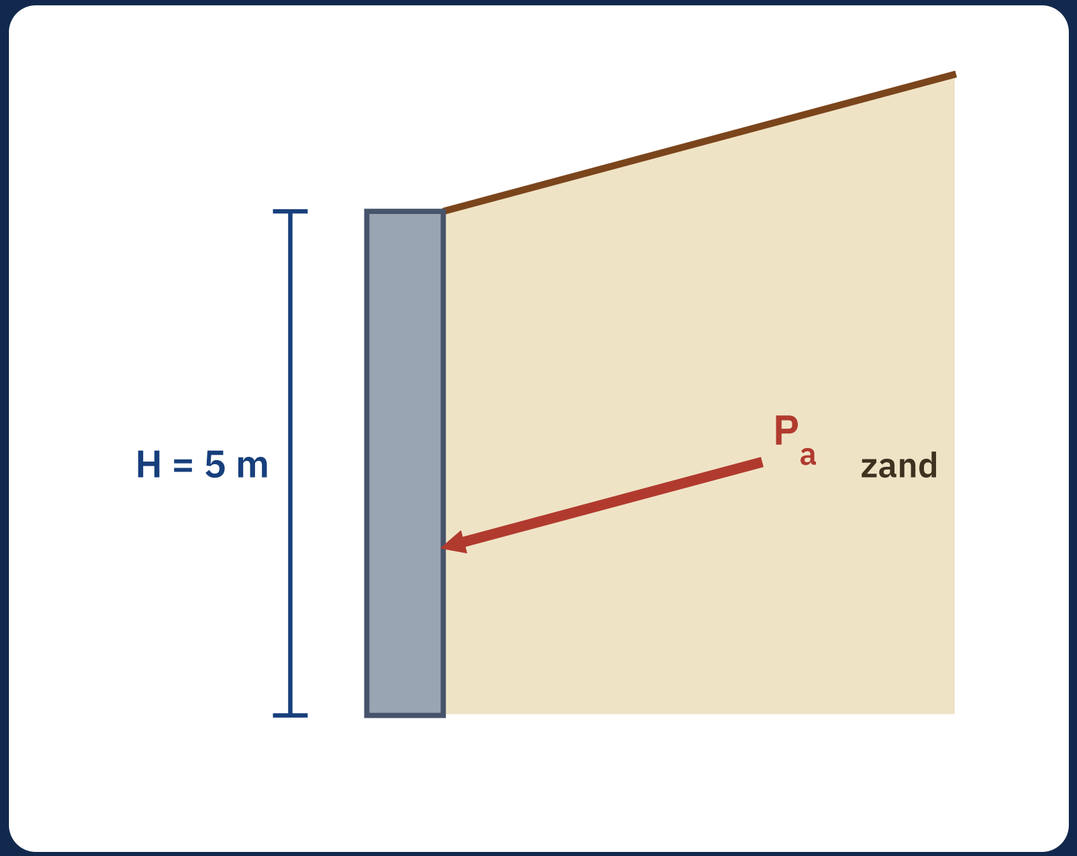
Geotechnisch college · Horizontale gronddruk

Rankine: hellende aanvulling en hellende wand

College: de oplossing volgens Rankine wanneer het aanvullingsoppervlak helt of het wandvlak helt; druk evenwijdig aan het oppervlak, K-coëfficiënten, cohesieve en gelaagde aanvulling; rekenvoorbeelden bij elk onderwerp.

- Hellende aanvulling
- Actief en passief
- Hellende wand · Chu (1991)
- Samenhangende aanvulling
- Gelaagde aanvulling



Inleiding

Wat leren we in dit college?

- Dat bij een hellend maaiveld van de aanvulling de druk **evenwijdig aan het maaiveld** is, en waarom K_a en K_p met α veranderen
- Het verband $K_a K_p = \cos^2\alpha$ en de grens **$\alpha \leq \varphi'$**
- De oplossing van **Chu (1991)** voor een hellende wand + hellend aanvulmateriaal: ψ, $K_{(R)}$, β en η
- Het bepalen van de **grootte, de richting (β) en de aangrijpingsplaats** van de kracht; het scheiden van de horizontale en verticale componenten
- Bij samenhangende aanvulling: het gebogen drukdiagram, de trekhouderdiepte en, **in ongedraineerde klei**, de stabiliteitsvoorwaarde van het talud
- Dat elke laag in lagen evenwijdig aan het maaiveld zijn eigen K gebruikt

COLLEGESTRUCTUUR

Elk onderwerp wordt in **drie stappen** behandeld:

1 · **Theorie**: wat is de regel, waarom is dat zo?

2 · **Opgave**: gegeven en gevraagd

3 · **Oplossing**: stap voor stap, met getallen

De krachten zijn per strekkende meter wand (kN/m); α en θ in graden, drukken in kPa. De wand is wrijvingsloos.

De druk is evenwijdig aan het oppervlak

THEORIE

Als het oppervlak van de niet-samenhangende aanvulling achter de muur een hoek α met de horizontaal maakt, zijn de Rankine-drukken niet langer horizontaal: ze werken **evenwijdig aan het oppervlak**, dus onder een hoek α, en nemen nog steeds lineair met de diepte toe:

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

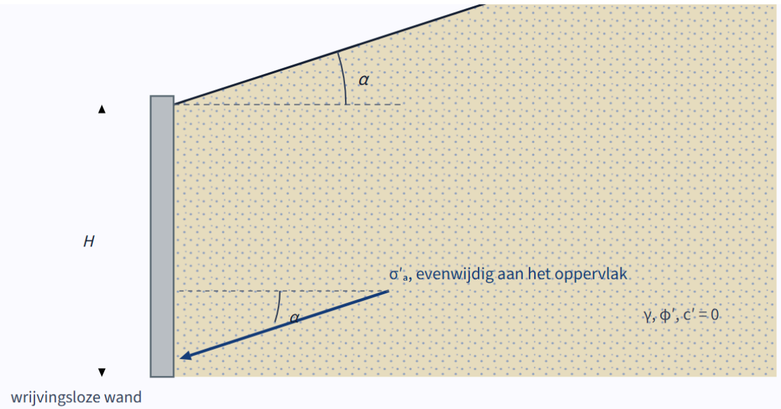
$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

Beide krachten grijpen **H/3** boven de basis aan en maken een hoek α met de horizontaal: $P_h = P \cos\alpha$, $P_v = P \sin\alpha$.

Voor α = 0 reduceren de vergelijkingen tot $\tan^2(45° \mp \varphi'/2)$.

Het product is $\mathbf{K_a K_p = \cos^2\alpha}$; bij α = 0 is dit 1.

HELLENDE AANVULLING



K_a en K_p – α en φ′

THEORIE

ACTIEVE K_a

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	0.3610	0.3333	0.3073	0.2827	0.2596	0.2379	0.2174
5°	0.3656	0.3372	0.3105	0.2855	0.2620	0.2399	0.2192
10°	0.3802	0.3495	0.3210	0.2944	0.2696	0.2464	0.2247
15°	0.4086	0.3729	0.3405	0.3108	0.2834	0.2581	0.2346
20°	0.4605	0.4142	0.3739	0.3381	0.3060	0.2769	0.2504
25°	0.5727	0.4936	0.4336	0.3847	0.3431	0.3070	0.2750

PASSIEVE K_p

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	2.770	3.000	3.255	3.537	3.852	4.204	4.599
5°	2.715	2.943	3.196	3.476	3.788	4.136	4.527
10°	2.551	2.775	3.022	3.295	3.598	3.936	4.316
15°	2.284	2.502	2.740	3.002	3.293	3.615	3.977
20°	1.918	2.132	2.362	2.612	2.886	3.189	3.526
25°	1.434	1.664	1.894	2.135	2.394	2.676	2.987

Opgave

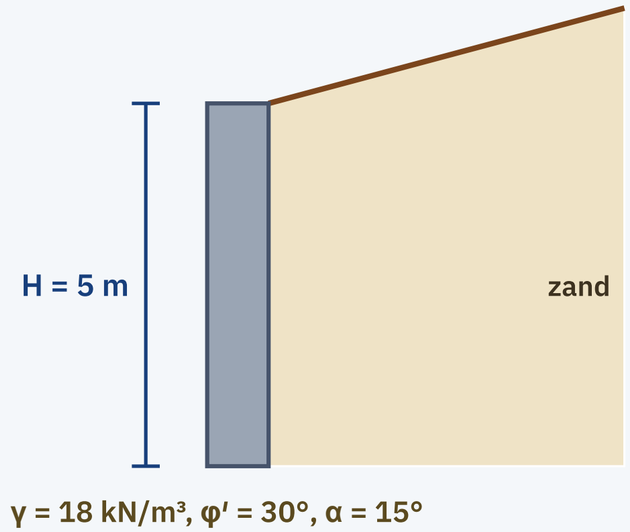
VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, verticaal, wrijvingsloos**
Ophoging	**droog zand:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$, **maaiveldhelling** $\alpha = 15°$

GEVRAAGD

K_a, **P_a**, de hoogte en richting van de aangrijpingslijn; horizontale en verticale component; vergelijking met een horizontale aanvulling.



Oplossing

OPLOSSING

1 Coëfficiënt: cos 15° = 0.9659; √(cos²α − cos²φ′) = √(0.9330 − 0.75) = 0.4278

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - r}{\cos\alpha + r} = 0.9659 \frac{0.5381}{1.3937} = \mathbf{0.3729}$$

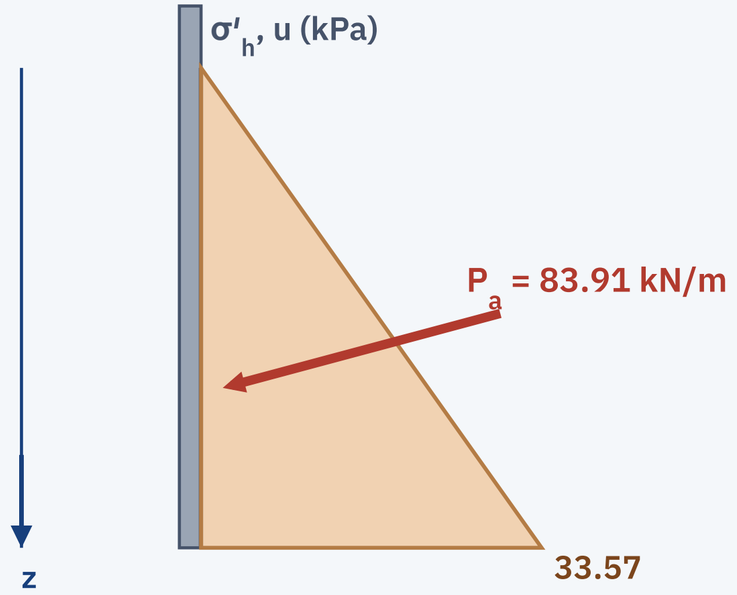
2 Druk aan de basis (evenwijdig aan het oppervlak)

$$\sigma'_a(5) = K_a \gamma H = 0.3729(18)(5) = \mathbf{33.57}\ \text{kPa}$$

3 Kracht, aangrijpingspunt en componenten

$$P_a = \tfrac{1}{2}(33.57)(5) = \mathbf{83.91}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

$$P_h = P_a \cos 15^\circ = 81.05 \qquad P_v = P_a \sin 15^\circ = 21.72\ \text{kN/m}$$



P_a = **83.91 kN/m**, onder 15° met de horizontaal, 1.67 m boven de zool. Bij horizontale aanvulling was P_a = 75.00 kN/m: de helling vergroot de kracht met 12%.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

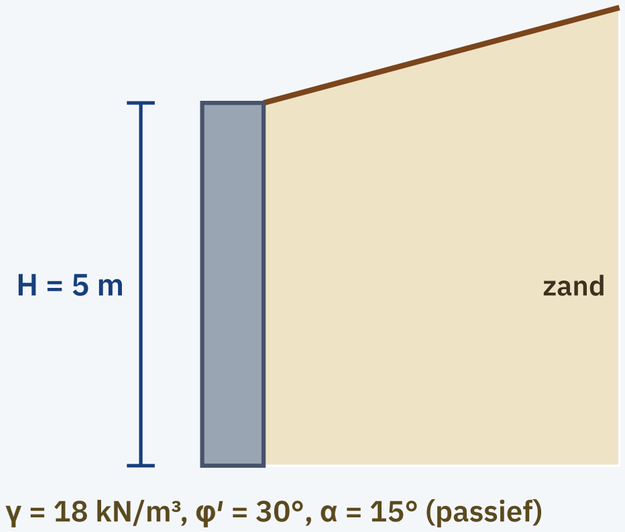
VOORBEELD

GEVRAAGD

K_p, **P_p** en hun componenten; vergelijking met de passieve kracht bij horizontale aanvulling.

Gegeven

Wand en aanvulling	**De keermuur en aanvulling van Voorbeeld 1:** $H = 5$ **m,** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30^\circ$, $\alpha = 15^\circ$



Oplossing

OPLOSSING

1 Coëfficiënt (r = 0.4278)

$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + r}{\cos\alpha - r} = 0.9659 \frac{1.3937}{0.5381} = \mathbf{2.5017}$$

2 Druk aan de basis en kracht

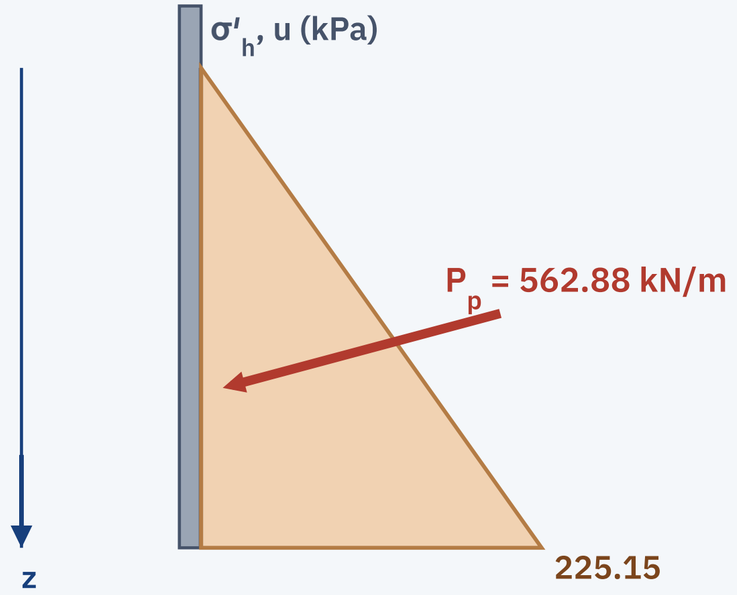
$$\sigma'_p(5) = K_p \gamma H = 2.5017(18)(5) = 225.15 \text{ kPa}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}(225.15)(5) = \mathbf{562.9} \text{ kN/m} \qquad \bar{z} = 1.67 \text{ m}$$

3 Componenten (15° met de horizontaal)

$$P_h = P_p \cos 15^\circ = 543.7 \qquad P_v = P_p \sin 15^\circ = 145.7 \text{ kN/m}$$

P_p = **562.9 kN/m**. Bij een horizontale aanvulling was dit 675.0 kN/m: de helling **verkleint** de passieve weerstand met 17% (terwijl de actieve kracht toeneemt). Aan de toets $K_a K_p = 0.9330 = \cos^2 15°$ wordt voldaan.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

voorwaarde α ≤ φ′

THEORIE

De worteluitdrukking is alleen reëel wanneer **cos²α ≥ cos²φ′**, dat wil zeggen α ≤ φ′: een talud steiler dan φ′ kan in niet-samenhangende grond niet standhouden. In de grenstoestand wordt de wortel nul en naderen beide coëfficiënten dezelfde waarde:

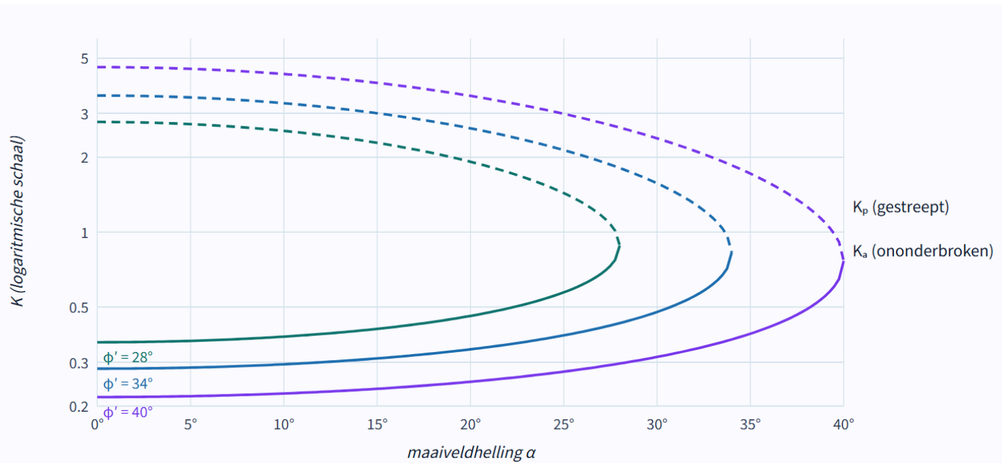
$$\alpha = \varphi' : \qquad K_a = K_p = \cos\varphi'$$

Naarmate α toeneemt, stijgt K_a en daalt K_p; beide vallen samen bij α = φ′ (de actieve en passieve toestand zijn dan niet meer te onderscheiden).

Dit is de toestand van de grond bij de natuurlijke taludhoek (storthelling): de aanvulling bevindt zich al op de grens van bezwijken en de verplaatsing van de muur verandert de druk niet.

Voor α > φ′ bestaat er geen oplossing; de module geeft een waarschuwing.

K – α (logaritmische schaal; φ′ = 28°, 34°, 40°)



Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Grond	**niet-samenhangend zand,** $\varphi' = 32^\circ$
Taluds	$\alpha = 0^\circ,\ 10^\circ,\ 20^\circ,\ 30^\circ,\ 32^\circ$ **(en** 33°**)**

GEVRAAGD

Voor elke helling K_a, K_p en hun producten; de waarde op de grens; het resultaat voor α = 33°.

Oplossing

OPLOSSING

1 Vergelijkingen voor elke helling (φ′ = 32°; cos 32° = 0.8480)

α	K_a	K_p	K_aK_p	$\cos^2\alpha$
0°	0.3073	3.255	1.0000	1.0000
10°	0.3210	3.022	0.9698	0.9698
20°	0.3739	2.362	0.8830	0.8830
30°	0.5741	1.306	0.7500	0.7500
32°	0.8480	0.848	0.7192	0.7192

2 Grens: α = φ′ = 32° en α = 33°

$$\alpha = 32^\circ : \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'} = 0 \Rightarrow K_a = K_p = \cos 32^\circ = \mathbf{0.8480}$$

$$\alpha = 33^\circ : \cos^2 33^\circ - \cos^2 32^\circ < 0 \Rightarrow \text{geen reële wortel}$$

Naarmate α toeneemt, gaat K_a van 0.307 → 0.574 en K_p van 3.25 → 1.306; bij elke α geldt $K_aK_p = \cos^2\alpha$. Bij α = φ′ = 32° worden beide gelijk aan cos φ′ = 0.848; voor α = 33° **is er geen oplossing** (vertikaal talud).

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Hellend wandvlak en hellend maaiveld: actief

THEORIE

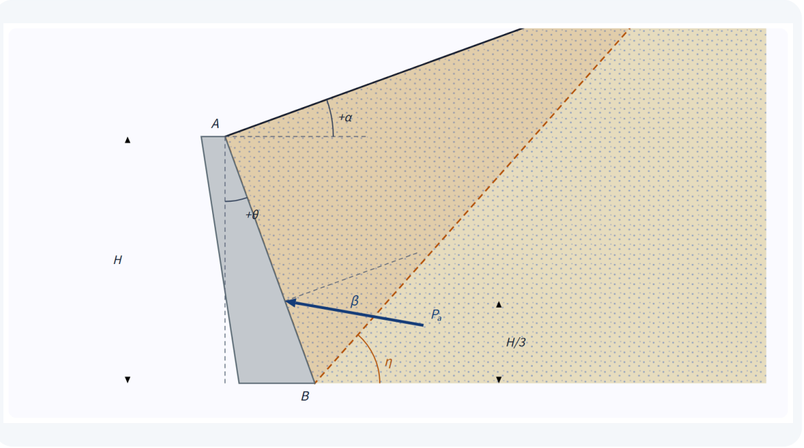
Als het wandfront θ uit de verticaal helt en het aanvullingsoppervlak α uit de horizontaal (beide positief zoals in de figuur; wandwrijving verwaarloosd), geeft de oplossing van Chu (1991) de **grootte en richting** van de kracht:

$$\psi_a = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} - \alpha + 2\theta$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' - 2\sin\varphi'\cos\psi_a}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_a}{1-\sin\varphi'\cos\psi_a}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'}$$



β: de hoek van de kracht ten opzichte van de normaal op het wandvlak; de kracht grijpt aan op **H/3** boven de basis. **η**: de hoek van het basisvlak BC van de glijwig met de horizontaal.

Voor θ = 0 reduceert dit tot de formule voor hellende aanvulling voor $K_{a(R)}$ (Verg. 1), en β reduceert tot α.

In het passieve geval wisselen de tekens

THEORIE

In het passieve geval veranderen de tekens voor dezelfde geometrie:

$$\psi_p = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} + \alpha - 2\theta \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_p}{1+\sin\varphi'\cos\psi_p}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' + 2\sin\varphi'\cos\psi_p}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} \qquad P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p(R)}$$

De kracht grijpt aan op H/3 boven de basis. Het wandvlak en het maaiveld snijden elkaar onder een hoek van 90° − |α − θ|; als deze hoek sluit, loopt de wand langs het talud en is de belasting op het wandvlak het gewicht van de bovenliggende grond; de module aanvaardt |α − θ| ≤ 75°.

Opgave

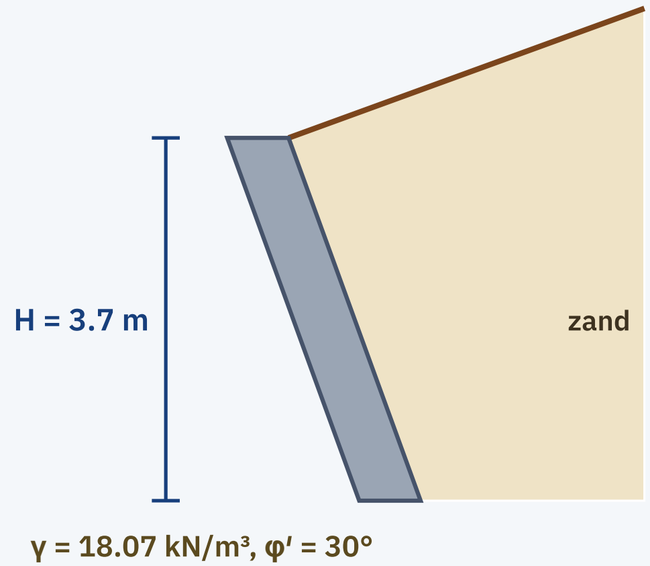
VOORBEELD

Gegeven

Wand	**wrijvingsloos; wand onder $\theta = +20^\circ$ hellend ten opzichte van de verticaal; $H = 3.658$ m (12 ft)**
Ophoging	**droog zand: $\gamma = 18.07\ \mathrm{kN/m^3}$ (115 pcf), $\varphi' = 30^\circ$; maaiveldhelling $\alpha = +20^\circ$**

GEVRAAGD

ψ_a, $K_{a(R)}$, P_a, β, η en de aangrijpingshoogte. De module opent met deze muur.



Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Hulphoek en ψ_a

$$\sin^{-1}\frac{\sin 20^\circ}{\sin 30^\circ} = 43.16^\circ$$

$$\psi_a = 43.16^\circ - 20^\circ + 2(20^\circ) = \mathbf{63.16^\circ}$$

2 Coëfficiënt $K_{a(R)}$

$$\sqrt{1 + \sin^2 30^\circ - 2\sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = 0.8936 \qquad \cos^2 20^\circ = 0.8830$$

$$\sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ} = 0.3647$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos 0^\circ\,(0.8936)}{0.8830\,(0.9397 + 0.3647)} = \mathbf{0.776}$$

Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Kracht en aangrijpingspunt

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(0.7758) = \mathbf{93.79}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{H}{3} = \mathbf{1.219}\ \mathrm{m}$$

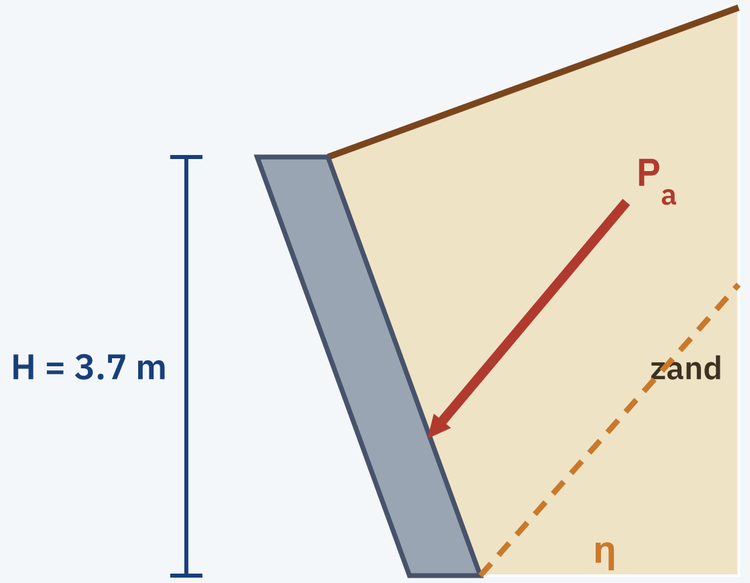
4 Strekkingsrichting β en wigkoppel η

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\sin 30^\circ \sin 63.16^\circ}{1 - \sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = \mathbf{29.95}^\circ\ (\approx 30^\circ)$$

$$\eta = 45^\circ + 15^\circ + 10^\circ - \tfrac{1}{2}(43.16^\circ) = \mathbf{48.42}^\circ$$

5 Componenten (loodrecht op en evenwijdig aan het front)

$$N = P_a \cos\beta = 81.27 \qquad T = P_a \sin\beta = 46.83\ \mathrm{kN/m}$$



P_a = **93.79 kN/m** (6,424 lb/ft in US eenheden), **30.0°** ten opzichte van de normaal op het wandvlak, op H/3 = 1.22 m boven de zool.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Opgave

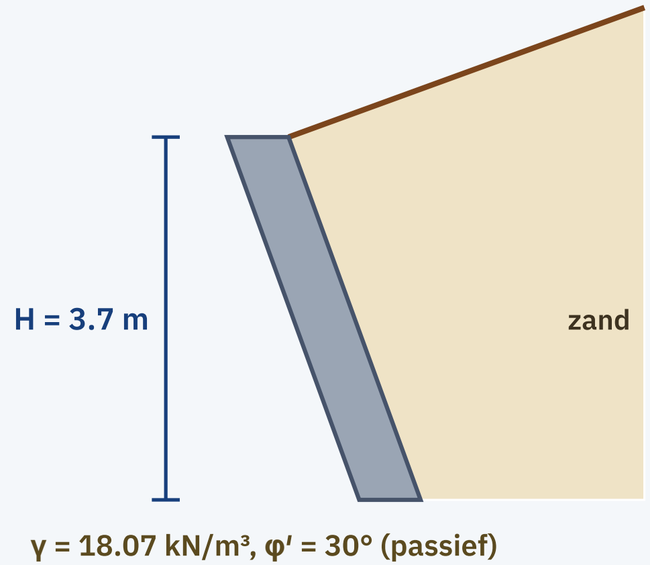
VOORBEELD

GEVRAAGD

ψ_p, $K_{p(R)}$, P_p, β en **η**; vergelijking met de actieve toestand.

Gegeven

Wand en aanvulling	**De wand en aanvulling in Voorbeeld 4:** $\theta = +20^\circ,\ \alpha = +20^\circ,\ \varphi' = 30^\circ,\ \gamma = 18.07\ \mathrm{kN/m^3},\ H = 3.658$ **m**



Oplossing

OPLOSSING

1 ψ_p en $K_{p(R)}$

$$\psi_p = 43.16^\circ + 20^\circ - 2(20^\circ) = \mathbf{23.16^\circ}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos 0^\circ \sqrt{1 + \sin^2 30^\circ + 2 \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ}}{\cos^2 20^\circ \left(\cos 20^\circ - \sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ}\right)} = \mathbf{2.901}$$

2 Kracht, richting en wighoek

$$P_p = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(2.9010) = \mathbf{350.7}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\sin 30^\circ \sin 23.16^\circ}{1 + \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ} = \mathbf{7.67^\circ} \qquad \eta = \mathbf{61.58^\circ}$$

P_p = **350.7 kN/m**, β = 7.7°; de actieve kracht van dezelfde wand was 93.79 kN/m (verhouding 3.7). Bij passieve druk staat de kracht bijna loodrecht op het wandoppervlak (β klein), bij actieve druk is deze ~30° hellend.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Hoe verandert de helling θ van het wandvlak de kracht?

THEORIE

Als de helling van de aanvulling constant wordt gehouden (α = 20°, φ′ = 30°) en alleen het wandvlak wordt gedraaid, veranderen $K_{a(R)}$ en β:

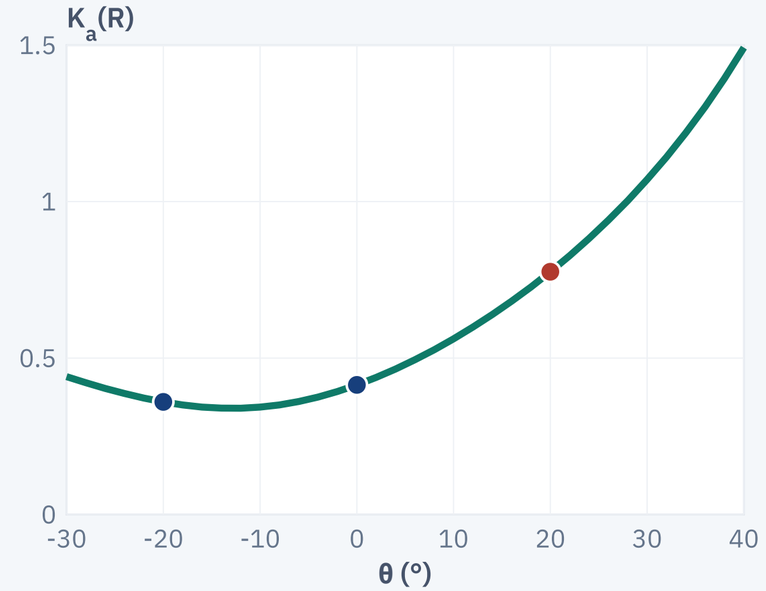
θ	$K_{a(R)}$	β
−20°	0.360	-15.5°
0°	0.414	20.0°
+20°	0.776	30.0°

Als θ positief is (het front leunt tegen de bovenzijde van de aanvulling), rust de aanvulling op de bovenzijde van het wandfront en neemt de kracht toe; bij een negatieve waarde neemt zij af.

Voor θ = 0 en α = 20° geldt β = α = 20°: de kracht is evenwijdig aan het oppervlak.

$K_{(R)}$ bevat samen de twee componenten van de kracht **evenwijdig en loodrecht** op het wandoppervlak; voor alleen de horizontale component wordt P cos(β + θ) genomen.

$K_{a(R)}$ – θ (α = 20°, φ′ = 30°)



Mazindrani en Ganjali (1997)

THEORIE

Voor een c′–φ′-grond met een onder hoek α hellend maaiveld achter een verticale, wrijvingsloze wand, de actieve druk op diepte:

$$\sigma'_a = \gamma z\, K'_a \cos\alpha \qquad r = \frac{c'}{\gamma z}$$

$$K'_a = \frac{2\cos^2\alpha + 2r\cos\varphi'\sin\varphi' - \sqrt{D}}{\cos^2\varphi'} - 1$$

$$D = 4\cos^2\alpha\left(\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'\right) + 4r^2\cos^2\varphi' + 8r\cos^2\alpha\sin\varphi'\cos\varphi'$$

$$z_c = \frac{2c'}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'}}$$

K'_a is via $c'/\gamma z$ van de diepte afhankelijk: de druk is **niet lineair**; boven het maaiveld is deze negatief, en de diepte van de trekscheur z_c is onafhankelijk van de helling.

In de passieve toestand wordt het teken vóór de wortel +. α = 0 → Rankine ($\sigma'_a = K_a\gamma z - 2c'\sqrt{K_a}$); c′ = 0 → Verg. 1.

In de berekening met scheuren wordt het deel onder z_c geïntegreerd; in de berekening zonder scheuren de volledige hoogte; alleen geldig voor θ = 0.

DRUK EVENWIJDIG AAN HET MAAIVELD

Zoals bij niet-samenhangende grond werkt de druk **evenwijdig** aan het oppervlak, dus onder een hoek α met de horizontaal; de component van de kracht loodrecht op het wandvlak is P cos α.

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, verticaal, wrijvingsloos**
Ophoging	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 25°,\ c' = 10$ **kPa; maaiveldhelling** $\alpha = 10°$

GEVRAAGD

$\mathbf{z_c}$, de druk aan de voet, $\mathbf{P_a}$ met en zonder scheur en de aangrijpingshoogte; vergelijking met horizontale aanvulling.

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

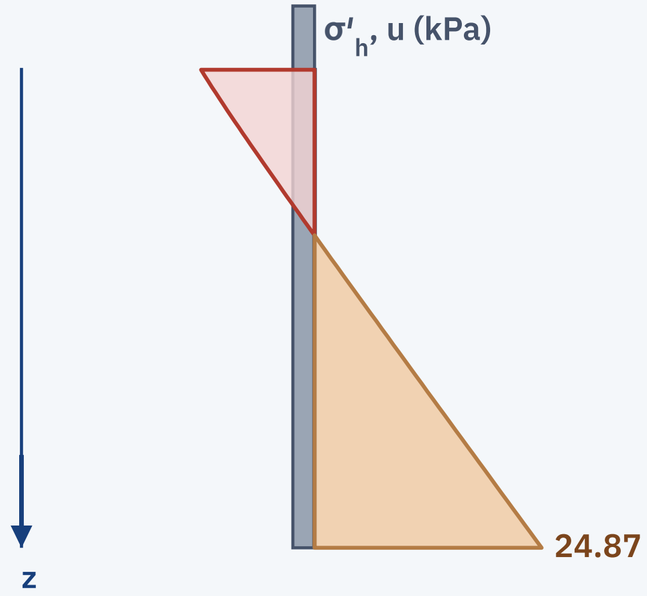
1 Trekscheurdiepte (onafhankelijk van de helling)

$$z_c = \frac{2(10)}{18}\sqrt{\frac{1+\sin 25^\circ}{1-\sin 25^\circ}} = 1.111(1.5697) = \mathbf{1.744}\ \text{m}$$

2 Aan de basis (z = 5 m): r = c′/γz = 10/(18·5) = 0.1111

$$D = 0.9467 \qquad K'_a = 0.2806$$

$$\sigma'_a(5) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(5)(0.2806)\cos 10^\circ = \mathbf{24.87}\ \text{kPa}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Scheurkracht (oppervlak van het gekromde diagram van z_c tot H, numerieke integratie)

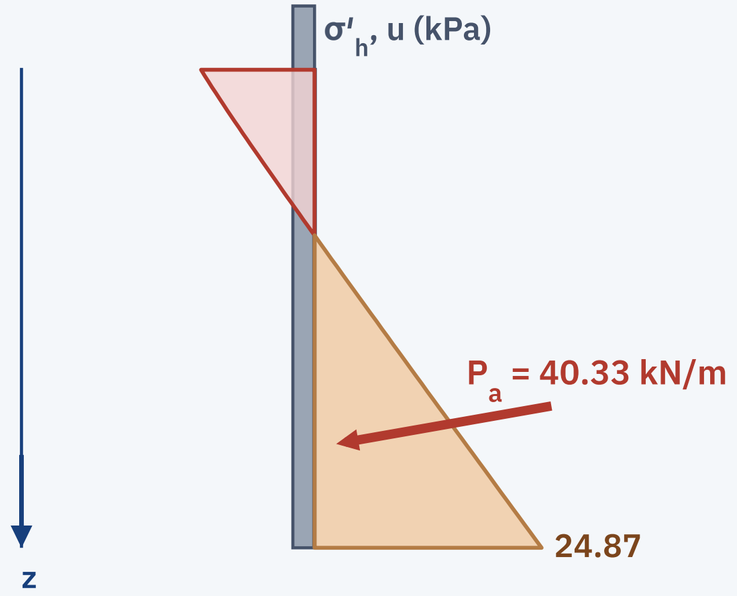
$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma'_a \, dz = \mathbf{40.33}\ \text{kN/m}\ (\text{evenwijdig aan het oppervlak, } 10^\circ)$$

$$\bar{z} = 1.08\ \text{m}\ (\text{vanaf de zool})$$

4 Vergelijking

$$\text{zonder scheur: } P_a = 29.16\ \text{kN/m}$$

$$\text{horizontale aanvulling: } P_a = \tfrac{1}{2}(23.79)(3.256) = 38.72\ \text{kN/m}$$



De kracht met scheur is **40.33 kN/m**, 38% groter dan zonder scheur; vergeleken met de horizontale aanvulling (38.72 kN/m) verhoogde de helling de kracht met 4%. De waarde met scheur is de rekenwaarde.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Lagen evenwijdig aan het oppervlak

THEORIE

Als de aanvulling uit **evenwijdig aan het maaiveld** liggende lagen bestaat (een verticale boring achter de muur doorsnijdt overal dezelfde dikten), wordt elke laag met haar eigen γ, φ′ en c′ onder het gewicht van de bovenliggende grond, $\sigma'_v = \Sigma \gamma_i h_i$, beschouwd:

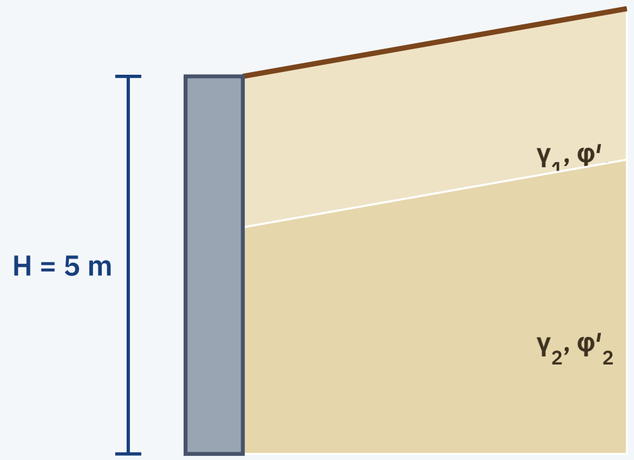
$$\sigma' = \sigma'_v \frac{K_{(R)} \cos\theta}{1 + \tan\theta \tan\alpha} \qquad \theta = 0 : \ \sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$$

Omdat K bij een laaggrens verandert, **springt** de druk; de kracht van elke laag wordt ontbonden in componenten N_i loodrecht en T_i evenwijdig aan het wandvlak; $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$, $\beta = \tan^{-1}(T/N)$.

Bovenbelasting q wordt aan σ'_v toegevoegd als een laag met gewicht q/cos α aan het oppervlak; onder de **water**stand wordt γ′ gebruikt, en u werkt loodrecht op de wand.

Dit is de uitbreiding door de module van de oplossingen van Chu en Mazindrani–Ganjali naar gelaagde grond (in de literatuur bestaat geen gesloten gelaagde oplossing); voor één laag reproduceert zij de gesloten oplossing tot binnen 10^{-8}.

LAGEN EVENWIJDIG AAN HET OPPERVLAK



Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Wand	$H = 5$ **m, verticaal, wrijvingsloos**
Ophoging	**helling van het maaiveld $\alpha = 10°$; twee lagen evenwijdig aan het oppervlak (verticale dikte)**
Laag 1 (2 m)	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$
Laag 2 (3 m)	$\gamma = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35°$

GEVRAAGD

In elke laag de drukken, **P**, **N**, **T** en de hoogte van de aangrijpingslijn.

Oplossing (1/2)

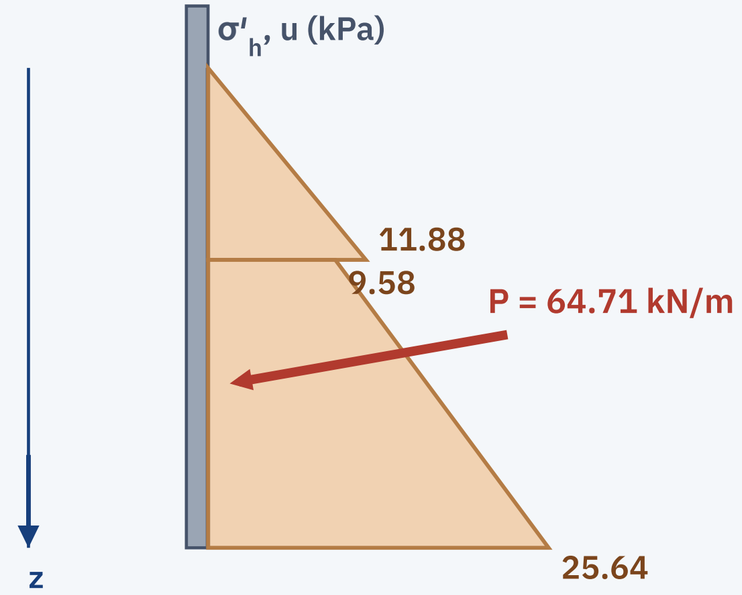
OPLOSSING

1 Coëfficiënten (α = 10°)

$$K_1(30^\circ) = \mathbf{0.3495}$$
$$K_2(35^\circ) = \mathbf{0.2818}$$

2 Verticale spanningen: aan de rand 17(2) = 34; aan de basis 34 + 19(3) = 91 kPa

$$\sigma_1' = 0.3495(34) = \mathbf{11.88}\ \text{kPa (boven)}$$
$$\sigma_2' = 0.2818(34) = \mathbf{9.58}\ \text{kPa (onder)}$$
$$\sigma'(5) = 0.2818(91) = \mathbf{25.64}\ \text{kPa}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Krachten (evenwijdig aan het oppervlak): bovenste driehoek · onderste rechthoek · onderste driehoek

$$P = \tfrac{1}{2}(2)(11.88) + 3(9.58) + \tfrac{1}{2}(3)(16.06) = 11.88 + 28.74 + 24.09 = \mathbf{64.71}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Componenten en aangrijpingshoogte

$$N = P\cos 10^\circ = 63.73 \qquad T = P\sin 10^\circ = 11.24\ \mathrm{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1}(T/N) = 10^\circ \qquad \bar{z} = \mathbf{1.71}\ \mathrm{m}$$

P = **64.71 kN/m**, N = 63.73 kN/m loodrecht op het wandvlak; 1.71 m boven de voet. Op de laaggrens **daalt** de druk van 11.88 → 9.58 kPa, omdat de φ′-waarde van de onderliggende laag groter is; σ'_v is echter continu.

Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Stabiliteitsvoorwaarde van het talud

THEORIE

Ongedraineerde klei ($\varphi_u = 0$, c_u, totale spanning) is dezelfde betrekking; neem $\varphi' = 0$ en $c' = c_u$:

$$K'_a = 2\cos^2\alpha - 2\sqrt{r^2 - \sin^2\alpha\cos^2\alpha} - 1 \qquad r = \frac{c_u}{\gamma z}$$

Een oplossing bestaat alleen **zolang het talud standhoudt**: de schuifspanning op vlakken evenwijdig aan het oppervlak kan de cohesie niet overschrijden:

$$\tau = \gamma z \sin\alpha\cos\alpha \le c_u \;\Rightarrow\; z_{max} = \frac{c_u}{\gamma \sin\alpha\cos\alpha} \qquad z_c = \frac{2c_u}{\gamma}$$

De module toetst deze voorwaarde tot aan de voet van de wand; als de wand hoger is dan z_{max}, stopt de berekening.

Voor $\alpha = 0$ geldt $\sigma_a = \gamma z - 2c_u$, trekscheur op $2c_u/\gamma$.

WAAROM IS ER EEN GRENS?

Onder een hellend oppervlak neemt de schuifspanning in elk vlak evenwijdig aan het oppervlak toe met de diepte; de klei kan deze spanning slechts tot c_u dragen.

Op grotere diepte glijdt het talud onder zijn eigen gewicht af.

Opgave

VOORBEELD

Gegeven

Ophoging	**verzadigde klei, ongedraineerd:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $c_u = 20$ **kPa; maaiveldhelling** $\alpha = 15^\circ$
Wand	$H = 4$ **m (en 5 m), verticaal, wrijvingsloos**

GEVRAAGD

z_{max}, z_c, de druk aan de voet en de gescheurde P_a; wat gebeurt er bij H = 5 m?

Oplossing (1/2)

OPLOSSING

1 Bezwijkgrens en trekdiepte

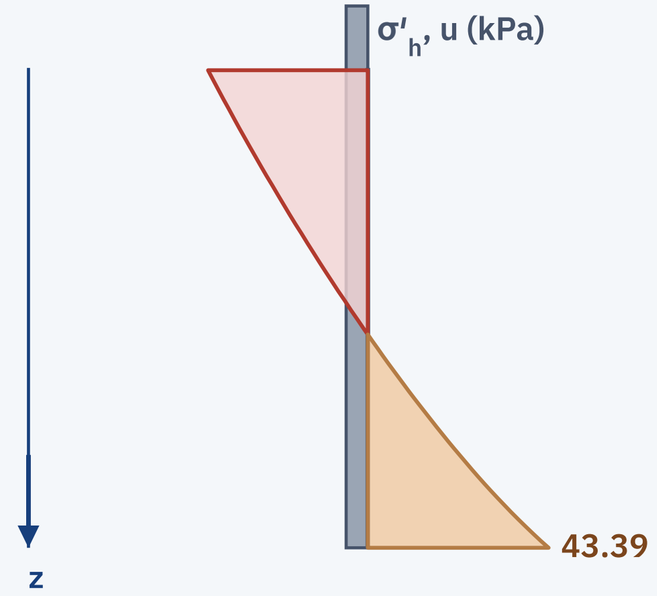
$$z_{max} = \frac{20}{18 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \mathbf{4.44}\ \text{m}$$

$$z_c = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{40}{18} = \mathbf{2.22}\ \text{m}$$

2 H = 4 m: τ(4) = 18(4) sin15° cos15° = 18.0 ≤ 20 kPa: het talud staat; aan de basis r = 20/(18·4) = 0.2778

$$K'_a = 2\cos^2 15^\circ - 2\sqrt{r^2 - \sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ} - 1 = 0.6239$$

$$\sigma_a(4) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(4)(0.6239)\cos 15^\circ = \mathbf{43.39}\ \text{kPa}$$



Oplossing (2/2)

OPLOSSING

3 Kracht met scheur (van z_c tot 4 m)

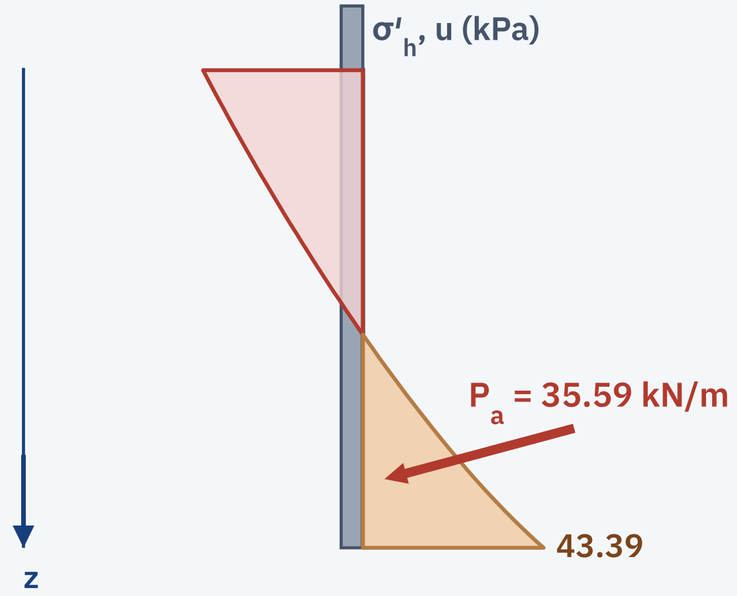
$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma_a \, dz = \mathbf{35.59}\ \text{kN/m}\ (15^\circ \text{ met de horizontaal})$$

$$\bar{z} = 0.57\ \text{m} \qquad \text{zonder scheur: } P_a = -9.37\ \text{kN/m}$$

4 H = 5 m: τ(5) = 22.5 kPa > c_u = 20 kPa

$$\tau(5) = 18(5)\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 22.5 > c_u \ \Rightarrow\ \text{talud bezwijkt}$$

Voor H = 4 m is de P_a met scheur = **35.59 kN/m**; de kracht zonder scheur is negatief (−9.37 kN/m), dus de aanname van een trekscheur is maatgevend. Omdat z_{max} = 4.44 m, is er geen oplossing voor een muur van 5 m.



Controleer de oplossing in GeoTerva ↗

Scope van de oplossing

THEORIE

De wand is wrijvingsloos; in de oplossing van Chu wordt de druk onder een hoek β ten opzichte van de wandnormaal gegeven (β volgt uitsluitend uit de eigen spanningssituatie van de grond, niet uit wand-grondwrijving). Zie voor een wand met wrijving de module van Coulomb.

Het **ophoging** is een vlak oppervlak met één enkele gelijkmatige helling; de lagen lopen evenwijdig aan het oppervlak. Veranderingen in de helling van het oppervlak, bermen of onderbroken oppervlakken zijn in deze oplossing niet opgenomen.

Cohesieve aanvulling wordt met Mazindrani–Ganjali alleen voor een verticale wand ($\theta = 0$) gegeven; een trekscheur wordt tot z_c aangenomen, een met water gevulde scheur moet afzonderlijk worden beschouwd.

Geometrie: het wandvlak en het maaiveld moeten elkaar onder ten minste 15° snijden ($|\alpha - \theta| \leq 75°$); anders is de druk op het wandvlak geen horizontale gronddruk, maar het gewicht van de bovenliggende grond.

Aardbeving en **wandwrijving** vallen buiten het bereik van deze module (Mononobe–Okabe, Coulomb).

Samenvatting

Belangrijkste punten

Hellende aanvulling ($\alpha \le \varphi'$): de druk is **evenwijdig** aan het maaiveld, $K_a = \cos\alpha\,(\cos\alpha - r)/(\cos\alpha + r)$, K_p met tegengesteld teken; $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$ op $H/3$ vanaf de basis, onder hoek α met de horizontale

$K_aK_p = \cos^2\alpha$; naarmate α toeneemt, neemt K_a toe en K_p af; bij $\alpha = \varphi'$ worden beide $\cos\varphi'$, en voor $\alpha > \varphi'$ bestaat er geen oplossing

Chu (1991): $\psi_a = \sin^{-1}(\sin\alpha/\sin\varphi') - \alpha + 2\theta$; $K_{a(R)}$, β en η in gesloten vorm; de kracht helt onder β ten opzichte van de normaallijn op het wandvlak

Wandhelling θ: bij positieve waarde neemt de kracht toe, bij negatieve af; voor passief geldt $\psi_p = \sin^{-1}(\ldots) + \alpha - 2\theta$

In een **samenhangende** aanvulling is K'_a afhankelijk van de diepte en is het diagram gekromd; $z_c = (2c'/\gamma)\sqrt{((1+\sin\varphi')/(1-\sin\varphi'))}$ is onafhankelijk van de hellingshoek; de kracht met scheur is maatgevend

Gelaagde aanvulling: $\sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$; sprong op de grens, $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$

Ongedraineerde klei: als $z_{max} = c_u/(\gamma \sin\alpha \cos\alpha)$ wordt overschreden, bezwijkt het talud onder zijn eigen gewicht en bestaat er geen oplossing

Literatuur

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Chu, S.C. (1991). Rankine analysis of active and passive pressures on dry sands. Soils and Foundations, 31(4), 115–120.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Mazindrani, Z.H. en Ganjali, M.H. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 123(2), 110–112.

OPMERKING

Alle rekenvoorbeelden zijn geproduceerd met de eigen berekeningsmotor van de module; de module geeft dezelfde waarden. De module opent met de keermuur uit Voorbeeld 4 (H = 3.658 m, γ = 18.07 kN/m³).

GeoTerva

Online geotechnische berekeningen

Van theorie naar praktijk

Voer de helling van uw eigen wand, de maaiveldhelling van de aanvulling, de lagen en de grondwaterstand in GeoTerva in; de module geeft de kracht, haar richting en de aangrijpingshoogte samen.

Module openen →

Theoriepagina →

Openen op de smartphone

Proefmodules vereisen geen registratie.

Wilt u ze in uw colleges gebruiken: info@geoterva.com