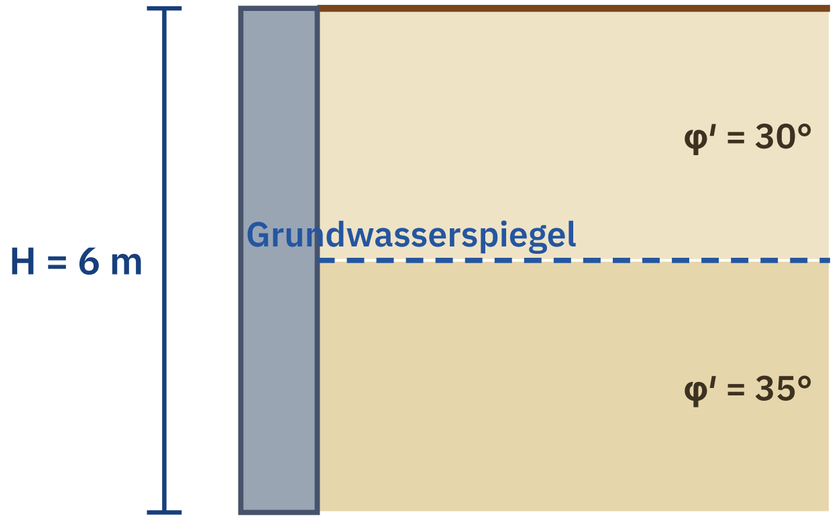
Geotechnische Vorlesung · Erddruck

Rankinescher Erddruck

Vorlesung: aktiver und passiver Erddruck auf eine reibungsfreie senkrechte Wand; nichtbindige und bindige Hinterfüllung, Auflast, Grundwasser und geschichteter Boden; zu jedem Thema ein Rechenbeispiel.

- Aktiver und passiver Erddruck
- $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$
- Auflast und Grundwasser
- Geschichtete Hinterfüllung
- Zugriss



Einführung

Was lernen wir in dieser Vorlesung?

- Mit dem Mohrschen Kreis des aktiven und passiven Zustands, **warum** $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$ gilt
- Die Beiwerte K_a und K_p aus φ' zu berechnen; sie mit dem Erdruhedruckbeiwert K_0 zu vergleichen
- Aus dem Spannungsdreieck bei nichtbindiger Hinterfüllung die **Kraft** und die **Wirkungshöhe** zu ermitteln
- Zu sehen, wie Auflast, Grundwasser und Schichtgrenzen das Diagramm verändern
- bei c'–φ'- und $\varphi = 0$-Boden die **Zugzone** und die Kraft mit / ohne Riss zu unterscheiden
- Den passiven Erddruck berechnen und wissen, wie weit sich die Wand bewegen muss

VORLESUNGSABLAUF

Jedes Thema wird in **drei Schritten** behandelt:

1 · **Theorie**: Wie lautet die Regel, warum ist sie so?

2 · **Aufgabe**: Gegeben und Gesucht

3 · **Lösung**: Schritt für Schritt, mit Zahlen

Die Kräfte sind auf die Längeneinheit der Wand bezogen (kN/m); die Drücke sind in kPa, alle Spannungen sind wirksam.

Plastisches Gleichgewicht und Mohr-Kreis

THEORIE

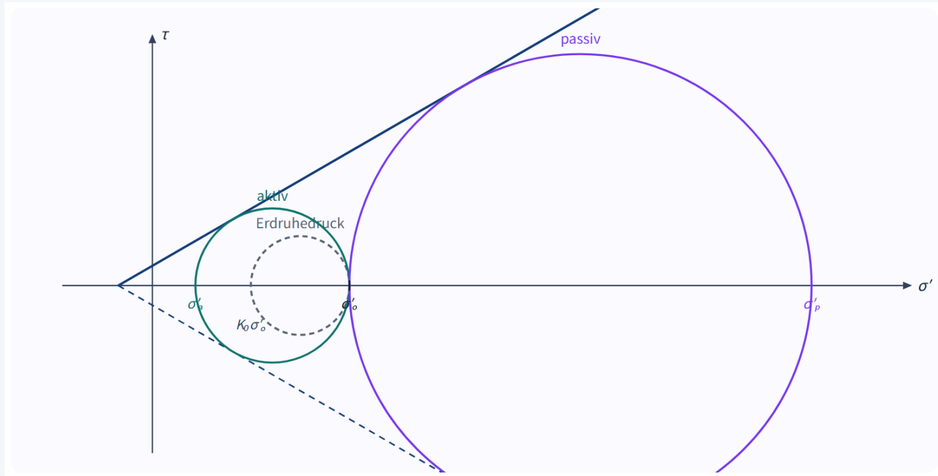
Rankine (1857) untersuchte einen Bodenkörper, dessen jeder Punkt sich am Rand des Bruchzustands befindet. **Bewegt sich eine vertikale, reibungsfreie Wand vom Boden weg**, so fällt die horizontale Spannung vom Erdruhedruckwert $K_0\sigma'_o$ ab und der Mohrkreis berührt die Bruchumhüllende: **aktiver Zustand**. **Wird die Wand in den Boden gedrückt**, so steigt die horizontale Spannung über σ'_o an: **passiver Zustand**.

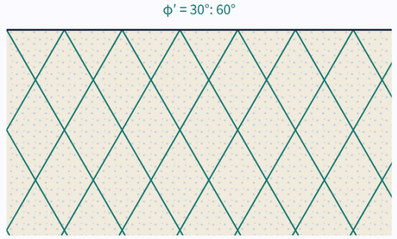
$$\sigma'_a = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right) - 2c' \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_p = \sigma'_o \tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right) + 2c' \tan\left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2}\right)$$

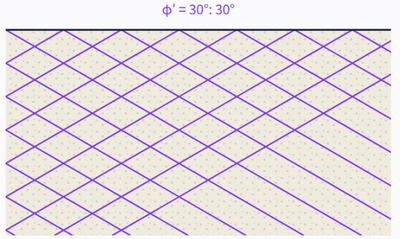
σ'_o ist die vertikale wirksame Spannung (Seitendruck); hinter der Wand ist die größte Hauptspannung vertikal (im aktiven Fall) oder horizontal (im passiven Fall).

Die Gleitflächen bilden im aktiven Fall mit der Horizontalen einen Winkel von 45° + φ′/2, im passiven Fall von 45° − φ′/2.





aktiv: Gleitflächen unter 45° + ϕ′/2 gegen die Horizontale



passiv: Gleitflächen unter 45° − ϕ′/2

Beiwerte K_a und K_p

THEORIE

Aus der Geometrie des Mohr-Kreises werden zwei Beiwerte definiert; sie sind zueinander reziprok:

$$K_a = \tan^2\left(45^\circ - \tfrac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1-\sin\varphi'}{1+\sin\varphi'} \qquad K_p = \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi'}{2}\right) = \frac{1}{K_a}$$

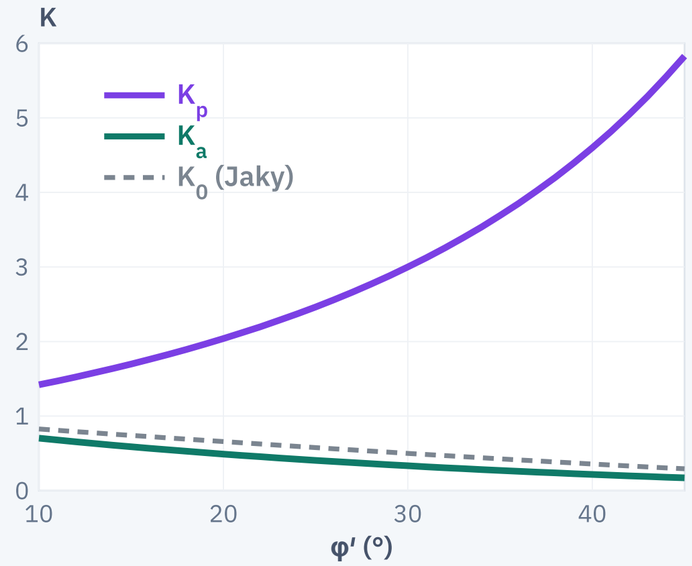
$$\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a} \qquad \sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$$

φ′	25°	30°	35°	40°
K_a	0.406	0.333	0.271	0.217
K_p	2.464	3.000	3.690	4.599
K_0 (Jaky)	0.577	0.500	0.426	0.357

$K_a < K_0 < K_p$: Der Erdruhedruck vor der Wandbewegung liegt zwischen den beiden Grenzwerten.

K_p wächst mit φ′ rasch: bei φ′ = 40° ist der passive Erddruck mehr als 20-mal so groß wie der aktive.

K_a, K_p und K_0 – φ′



Aufgabe

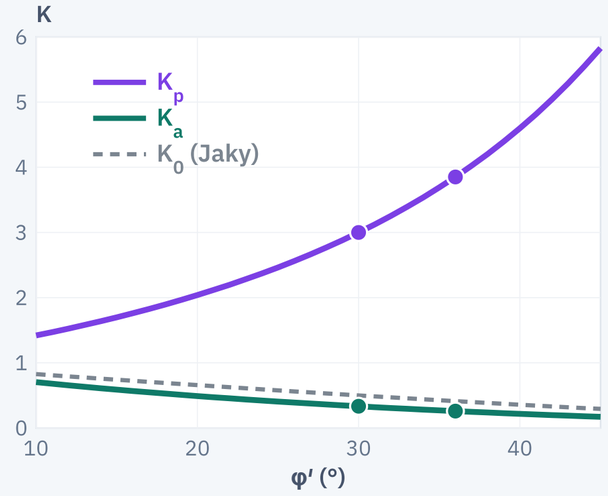
BEISPIEL

Gegeben

Baugrund	**nichtbindiger Sand, $c' = 0$; zwei Fälle: $\varphi' = 36°$ und $\varphi' = 30°$**
Wand	**senkrecht, reibungsfrei; Hinterfüllungsoberfläche waagerecht**

GESUCHT

K_a, **K_p** und **K_0** nach Jaky; die Reihenfolge der drei ist zu überprüfen.



Lösung

LÖSUNG

1 φ′ = 36°

$$K_a = \tan^2(45^\circ - 18^\circ) = \tan^2 27^\circ = \mathbf{0.2596} \qquad K_p = \tan^2 63^\circ = \frac{1}{K_a} = \mathbf{3.852}$$

2 φ′ = 30°

$$K_a = \frac{1 - \sin 30^\circ}{1 + \sin 30^\circ} = \frac{0.5}{1.5} = \mathbf{0.3333} \qquad K_p = \frac{1 + \sin 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ} = \mathbf{3}$$

3 Erdruhedruckbeiwert (Jaky): $K_0 = 1 - \sin\varphi'$

$$\varphi' = 36^\circ:\ K_0 = 1 - 0.5878 = \mathbf{0.4122} \qquad \varphi' = 30^\circ:\ K_0 = 1 - 0.5 = \mathbf{0.50}$$

In beiden Böden gilt **$K_a < K_0 < K_p$**; $K_a \cdot K_p = 1$. Steigt φ′ von 30° auf 36°, so geht K_a von 0.333 → 0.260 und K_p von 3.00 → 3.85.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Dreiecksverteilung des Erddrucks, Kraft und Angriffshöhe

THEORIE

Für c′ = 0 und eine Hinterfüllung mit horizontaler Oberfläche nimmt der Druck mit der Tiefe **linear** zu; das Diagramm ist dreieckförmig. Die Kraft je Längeneinheit der Wand entspricht der Fläche des Dreiecks, und ihr Angriffspunkt ist der Schwerpunkt (H/3 über der Sohle):

$$\sigma'_a = K_a \gamma z \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

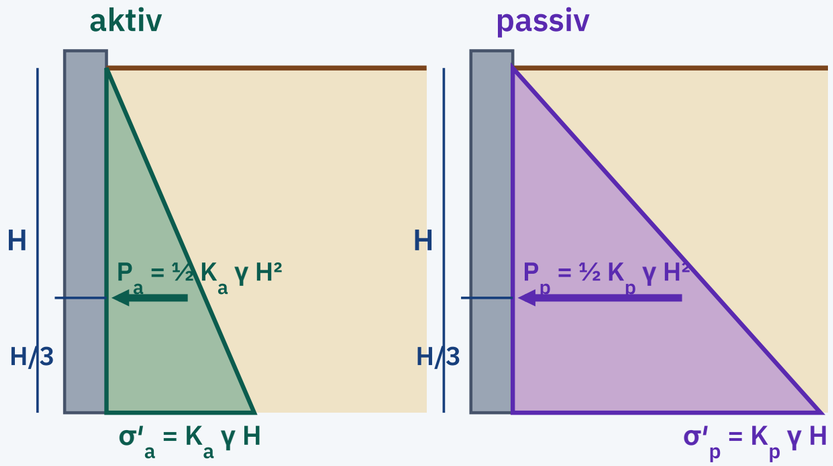
$$\sigma'_p = K_p \gamma z \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 \qquad \bar{z} = \tfrac{H}{3}$$

Die Kraft wächst mit **H²**: Eine Verdoppelung der Wandhöhe vervierfacht die Kraft.

Die Kraft steht senkrecht auf der Wand und ist horizontal (reibungsfreie Wand, δ′ = 0).

Einheiten: γ in kN/m³, H in m ergibt P in kN/m.

ZWEI GRENZZUSTÄNDE



Aufgabe

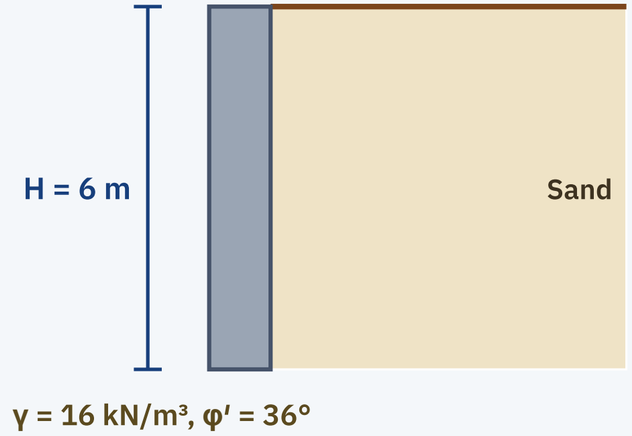
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6$ **m, vertikal, reibungsfrei; Hinterfüllungsoberfläche horizontal**
Baugrund	**trockener Sand:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 36°,\ c' = 0$

GESUCHT

Aktive und **passive** Kraft P_a, P_p mit ihrer Angriffshöhe; außerdem die Erdruhekraft P_0.



Lösung

LÖSUNG

1 Beiwerte (Beispiel 1): $K_a = 0.2596$, $K_p = 3.852$

$$\sigma'_a(6) = K_a \gamma H = 0.2596(16)(6) = \mathbf{24.92}\ \text{kPa}$$

2 Aktive Kraft (Fläche des Dreiecks)

$$P_a = \tfrac{1}{2}\sigma'_a(6)\, H = \tfrac{1}{2}(24.92)(6) = \mathbf{74.77}\ \text{kN/m}$$

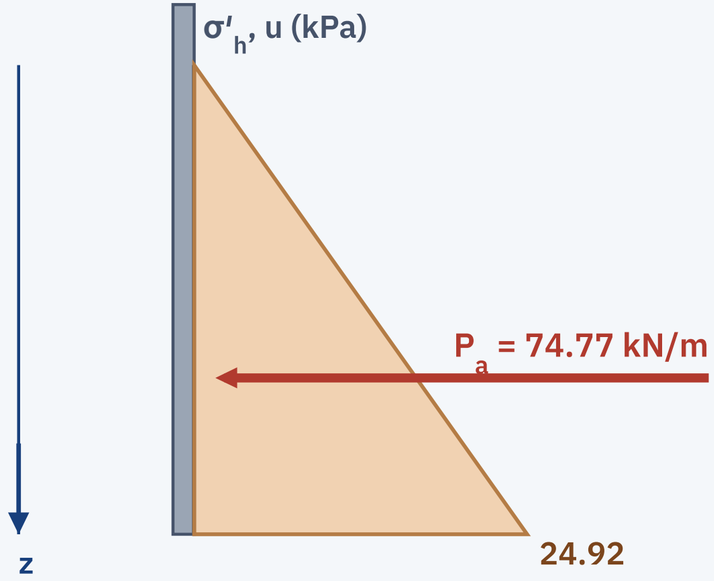
$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

3 Passive Kraft

$$P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(3.852)(16)(36) = \mathbf{1{,}109.3}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{6}{3} = \mathbf{2.0\ m}$$

P_a = **74.77 kN/m**, P_p = **1,109.3 kN/m**, beide 2.0 m über der Sohle. Der passive Erddruckwiderstand beträgt das **14.8-Fache** des aktiven Erddrucks; der Erdruhedruck P_0 = 118.72 kN/m liegt dazwischen.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zwei Einflüsse, die das Diagramm verändern

THEORIE

Eine gleichmäßige Auflast q fügt in jeder Tiefe denselben Druck hinzu: Es wird ein Rechteck ergänzt. **Unterhalb des Grundwasserspiegels** wird die wirksame Spannung mit $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$ berechnet, zusätzlich wird der Wasserdruck $u = \gamma_w(z - H_1)$ **mit seinem vollen Wert** angesetzt:

$$P_a = K_a q H + \tfrac{1}{2} K_a \gamma H_1^2 + K_a \gamma H_1 H_2 + \tfrac{1}{2} \left(K_a \gamma' + \gamma_w\right) H_2^2$$

Komponente	Kraft	Hebelarm (ab Sohle)
Auflast (rechteckig)	$K_a\, q\, H$	$H/2$
Oberes Dreieck	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma\, H_1^2$	$H_2 + H_1/3$
unteres Rechteck	$K_a\, \gamma\, H_1\, H_2$	$H_2/2$
Unteres Dreieck (wirksam)	$\tfrac{1}{2} K_a\, \gamma'\, H_2^2$	$H_2/3$
Wasserdruck	$\tfrac{1}{2} \gamma_w\, H_2^2$	$H_2/3$

Durch Momentengleichgewicht der Komponenten um den Fußpunkt ergibt sich die Höhe der Resultierenden: $\bar{z} = \Sigma P_i z_i \,/\, \Sigma P_i$.

Die passive Kraft wird mit denselben Komponenten unter Verwendung von K_p ermittelt; der Wasserdruck bleibt gleich.

WARUM IST WASSER SO EINFLUSSREICH?

Der Wasserdruck **hängt nicht vom Reibungswinkel ab**: Er wird mit 1 statt mit K_a multipliziert. Da im unter Wasser stehenden Bereich $\gamma' \approx \gamma_{sat}/2$ gilt, verringert sich der wirksame Erddruck, der Wasserdruck hebt dies jedoch mehr als auf.

Aufgabe

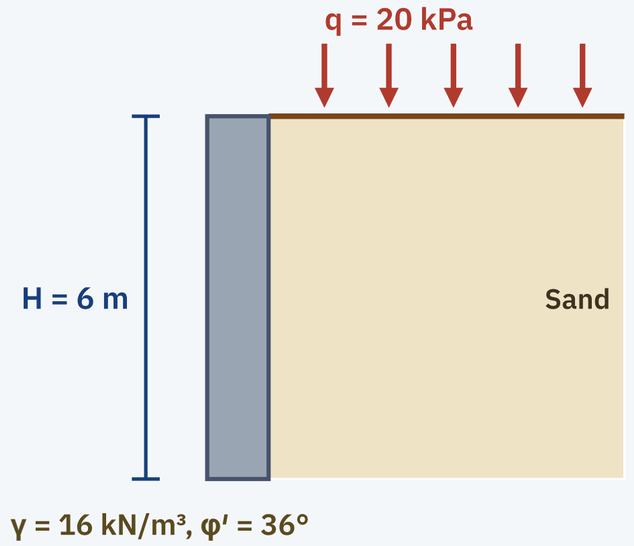
BEISPIEL

Gegeben

Wand und Boden	**Die Wand aus Beispiel 2: $H = 6$ m, $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 36°$, trocken**
Auflast	**gleichmäßig verteilte $q = 20$ kPa auf der Hinterfüllungsoberfläche**

GESUCHT

P_a und $\bar{z}$; Einfluss der Auflast.



Lösung

LÖSUNG

1 Druck: $K_a q$ an der Oberfläche, $K_a q + K_a \gamma H$ an der Sohle

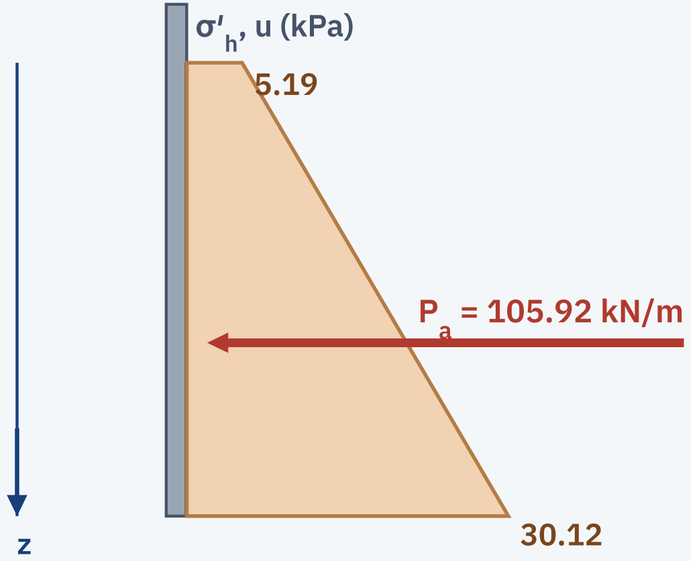
$$\sigma'_a(0) = 0.2596(20) = 5.19 \text{ kPa}$$
$$\sigma'_a(6) = 5.19 + 24.92 = \mathbf{30.12} \text{ kPa}$$

2 Kräfte: Rechteck (Hebelarm 3.0 m) + Dreieck (Hebelarm 2.0 m)

$$P_q = K_a q H = 5.19(6) = 31.15 \text{ kN/m}$$
$$P_\gamma = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2 = 74.77 \text{ kN/m}$$

3 Resultierende und Angriffshöhe

$$P_a = 31.15 + 74.77 = \mathbf{105.92} \text{ kN/m}$$
$$\bar{z} = \frac{31.15(3) + 74.77(2)}{105.92} = \mathbf{2.29} \text{ m}$$



Die Auflast erhöhte die Kraft um 31.15 kN/m (42 %); der Angriffspunkt stieg von **2.00 m auf 2.29 m** (der Hebelarm des Rechtecks beträgt H/2).

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

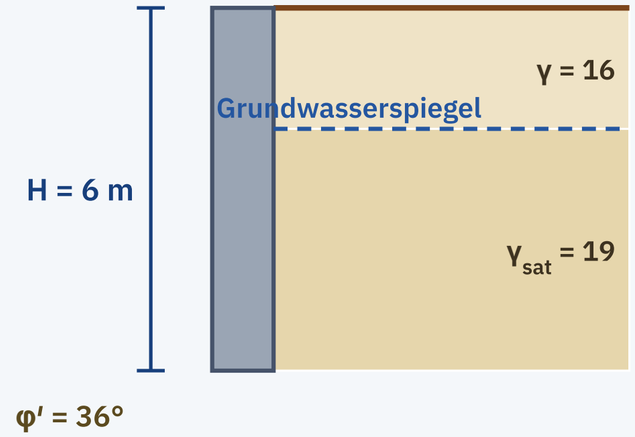
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6$ m, vertikal; Sandhinterfüllung mit horizontaler Oberfläche, keine Auflast
Baugrund	oben $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3}$ (trocken); Grundwasserspiegel in 2 m Tiefe; unten $\gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$; $\varphi' = 36°$

GESUCHT

Die **Gesamtkraft** aus effektivem Erddruck und Wasserdruck sowie ihre Angriffshöhe; die Wirkung des Wassers.



Lösung

LÖSUNG

1 Wirksame Spannungen (z = 2 und 6 m)

$$\sigma'_o(2) = 16(2) = 32\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_o(6) = 32 + 4(19 - 9.81) = 68.76\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_a(6) = K_a\sigma'_o(6) = \mathbf{17.85}\ \text{kPa}$$

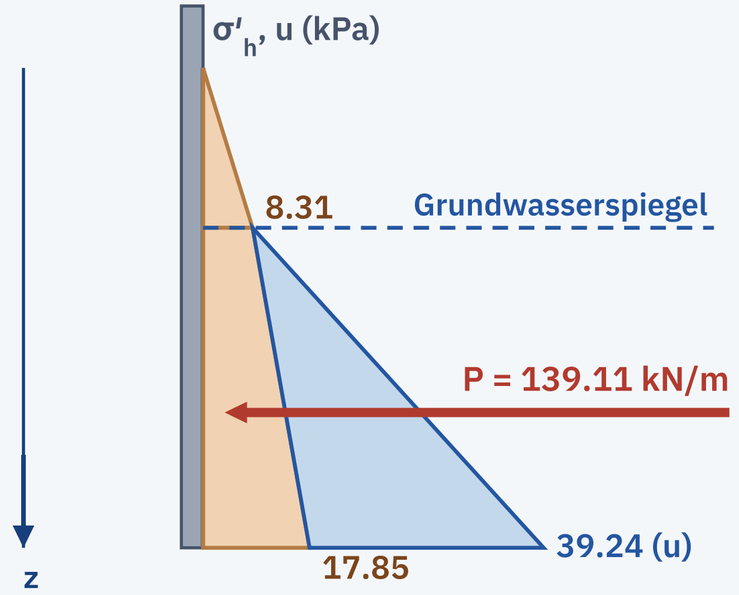
2 Wasserdruck an der Sohle: u = γ_W(6 − 2)

$$u(6) = 9.81(4) = \mathbf{39.24}\ \text{kPa}$$

3 Kräfte: oberes Dreieck · unteres Rechteck · unteres Dreieck · Wasser

$$P_a = 8.31 + 33.23 + 19.09 = 60.63\ \text{kN/m}\ (\text{Boden})$$

$$P_w = \tfrac{1}{2}(39.24)(4) = 78.48\ \text{kN/m}$$



Summe = 60.63 + 78.48 = **139.11 kN/m**, **z̄ = 1.69 m**. Die Kraft der trockenen Wand betrug 74.77 kN/m: die Wasserkraft erhöhte sie auf das **1.9-Fache**.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Jede Schicht verwendet ihren eigenen K-Wert

THEORIE

Wenn die Hinterfüllung aus mehreren Schichten besteht, ist die **vertikale wirksame Spannung σ'_o stetig** (sie springt an der Schichtgrenze nicht); da die horizontale Spannung $\sigma'_a = K_i \sigma'_o$ jedoch in jeder Schicht ihren eigenen K_i-Wert verwendet, **springt das Diagramm an der Grenze, an der sich φ′ ändert**:

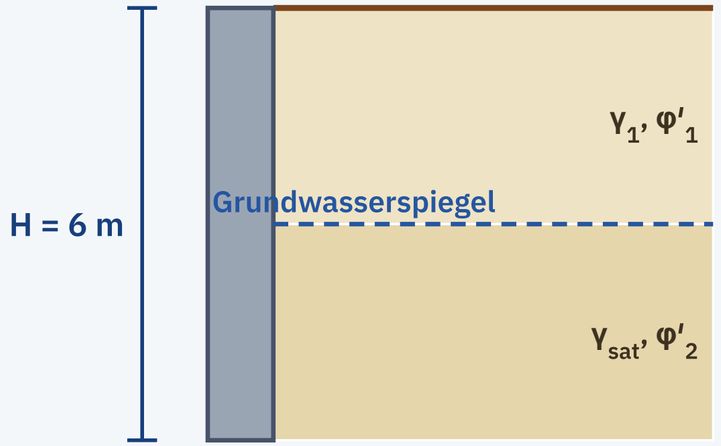
$$\sigma'_a = K_{a,i}\,\sigma'_o(z) \qquad \sigma'_o(z) = q + \sum \gamma_i h_i \;\; (\gamma' \text{ im unter Wasser liegenden Bereich})$$

An der Schichtgrenze werden zwei Werte abgelesen: der Wert $K_{a,1}\sigma'_o$ der oberen Schicht und der Wert $K_{a,2}\sigma'_o$ der unteren. Ist der Reibungswinkel φ′ der unteren Schicht groß, so **fällt** der Erddruck nach unten ab.

Der Grundwasserspiegel wird wie eine Schichtgrenze behandelt: γ′ beginnt, u wird hinzugefügt.

Die Kraft wird durch Summieren der Flächen der einzelnen Abschnitte (Dreieck / Rechteck) ermittelt, die Wirkungslinie durch Momentenbildung.

GESCHICHTETE AUFFÜLLUNG UND WASSER



Aufgabe

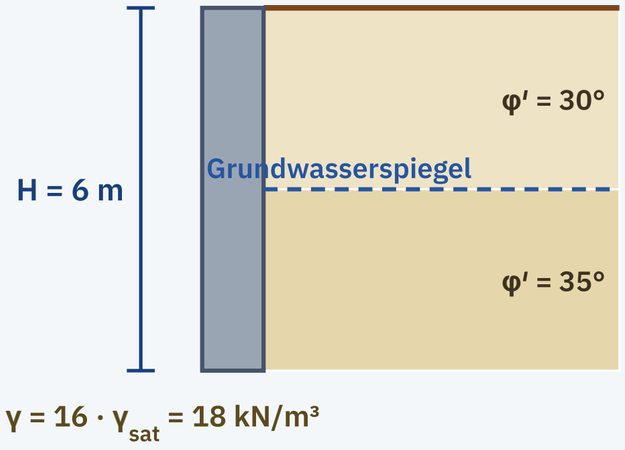
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6$ **m, senkrecht, reibungsfrei; horizontale Geländeoberfläche; keine Auflast**
Obere Schicht (0–3 m)	**Sand:** $\gamma = 16\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$
Untere Schicht (3–6 m)	**Sand:** $\gamma_{sat} = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35°$
Grundwasserspiegel	**In 3 m Tiefe (an der Schichtgrenze)**

GESUCHT

Gesamt**kraft** (Boden + Wasser) und **Angriffshöhe**. Das im Modul geöffnete Beispiel ist diese Stützwand.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Beiwerte

$$K_{a,1} = \tfrac{1}{3} = \mathbf{0.3333} \qquad K_{a,2} = \tan^2 27.5^\circ = \mathbf{0.2710}$$

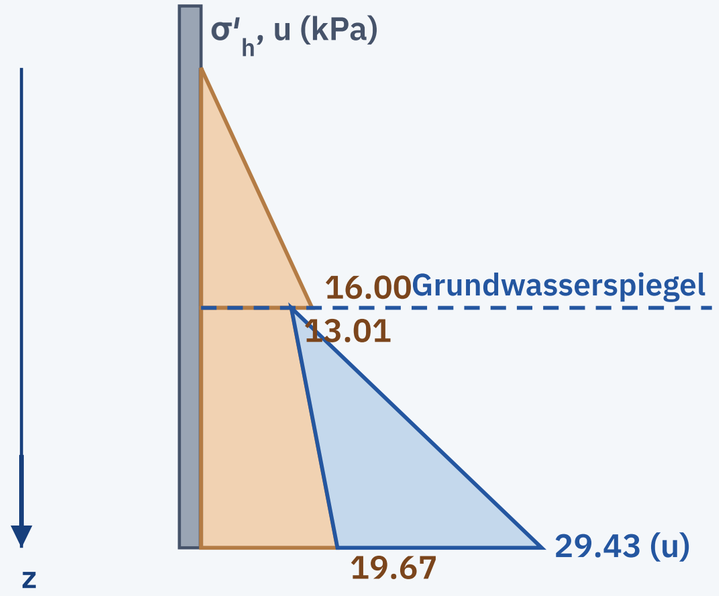
2 in 3 m Tiefe (Grenze): σ′$_o$ = 16(3) = 48 kPa

$$\sigma'_a = 0.3333(48) = \mathbf{16.00}\ \text{kPa (oben)}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(48) = \mathbf{13.01}\ \text{kPa (unten)}$$

3 In 6 m Tiefe (Sohle)

$$\sigma'_o = 48 + 3(18 - 9.81) = 72.57\ \text{kPa} \qquad u = 9.81(3) = \mathbf{29.43}$$
$$\sigma'_a = 0.2710(72.57) = \mathbf{19.67}\ \text{kPa}$$

An der Schichtgrenze springt das Diagramm von 16.00 → 13.01 kPa (Änderung von φ′); σ′$_o$ bleibt stetig.



Lösung (2/2)

LÖSUNG

4 Kräfte: oberes Dreieck · unteres Rechteck · unteres Dreieck · Wasser

$$P = \tfrac{1}{2}(3)(16.00) + 3(13.01) + \tfrac{1}{2}(3)(6.66) + \tfrac{1}{2}(3)(29.43)$$
$$= 24.00 + 39.02 + 9.99 + 44.14 = \mathbf{117.15}\ \mathrm{kN/m}$$

5 Höhe der Angriffslinie: Moment um den Sohlenpunkt (Hebelarme 4; 1.5; 1; 1 m)

$$\bar{z} = \frac{24.00(4) + 39.02(1.5) + 9.99(1) + 44.14(1)}{117.15} = \mathbf{1.78}\ \mathrm{m}$$

Die Gesamtkraft beträgt **117.15 kN/m**, **1.78 m** über der Sohle; der Boden liefert 73.01 kN/m, das Wasser 44.14 kN/m. Das Wasser macht mit etwa 38 % den größten Anteil der Kraft aus.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Zugzone und Zugrisse

THEORIE

In c′–φ′-Boden ist der aktive Erddruck oben **negativ** (der Boden versucht, an der Wand zu ziehen); die Tiefe, in der der Erddruck null ist:

$$z_0 = \frac{2c'}{\gamma\sqrt{K_a}} - \frac{q}{\gamma} \qquad \varphi = 0: \; z_0 = \frac{2c_u}{\gamma}$$

Der Boden kann keine Zugspannungen aufnehmen: mit der Zeit öffnen sich **Zugrisse** bis zur Tiefe z_0. Die Kraft ist nur der positive Teil des Diagramms:

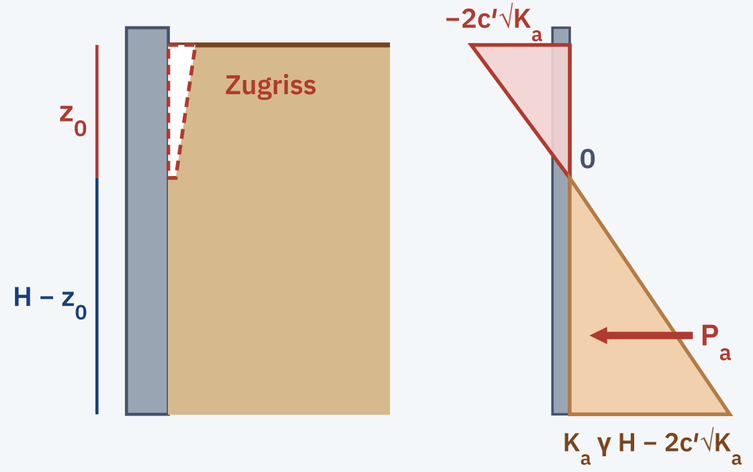
$$P_a = \tfrac{1}{2}\left[K_a(q+\gamma H) - 2c'\sqrt{K_a}\right](H - z_0)$$

Vor der Rissbildung wird das gesamte Diagramm angesetzt (kleinere Kraft): $P_a = \tfrac{1}{2}K_a\gamma H^2 - 2c'\sqrt{K_a}\,H + K_a q H$.

Für die Bemessung ist die gerissene (größere) Kraft maßgebend; füllt sich der Riss mit Wasser, wird zusätzlich die hydrostatische Kraft $\gamma_w z_0^2/2$ addiert.

Die Angriffshöhe ist der Schwerpunkt des positiven Dreiecks: $(H - z_0)/3$.

ZUGZONE



Negativer Druck: Bis zur Tiefe z_0 unterhalb der Oberkante besteht kein Kontakt zur Wand.

Aufgabe

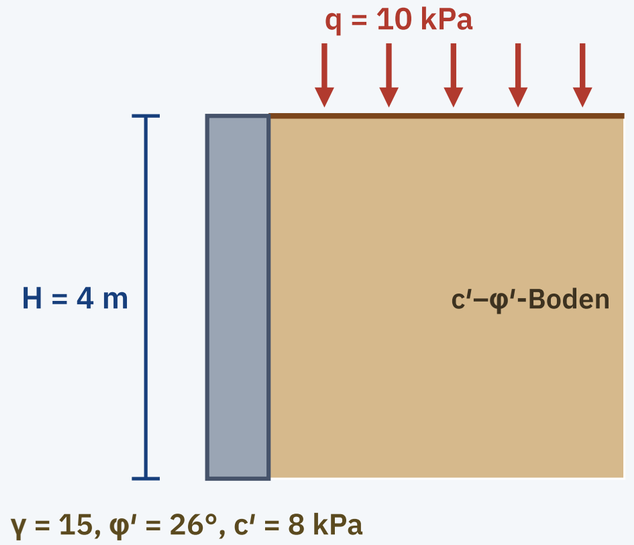
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 4$ **m, vertikal, reibungsfrei; horizontale Oberfläche**
Baugrund	$\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 26°,\ c' = 8$ **kPa**
Auflast	$q = 10$ **kPa**

GESUCHT

Zugtiefe z_0, aktive Kraft mit Riss und ihre Angriffshöhe; Vergleich mit der Kraft ohne Riss.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Beiwert: $K_a = \tan^2(45° - 13°)$

$$K_a = \tan^2 32^\circ = \mathbf{0.3905} \qquad \sqrt{K_a} = 0.6249$$

$$2c'\sqrt{K_a} = 2(8)(0.6249) = 10.00\ \text{kPa}$$

2 Druck an der Oberkante und an der Sohle

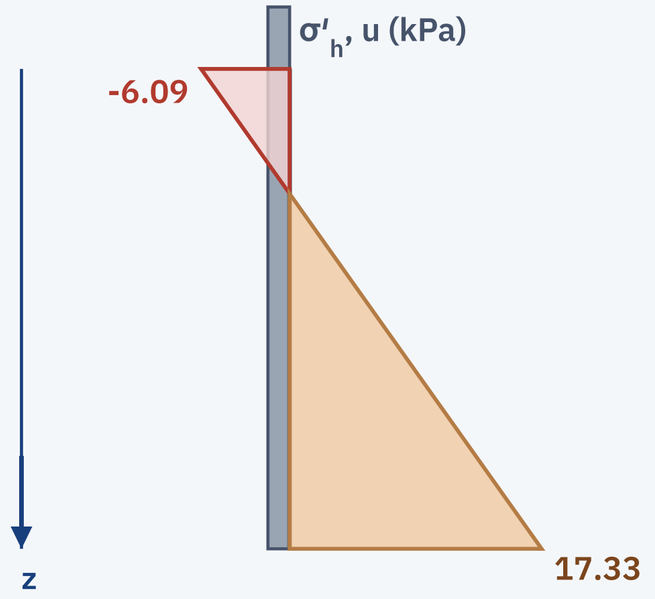
$$\sigma'_a(0) = 0.3905(10) - 10.00 = -\mathbf{6.09}\ \text{kPa (Zug)}$$

$$\sigma'_a(4) = 0.3905(10 + 15 \cdot 4) - 10.00 = \mathbf{17.33}\ \text{kPa}$$

3 Zugtiefe (wo der Druck null ist)

$$z_0 = \frac{2(8)}{15(0.6249)} - \frac{10}{15}$$

$$= 1.707 - 0.667 = \mathbf{1.04}\ \text{m}$$



Lösung (2/2)

LÖSUNG

4 Risskraft (nur positives Dreieck)

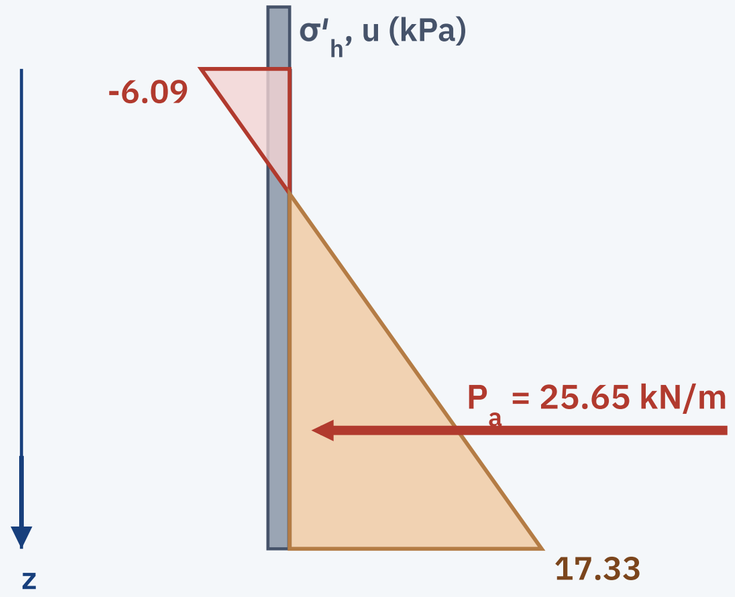
$$P_a = \tfrac{1}{2}(17.33)(4 - 1.04) = \mathbf{25.65}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{4 - 1.04}{3} = \mathbf{0.99}\ \mathrm{m}$$

5 Vergleich: ungerissen (einschließlich der negativen Zone)

$$P_a = \tfrac{1}{2}(-6.09 + 17.33)(4) = 22.48\ \mathrm{kN/m}$$

Die Kraft mit Riss beträgt **25.65 kN/m** und ist um 14 % größer als die Kraft ohne Riss; der Wert mit Riss liegt auf der sicheren Seite.



Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Aufgabe

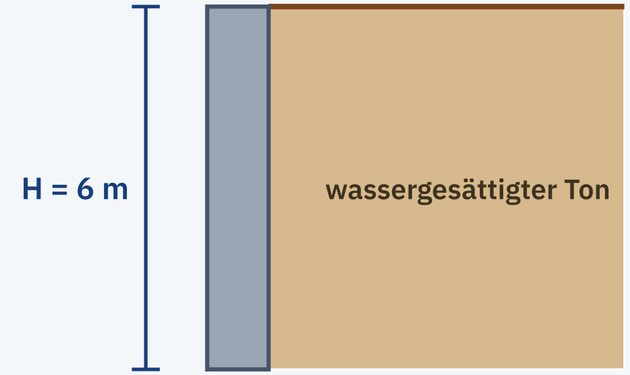
BEISPIEL

Gegeben

Wand	$H = 6$ **m, vertikal; horizontale Geländeoberfläche; keine Auflast**
Baugrund	**gesättigter Ton, undräniert:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi = 0,\ c_u = 25$ **kPa**

GESUCHT

z_0, aktive Kraft mit und ohne Riss; passive Kraft; Höhe H_c, die ohne Wand senkrecht abgetragen werden kann.



Lösung (1/2)

LÖSUNG

1 Für φ = 0 gilt $K_a = K_p = 1$: Zugtiefe und Sohlpressung

$$\sigma_a = \gamma z - 2c_u = 18z - 50 \text{ kPa}$$

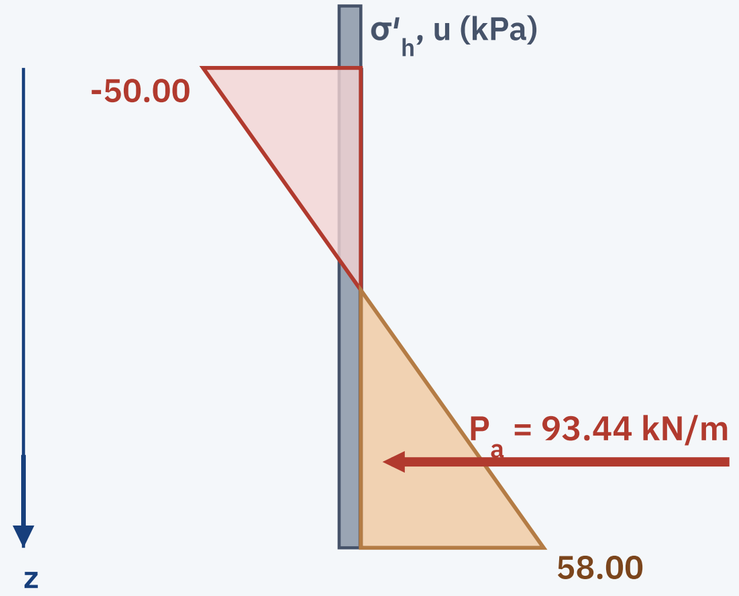
$$z_0 = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{50}{18} = \mathbf{2.78} \text{ m}$$

$$\sigma_a(6) = 108 - 50 = \mathbf{58} \text{ kPa}$$

2 Aktive Kraft mit Riss

$$P_a = \tfrac{1}{2}(58)(6 - 2.78) = \mathbf{93.44} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{6 - 2.78}{3} = 1.07 \text{ m}$$



Lösung (2/2)

LÖSUNG

3 Aktive Kraft und passive Kraft ohne Risse

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 - 2c_u H = 324 - 300 = \mathbf{24}\ \mathrm{kN/m}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H = 324 + 300 = \mathbf{624}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Höhe, die ohne Wand senkrecht abgetragen werden kann (P_a = 0 ohne Risse)

$$\tfrac{1}{2}\gamma H_c^2 - 2c_u H_c = 0 \ \Rightarrow\ H_c = \frac{4c_u}{\gamma} = \frac{4(25)}{18} = \mathbf{5.56}\ \mathrm{m}$$

Die Kraft mit Riss (93.44 kN/m) ist **das 3.9-Fache** der Kraft ohne Riss (24 kN/m): In bindigem Boden ist die Annahme eines Risses für das Ergebnis maßgebend. Da H = 6 m größer als H_c = 5.56 m ist, ist selbst die Kraft ohne Riss positiv.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Kohäsion erhöht den passiven Widerstand

THEORIE

Im passiven Fall erhöht die Kohäsion den Widerstand **in jeder Tiefe**; es gibt keine Zugzone und keinen Riss. Der Druck an der Oberkante ist nicht null:

$$\sigma_p'(z) = K_p\,(q + \gamma z) + 2c'\sqrt{K_p}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}K_p\gamma H^2 + K_p q H + 2c'\sqrt{K_p}\,H \qquad \varphi = 0:\ P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 + 2c_u H$$

Das Pressdiagramm ist **trapezförmig**: Kohäsion und Auflast ergeben ein Rechteck, γz ergänzt ein Dreieck.

Die Höhe der Angriffslinie wird durch Momentengleichgewicht ermittelt (Kohäsionsanteil bei H/2).

Der passive Widerstand setzt eine ausreichende Bewegung der Wand voraus; im Entwurf wird er nicht vollständig angesetzt, sondern mit einem Beiwert abgemindert.

VERGLEICH: AKTIVER – PASSIVER ERDDRUCK

	Aktiv	Passiv
Beiwert	$K_a < 1$	$K_p > 1$
Kohäsion	**verringert** den Druck ($-2c'\sqrt{K_a}$)	**erhöht** den Widerstand ($+2c'\sqrt{K_p}$)
Zugzone	vorhanden (z_0)	keine
Gleitfläche	45° + φ′/2	45° – φ′/2
Erforderliche Bewegung	klein	groß

Aufgabe

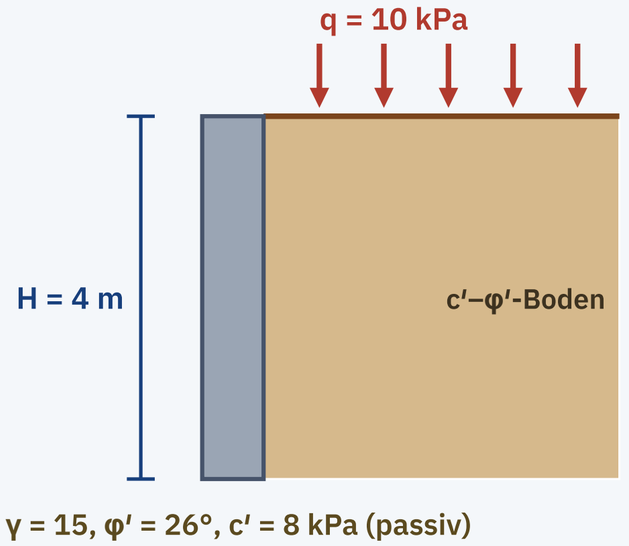
BEISPIEL

GESUCHT

Passive Kraft P_p und ihre Wirkungshöhe.

Gegeben

Wand und Boden	**Stützwand und Baugrund aus Beispiel 6:** $H = 4$ **m,** $\gamma = 15\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 26°$, $c' = 8$ **kPa**
Auflast	$q = 10$ **kPa (auf der passiven Seite)**



Lösung

LÖSUNG

1 Beiwert: $K_p = \tan^2(45° + 13°)$

$$K_p = \tan^2 58^\circ = \mathbf{2.561} \qquad 2c'\sqrt{K_p} = 2(8)(1.600) = 25.61\ \text{kPa}$$

2 Druck an der Oberkante und an der Sohle

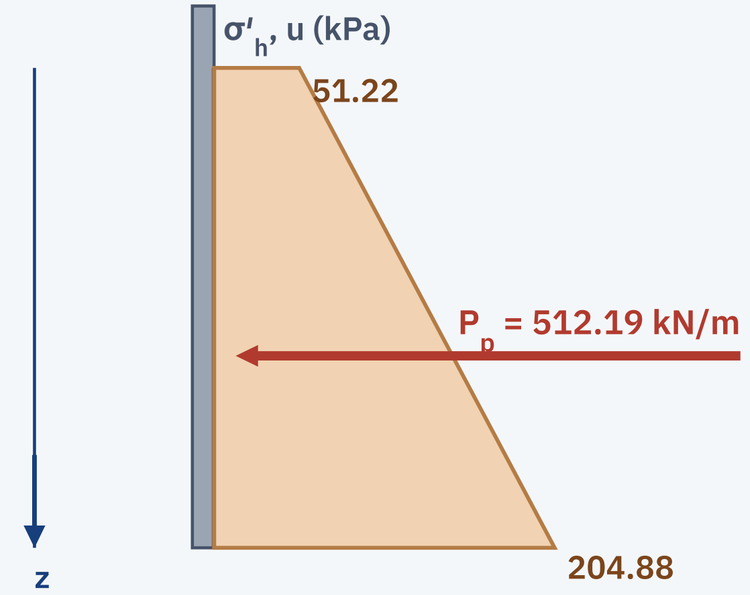
$$\sigma'_p(0) = 2.561(10) + 25.61 = \mathbf{51.22}\ \text{kPa}$$

$$\sigma'_p(4) = 2.561(10 + 60) + 25.61 = \mathbf{204.88}\ \text{kPa}$$

3 Fläche des Trapezes und Schwerpunkt

$$P_p = \tfrac{1}{2}(51.22 + 204.88)(4) = \mathbf{512.2}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{51.22(4)(2) + \tfrac{1}{2}(153.66)(4)(\tfrac{4}{3})}{512.2} = \mathbf{1.60}\ \text{m}$$



Passiver Widerstand **512.2 kN/m**, 1.60 m über der Sohle; etwa das **20-Fache** der aktiven Kraft derselben Wand bei gerissener Fuge.

Lösung in GeoTerva prüfen ↗

Wie viel Bewegung ist erforderlich, damit sich der aktive und der passive Zustand einstellen?

THEORIE

Um die Rankine-Zustände zu erreichen, muss sich die Wand vom Boden wegbewegen (aktiv) oder sich dem Boden nähern (passiv). **Die für den passiven Zustand erforderliche Bewegung ist viel größer als die für den aktiven**; bezogen auf die Höhe H:

Baugrund	Aktiv $\Delta L_a/H$	Passiv $\Delta L_p/H$	aktiver Erddruck für H = 6 m	passiver Erddruck für H = 6 m
Lockerer Sand	0.001–0.002	0.01	6–12 mm	60 mm
Dichter Sand	0.0005–0.001	0.005	3–6 mm	30 mm
Weicher Ton	0.02	0.04	120 mm	240 mm
Steifer Ton	0.01	0.02	60 mm	120 mm

Wenn die Bewegung diese Werte nicht erreicht, bleibt der Erddruck größer als K_a und kleiner als K_p; ist die Wand vollständig eingespannt, stellt sich der Erdruhedruck K_0 ein.

Für eine um ihre Sohle drehende Wand gelten diese Verhältnisse für die Kopfverschiebung.

Geltungsbereich der Rankine-Lösung

THEORIE

Die Wand: vertikal und glatt ($\delta' = 0$); der Druck ist horizontal und senkrecht zur Wand. In Wirklichkeit verringert die Wandreibung die aktive Kraft und vergrößert die passive Kraft; Rankine liegt beim aktiven Erddruck etwas auf der sicheren Seite, beim passiven Erddruck auf der konservativen (sicheren) Seite.

Damm: Oberfläche horizontal, jede Schicht homogen; Gleitflächen sind eben. Für geneigte Dammböschung und geneigte Wand siehe das Modul Rankine (geneigte Geländeoberfläche).

Spannungen: Maßgebend ist die wirksame Spannung; der Wasserdruck wird gesondert addiert, und für Ton kann die undränierte Lösung ($\varphi = 0$) auch mit der totalen Spannung verwendet werden.

Auflast: eine gleichmäßig verteilte Last; die Module für Streifen-, Einzel- und Linienlasten werden getrennt behandelt.

Erdbeben: Rankine ist die statische Lösung; für Erdbeben werden Mononobe–Okabe und die Module für den passiven Erddruck im Erdbebenfall verwendet.

Zusammenfassung

Die wichtigsten Punkte

Zustände: aktiver Erddruck (Wand bewegt sich vom Erdreich weg) $\sigma'_a = K_a\sigma'_o - 2c'\sqrt{K_a}$; passiver Erddruck (Wand wird gegen das Erdreich gedrückt) $\sigma'_p = K_p\sigma'_o + 2c'\sqrt{K_p}$

Beiwerte: $K_a = \tan^2(45° - \varphi'/2)$, $K_p = 1/K_a$; $K_a < K_0 = 1 - \sin\varphi' < K_p$

Nichtbindige Hinterfüllung: $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$, in $H/3$ über der Sohle; die Kraft wächst mit H^2

Auflast fügt einen Rechteckblock ($K\,q\,H$, Hebelarm $H/2$) hinzu; **Wasser** fügt das volle $u = \gamma_w(z - H_1)$ unabhängig von φ' hinzu und vervielfacht die Kraft um ein Vielfaches

In geschichteten Böden ist σ'_o stetig, σ'_a springt an der Grenze, an der sich φ' ändert; die Kraft wird durch Aufteilen in Teile und Momentengleichgewicht um $\bar{z}$ ermittelt

Bei **c'–φ'-Boden** gilt $z_0 = 2c'/(\gamma\sqrt{K_a}) - q/\gamma$; bei einem Zugriss ist die Kraft nur das positive Dreieck, das größer ist als die Kraft ohne Riss

Passiver Erddruck wächst mit der Kohäsion, es gibt keine Zugzone; die Wand muss sich jedoch **wesentlich mehr** bewegen als beim aktiven Erddruck

Literatur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Rankine, W.M.J. (1857). On the stability of loose earth. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 147, 9–27.

HINWEIS

Alle Zahlenbeispiele wurden mit der Berechnungsengine des Moduls selbst erzeugt; das Modul liefert dieselben Werte. Das Modul öffnet sich mit der zweischichtigen Wand aus Beispiel 5.

GeoTerva

Geotechnische Berechnungen online

Von der Theorie zur Praxis

Geben Sie die Schichten, die Auflast und den Grundwasserspiegel Ihrer eigenen Wand in GeoTerva ein; das Modul liefert das Erddruckdiagramm, die Kraft und die Höhe der Wirkung gemeinsam.

Modul öffnen →

Theorieseite →

Auf dem Smartphone öffnen

Die Beispielmodule erfordern keine Registrierung.