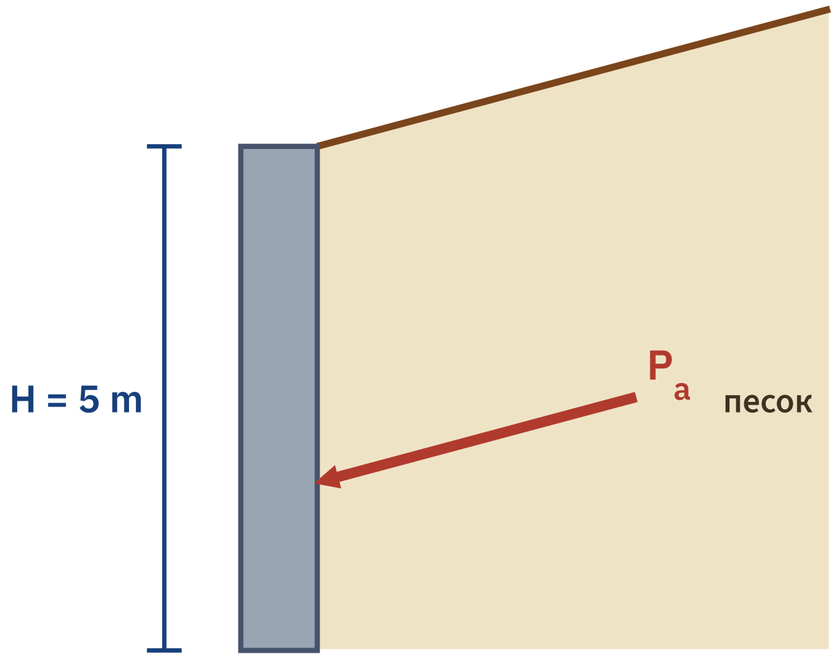
Лекция по геотехнике · Боковое давление грунта

Rankine: наклонная засыпка и наклонная стена

Лекция: решение Rankine при наклонной поверхности засыпки или наклонной грани стены; давление, параллельное поверхности, коэффициенты K, связная и слоистая засыпка; пример расчёта по каждой теме.

- Засыпка с уклоном
- Активное и пассивное давление
- Наклонная стена · Chu (1991)
- Связная засыпка
- Слоистая засыпка



Что мы изучим на этой лекции?

- Что при наклонной поверхности засыпки давление направлено **параллельно поверхности** и почему K_a и K_p изменяются с α
- Соотношение $K_a K_p = \cos^2\alpha$ и ограничение **α ≤ φ′**
- Решение **Chu (1991)** для наклонной стены + наклонной засыпки: ψ, $K_{(R)}$, β и η
- Определять **величину, направление (β) и положение** силы; разделять её горизонтальную и вертикальную составляющие
- Криволинейная эпюра давления в связной засыпке, глубина зоны растяжения и условие устойчивости откоса **в недренированной глине**
- Применение собственного K каждого слоя для слоёв, параллельных поверхности

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Силы приведены на единицу длины стены (kN/m); α и θ — в градусах, давления — в kPa. Трение по стене отсутствует.

Давление параллельно поверхности

ТЕОРИЯ

Если поверхность несвязной засыпки за стеной образует с горизонтом угол α, давления Rankine перестают быть горизонтальными: они действуют **параллельно поверхности**, т. е. под углом α, и по-прежнему линейно возрастают с глубиной:

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

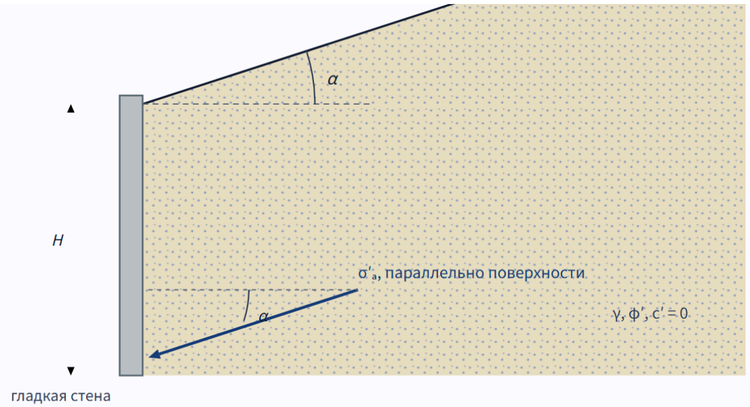
$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

Обе силы действуют на высоте **H/3** над подошвой и составляют с горизонталью угол α: $P_h = P\cos\alpha$, $P_v = P\sin\alpha$.

При α = 0 уравнения сводятся к $\tan^2(45° \mp \varphi'/2)$.

Произведение $\mathbf{K_a K_p = \cos^2\alpha}$; при α = 0 оно равно 1.

НАКЛОННАЯ НАСЫПЬ



K_a и K_p – α и φ′

ТЕОРИЯ

АКТИВНОЕ K_a

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	0.3610	0.3333	0.3073	0.2827	0.2596	0.2379	0.2174
5°	0.3656	0.3372	0.3105	0.2855	0.2620	0.2399	0.2192
10°	0.3802	0.3495	0.3210	0.2944	0.2696	0.2464	0.2247
15°	0.4086	0.3729	0.3405	0.3108	0.2834	0.2581	0.2346
20°	0.4605	0.4142	0.3739	0.3381	0.3060	0.2769	0.2504
25°	0.5727	0.4936	0.4336	0.3847	0.3431	0.3070	0.2750

ПАССИВНОЕ K_p

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	2.770	3.000	3.255	3.537	3.852	4.204	4.599
5°	2.715	2.943	3.196	3.476	3.788	4.136	4.527
10°	2.551	2.775	3.022	3.295	3.598	3.936	4.316
15°	2.284	2.502	2.740	3.002	3.293	3.615	3.977
20°	1.918	2.132	2.362	2.612	2.886	3.189	3.526
25°	1.434	1.664	1.894	2.135	2.394	2.676	2.987

Условие

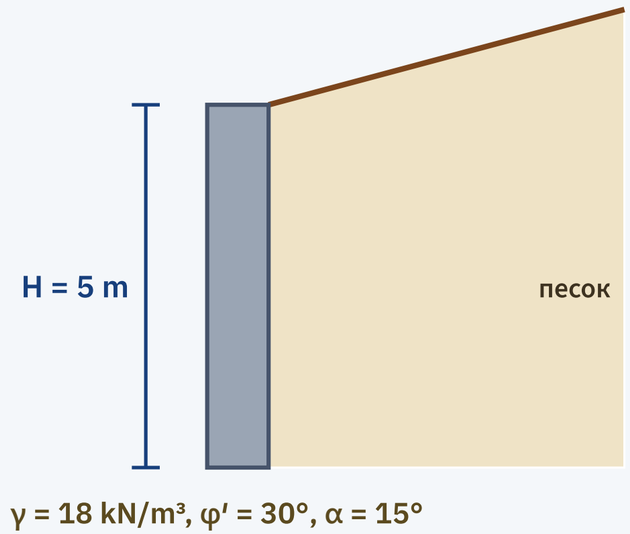
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ **m, вертикальная, без трения**
Насыпной грунт	**сухой песок:** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, **уклон поверхности** $\alpha = 15°$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_a, **P_a**, высота и направление линии действия; горизонтальная и вертикальная составляющие; сравнение с горизонтальной засыпкой.



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент: cos 15° = 0.9659; √(cos²α − cos²φ′) = √(0.9330 − 0.75) = 0.4278

$$K_a = \cos\alpha\,\frac{\cos\alpha - r}{\cos\alpha + r} = 0.9659\,\frac{0.5381}{1.3937} = \mathbf{0.3729}$$

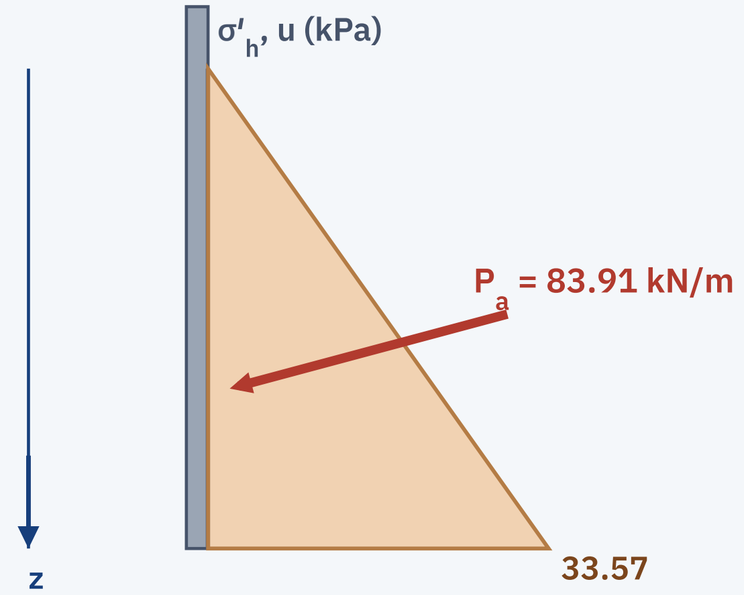
2 Давление у основания (параллельно поверхности)

$$\sigma'_a(5) = K_a\gamma H = 0.3729(18)(5) = \mathbf{33.57}\ \text{kPa}$$

3 Сила, точка приложения и составляющие

$$P_a = \tfrac{1}{2}(33.57)(5) = \mathbf{83.91}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

$$P_h = P_a\cos 15^\circ = 81.05 \qquad P_v = P_a\sin 15^\circ = 21.72\ \text{kN/m}$$



P_a = **83.91 kN/m**, под углом 15° к горизонту, на высоте 1.67 m от подошвы. При горизонтальной засыпке P_a составляло 75.00 kN/m: уклон увеличивает силу на 12%.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

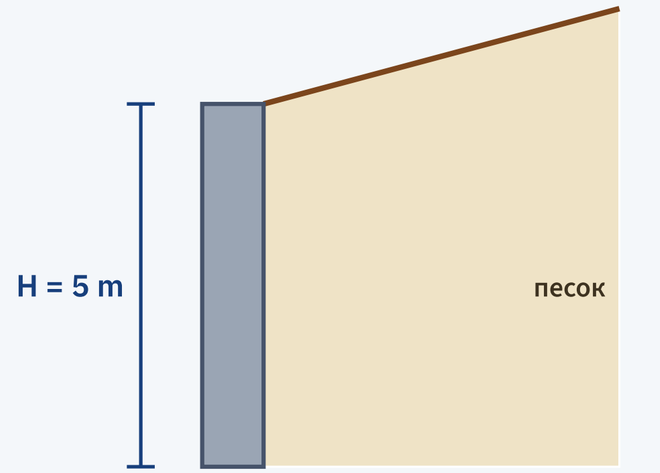
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_p, P_p и их составляющие; сравнение с пассивной силой в горизонтальной засыпке.

Дано

Стена и засыпка	**Стена и засыпка из примера 1:** $H = 5$ **m,** $\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $\alpha = 15°$



γ = 18 kN/m³, φ′ = 30°, α = 15° (пассивное давле

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент (r = 0.4278)

$$K_p = \cos\alpha\,\frac{\cos\alpha + r}{\cos\alpha - r} = 0.9659\,\frac{1.3937}{0.5381} = \mathbf{2.5017}$$

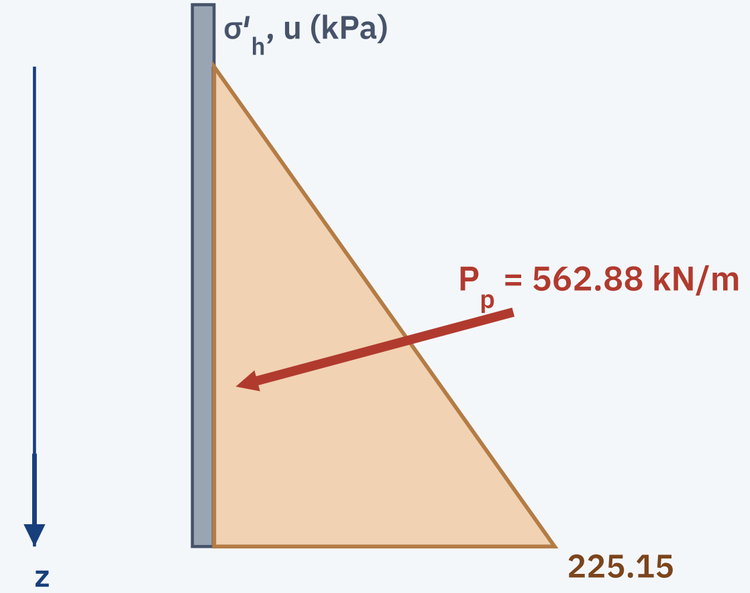
2 Давление у подошвы и сила

$$\sigma'_p(5) = K_p\gamma H = 2.5017(18)(5) = 225.15 \text{ kPa}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}(225.15)(5) = \mathbf{562.9} \text{ kN/m} \qquad \bar{z} = 1.67 \text{ m}$$

3 Составляющие (15° к горизонту)

$$P_h = P_p\cos 15^\circ = 543.7 \qquad P_v = P_p\sin 15^\circ = 145.7 \text{ kN/m}$$



P_p = **562.9 kN/m**. При горизонтальной засыпке было 675.0 kN/m: уклон **снижает** пассивное сопротивление на 17% (в то время как активное усилие возрастает). Проверка $K_aK_p = 0.9330 = \cos^2 15°$ выполняется.

Проверить решение в GeoTerva ↗

условие α ≤ φ′

ТЕОРИЯ

Выражение под корнем вещественно только при **cos²α ≥ cos²φ′**, то есть при α ≤ φ′: откос круче φ′ в несвязном грунте не может держаться самостоятельно. На пределе корень обращается в нуль, и оба коэффициента стремятся к одному и тому же значению:

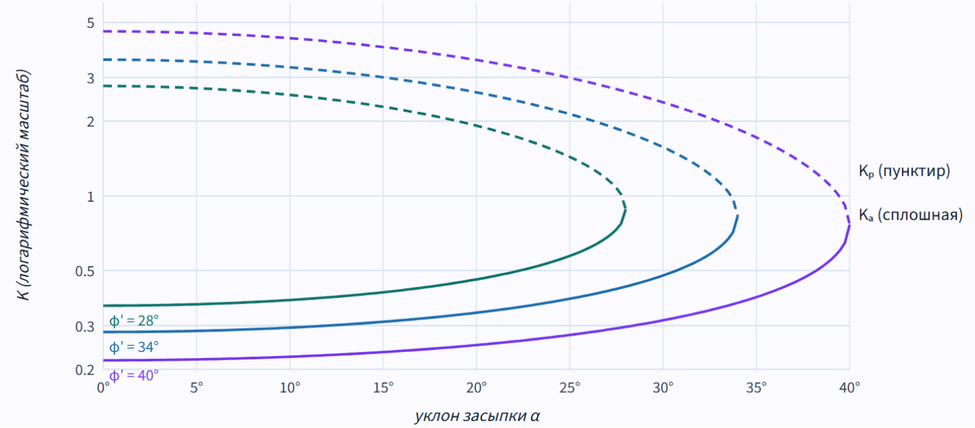
$$\alpha = \varphi' : \qquad K_a = K_p = \cos\varphi'$$

С ростом α значение K_a увеличивается, а K_p уменьшается; при α = φ′ они совпадают (активное и пассивное состояния становятся неразличимыми).

Это состояние грунта при угле естественного откоса: засыпка уже находится на пределе устойчивости, и перемещение стены давление не изменяет.

При α > φ′ решения не существует; модуль выдаёт предупреждение.

K – α (логарифмическая шкала; φ′ = 28°, 34°, 40°)



Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	**несвязный песок,** $\varphi' = 32^\circ$
Уклоны	$\alpha = 0^\circ,\ 10^\circ,\ 20^\circ,\ 30^\circ,\ 32^\circ$ **(и** 33°**)**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

K_a, K_p и их произведения для каждого наклона; значение на границе; результат для α = 33°.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Уравнения для каждого наклона (φ′ = 32°; cos 32° = 0.8480)

α	K_a	K_p	K_aK_p	$\cos^2\alpha$
0°	0.3073	3.255	1.0000	1.0000
10°	0.3210	3.022	0.9698	0.9698
20°	0.3739	2.362	0.8830	0.8830
30°	0.5741	1.306	0.7500	0.7500
32°	0.8480	0.848	0.7192	0.7192

2 Предел: α = φ′ = 32° и α = 33°

$$\alpha = 32^\circ:\ \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'} = 0 \ \Rightarrow\ K_a = K_p = \cos 32^\circ = \mathbf{0.8480}$$

$$\alpha = 33^\circ:\ \cos^2 33^\circ - \cos^2 32^\circ < 0 \ \Rightarrow\ \text{действительных корней нет}$$

С ростом α значение K_a изменяется 0.307 → 0.574, а K_p — 3.25 → 1.306; при любом α $K_aK_p = \cos^2\alpha$. При α = φ′ = 32° оба равны cos φ′ = 0.848; при α = 33° **решения нет** (откос слишком крутой).

Проверить решение в GeoTerva ↗

Наклонная грань стены и наклонная засыпка: активное давление

ТЕОРИЯ

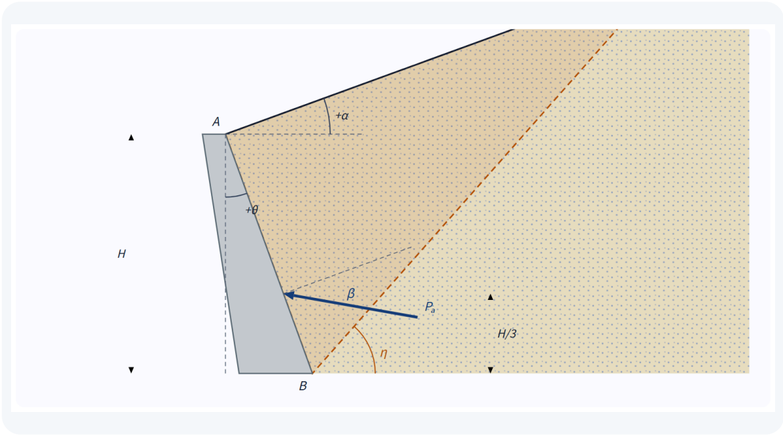
Если грань стены наклонена от вертикали на угол θ, а поверхность засыпки — от горизонтали на угол α (оба угла положительны, как на рисунке; стена гладкая), то по решению Chu (1991) находятся **величина и направление** силы:

$$\psi_a = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} - \alpha + 2\theta$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' - 2\sin\varphi'\cos\psi_a}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_a}{1-\sin\varphi'\cos\psi_a}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'}$$



β: угол силы относительно нормали к грани стены; сила действует на высоте **H/3** от подошвы. **η**: угол нижней грани BC призмы обрушения с горизонталью.

При θ = 0 $K_{a(R)}$ сводится к формуле для наклонной засыпки (ур. 1), а β — к α.

В пассивном случае знаки меняются

ТЕОРИЯ

В пассивном случае для той же геометрии знаки меняются:

$$\psi_p = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} + \alpha - 2\theta \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_p}{1+\sin\varphi'\cos\psi_p}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' + 2\sin\varphi'\cos\psi_p}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} \qquad P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p(R)}$$

Сила приложена на H/3 выше подошвы. Грань стены и поверхность пересекаются под углом 90° – |α – θ|; если этот угол замыкается, стена идёт вдоль откоса, и на грань действует вес вышележащего грунта; модуль допускает |α – θ| ≤ 75°.

Условие

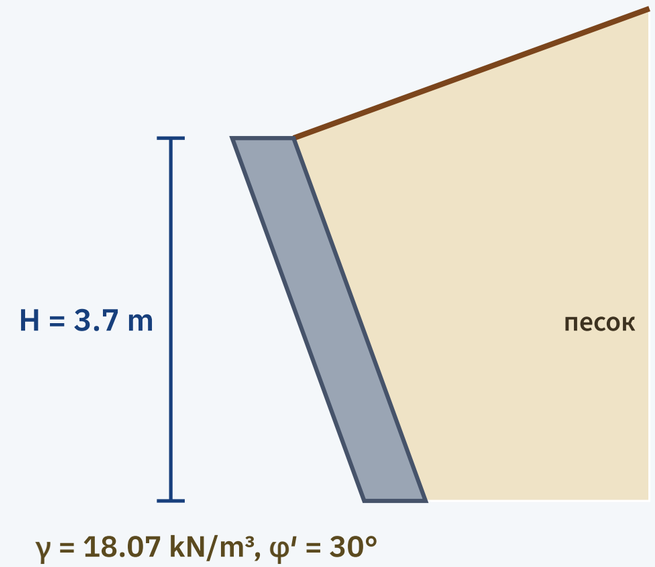
ПРИМЕР

Дано

Стена	**без трения; грань наклонена от вертикали на $\theta = +20^\circ$; $H = 3.658$ m (12 ft)**
Насыпной грунт	**сухой песок: $\gamma = 18.07$ kN/m^3 (115 pcf), $\varphi' = 30^\circ$; уклон поверхности $\alpha = +20^\circ$**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

ψ_a, $K_{a(R)}$, P_a, β, η и высота приложения. Модуль открывается с этой стены.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Вспомогательный угол и ψ_a

$$\sin^{-1}\frac{\sin 20^\circ}{\sin 30^\circ} = 43.16^\circ$$

$$\psi_a = 43.16^\circ - 20^\circ + 2(20^\circ) = \mathbf{63.16^\circ}$$

2 Коэффициент $K_{a(R)}$

$$\sqrt{1+\sin^2 30^\circ - 2\sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = 0.8936 \qquad \cos^2 20^\circ = 0.8830$$

$$\sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ} = 0.3647$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos 0^\circ\,(0.8936)}{0.8830\,(0.9397 + 0.3647)} = \mathbf{0.776}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Сила и положение

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(0.7758) = \mathbf{93.79}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.219}\ \text{m}$$

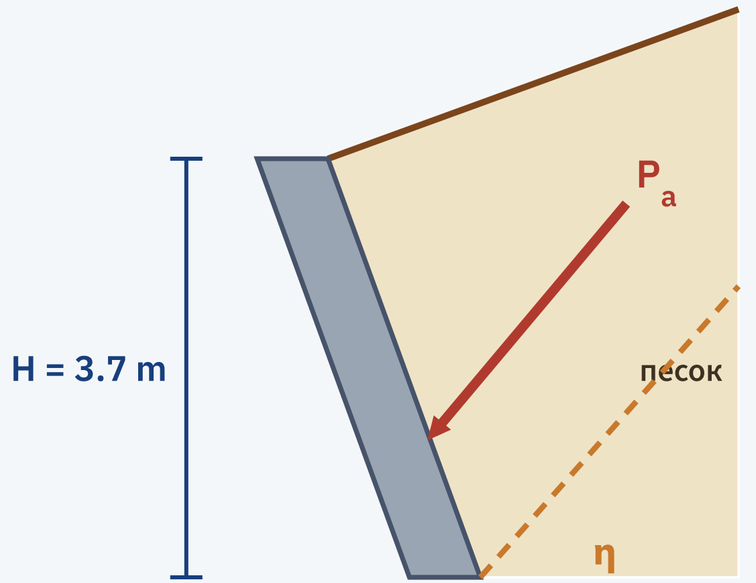
4 Простирание β и угол призмы η

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\sin 30^\circ \sin 63.16^\circ}{1 - \sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = \mathbf{29.95}^\circ\ (\approx 30^\circ)$$

$$\eta = 45^\circ + 15^\circ + 10^\circ - \tfrac{1}{2}(43.16^\circ) = \mathbf{48.42}^\circ$$

5 Составляющие (перпендикулярно и параллельно грани)

$$N = P_a \cos\beta = 81.27 \qquad T = P_a \sin\beta = 46.83\ \text{kN/m}$$



P_a = **93.79 kN/m** (6,424 lb/ft в единицах США), под углом **30.0°** к нормали к грани стены, на высоте H/3 = 1.22 m над основанием.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

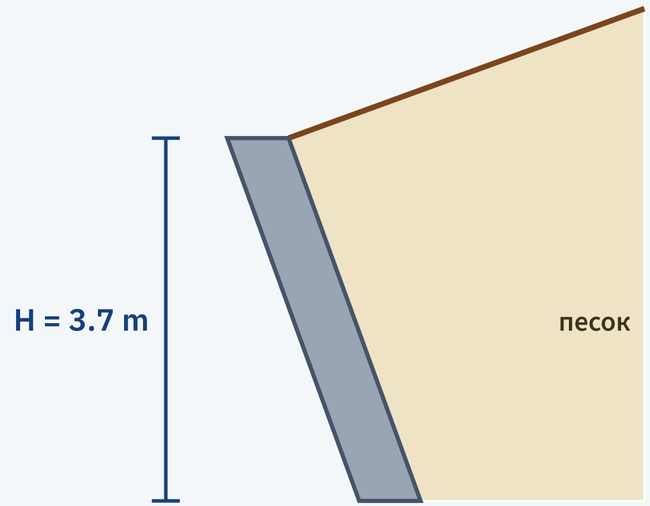
ПРИМЕР

Дано

Стена и засыпка	**Стена и засыпка в Примере 4:** $\theta = +20^\circ,\ \alpha = +20^\circ,\ \varphi' = 30^\circ,\ \gamma = 18.07\ \text{kN/m}^3,\ H = 3.658\ \text{m}$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

ψ_p, **$K_{p(R)}$**, **P_p**, **β** и **η**; сравнение с активным случаем.



γ = 18.07 kN/m³, φ′ = 30° (пассивное давление)

Решение

РЕШЕНИЕ

1 ψ_p и $K_{p(R)}$

$$\psi_p = 43.16^\circ + 20^\circ - 2(20^\circ) = \mathbf{23.16^\circ}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos 0^\circ \sqrt{1 + \sin^2 30^\circ + 2 \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ}}{\cos^2 20^\circ \left(\cos 20^\circ - \sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ}\right)} = \mathbf{2.901}$$

2 Сила, направление и угол призмы обрушения

$$P_p = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(2.9010) = \mathbf{350.7}\ \text{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\sin 30^\circ \sin 23.16^\circ}{1 + \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ} = \mathbf{7.67^\circ} \qquad \eta = \mathbf{61.58^\circ}$$

P_p = **350.7 kN/m**, β = 7.7°; активная сила для той же стены составляла 93.79 kN/m (отношение 3.7). При пассивном давлении сила почти перпендикулярна грани (β мало), при активном же она наклонена под углом ~30°.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Как угол наклона грани стены θ изменяет силу?

ТЕОРИЯ

Если наклон засыпки оставить постоянным (α = 20°, φ′ = 30°) и повернуть только грань стены, изменятся $K_{a(R)}$ и β:

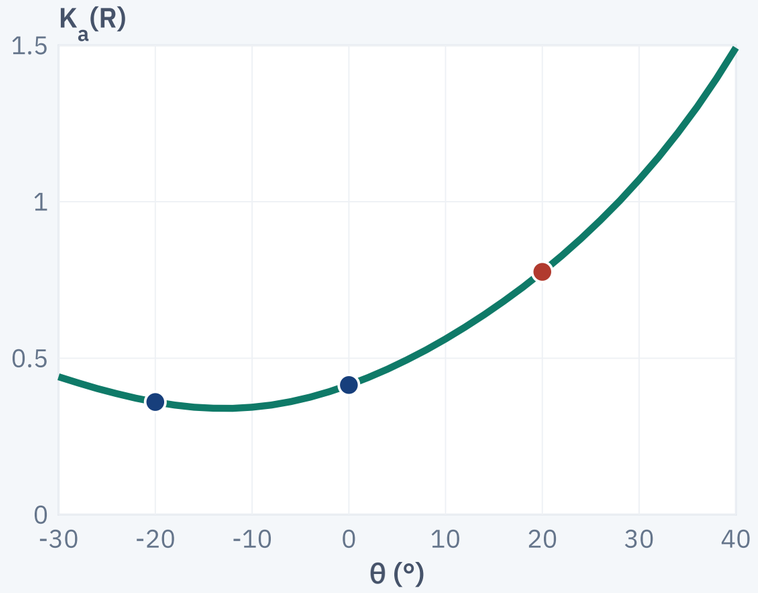
θ	$K_{a(R)}$	β
−20°	0.360	-15.5°
0°	0.414	20.0°
+20°	0.776	30.0°

Если θ положительно (грань наклонена над засыпкой), засыпка располагается над гранью стены и сила возрастает; при отрицательном θ — уменьшается.

При θ = 0 и α = 20° β = α = 20°: сила параллельна поверхности.

$K_{(R)}$ включает сразу обе составляющие силы — **параллельную и перпендикулярную** грани; для одной лишь горизонтальной составляющей принимается P cos(β + θ).

$K_{a(R)}$ – θ (α = 20°, φ′ = 30°)



Mazindrani и Ganjali (1997)

ТЕОРИЯ

Активное давление на глубине для грунта c′–φ′ с поверхностью, наклонённой под углом α, за вертикальной гладкой стеной (без трения):

$$\sigma'_a = \gamma z\, K'_a \cos\alpha \qquad r = \frac{c'}{\gamma z}$$

$$K'_a = \frac{2\cos^2\alpha + 2r\cos\varphi'\sin\varphi' - \sqrt{D}}{\cos^2\varphi'} - 1$$

$$D = 4\cos^2\alpha\left(\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'\right) + 4r^2\cos^2\varphi' + 8r\cos^2\alpha\sin\varphi'\cos\varphi'$$

$$z_c = \frac{2c'}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'}}$$

K′$_a$ зависит от глубины через c′/γz: давление **нелинейно**; выше поверхности грунта оно отрицательно, а глубина трещины отрыва z_c не зависит от наклона.

В пассивном случае знак перед корнем становится +. α = 0 → Rankine (σ′$_a$ = K_aγz − 2c′√K_a); c′ = 0 → ур. 1.

В расчёте с трещиной интегрируется часть ниже z_c, без трещины — вся высота; справедливо только при θ = 0.

ДАВЛЕНИЕ, ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПОВЕРХНОСТИ

Как и в несвязном грунте, давление действует **параллельно** поверхности, то есть под углом α к горизонту; составляющая силы, перпендикулярная лицевой грани стены, равна P cos α.

Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ **m, вертикальная, без трения**
Насыпной грунт	$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 25°$, $c' = 10$ **kPa; наклон поверхности** $\alpha = 10°$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

z_c, давление у основания, P_a с трещиной и без трещины и высота приложения; сравнение с горизонтальной засыпкой.

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

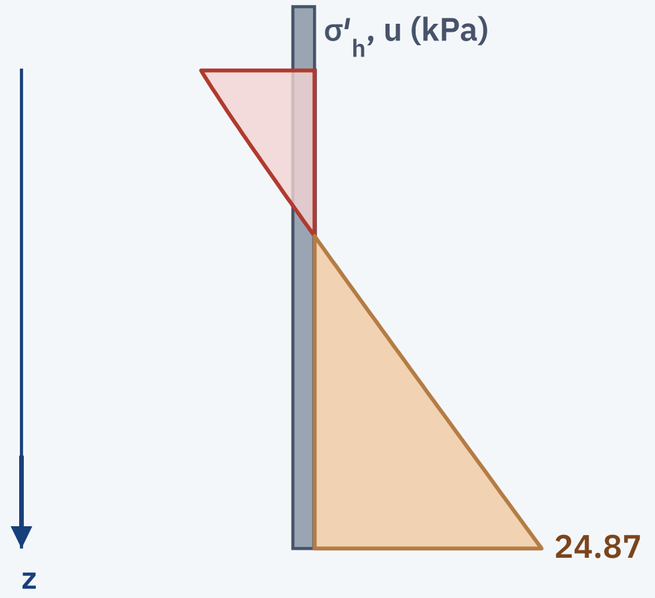
1 Глубина зоны растяжения (не зависит от уклона)

$$z_c = \frac{2(10)}{18}\sqrt{\frac{1+\sin 25^\circ}{1-\sin 25^\circ}} = 1.111(1.5697) = \mathbf{1.744}\ \text{m}$$

2 В основании (z = 5 m): r = c′/γz = 10/(18·5) = 0.1111

$$D = 0.9467 \qquad K_a' = 0.2806$$

$$\sigma_a'(5) = \gamma z K_a' \cos\alpha = 18(5)(0.2806)\cos 10^\circ = \mathbf{24.87}\ \text{kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Сила при наличии трещины (площадь криволинейной эпюры от z_c до H, численное интегрирование)

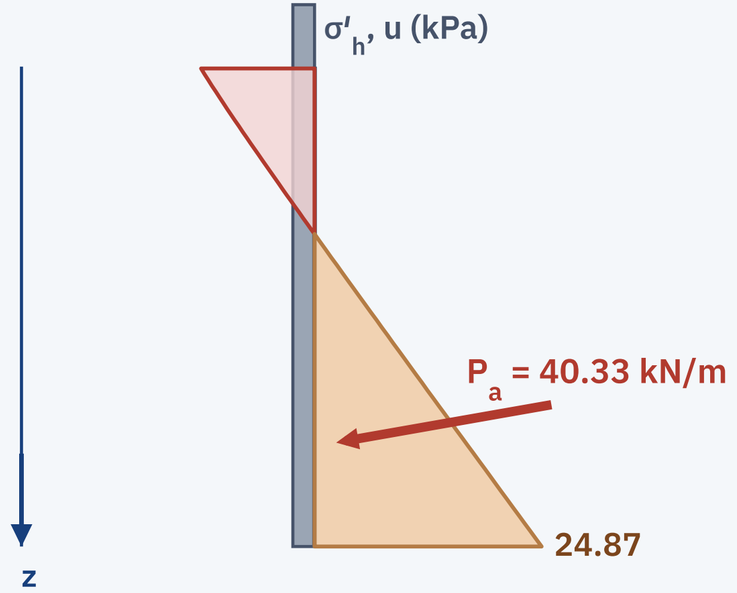
$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma'_a \, dz = \mathbf{40.33}\ \text{kN/m (параллельно поверхности, 10°)}$$

$$\bar{z} = 1.08\ \text{m (от подошвы)}$$

4 Сравнение

без трещины: $P_a = 29.16$ kN/m

горизонтальная засыпка: $P_a = \frac{1}{2}(23.79)(3.256) = 38.72$ kN/m



Сила с трещиной составляет **40.33 kN/m**, что на 38% больше, чем без трещины; по сравнению с горизонтальной засыпкой (38.72 kN/m) уклон увеличил силу на 4%. Значение с трещиной является расчётным.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Слои, параллельные поверхности

ТЕОРИЯ

Если засыпка состоит из слоёв, **параллельных поверхности** (вертикальная скважина за стеной везде пересекает слои одинаковой толщины), каждый слой оценивается со своими γ, φ′ и c′ под весом вышележащего грунта $\sigma'_v = \Sigma \gamma_i h_i$:

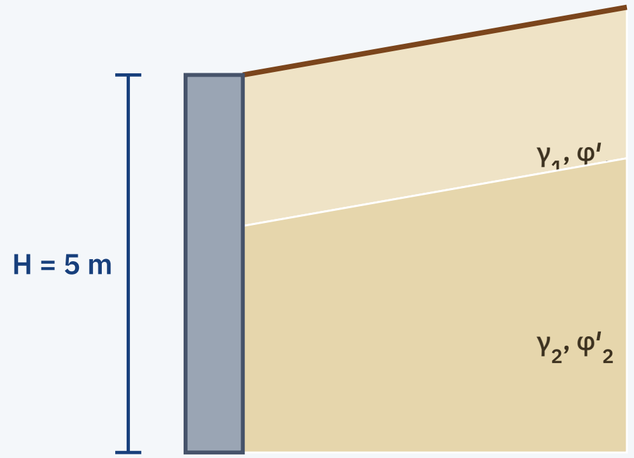
$$\sigma' = \sigma'_v \frac{K_{(R)} \cos\theta}{1 + \tan\theta \tan\alpha} \qquad \theta = 0 : \ \sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$$

Поскольку на границе слоёв K изменяется, давление **изменяется скачком**; сила каждого слоя раскладывается на составляющие: N_i — перпендикулярную грани стены и T_i — параллельную ей; $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$, $\beta = \tan^{-1}(T/N)$.

Пригрузка q добавляется к σ'_v как слой с весом q/cos α на поверхности; ниже уровня **воды** используется γ′, а u действует перпендикулярно стене.

Это — расширение модулем решений Chu и Mazindrani–Ganjali на слоистые грунты (замкнутого решения для слоистого случая в литературе нет); для одного слоя он воспроизводит решение в замкнутом виде с точностью до 10^{-8}.

СЛОИ, ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ



Условие

ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ **m, вертикальная, без трения**
Насыпной грунт	**уклон поверхности грунта** $\alpha = 10^\circ$**; два слоя, параллельных поверхности (вертикальная толщина)**
Слой 1 (2 m)	$\gamma = 17$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$
Слой 2 (3 m)	$\gamma = 19$ kN/m^3, $\varphi' = 35^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

В каждом слое давления, **P**, **N**, **T** и высота приложения равнодействующей.

Решение (1/2)

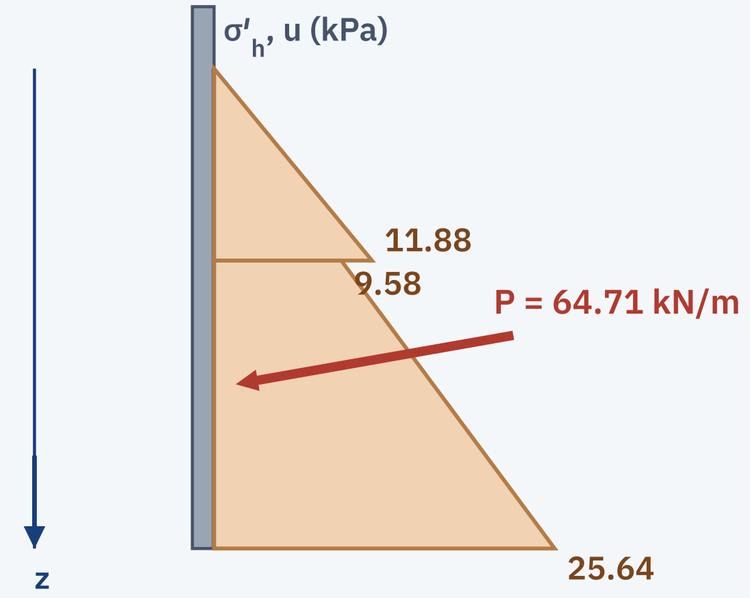
РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (α = 10°)

$$K_1(30^\circ) = \mathbf{0.3495}$$
$$K_2(35^\circ) = \mathbf{0.2818}$$

2 Вертикальные напряжения: на границе 17(2) = 34; на подошве 34 + 19(3) = 91 kPa

$$\sigma'_1 = 0.3495(34) = \mathbf{11.88}\ \text{kPa (вверху)}$$
$$\sigma'_2 = 0.2818(34) = \mathbf{9.58}\ \text{kPa (внизу)}$$
$$\sigma'(5) = 0.2818(91) = \mathbf{25.64}\ \text{kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Силы (параллельно поверхности): верхний треугольник · нижний прямоугольник · нижний треугольник

$$P = \tfrac{1}{2}(2)(11.88) + 3(9.58) + \tfrac{1}{2}(3)(16.06) = 11.88 + 28.74 + 24.09 = \mathbf{64.71}\ \text{kN/m}$$

4 Составляющие и высота приложения силы

$$N = P\cos 10^\circ = 63.73 \qquad T = P\sin 10^\circ = 11.24\ \text{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1}(T/N) = 10^\circ \qquad \bar{z} = \mathbf{1.71}\ \text{m}$$

P = **64.71 kN/m**, N = 63.73 kN/m по нормали к грани стены; на 1.71 m выше подошвы. На границе слоёв давление **снижается** (11.88 → 9.58 kPa), поскольку значение φ′ нижележащего слоя больше; σ'_v же непрерывно.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие устойчивости откоса

ТЕОРИЯ

Недренированная глина ($\varphi_u = 0$, c_u, полные напряжения) описывается тем же соотношением; принимается $\varphi' = 0$ и $c' = c_u$:

$$K'_a = 2\cos^2\alpha - 2\sqrt{r^2 - \sin^2\alpha\cos^2\alpha} - 1 \qquad r = \frac{c_u}{\gamma z}$$

Решение существует, **только пока откос сохраняет устойчивость**: касательное напряжение на плоскостях, параллельных поверхности, не может превышать сцепление:

$$\tau = \gamma z \sin\alpha\cos\alpha \le c_u \;\Rightarrow\; z_{max} = \frac{c_u}{\gamma \sin\alpha\cos\alpha} \qquad z_c = \frac{2c_u}{\gamma}$$

Модуль проверяет это условие до подошвы стены; если стена выше z_{max}, расчёт останавливается.

При $\alpha = 0$ $\sigma_a = \gamma z - 2c_u$, глубина трещины отрыва $2c_u/\gamma$.

ПОЧЕМУ СУЩЕСТВУЕТ ПРЕДЕЛ?

Под наклонной поверхностью касательное напряжение на каждой плоскости, параллельной поверхности, возрастает с глубиной; глина может воспринимать это напряжение только до c_u. На большей глубине откос сползает под действием собственного веса.

Условие

ПРИМЕР

Дано

Насыпной грунт	**насыщенная глина, недренированные условия:** $\gamma = 18$ kN/m^3, $c_u = 20$ **kPa; уклон поверхности** $\alpha = 15^\circ$
Стена	$H = 4$ **m (и 5 m), вертикальная, без трения**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

z_{max}, z_c, давление у основания и P_a с трещиной; что происходит при H = 5 m?

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Предел устойчивости и глубина зоны растяжения

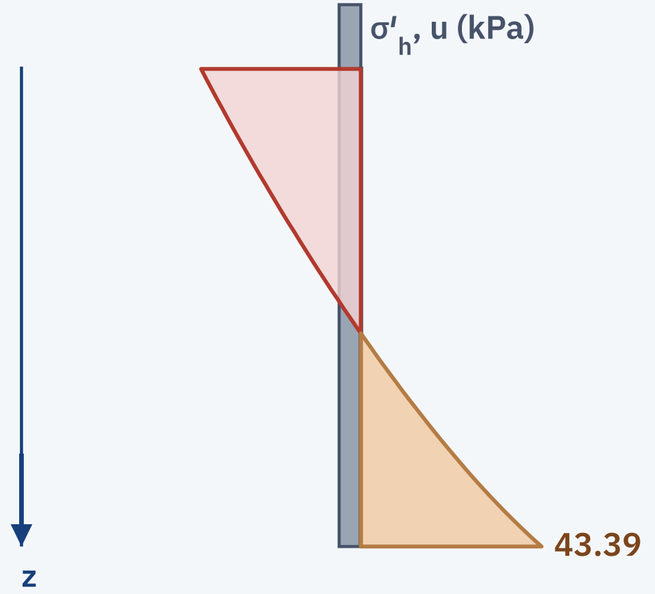
$$z_{max} = \frac{20}{18 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \mathbf{4.44}\ \text{m}$$

$$z_c = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{40}{18} = \mathbf{2.22}\ \text{m}$$

2 H = 4 m: τ(4) = 18(4) sin15° cos15° = 18.0 ≤ 20 kPa: откос устойчив; у основания r = 20/(18·4) = 0.2778

$$K_a' = 2\cos^2 15^\circ - 2\sqrt{r^2 - \sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ} - 1 = 0.6239$$

$$\sigma_a(4) = \gamma z K_a' \cos\alpha = 18(4)(0.6239)\cos 15^\circ = \mathbf{43.39}\ \text{kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Сила с учётом трещины (от z_c до 4 m)

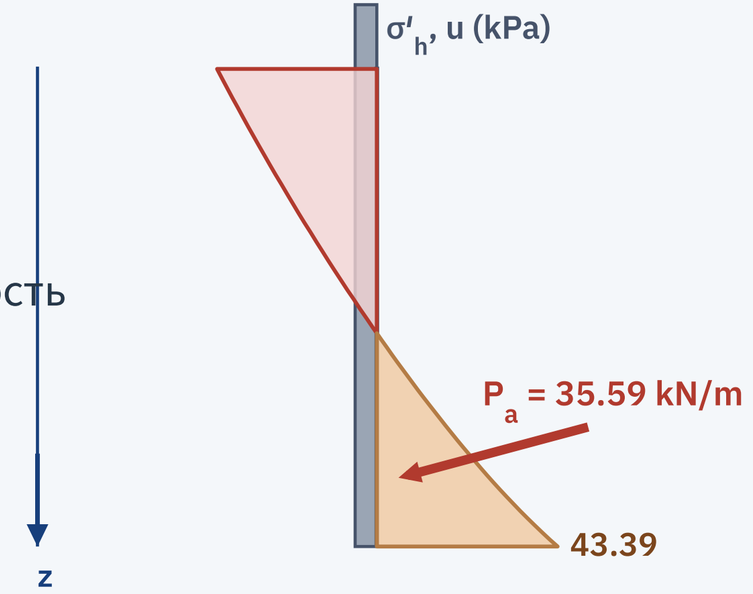
$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma_a \, dz = \mathbf{35.59}\ \text{kN/m (15° к горизонту)}$$

$\bar{z} = 0.57$ m без трещины: $P_a = -9.37$ kN/m

4 H = 5 m: τ(5) = 22.5 kPa > c_u = 20 kPa

$$\tau(5) = 18(5)\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 22.5 > c_u \ \Rightarrow$$ откос теряет устойчивость

При H = 4 m P_a с учётом трещины отрыва составляет **35.59 kN/m**; без трещины сила отрицательна (−9.37 kN/m), т. е. допущение о трещине является определяющим. Так как z_{max} = 4.44 m, для стены высотой 5 m решения нет.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Объём решения

ТЕОРИЯ

Стена принимается гладкой (без трения); в решении Chu давление задаётся под углом β к нормали к стене (β следует только из собственного напряжённого состояния грунта, а не из трения стены о грунт). Для стены с трением см. модуль Coulomb.

Засыпка — плоская поверхность с односторонним уклоном; слои параллельны поверхности. Изменение уклона поверхности, уступы или ломаная поверхность в этом решении не рассматриваются.

Связная засыпка приводится по Mazindrani–Ganjali только для вертикальной стены (θ = 0); трещина растяжения принимается до глубины z_c, трещину, заполненную водой, следует рассматривать отдельно.

Геометрия: грань стены и поверхность должны пересекаться под углом не менее 15° ($|\alpha - \theta| \leq 75°$); в противном случае давление на грань — это не боковое давление грунта, а вес вышележащего грунта.

Землетрясение и **трение грунта о стену** выходят за рамки этого модуля (Mononobe–Okabe, Coulomb).

Резюме

Главное

Засыпка с уклоном ($\alpha \le \varphi'$): давление направлено **параллельно** поверхности, $K_a = \cos\alpha\,(\cos\alpha - r)/(\cos\alpha + r)$, K_p — с обратным знаком; $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$ приложена на $H/3$ от подошвы, под углом α к горизонту

$K_aK_p = \cos^2\alpha$; с ростом α K_a увеличивается, а K_p уменьшается; при $\alpha = \varphi'$ оба равны $\cos\varphi'$, а при $\alpha > \varphi'$ решения нет

Chu (1991): $\psi_a = \sin^{-1}(\sin\alpha/\sin\varphi') - \alpha + 2\theta$; $K_{a(R)}$, β и η в замкнутом виде; сила наклонена на угол β от нормали к грани

Наклон стены θ: если он положителен, сила возрастает, если отрицателен — уменьшается; для пассивного давления $\psi_p = \sin^{-1}(\ldots) + \alpha - 2\theta$

В **связной** засыпке K'_a зависит от глубины, эпюра криволинейна; $z_c = (2c'/\gamma)\sqrt{((1+\sin\varphi')/(1-\sin\varphi'))}$ не зависит от уклона; определяющей является сила с учётом трещины

Слоистая засыпка: $\sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$; скачок на границе, $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$

Недренированная глина: если превышено $z_{max} = c_u/(\gamma \sin\alpha \cos\alpha)$, откос обрушивается под собственным весом, решения не существует

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Chu, S.C. (1991). Rankine analysis of active and passive pressures on dry sands. Soils and Foundations, 31(4), 115–120.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Mazindrani, Z.H. and Ganjali, M.H. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 123(2), 110–112.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Модуль открывается со стеной из Примера 4 (H = 3.658 m, γ = 18.07 kN/m³).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva наклон собственной стены, уклон засыпки, слои и грунтовые воды; модуль выдаёт силу, её направление и высоту приложения одновременно.

Открыть модуль →

Страница теории →

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.