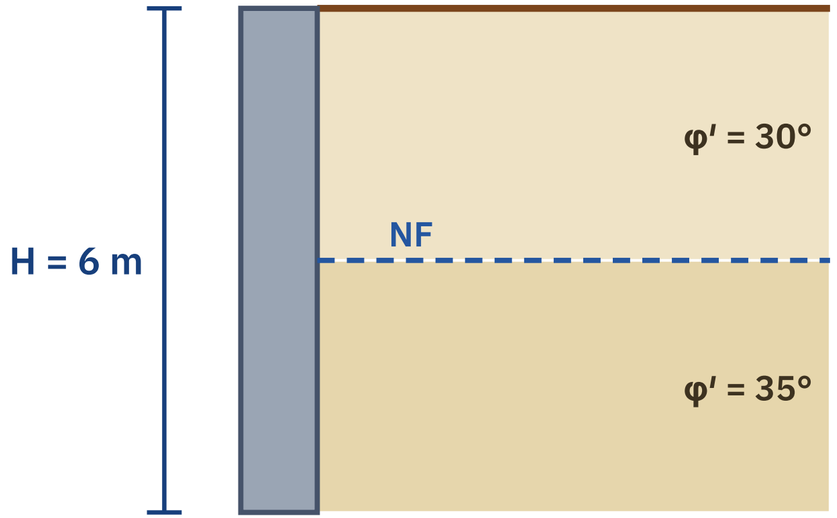
Presentación de clase de geotecnia · Empuje de tierras

Empuje de tierras de Rankine

Clase: empuje activo y pasivo de tierras sobre un muro vertical sin rozamiento; relleno sin cohesión y cohesivo, sobrecarga, agua subterránea y terreno estratificado; ejemplo resuelto en cada tema.

- Estados activo y pasivo
- $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$
- Sobrecarga y nivel freático
- Relleno estratificado
- Grieta de tracción



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

A partir del círculo de Mohr de los estados activo y pasivo, **por qué** $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$

Calcular los coeficientes K_a y K_p a partir de φ'; compararlos con el coeficiente de empuje al reposo K_0

Hallar la **fuerza** y la **altura de aplicación** a partir del triángulo de presiones en un relleno sin cohesión

Ver cómo la sobrecarga, el nivel freático y los límites de estrato modifican el diagrama

Distinguir, en suelos $c'–\varphi'$ y $\varphi = 0$, la **zona de tracción** y la fuerza con / sin grieta

Calcular la resistencia pasiva y saber cuánto debe moverse el muro

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Las fuerzas se refieren a la unidad de longitud del muro (kN/m); las presiones se expresan en kPa y todas las tensiones son efectivas.

Equilibrio plástico y círculo de Mohr

TEORÍA

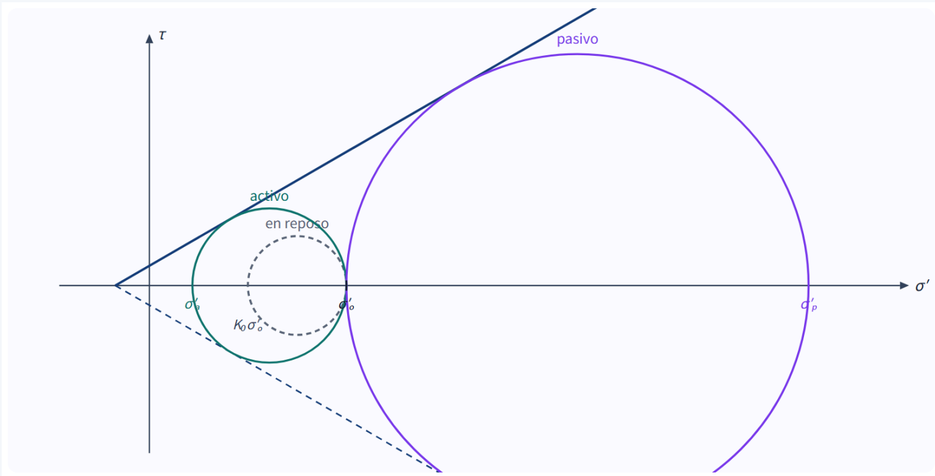
Rankine (1857) estudió una masa de suelo cuyos puntos se hallan todos al borde de la rotura. Si un muro vertical y liso (sin fricción) **se aleja del terreno**, la tensión horizontal disminuye desde el valor al reposo $K_0\sigma'_o$ y el círculo de Mohr toca la envolvente de rotura: **estado activo**. Si el muro **es empujado contra el terreno**, la tensión horizontal supera σ'_o: **estado pasivo**.

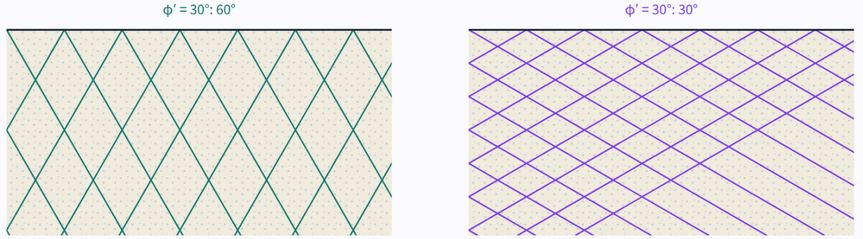
$$\sigma'_a = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) - 2c' \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_p = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

σ'_o es la tensión efectiva vertical (presión de confinamiento); detrás del muro la tensión principal mayor es vertical (en el estado activo) u horizontal (en el estado pasivo).

Los planos de deslizamiento forman con la horizontal un ángulo de 45° + φ′/2 en el caso activo y de 45° − φ′/2 en el pasivo.





activo: planos de deslizamiento a 45° + ϕ′/2 con la horizontal

pasivo: planos de deslizamiento a 45° − ϕ′/2

Coeficientes K_a y K_p

TEORÍA

De la geometría del círculo de Mohr se definen dos coeficientes, que son inversos entre sí:

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1}{K_a}$$

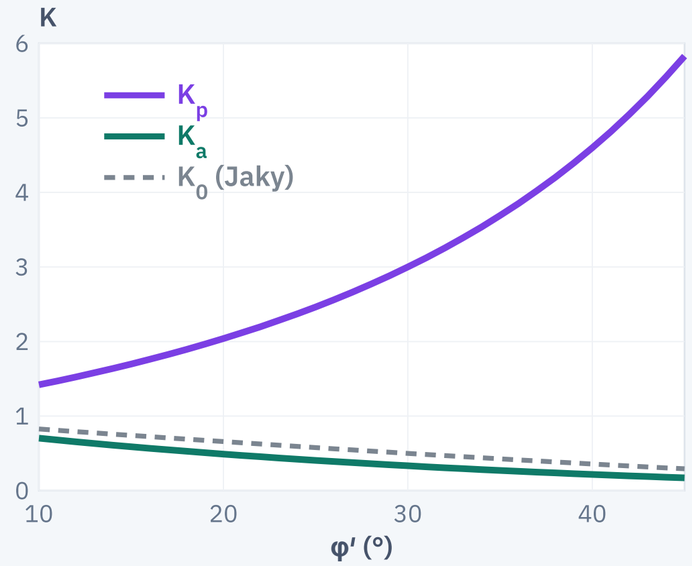
$$\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a} \qquad \sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$$

φ′	25°	30°	35°	40°
K_a	0.406	0.333	0.271	0.217
K_p	2.464	3.000	3.690	4.599
K_0 (Jaky)	0.577	0.500	0.426	0.357

$K_a < K_0 < K_p$: el empuje al reposo, antes de que el muro se mueva, se sitúa entre los dos límites.

K_p crece rápidamente con φ′: para φ′ = 40° el valor pasivo es más de 20 veces el activo.

K_a, K_p y K_0 – φ′



Enunciado

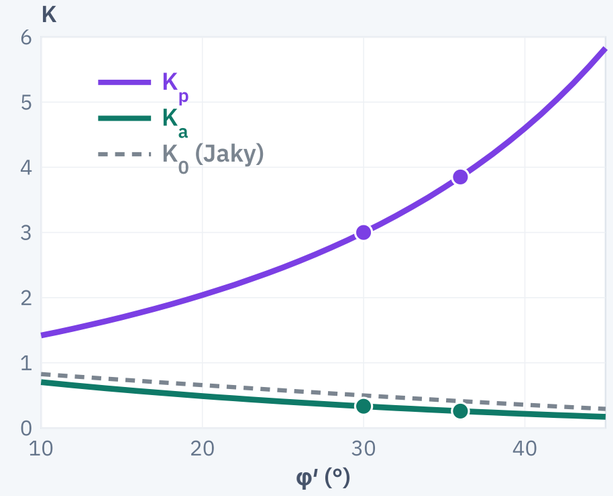
EJEMPLO

Datos

Suelo	**arena sin cohesión, $c' = 0$; dos casos: $\varphi' = 36^\circ$ y $\varphi' = 30^\circ$**
Muro	**vertical, sin fricción; superficie del relleno horizontal**

SE PIDE

K_a, K_p y **K_0** según Jaky; verificar el orden de los tres.



Solución

SOLUCIÓN

1 φ′ = 36°

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 18^\circ) = \tan^2 27^\circ = \mathbf{0.2596} \qquad K_p = \tan^2 63^\circ = \frac{1}{K_a} = \mathbf{3.852}$$

2 φ′ = 30°

$$K_a = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \frac{0.5}{1.5} = \mathbf{0.3333} \qquad K_p = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \mathbf{3}$$

3 Coeficiente de empuje al reposo (Jaky): $K_0 = 1 - \sin \varphi'$

$$\varphi' = 36^\circ: \; K_0 = 1 - 0.5878 = \mathbf{0.4122} \qquad \varphi' = 30^\circ: \; K_0 = 1 - 0.5 = \mathbf{0.50}$$

En ambos suelos **$K_a < K_0 < K_p$**; $K_a \cdot K_p = 1$. Cuando φ′ aumenta de 30° a 36°, K_a pasa de 0.333 → 0.260 y K_p de 3.00 → 3.85.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Triángulo de presiones, fuerza y altura de aplicación

TEORÍA

Para c′ = 0 y un relleno de superficie horizontal, la presión aumenta **linealmente** con la profundidad; el diagrama es triangular. La fuerza por unidad de longitud del muro es el área del triángulo y su punto de aplicación es el centro de gravedad (a H/3 por encima de la base):

$$\sigma'_a = K_a \gamma z \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

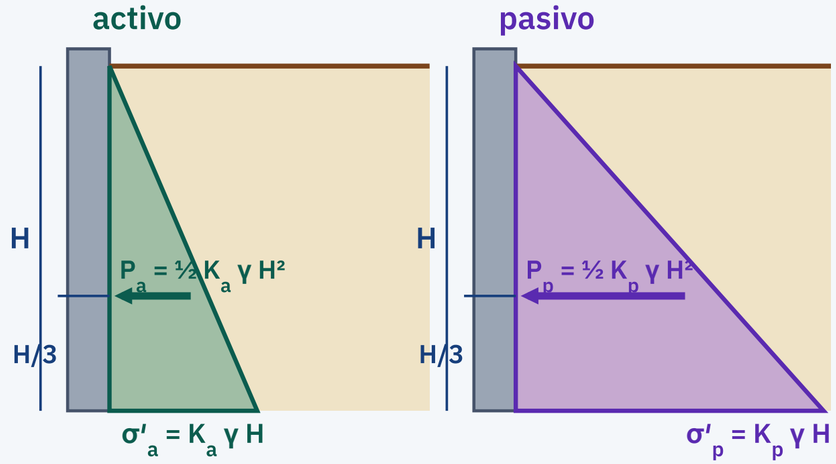
$$\sigma'_p = K_p \gamma z \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

La fuerza crece con **H²**: duplicar la altura del muro cuadruplica la fuerza.

La fuerza es perpendicular al muro y horizontal (muro sin rozamiento, δ′ = 0).

Unidades: si γ está en kN/m³ y H en m, P resulta en kN/m.

DOS ESTADOS LÍMITE



Enunciado

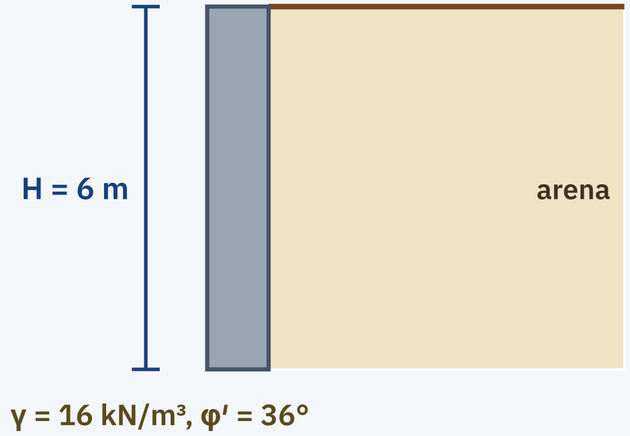
EJEMPLO

SE PIDE

Fuerzas **activa** y **pasiva** P_a, P_p con su altura de aplicación; además, la fuerza al reposo P_0.

Datos

Muro	$H = 6$ **m, vertical, sin rozamiento; superficie del relleno horizontal**
Suelo	**arena seca:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 36^\circ,\ c' = 0$



Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficientes (Ejemplo 1): $K_a = 0.2596$, $K_p = 3.852$

$$\sigma'_a(6) = K_a \gamma H = 0.2596(16)(6) = \mathbf{24.92}\ \text{kPa}$$

2 Fuerza activa (área del triángulo)

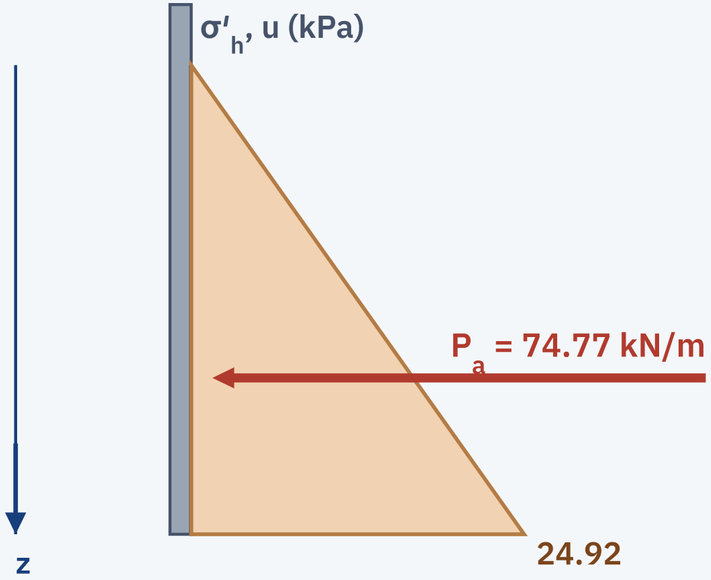
$$P_a = \tfrac{1}{2}\sigma'_a(6)\, H = \tfrac{1}{2}(24.92)(6) = \mathbf{74.77}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

3 Empuje pasivo

$$P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(3.852)(16)(36) = \mathbf{1{,}109.3}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$



P_a = **74.77 kN/m**, P_p = **1,109.3 kN/m**, ambos a 2.0 m por encima de la base. El empuje pasivo es **14.8 veces** el empuje activo; el empuje al reposo P_0 = 118.72 kN/m queda entre ambos.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Dos efectos que modifican el diagrama

TEORÍA

La sobrecarga uniforme q añade la misma presión a cualquier profundidad: se suma un rectángulo. Por debajo del **nivel freático**, la tensión efectiva se calcula con $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ y, además, la presión del agua $u = \gamma_w(z - H_1)$ se suma **por su valor total**:

$$P_a = K_a q H + \tfrac{1}{2} K_a \gamma H_1^2 + K_a \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2} \left(K_a \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

Componente	Fuerza	Brazo (desde la base)
Sobrecarga (rectangular)	$K_a\, q\, H$	$H/2$
Triángulo superior	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma\, H_1^2$	$H_2 + H_1/3$
Rectángulo inferior	$K_a\, \gamma\, H_1\, H_2$	$H_2/2$
Triángulo inferior (efectivo)	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma'\, H_2^2$	$H_2/3$
Presión del agua	$\tfrac{1}{2} \gamma_w\, H_2^2$	$H_2/3$

Tomando momentos de las componentes respecto del punto de la base se obtiene la altura de aplicación: $\bar{z} = \Sigma P_i z_i \,/\, \Sigma P_i$.

El empuje pasivo se obtiene con las mismas componentes empleando K_p; la presión del agua es la misma.

¿POR QUÉ ES TAN INFLUYENTE EL AGUA?

La presión del agua **no depende del ángulo de fricción**: se multiplica por 1 en lugar de por K_a. Como en la zona sumergida $\gamma' \approx \gamma_{sat}/2$, el empuje efectivo de tierras disminuye, pero la presión del agua lo compensa con creces.

Enunciado

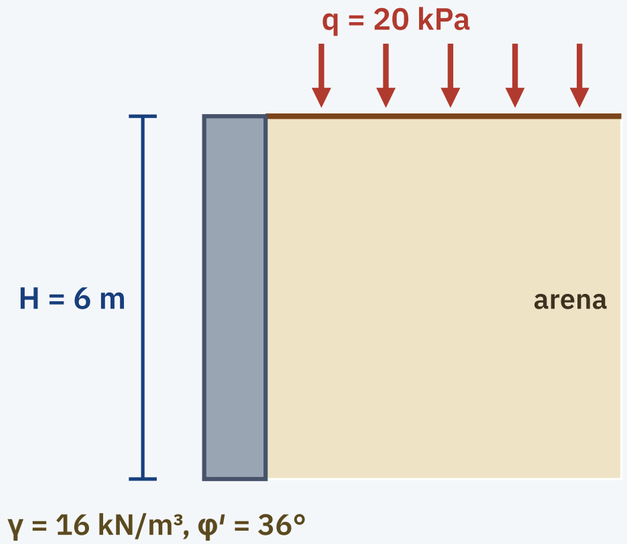
EJEMPLO

SE PIDE

P_a y **$\bar{z}$**; efecto de la sobrecarga.

Datos

Muro y terreno	**El muro del Ejemplo 2: $H = 6$ m, $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 36°$, seco**
Sobrecarga	**sobrecarga uniformemente distribuida de $q = 20$ kPa en la superficie del relleno**



Solución

SOLUCIÓN

1 Presión: $K_a q$ en la superficie, $K_a q + K_a \gamma H$ en la base

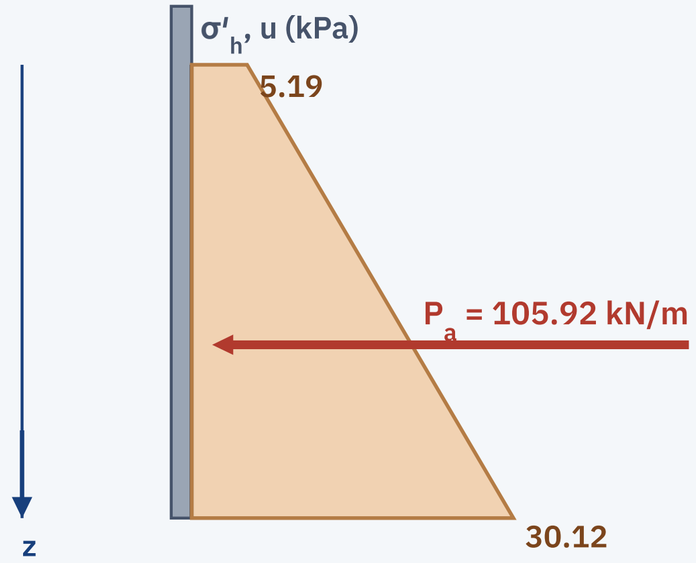
$$\sigma'_a(0) = 0.2596(20) = 5.19 \text{ kPa}$$
$$\sigma'_a(6) = 5.19 + 24.92 = \mathbf{30.12} \text{ kPa}$$

2 Fuerzas: rectángulo (brazo 3.0 m) + triángulo (brazo 2.0 m)

$$P_q = K_a q H = 5.19(6) = 31.15 \text{ kN/m}$$
$$P_\gamma = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 = 74.77 \text{ kN/m}$$

3 Total y altura de aplicación

$$P_a = 31.15 + 74.77 = \mathbf{105.92} \text{ kN/m}$$
$$\bar{z} = \frac{31.15(3) + 74.77(2)}{105.92} = \mathbf{2.29} \text{ m}$$



La fuerza de la sobrecarga lo aumentó en 31.15 kN/m (42 %); el punto de aplicación subió **de 2.00 m a 2.29 m** (el brazo del rectángulo es H/2).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

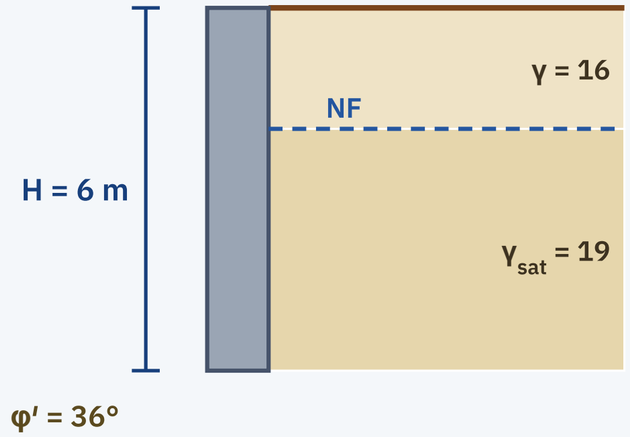
EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 6$ **m, vertical; relleno de arena con superficie horizontal, sin sobrecarga**
Suelo	**arriba** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ **(seco); nivel freático a 2 m de profundidad; abajo** $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$ **;** $\varphi' = 36^\circ$

SE PIDE

Fuerza total debida a la presión efectiva del terreno y a la presión del agua, y su altura de aplicación; efecto del agua.



Solución

SOLUCIÓN

1 Tensiones efectivas (z = 2 y 6 m)

$$\sigma'_o(2) = 16(2) = 32\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_o(6) = 32 + 4(19 - 9.81) = 68.76\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_a(6) = K_a\sigma'_o(6) = \mathbf{17.85}\ \text{kPa}$$

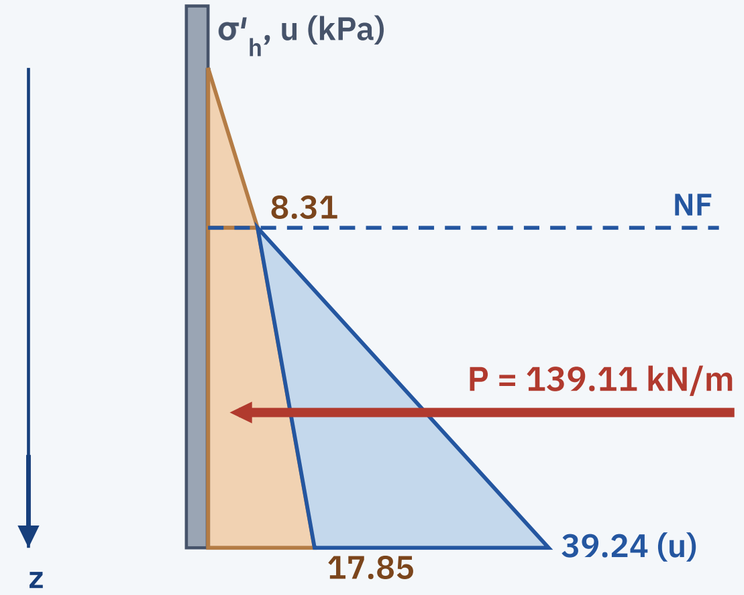
2 Presión de agua en la base: u = γ_w(6 − 2)

$$u(6) = 9.81(4) = \mathbf{39.24}\ \text{kPa}$$

3 Fuerzas: triángulo superior · rectángulo inferior · triángulo inferior · agua

$$P_a = 8.31 + 33.23 + 19.09 = 60.63\ \text{kN/m}\ (\text{suelo})$$

$$P_w = \tfrac{1}{2}(39.24)(4) = 78.48\ \text{kN/m}$$



Total = 60.63 + 78.48 = **139.11 kN/m**, **z̄ = 1.69 m**. La fuerza del muro seco era de 74.77 kN/m: la fuerza del agua la elevó a **1.9 veces**.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Cada estrato utiliza su propio valor de K

TEORÍA

Si el relleno consta de varios estratos, la **tensión vertical efectiva σ'_o es continua** (no salta en el límite entre estratos); en cambio, como la tensión horizontal $\sigma'_a = K_i\sigma'_o$ emplea en cada estrato su propio valor K_i, **el diagrama salta en el límite donde cambia φ′**:

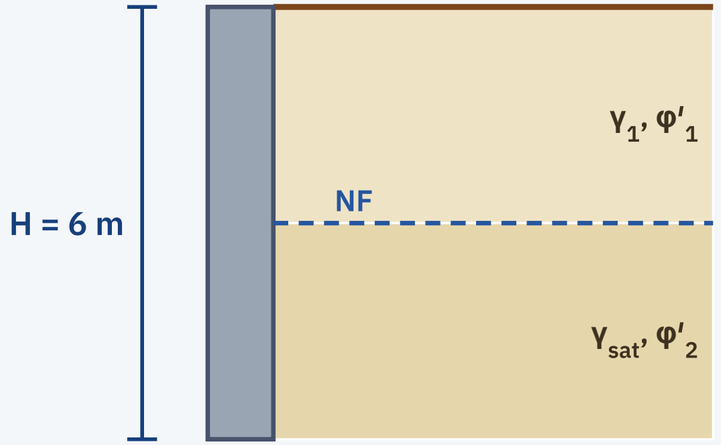
$$\sigma'_a = K_{a,i}\,\sigma'_o(z) \qquad \sigma'_o(z) = q + \sum \gamma_i h_i \;\; (\gamma' \text{ en la zona sumergida})$$

En el contacto se leen dos valores: el valor $K_{a,1}\sigma'_o$ del estrato superior y el valor $K_{a,2}\sigma'_o$ del inferior. Si φ′ del estrato inferior es grande, la presión **disminuye** hacia abajo.

El nivel freático se trata como un límite de estrato: empieza γ′ y se suma u.

La fuerza se obtiene sumando el área de cada parte (triángulo / rectángulo), y la altura de aplicación se determina tomando momentos.

RELLENO ESTRATIFICADO Y AGUA



Enunciado

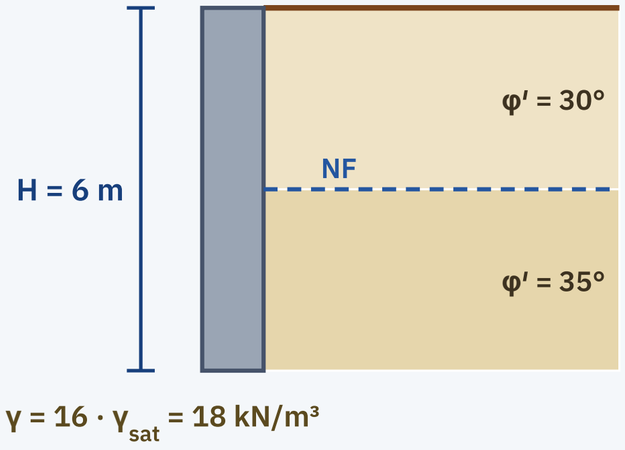
EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 6$ **m, vertical, sin rozamiento; superficie horizontal; sin sobrecarga**
Estrato superior (0–3 m)	**arena:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30^\circ$
Estrato inferior (3–6 m)	**arena:** $\gamma_{sat} = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35^\circ$
Nivel freático	**A 3 m de profundidad (en el límite del estrato)**

SE PIDE

Fuerza total (suelo + agua) y **altura de aplicación**. El ejemplo con el que se abre el módulo es este muro.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Coeficientes

$$K_{a,1} = \tfrac{1}{3} = \mathbf{0.3333} \qquad K_{a,2} = \tan^2 27.5^\circ = \mathbf{0.2710}$$

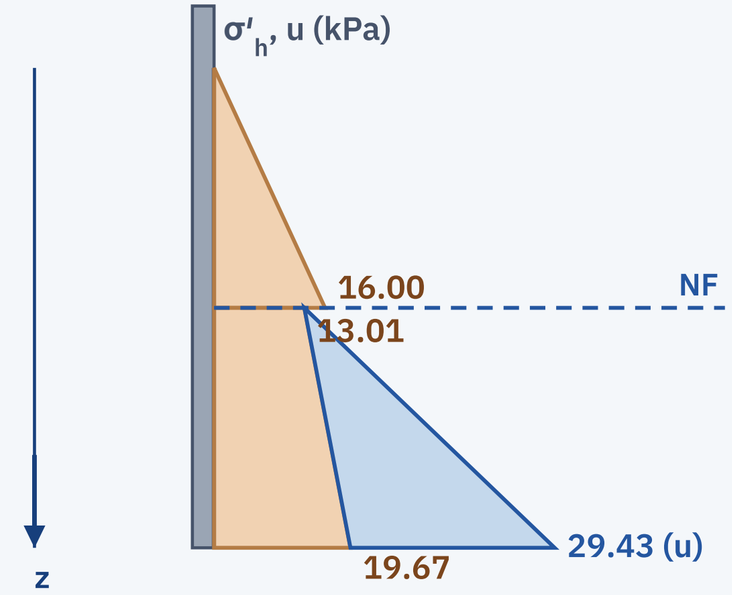
2 a 3 m de profundidad (límite): $\sigma'_o = 16(3) = 48$ kPa

$$\sigma'_a = 0.3333(48) = \mathbf{16.00}\ \text{kPa (arriba)}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(48) = \mathbf{13.01}\ \text{kPa (abajo)}$$

3 A 6 m de profundidad (base)

$$\sigma'_o = 48 + 3(18 - 9.81) = 72.57\ \text{kPa} \qquad u = 9.81(3) = \mathbf{29.43}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(72.57) = \mathbf{19.67}\ \text{kPa}$$

El diagrama salta en el límite de 16.00 → 13.01 kPa (cambio de φ′); σ'_o se mantiene continua.



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

4 Fuerzas: triángulo superior · rectángulo inferior · triángulo inferior · agua

$$P = \tfrac{1}{2}(3)(16.00) + 3(13.01) + \tfrac{1}{2}(3)(6.66) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 24.00 + 39.02 + 9.99 + 44.14 = \mathbf{117.15}\ \mathrm{kN/m}$$

5 Altura de aplicación: momento respecto al punto de la base (brazos 4; 1.5; 1; 1 m)

$$\bar{z} = \frac{24.00(4) + 39.02(1.5) + 9.99(1) + 44.14(1)}{117.15} = \mathbf{1.78}\ \mathrm{m}$$

La fuerza total es de **117.15 kN/m**, situada **1.78 m** por encima de la base; el terreno aporta 73.01 kN/m y el agua 44.14 kN/m. Con aproximadamente el 38%, el agua es la parte mayor de la fuerza.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Zona de tracción y grietas de tracción

TEORÍA

En un suelo c′–φ′ la presión activa es **negativa** en la parte superior (el terreno tiende a tirar del muro); profundidad a la que la presión es nula:

$$z_0 = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}} - \frac{q}{\gamma} \qquad \varphi = 0:\ z_0 = \frac{2c_u}{\gamma}$$

El suelo no puede traccionar el muro: con el tiempo se abren **grietas de tracción** hasta la profundidad z_0. La fuerza es únicamente la parte positiva del diagrama:

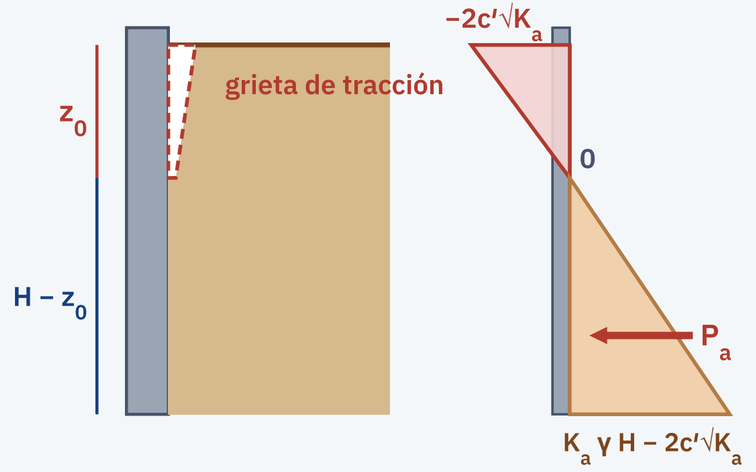
$$P_a = \tfrac{1}{2}\left[K_a(q+\gamma H) - 2c'\sqrt{K_a}\right](H - z_0)$$

Antes del agrietamiento se cuenta todo el diagrama (fuerza menor): $P_a = \tfrac{1}{2}K_a\gamma H^2 - 2c'\sqrt{K_a}\,H + K_a q H$.

> En el diseño rige la fuerza con grieta (la mayor); si la grieta se llena de agua, se le añade además la fuerza hidrostática $\gamma_w z_0^2/2$.

> La altura de aplicación es el centroide del triángulo positivo: $(H - z_0)/3$.

ZONA DE TRACCIÓN



Presión negativa: a una profundidad z_0 desde la parte superior no hay contacto con el muro.

Enunciado

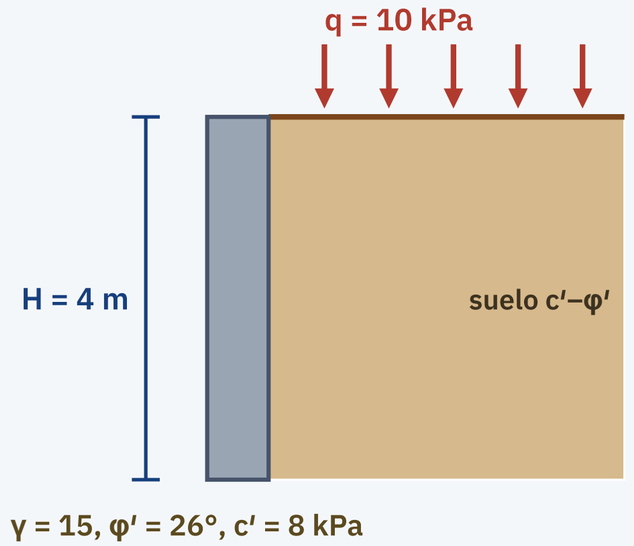
EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 4$ **m, vertical, sin fricción; superficie horizontal**
Suelo	$\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 26°,\ c' = 8$ **kPa**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa**

SE PIDE

Profundidad de tracción z_0, fuerza activa con grieta y su altura de aplicación; comparación con la fuerza sin grieta.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Coeficiente: $K_a = \tan^2(45° - 13°)$

$$K_a = \tan^2 32^\circ = \mathbf{0.3905} \qquad \sqrt{K_a} = 0.6249$$

$$2c'\sqrt{K_a} = 2(8)(0.6249) = 10.00\ \text{kPa}$$

2 Presión en la parte superior y en la base

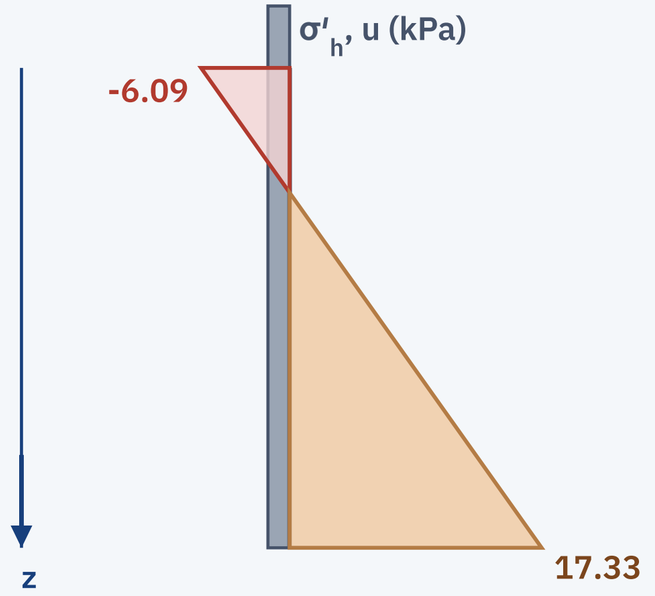
$$\sigma'_a(0) = 0.3905(10) - 10.00 = -\mathbf{6.09}\ \text{kPa (tracción)}$$

$$\sigma'_a(4) = 0.3905(10 + 15 \cdot 4) - 10.00 = \mathbf{17.33}\ \text{kPa}$$

3 Profundidad de la zona de tracción (donde la presión es nula)

$$z_0 = \frac{2(8)}{15(0.6249)} - \frac{10}{15}$$

$$= 1.707 - 0.667 = \mathbf{1.04}\ \text{m}$$



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

4 Fuerza con grieta (solo el triángulo positivo)

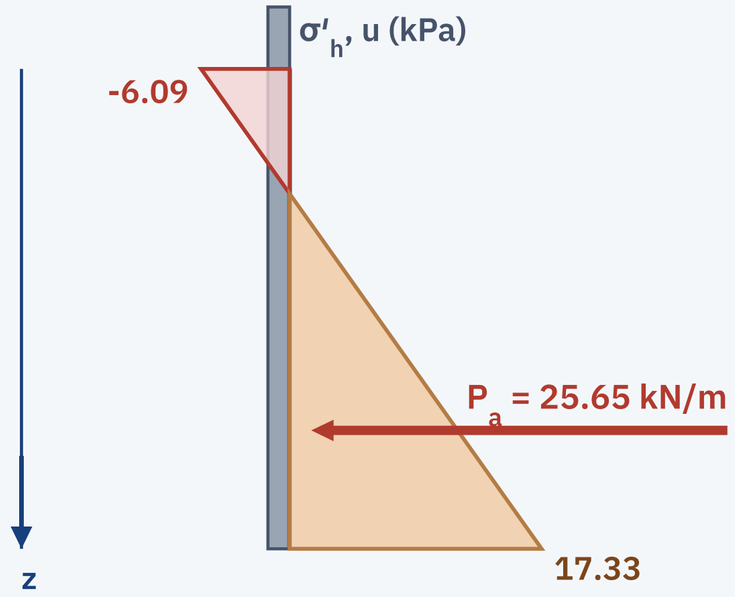
$$P_a = \tfrac{1}{2}(17.33)(4 - 1.04) = \mathbf{25.65}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{4 - 1.04}{3} = \mathbf{0.99}\ \mathrm{m}$$

5 Comparación: sin grieta de tracción (incluida la zona negativa)

$$P_a = \tfrac{1}{2}(-6.09 + 17.33)(4) = 22.48\ \mathrm{kN/m}$$

La fuerza con grieta de tracción es de **25.65 kN/m**, un 14 % mayor que la fuerza sin grieta; el lado seguro corresponde al valor con grieta.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

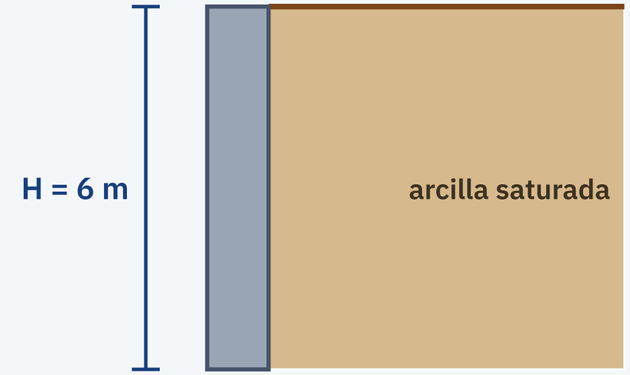
EJEMPLO

SE PIDE

z_0, fuerza activa con y sin grieta; fuerza pasiva; altura **H_c** que puede cortarse verticalmente sin muro.

Datos

Muro	$H = 6$ **m, vertical; superficie horizontal; sin sobrecarga**
Suelo	**arcilla saturada, sin drenaje:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi = 0,\ c_u = 25$ **kPa**



γ = 18 kN/m³, φ = 0, c_u = 25 kPa

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Para φ = 0, $K_a = K_p = 1$: profundidad de tracción y presión en la base

$$\sigma_a = \gamma z - 2c_u = 18z - 50 \text{ kPa}$$

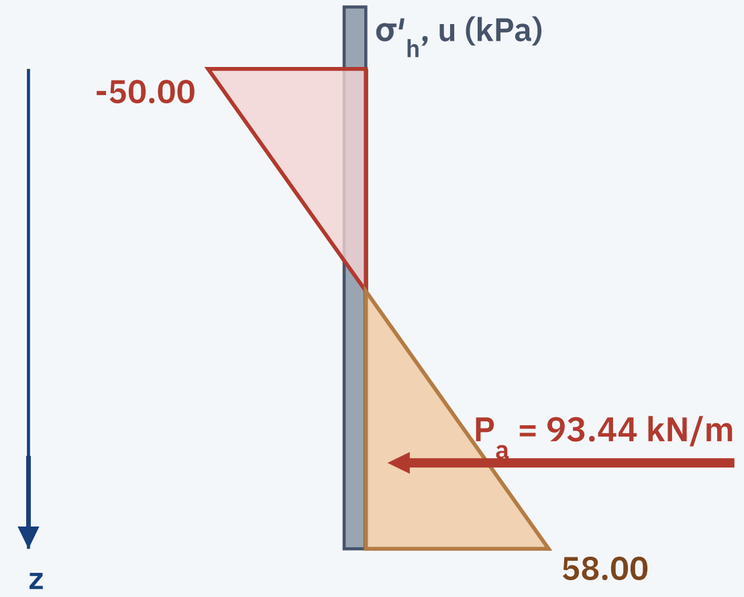
$$z_0 = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{50}{18} = \mathbf{2.78} \text{ m}$$

$$\sigma_a(6) = 108 - 50 = \mathbf{58} \text{ kPa}$$

2 Fuerza activa con grieta

$$P_a = \tfrac{1}{2}(58)(6 - 2.78) = \mathbf{93.44} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{6 - 2.78}{3} = 1.07 \text{ m}$$



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Fuerza activa sin grieta de tracción y fuerza pasiva

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 - 2c_u H = 324 - 300 = \mathbf{24}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H = 324 + 300 = \mathbf{624}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Altura que puede cortarse verticalmente sin muro (sin grietas, $P_a = 0$)

$$\tfrac{1}{2}\gamma H_c^2 - 2c_u H_c = 0 \ \Rightarrow\ H_c = \frac{4c_u}{\gamma} = \frac{4(25)}{18} = \mathbf{5.56}\ \mathrm{m}$$

La fuerza con grieta (93.44 kN/m) es **3.9 veces** la fuerza sin grieta (24 kN/m): en suelo cohesivo, la hipótesis de grieta determina el resultado. Como H = 6 m es mayor que H_c = 5.56 m, incluso la fuerza sin grieta es positiva.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

La cohesión aumenta la resistencia pasiva

TEORÍA

En el empuje pasivo, la cohesión añade resistencia **a toda profundidad**; no hay zona de tracción ni grieta. La presión en la parte superior no es nula:

$$\sigma'_p(z) = K_p\,(q + \gamma z) + 2c'\sqrt{K_p}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}K_p\gamma H^2 + K_p q H + 2c'\sqrt{K_p}\,H \qquad \varphi = 0:\ P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H$$

El diagrama de presiones es **trapezoidal**: la cohesión y la sobrecarga añaden un rectángulo, γz añade un triángulo.

La altura de aplicación se obtiene tomando momentos (aportación de la cohesión en H/2).

El empuje pasivo depende de que el muro se mueva lo suficiente; en el diseño no se utiliza íntegro, sino que se reduce con un coeficiente.

COMPARACIÓN ACTIVO – PASIVO

	Activo	Pasivo
Coeficiente	$K_a < 1$	$K_p > 1$
Cohesión	**reduce** la presión ($-2c'\sqrt{K_a}$)	**aumenta** la resistencia ($+2c'\sqrt{K_p}$)
Zona de tracción	existe (z_0)	ninguno
Plano de deslizamiento	45° + φ′/2	45° − φ′/2
Movimiento necesario	pequeño	grande

Enunciado

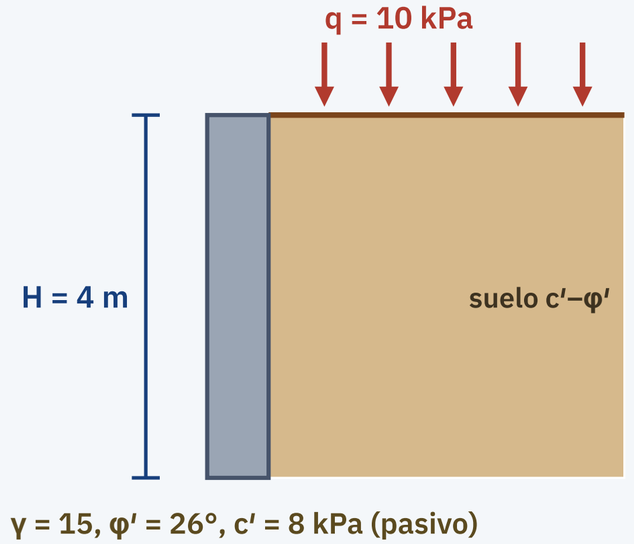
EJEMPLO

SE PIDE

Empuje pasivo P_p y su altura de aplicación.

Datos

Muro y terreno	**El muro y el suelo del Ejemplo 6: $H = 4$ m, $\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 26°$, $c' = 8$ kPa**
Sobrecarga	$q = 10$ **kPa (en el lado pasivo)**



Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficiente: $K_p = \tan^2(45° + 13°)$

$$K_p = \tan^2 58° = \mathbf{2.561} \qquad 2c'\sqrt{K_p} = 2(8)(1.600) = 25.61\ \text{kPa}$$

2 Presión en la parte superior y en la base

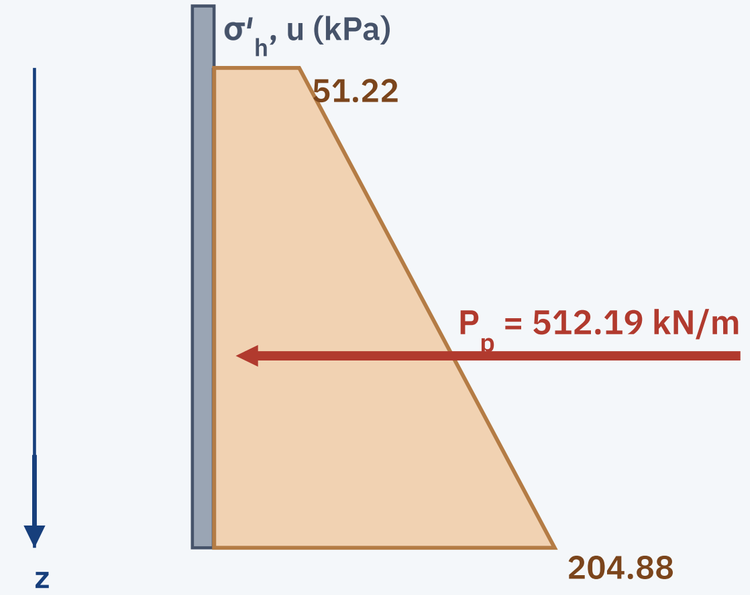
$$\sigma'_p(0) = 2.561(10) + 25.61 = \mathbf{51.22}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_p(4) = 2.561(10 + 60) + 25.61 = \mathbf{204.88}\ \text{kPa}$$

3 Área del trapecio y centroide

$$P_p = \tfrac{1}{2}(51.22 + 204.88)(4) = \mathbf{512.2}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{51.22(4)(2) + \tfrac{1}{2}(153.66)(4)(\tfrac{4}{3})}{512.2} = \mathbf{1.60}\ \text{m}$$



Resistencia pasiva **512.2 kN/m**, a 1.60 m por encima de la base; aproximadamente **20 veces** el empuje activo con grieta del mismo muro.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

¿Con qué movimiento se desarrollan los estados activo y pasivo?

TEORÍA

Para alcanzar los estados de Rankine, el muro debe alejarse del suelo (activo) o acercarse a él (pasivo). **El movimiento necesario para el estado pasivo es mucho mayor que el del activo**; en relación con la altura H:

Suelo	Activo $\Delta L_a/H$	Pasivo $\Delta L_p/H$	Activo para H = 6 m	Pasivo para H = 6 m
Arena suelta	0.001–0.002	0.01	6–12 mm	60 mm
Arena densa	0.0005–0.001	0.005	3–6 mm	30 mm
Arcilla blanda	0.02	0.04	120 mm	240 mm
Arcilla rígida	0.01	0.02	60 mm	120 mm

Si el movimiento no alcanza estos valores, la presión permanece mayor que K_a y menor que K_p; si el muro está totalmente coaccionado, se desarrolla el empuje al reposo K_0.

Para un muro que gira en torno a su base, estas relaciones se aplican al movimiento de la coronación.

Alcance de la solución de Rankine

TEORÍA

El muro: vertical y liso ($\delta' = 0$); la presión es horizontal y perpendicular al muro. En la realidad, la fricción muro-terreno reduce la fuerza activa y aumenta la pasiva; Rankine queda ligeramente del lado de la seguridad en el caso activo y del lado conservador (seguro) en el pasivo.

Relleno: superficie horizontal, cada estrato homogéneo; las superficies de rotura son planas. Para relleno inclinado y muro inclinado, véase el módulo de Rankine (relleno inclinado).

Tensiones: lo fundamental es la tensión efectiva; la presión del agua se añade por separado, y para la arcilla también puede utilizarse la solución sin drenaje ($\varphi = 0$) con tensiones totales.

Sobrecarga: carga uniformemente repartida; los módulos de carga en franja, puntual y lineal se tratan por separado.

Sismo: Rankine es una solución estática; para el sismo se utilizan los módulos de Mononobe–Okabe y de empuje pasivo sísmico.

Resumen

Puntos clave

Estados: activo (el muro se aleja) $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$; pasivo (el muro es empujado) $\sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$

Coeficientes: $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$, $K_p = 1/K_a$; $K_a < K_0 = 1 - \sin\varphi' < K_p$

Relleno sin cohesión: $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$, a $H/3$ desde la base; la fuerza crece con H^2

La **sobrecarga** añade un rectángulo ($K\,q\,H$, brazo $H/2$); el **agua** añade la presión completa $u = \gamma_w(z - H_1)$, independiente de φ', y multiplica la fuerza muchas veces

En estratos, σ'_o es continua y σ'_a presenta un salto en el límite donde cambia φ'; la fuerza se obtiene dividiendo en partes y $\bar{z}$ tomando momentos

En **terreno c′–φ′**, $z_0 = 2c'/(\gamma\sqrt{K_a}) - q/\gamma$; con grieta de tracción la fuerza es únicamente el triángulo positivo, que es mayor que la fuerza sin grieta

El **pasivo** aumenta con la cohesión y no hay zona de tracción; pero el muro debe moverse **mucho más** que para el activo

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han generado con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con el muro de dos capas del Ejemplo 5.

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva los estratos, la sobrecarga y el nivel freático del propio muro; el módulo da a la vez el diagrama de presiones, la fuerza y la altura de aplicación.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com