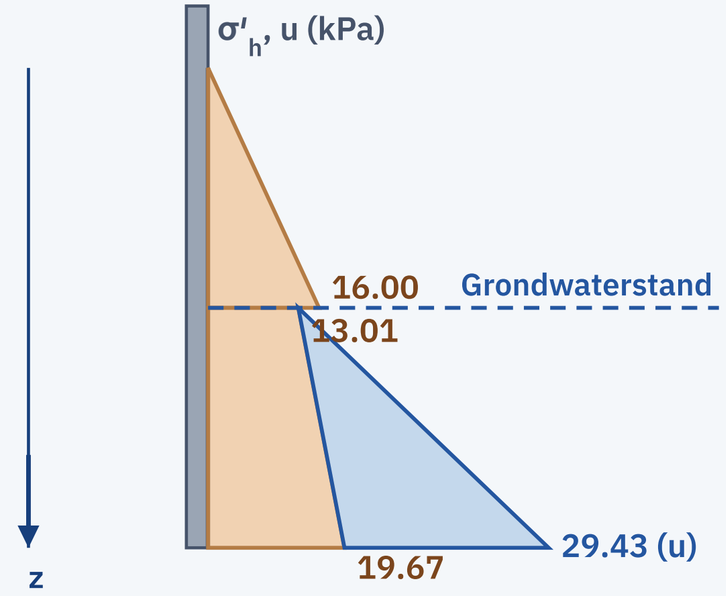
2 op 3 m diepte (grens): σ′$_o$ = 16(3) = 48 kPa

$$\sigma'_a = 0.3333(48) = \mathbf{16.00}\ \text{kPa (boven)}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(48) = \mathbf{13.01}\ \text{kPa (onder)}$$

3 Op 6 m diepte (basis)

$$\sigma'_o = 48 + 3(18 - 9.81) = 72.57\ \text{kPa} \qquad u = 9.81(3) = \mathbf{29.43}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(72.57) = \mathbf{19.67}\ \text{kPa}$$

Op de grens springt het diagram van 16.00 → 13.01 kPa (verandering van φ′); σ′$_o$ blijft continu.



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

4 Krachten: bovenste driehoek · onderste rechthoek · onderste driehoek · water

$$P = \tfrac{1}{2}(3)(16.00) + 3(13.01) + \tfrac{1}{2}(3)(6.66) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 24.00 + 39.02 + 9.99 + 44.14 = \mathbf{117.15}\ \mathrm{kN/m}$$

5 Aangrijpingshoogte: moment om het punt in de funderingszool (hefarms 4; 1.5; 1; 1 m)

$$\bar{z} = \frac{24.00(4) + 39.02(1.5) + 9.99(1) + 44.14(1)}{117.15} = \mathbf{1.78}\ \mathrm{m}$$

De totale kracht is **117.15 kN/m**, **1.78 m** boven de basis; de grond levert 73.01 kN/m en het water 44.14 kN/m. Water vormt met ongeveer 38% het grootste deel van de kracht.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Trekspanningzone en trekscheuren

THEORIE

In c′–φ′-grond is de actieve druk bovenaan **negatief** (de grond tracht aan de muur te trekken); de diepte waarop de druk nul is:

$$z_0 = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}} - \frac{q}{\gamma} \qquad \varphi = 0 :\ z_0 = \frac{2c_u}{\gamma}$$

De grond kan geen trek opnemen: in de loop van de tijd ontstaan **trekscheuren** tot op diepte z_0. De kracht is alleen het positieve deel van het diagram:

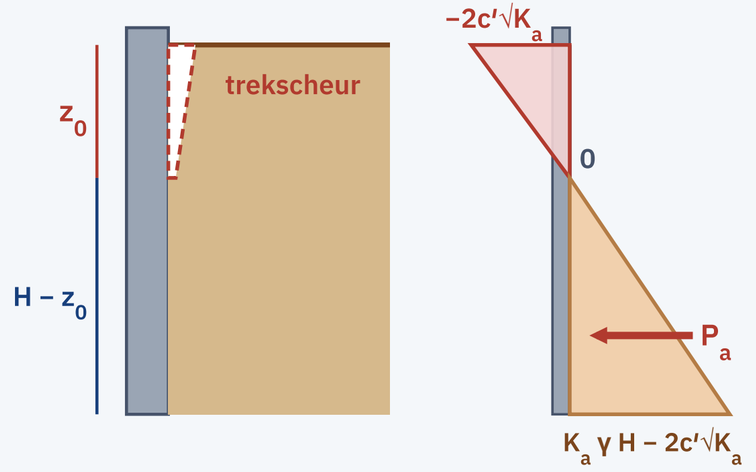
$$P_a = \tfrac{1}{2}\left[K_a(q+\gamma H) - 2c'\sqrt{K_a}\right](H - z_0)$$

Vóór het scheuren wordt het gehele diagram meegeteld (kleinere kracht): $P_a = \tfrac{1}{2}K_a\gamma H^2 - 2c'\sqrt{K_a}\,H + K_a q H$.

In het ontwerp is de gescheurde (grotere) kracht maatgevend; als de scheur met water vult, komt daar de hydrostatische kracht $\gamma_w z_0^2/2$ bij.

De aangrijpingshoogte is het zwaartepunt van de positieve driehoek: $(H - z_0)/3$.

TREKZONE



Negatieve druk: op een diepte z_0 onder de top is er geen contact met de wand.

Opgave

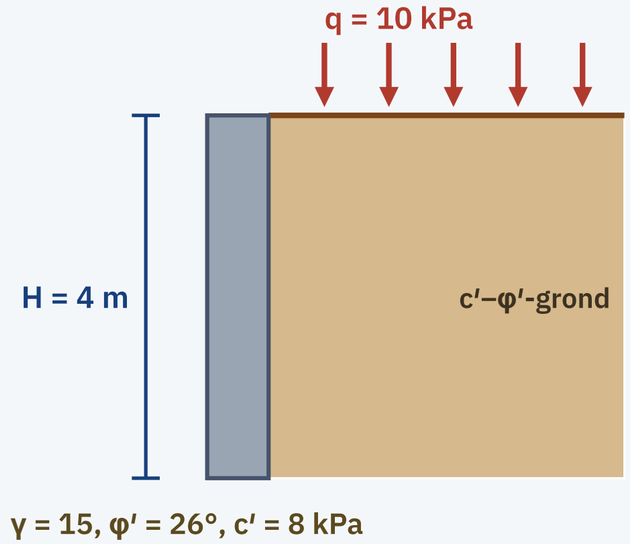
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 4$ **m, verticaal, wrijvingsloos; horizontaal maaiveld**
Grond	$\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 26°,\ c' = 8$ **kPa**
Bovenbelasting	$q = 10$ **kPa**

GEVRAAGD

Trekscheurdiepte z_0, de actieve kracht met scheur en de hoogte waarop deze aangrijpt; vergelijking met de kracht zonder scheur.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Coëfficiënt: $K_a = \tan^2(45° - 13°)$

$$K_a = \tan^2 32^\circ = \mathbf{0.3905} \qquad \sqrt{K_a} = 0.6249$$

$$2c'\sqrt{K_a} = 2(8)(0.6249) = 10.00\ \text{kPa}$$

2 Druk aan boven- en onderzijde

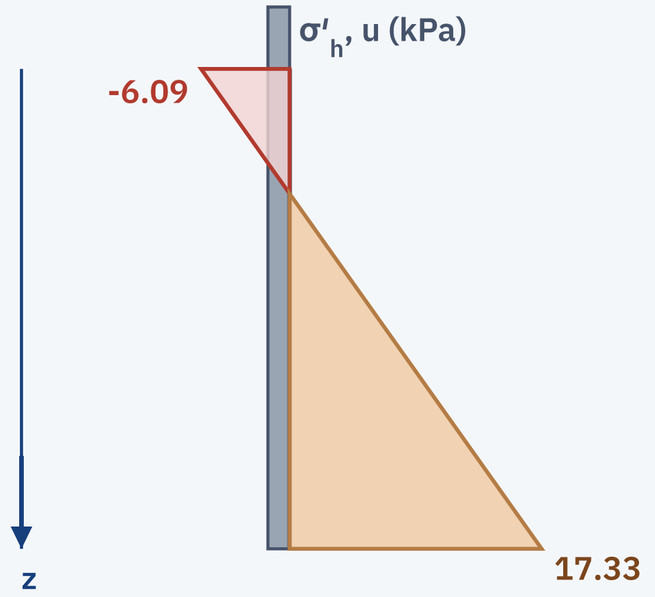
$$\sigma'_a(0) = 0.3905(10) - 10.00 = -\mathbf{6.09}\ \text{kPa (trek)}$$

$$\sigma'_a(4) = 0.3905(10 + 15 \cdot 4) - 10.00 = \mathbf{17.33}\ \text{kPa}$$

3 Trekscheurdiepte (waar de druk nul is)

$$z_0 = \frac{2(8)}{15(0.6249)} - \frac{10}{15}$$

$$= 1.707 - 0.667 = \mathbf{1.04}\ \text{m}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

4 Gescheurde kracht (alleen positieve driehoek)

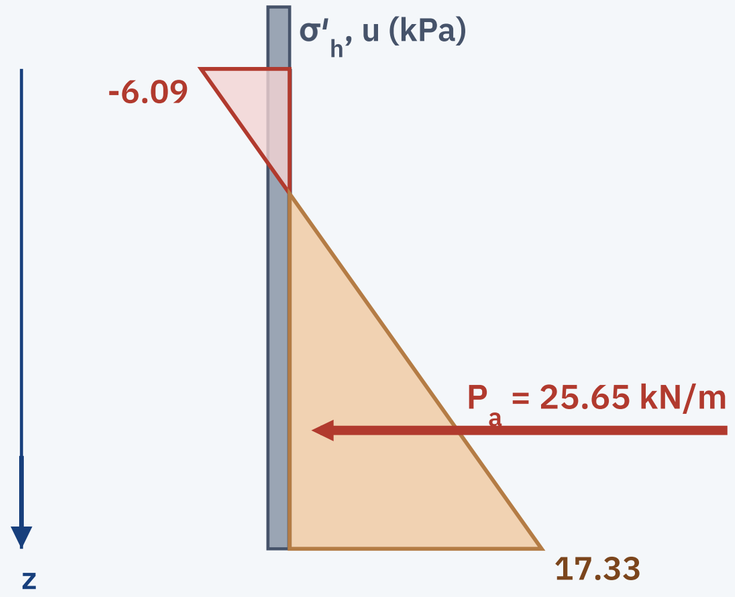
$$P_a = \tfrac{1}{2}(17.33)(4 - 1.04) = \mathbf{25.65}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{4 - 1.04}{3} = \mathbf{0.99}\ \mathrm{m}$$

5 Vergelijking: ongescheurd (inclusief de negatieve zone)

$$P_a = \tfrac{1}{2}(-6.09 + 17.33)(4) = 22.48\ \mathrm{kN/m}$$

De kracht met scheur is **25.65 kN/m**, 14% groter dan de kracht zonder scheur; de waarde met scheur is de veilige zijde.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

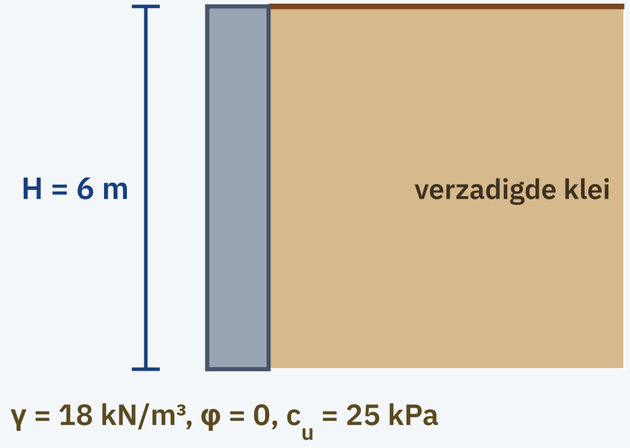
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 6$ **m, verticaal; horizontaal maaiveld; geen bovenbelasting**
Grond	**verzadigde klei, ongedraineerd:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi = 0,\ c_u = 25$ **kPa**

GEVRAAGD

z_0, de actieve kracht met en zonder scheur; de passieve kracht; de hoogte **H_c** die zonder muur verticaal kan worden afgegraven.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Voor φ = 0 geldt $K_a = K_p = 1$: trekdiepte en contactdruk

$$\sigma_a = \gamma z - 2c_u = 18z - 50 \text{ kPa}$$

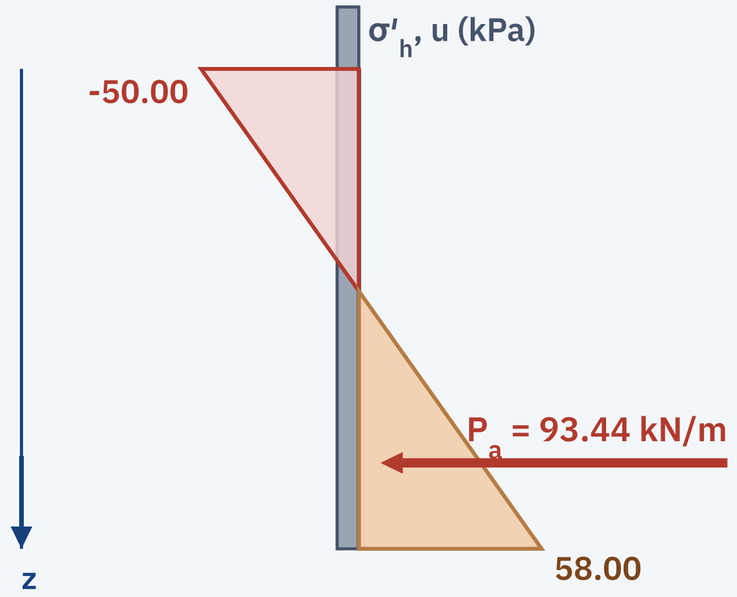
$$z_0 = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{50}{18} = \mathbf{2.78} \text{ m}$$

$$\sigma_a(6) = 108 - 50 = \mathbf{58} \text{ kPa}$$

2 Actieve kracht met trekscheur

$$P_a = \tfrac{1}{2}(58)(6 - 2.78) = \mathbf{93.44} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{6 - 2.78}{3} = 1.07 \text{ m}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Actieve kracht en passieve kracht zonder scheuren

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 - 2c_u H = 324 - 300 = \mathbf{24}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H = 324 + 300 = \mathbf{624}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Hoogte die verticaal zonder keermuur kan worden ontgraven (P_a = 0 zonder scheuren)

$$\tfrac{1}{2}\gamma H_c^2 - 2c_u H_c = 0 \ \Rightarrow\ H_c = \frac{4c_u}{\gamma} = \frac{4(25)}{18} = \mathbf{5.56}\ \mathrm{m}$$

De kracht met scheur (93.44 kN/m) is **3.9 keer** de kracht zonder scheur (24 kN/m): in samenhangende grond is de aanname van een scheur maatgevend voor het resultaat. Omdat H = 6 m groter is dan H_c = 5.56 m, is ook de kracht zonder scheur positief.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Cohesie verhoogt de passieve weerstand

THEORIE

In het passieve geval voegt cohesie **op elke diepte** weerstand toe; er is geen trekzone en geen scheur. De druk aan de bovenkant is niet nul:

$$\sigma'_p(z) = K_p\,(q + \gamma z) + 2c'\sqrt{K_p}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}K_p\gamma H^2 + K_p q H + 2c'\sqrt{K_p}\,H \qquad \varphi = 0:\ P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H$$

Het drukkendiagram is **trapeziumvormig**: cohesie en bovenbelasting voegen een rechthoek toe, γz voegt een driehoek toe.

De aangrijpingshoogte wordt bepaald door momenten te nemen (aandeel cohesie op H/2).

De passieve weerstand hangt af van voldoende verplaatsing van de wand; in het ontwerp wordt niet de volledige waarde gebruikt, maar een met een factor gereduceerde waarde.

ACTIEF – PASSIEF VERGELIJKING

	Actief	Passief
Coëfficiënt	$K_a < 1$	$K_p > 1$
Cohesie	de druk **verlaagt** ($-2c'\sqrt{K_a}$)	de weerstand **verhoogt** ($+2c'\sqrt{K_p}$)
Trekzone	aanwezig (z_0)	geen
Glijvlak	$45° + \varphi'/2$	$45° - \varphi'/2$
Vereiste verplaatsing	klein	groot

Opgave

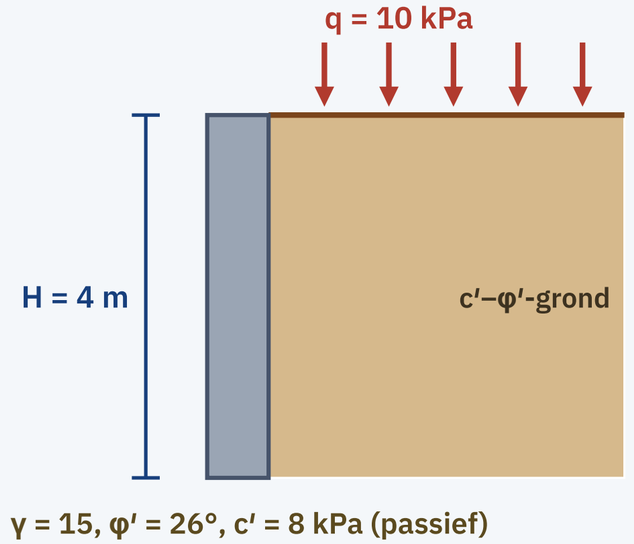
VOORBEELD

GEVRAAGD

Passieve kracht P_p en de aangrijpingshoogte.

Gegeven

Wand en grond	**Keermuur en grond uit Voorbeeld 6: $H = 4$ m, $\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 26°$, $c' = 8$ kPa**
Bovenbelasting	$q = 10$ **kPa (aan de passieve zijde)**



Oplossing

OPLOSSING

1 Coëfficiënt: $K_p = \tan^2(45° + 13°)$

$$K_p = \tan^2 58^\circ = \mathbf{2.561} \qquad 2c'\sqrt{K_p} = 2(8)(1.600) = 25.61\ \text{kPa}$$

2 Druk aan boven- en onderzijde

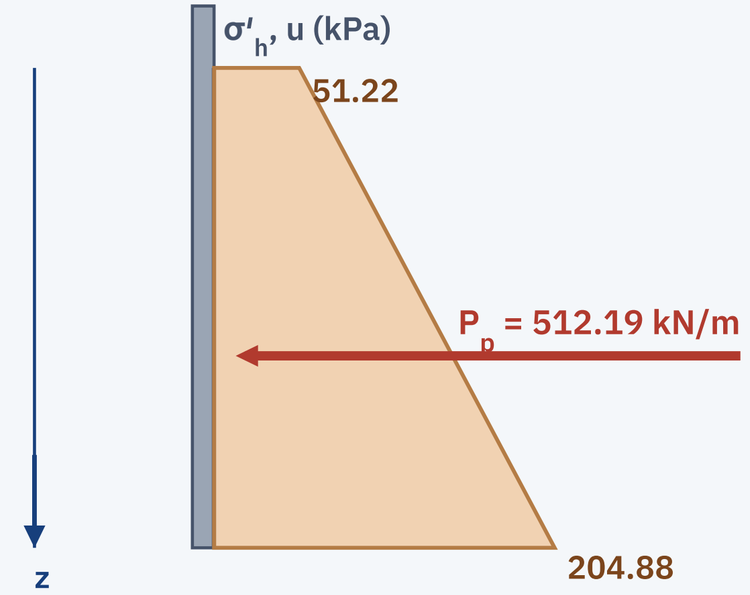
$$\sigma'_p(0) = 2.561(10) + 25.61 = \mathbf{51.22}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_p(4) = 2.561(10 + 60) + 25.61 = \mathbf{204.88}\ \text{kPa}$$

3 Oppervlak van het trapezium en zwaartepunt

$$P_p = \tfrac{1}{2}(51.22 + 204.88)(4) = \mathbf{512.2}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{51.22(4)(2) + \tfrac{1}{2}(153.66)(4)(\tfrac{4}{3})}{512.2} = \mathbf{1.60}\ \text{m}$$



Passieve weerstand **512.2 kN/m**, 1.60 m boven de basis; ongeveer **20 keer** de actieve kracht met trekscheur van dezelfde muur.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Hoeveel verplaatsing is nodig om de actieve en passieve toestand te ontwikkelen?

THEORIE

Om de Rankine-toestanden te bereiken, moet de muur zich van de grond af bewegen (actief) of naar de grond toe bewegen (passief). **De voor passief benodigde verplaatsing is veel groter dan die voor actief**; ten opzichte van de hoogte H:

Grond	Actief $\Delta L_a/H$	Passief $\Delta L_p/H$	actief voor H = 6 m	passief voor H = 6 m
Los zand	0.001–0.002	0.01	6–12 mm	60 mm
Dicht zand	0.0005–0.001	0.005	3–6 mm	30 mm
Slappe klei	0.02	0.04	120 mm	240 mm
Stijve klei	0.01	0.02	60 mm	120 mm

Als de verplaatsing deze waarden niet bereikt, blijft de druk groter dan K_a en kleiner dan K_p; als de muur volledig is vastgehouden, ontstaat de neutrale druk K_0.

Voor een wand die om haar teen roteert, gelden deze verhoudingen voor de beweging aan de top.

Toepassingsgebied van de oplossing van Rankine

THEORIE

De wand: verticaal en glad ($\delta' = 0$); de druk is horizontaal en loodrecht op de wand. In werkelijkheid verlaagt de wandwrijving de actieve kracht en verhoogt zij de passieve kracht; Rankine zit bij actief enigszins aan de veilige kant en bij passief aan de conservatieve (veilige) kant.

Aanvulling: horizontaal maaiveld, elke laag homogeen; glijvlakken zijn vlak. Voor een hellend maaiveld en een schuine muur: zie de module Rankine (hellend maaiveld).

Spanningen: de effectieve spanning is bepalend; de waterdruk wordt afzonderlijk opgeteld; voor klei kan de ongedraineerde oplossing ($\varphi = 0$) ook met de totale spanning worden gebruikt.

Bovenbelasting: een gelijkmatig verdeelde belasting; de modules voor strook-, punt- en lijnbelasting worden afzonderlijk behandeld.

Aardbeving: Rankine is de statische oplossing; voor aardbevingen worden de modules van Mononobe–Okabe en de seismische passieve druk gebruikt.

Samenvatting

Belangrijkste punten

Toestanden: actief (de muur beweegt weg) $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$; passief (de muur wordt weggeduwd) $\sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$

Coëfficiënten: $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$, $K_p = 1/K_a$; $K_a < K_0 = 1 - \sin\varphi' < K_p$

Cohesieloze aanvulling: $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$, op $H/3$ vanaf de basis; de kracht neemt toe met H^2

Bovenbelasting voegt een rechthoekig blok toe ($K\,q\,H$, arm $H/2$); **water** voegt de volledige $u = \gamma_w(z - H_1)$ toe, onafhankelijk van φ', en vermenigvuldigt de kracht vele malen

In gelaagde grond is σ'_o continu, σ'_a springt bij de grens waar φ' verandert; de kracht wordt gevonden door in delen te splitsen en momenten te nemen om $\bar{z}$

c′–φ′-grond $z_0 = 2c'/(\gamma\sqrt{K_a}) - q/\gamma$; bij een trekscheur is de kracht alleen de positieve driehoek, die groter is dan de kracht zonder scheur

Passief neemt toe met cohesie en er is geen trekzone; maar de muur moet **veel meer** bewegen dan bij actief

Literatuur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

OPMERKING

Alle numerieke voorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De module opent met de tweelagige muur uit Voorbeeld 5.

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer de lagen, de bovenbelasting en de grondwaterstand van uw eigen keermuur in GeoTerva in; de module geeft het drukdiagram, de kracht en de aangrijpingshoogte samen.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com