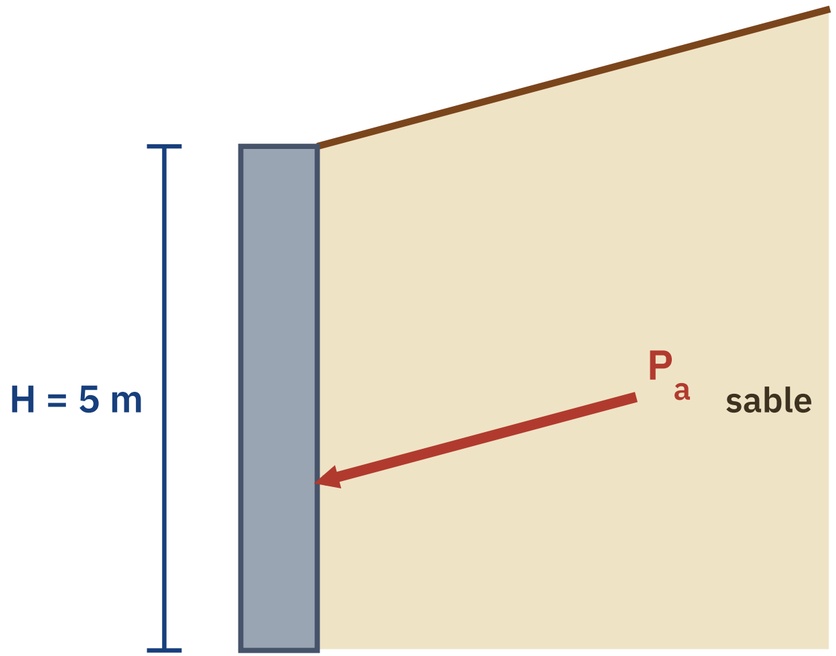
Présentation de cours de géotechnique · Poussée et butée des terres

Rankine : remblai incliné et mur incliné

Cours : solution de Rankine lorsque la surface du remblai est inclinée ou que le parement du mur est incliné ; pression parallèle à la surface, coefficients K, remblai cohérent et stratifié ; un exemple de calcul pour chaque sujet.

Remblai incliné · Poussée et butée · Mur incliné · Chu (1991) · Remblai cohérent · Remblai stratifié



Introduction

Que verrons-nous dans ce cours ?

Que, lorsque la surface du remblai est inclinée, la pression est **parallèle à la surface**, et pourquoi K_a et K_p varient avec α

La relation $K_aK_p = \cos^2\alpha$ et la limite **$\alpha \leq \varphi'$**

La solution de **Chu (1991)** pour un mur incliné + remblai en pente : ψ, $K_{(R)}$, β et η

Déterminer l'**intensité, la direction (β) et la position** de la force ; séparer ses composantes horizontale et verticale

Pour un remblai cohérent : le diagramme de pression courbe, la profondeur de traction et, **dans une argile non drainée**, la condition de stabilité du talus

D'utiliser le K propre à chaque couche dans les couches parallèles à la surface

DÉROULÉ DU COURS

Chaque thème est traité en **trois étapes** :

1 · **Théorie** : quelle est la règle, pourquoi en est-il ainsi ?

2 · **Énoncé** : données et à déterminer

3 · **Solution** : étape par étape, avec les valeurs numériques

Les forces sont rapportées à l'unité de longueur du mur (kN/m) ; α et θ sont en degrés, les pressions en kPa. Le mur est sans frottement.

La pression est parallèle à la surface

THÉORIE

Si la surface du remblai pulvérulent situé derrière le mur fait un angle α avec l'horizontale, les pressions de Rankine ne sont plus horizontales : elles agissent **parallèlement à la surface**, c'est-à-dire inclinées de α, et croissent toujours linéairement avec la profondeur :

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

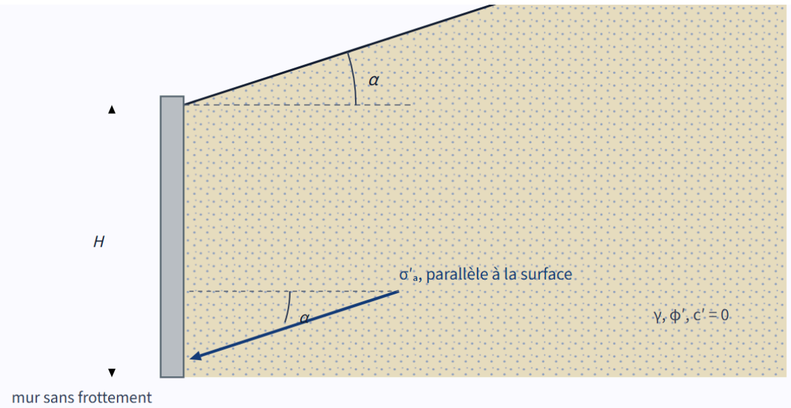
$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

Les deux forces s'exercent à **H/3** au-dessus de la base et font un angle α avec l'horizontale : $P_h = P \cos\alpha$, $P_v = P \sin\alpha$.

Pour α = 0, les équations se réduisent à $\tan^2(45° \mp \varphi'/2)$.

Le produit vaut $\mathbf{K_a K_p = \cos^2\alpha}$; pour α = 0, il vaut 1.

REMBLAI EN PENTE



K_a et K_p – α et φ′

THÉORIE

POUSSÉE ACTIVE K_a

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	0.3610	0.3333	0.3073	0.2827	0.2596	0.2379	0.2174
5°	0.3656	0.3372	0.3105	0.2855	0.2620	0.2399	0.2192
10°	0.3802	0.3495	0.3210	0.2944	0.2696	0.2464	0.2247
15°	0.4086	0.3729	0.3405	0.3108	0.2834	0.2581	0.2346
20°	0.4605	0.4142	0.3739	0.3381	0.3060	0.2769	0.2504
25°	0.5727	0.4936	0.4336	0.3847	0.3431	0.3070	0.2750

BUTÉE PASSIVE K_p

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	2.770	3.000	3.255	3.537	3.852	4.204	4.599
5°	2.715	2.943	3.196	3.476	3.788	4.136	4.527
10°	2.551	2.775	3.022	3.295	3.598	3.936	4.316
15°	2.284	2.502	2.740	3.002	3.293	3.615	3.977
20°	1.918	2.132	2.362	2.612	2.886	3.189	3.526
25°	1.434	1.664	1.894	2.135	2.394	2.676	2.987

Énoncé

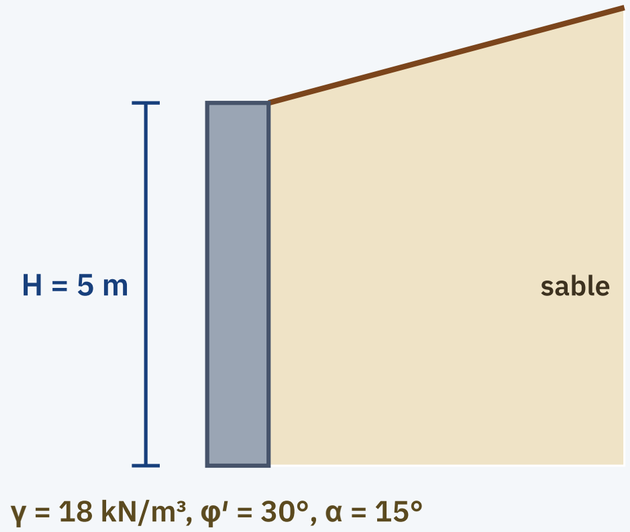
EXEMPLE

À DÉTERMINER

K_a, **P_a**, hauteur et direction d'application ; composantes horizontale et verticale ; comparaison avec un remblai horizontal.

Données

Mur	$H = 5$ **m, vertical, sans frottement**
Remblai	**sable sec :** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$**, pente de la surface** $\alpha = 15°$



Solution

SOLUTION

1 Coefficient : cos 15° = 0.9659 ; √(cos²α − cos²φ′) = √(0.9330 − 0.75) = 0.4278

$$K_a = \cos\alpha\,\frac{\cos\alpha - r}{\cos\alpha + r} = 0.9659\,\frac{0.5381}{1.3937} = \mathbf{0.3729}$$

2 Pression à la base (parallèle à la surface)

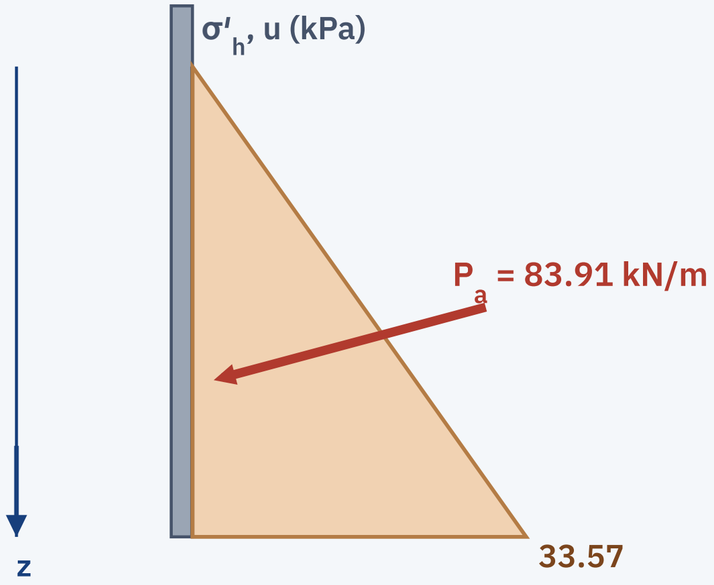
$$\sigma'_a(5) = K_a\gamma H = 0.3729(18)(5) = \mathbf{33.57}\ \text{kPa}$$

3 Force, position et composantes

$$P_a = \tfrac{1}{2}(33.57)(5) = \mathbf{83.91}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

$$P_h = P_a\cos 15^\circ = 81.05 \qquad P_v = P_a\sin 15^\circ = 21.72\ \text{kN/m}$$

P_a = **83.91 kN/m**, inclinée de 15° par rapport à l'horizontale, à 1.67 m au-dessus de la base. Pour un remblai horizontal, P_a valait 75.00 kN/m : l'inclinaison augmente la force de 12 %.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

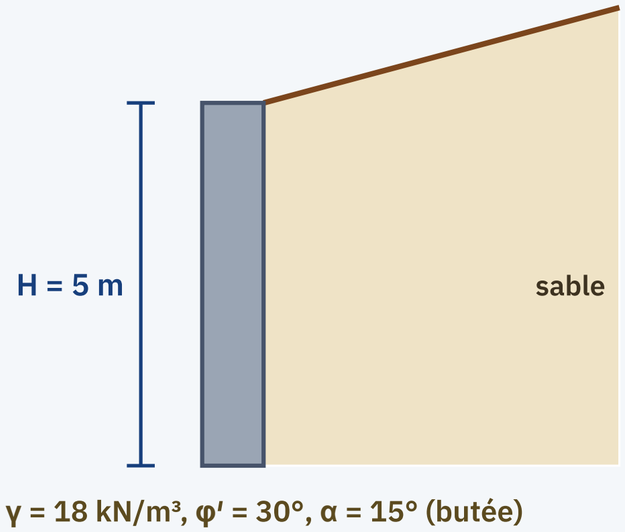
EXEMPLE

Données

Mur et remblai	**Le mur et le remblai de l'exemple 1 :** $H = 5$ **m,** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°,\ \alpha = 15°$

À DÉTERMINER

K_p, P_p et ses composantes ; comparaison avec la force de butée dans un remblai horizontal.



Solution

SOLUTION

1 Coefficient (r = 0.4278)

$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + r}{\cos\alpha - r} = 0.9659 \frac{1.3937}{0.5381} = \mathbf{2.5017}$$

2 Pression à la base et force

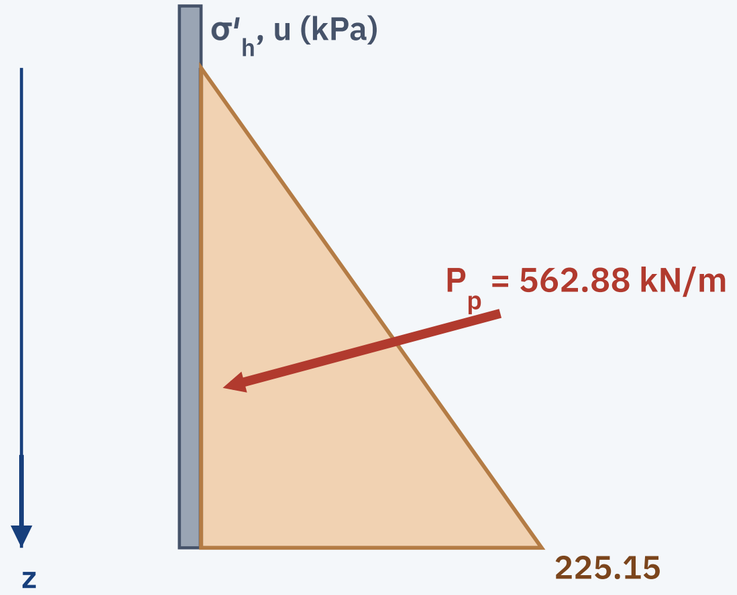
$$\sigma'_p(5) = K_p \gamma H = 2.5017(18)(5) = 225.15 \text{ kPa}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}(225.15)(5) = \mathbf{562.9} \text{ kN/m} \qquad \bar{z} = 1.67 \text{ m}$$

3 Composantes (15° sur l'horizontale)

$$P_h = P_p \cos 15^\circ = 543.7 \qquad P_v = P_p \sin 15^\circ = 145.7 \text{ kN/m}$$

P_p = **562.9 kN/m**. Pour un remblai horizontal, elle était de 675.0 kN/m : la pente **réduit** la butée de 17 % (tandis que la poussée augmente). La vérification $K_a K_p = 0.9330 = \cos^2 15°$ est satisfaite.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

condition α ≤ φ′

THÉORIE

L'expression sous radical n'est réelle que si **cos²α ≥ cos²φ′**, c'est-à-dire α ≤ φ′ : un talus plus raide que φ′ ne peut se maintenir par lui-même dans un sol pulvérulent. À la limite, la racine s'annule et les deux coefficients tendent vers la même valeur :

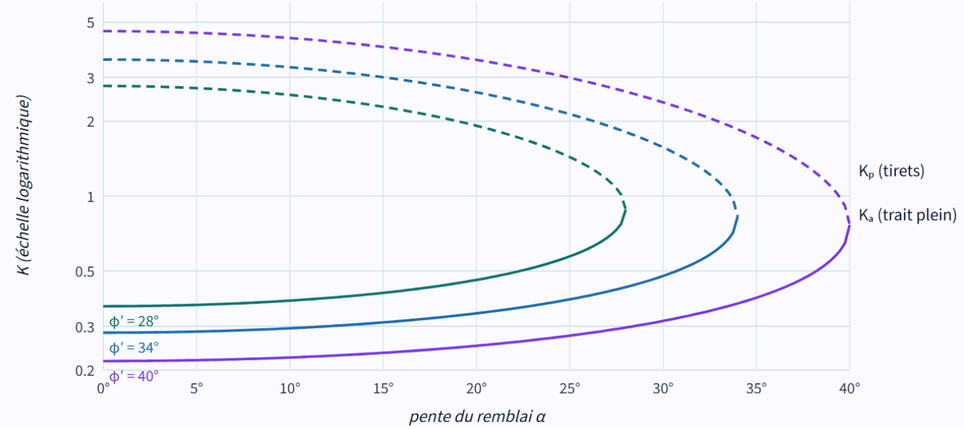
$$\alpha = \varphi' : \qquad K_a = K_p = \cos\varphi'$$

Lorsque α augmente, K_a croît et K_p décroît ; les deux se rejoignent pour α = φ′ (les états de poussée et de butée ne se distinguent plus).

Il s'agit de l'état du sol à son angle de talus naturel (angle de repos) : le remblai est déjà à la limite de la rupture et le déplacement du mur ne modifie pas la pression.

Pour α > φ′, il n'y a pas de solution ; le module émet un avertissement.

K – α (échelle log. ; φ′ = 28°, 34°, 40°)



Énoncé

EXEMPLE

Données

Sol	**sable pulvérulent,** $\varphi' = 32^\circ$
Pentes	$\alpha = 0^\circ,\ 10^\circ,\ 20^\circ,\ 30^\circ,\ 32^\circ$ **(et** 33°**)**

À DÉTERMINER

Pour chaque pente : **K_a**, **K_p** et leurs produits ; valeur à la limite ; résultat pour α = 33°.

Solution

SOLUTION

1 Équations pour chaque pente (φ′ = 32° ; cos 32° = 0.8480)

α	K_a	K_p	K_aK_p	cos²α
0°	0.3073	3.255	1.0000	1.0000
10°	0.3210	3.022	0.9698	0.9698
20°	0.3739	2.362	0.8830	0.8830
30°	0.5741	1.306	0.7500	0.7500
32°	0.8480	0.848	0.7192	0.7192

2 Limite : α = φ′ = 32° et α = 33°

$$\alpha = 32^\circ : \ \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'} = 0 \ \Rightarrow \ K_a = K_p = \cos 32^\circ = \mathbf{0.8480}$$

$$\alpha = 33^\circ : \ \cos^2 33^\circ - \cos^2 32^\circ < 0 \ \Rightarrow \ \text{pas de racine réelle}$$

Lorsque α augmente, K_a passe de 0.307 → 0.574 et K_p de 3.25 → 1.306 ; pour tout α, K_aK_p = cos²α. Pour α = φ′ = 32°, les deux sont égaux à cos φ′ = 0.848 ; pour α = 33°, **il n'y a pas de solution** (le talus est trop raide).

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Parement incliné et remblai en pente : poussée active

THÉORIE

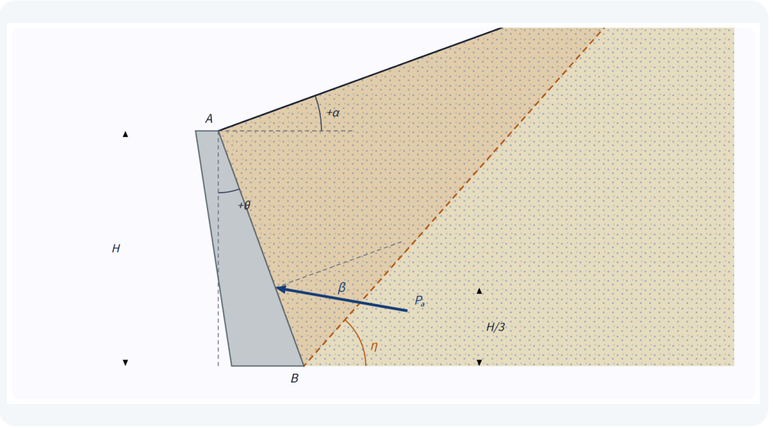
Si le parement du mur est incliné de θ par rapport à la verticale et la surface du remblai de α par rapport à l'horizontale (tous deux positifs comme sur la figure ; mur sans frottement), la solution de Chu (1991) donne l'**intensité et la direction** de la force :

$$\psi_a = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} - \alpha + 2\theta$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' - 2\sin\varphi'\cos\psi_a}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_a}{1-\sin\varphi'\cos\psi_a}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'}$$



β : angle de la force par rapport à la normale à la face du mur ; la force s'exerce à **H/3** au-dessus de la base. **η** : angle avec l'horizontale de la face BC, à la base, du coin de rupture.

Pour θ = 0, $K_{a(R)}$ se réduit à la formule du remblai incliné (Éq. 1), et β se réduit à α.

En butée, les signes changent

THÉORIE

En situation de butée, les signes changent pour la même géométrie :

$$\psi_p = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} + \alpha - 2\theta \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_p}{1+\sin\varphi'\cos\psi_p}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' + 2\sin\varphi'\cos\psi_p}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} \qquad P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p(R)}$$

La force s'exerce à H/3 au-dessus de la base. La face du mur et la surface se coupent selon un angle de 90° – |α – θ| ; si cet angle se ferme, le mur se prolonge le long du talus et ce qui agit sur la face est le poids du sol sus-jacent ; le module retient |α – θ| ≤ 75°.

Énoncé

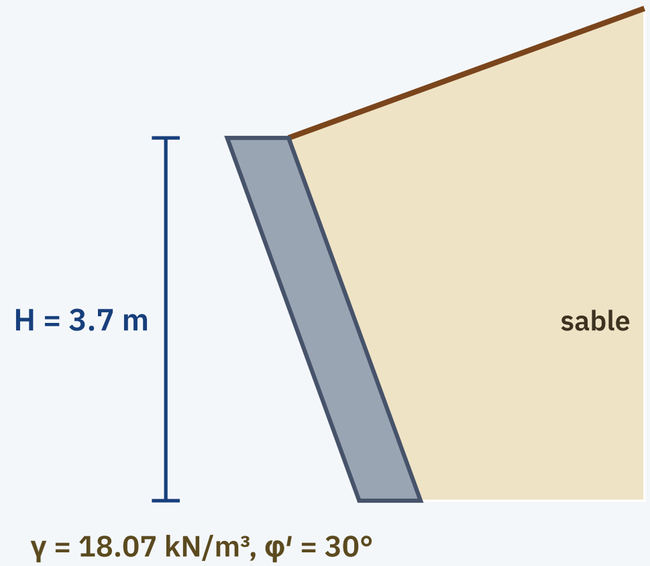
EXEMPLE

Données

Mur	**sans frottement ; écran incliné de $\theta = +20^\circ$ par rapport à la verticale ; $H = 3.658$ m (12 ft)**
Remblai	**sable sec : $\gamma = 18.07\ \mathrm{kN/m^3}$ (115 pcf), $\varphi' = 30^\circ$; pente de la surface $\alpha = +20^\circ$**

À DÉTERMINER

Ψ_a, $K_{a(R)}$, P_a, β, η et hauteur du point d'application. Le module s'ouvre avec ce mur.



Solution (1/2)

SOLUTION

1 Angle auxiliaire et ψ_a

$$\sin^{-1}\frac{\sin 20^\circ}{\sin 30^\circ} = 43.16^\circ$$

$$\psi_a = 43.16^\circ - 20^\circ + 2(20^\circ) = \mathbf{63.16^\circ}$$

2 Coefficient $K_{a(R)}$

$$\sqrt{1+\sin^2 30^\circ - 2\sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = 0.8936 \qquad \cos^2 20^\circ = 0.8830$$

$$\sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ} = 0.3647$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos 0^\circ\,(0.8936)}{0.8830\,(0.9397 + 0.3647)} = \mathbf{0.776}$$

Solution (2/2)

SOLUTION

3 Effort et position

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(0.7758) = \mathbf{93.79}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{H}{3} = \mathbf{1.219}\ \mathrm{m}$$

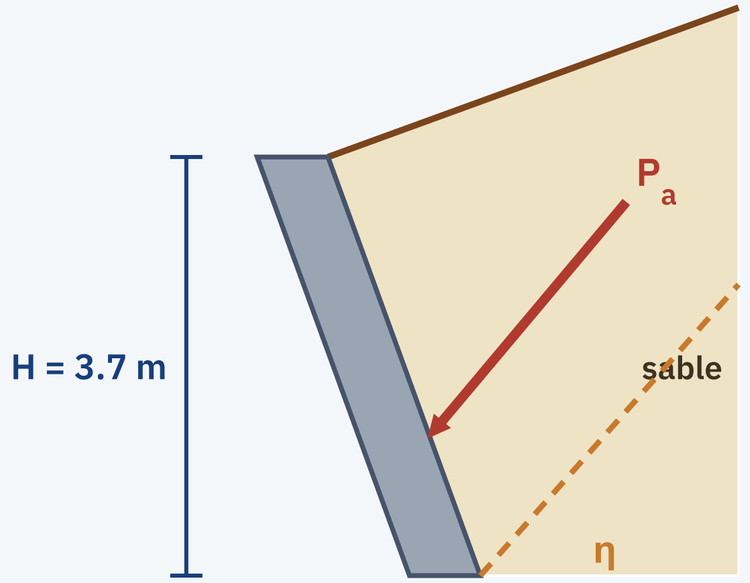
4 Direction β et angle du coin η

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\sin 30^\circ \sin 63.16^\circ}{1 - \sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = \mathbf{29.95}^\circ\ (\approx 30^\circ)$$

$$\eta = 45^\circ + 15^\circ + 10^\circ - \tfrac{1}{2}(43.16^\circ) = \mathbf{48.42}^\circ$$

5 Composantes (perpendiculaire et parallèle au parement)

$$N = P_a \cos\beta = 81.27 \qquad T = P_a \sin\beta = 46.83\ \mathrm{kN/m}$$



P_a = **93.79 kN/m** (6 424 lb/ft en unités US), à **30.0°** de la normale au parement du mur, à H/3 = 1.22 m au-dessus de la base.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Énoncé

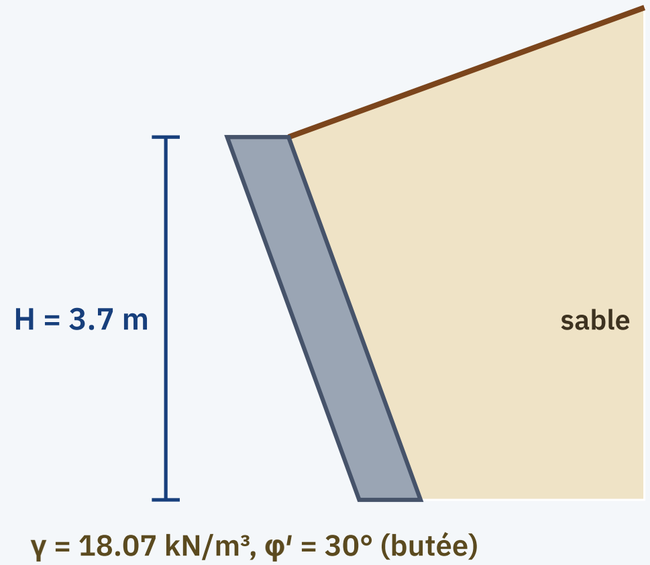
EXEMPLE

Données

Mur et remblai	**Le mur et le remblai de l'exemple 4 :** $\theta = +20^\circ,\ \alpha = +20^\circ,\ \varphi' = 30^\circ,\ \gamma = 18.07\ \mathrm{kN/m^3},\ H = 3.658$ **m**

À DÉTERMINER

ψ_p, $K_{p(R)}$, P_p, β et η ; comparaison avec le cas actif.



Solution

SOLUTION

1 Ψ_p et $K_{p(R)}$

$$\psi_p = 43.16^\circ + 20^\circ - 2(20^\circ) = \mathbf{23.16^\circ}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos 0^\circ \sqrt{1 + \sin^2 30^\circ + 2 \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ}}{\cos^2 20^\circ \left(\cos 20^\circ - \sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ}\right)} = \mathbf{2.901}$$

2 Force, direction et angle du coin

$$P_p = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(2.9010) = \mathbf{350.7}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\sin 30^\circ \sin 23.16^\circ}{1 + \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ} = \mathbf{7.67^\circ} \qquad \eta = \mathbf{61.58^\circ}$$

P_p = **350.7 kN/m**, β = 7.7° ; la force active du même mur était de 93.79 kN/m (rapport 3.7). En butée, la force est presque perpendiculaire au parement (β faible), alors qu'en poussée elle est inclinée d'environ 30°.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Comment l'inclinaison de la face du mur θ modifie-t-elle la force ?

THÉORIE

Si la pente du remblai est maintenue constante (α = 20°, φ′ = 30°) et que seul le parement du mur est tourné, $K_{a(R)}$ et β varient :

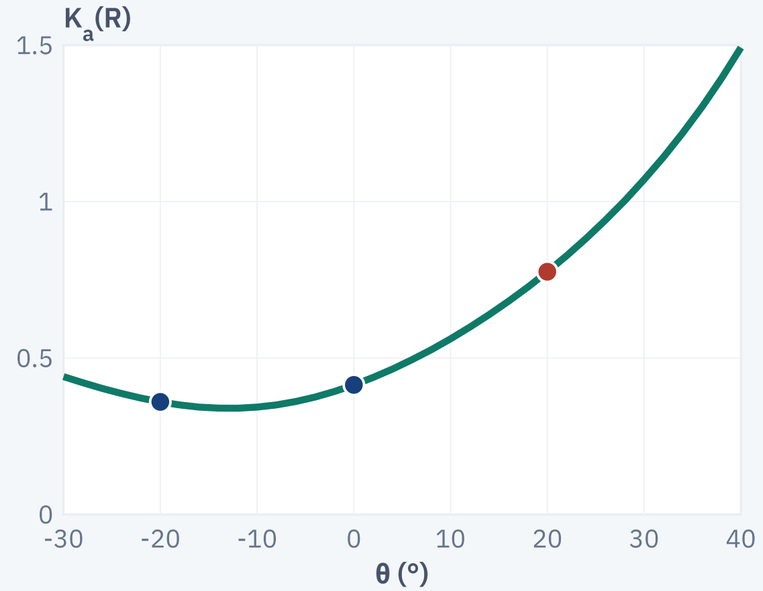
θ	$K_{a(R)}$	β
−20°	0.360	-15.5°
0°	0.414	20.0°
+20°	0.776	30.0°

Si θ est positif (la face est inclinée sur le remblai), le remblai repose sur la face du mur et la force augmente ; s'il est négatif, elle diminue.

Pour θ = 0 et α = 20°, β = α = 20° : la force est parallèle à la surface.

$K_{(R)}$ inclut ensemble les deux composantes de la force, **parallèle et perpendiculaire** à la face ; pour la seule composante horizontale, on prend P cos(β + θ).

$K_{a(R)}$ – θ (α = 20°, φ′ = 30°)



Mazindrani et Ganjali (1997)

THÉORIE

Pour un sol c′–φ′ dont la surface est inclinée de α derrière un mur vertical sans frottement, pression active à la profondeur considérée :

$$\sigma'_a = \gamma z\, K'_a \cos\alpha \qquad r = \frac{c'}{\gamma z}$$

$$K'_a = \frac{2\cos^2\alpha + 2r\cos\varphi'\sin\varphi' - \sqrt{D}}{\cos^2\varphi'} - 1$$

$$D = 4\cos^2\alpha\left(\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'\right) + 4r^2\cos^2\varphi' + 8r\cos^2\alpha\sin\varphi'\cos\varphi'$$

$$z_c = \frac{2c'}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'}}$$

K'_a dépend de la profondeur par c′/γz : la pression n'est **pas linéaire** ; elle est négative au-dessus de la surface du sol, et la profondeur de la fissure de traction z_c est indépendante de l'inclinaison.

En butée, le signe devant la racine devient +. α = 0 → Rankine ($\sigma'_a = K_a\gamma z - 2c'\sqrt{K_a}$) ; c′ = 0 → Éq. 1.

Dans le calcul avec fissure, la partie sous z_c est intégrée ; sans fissure, toute la hauteur l'est ; valable uniquement pour θ = 0.

POUSSÉE PARALLÈLE À LA SURFACE

Comme dans le cas pulvérulent, la pression s'exerce **parallèlement** à la surface, c'est-à-dire sous un angle α avec l'horizontale ; la composante de la force perpendiculaire à la face du mur est P cos α.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, vertical, sans frottement**
Remblai	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 25°$, $c' = 10$ **kPa ; pente de la surface** $\alpha = 10°$

À DÉTERMINER

z_c, pression à la base, P_a avec et sans fissure, et hauteur du point d'application ; comparaison avec un remblai horizontal.

Solution (1/2)

SOLUTION

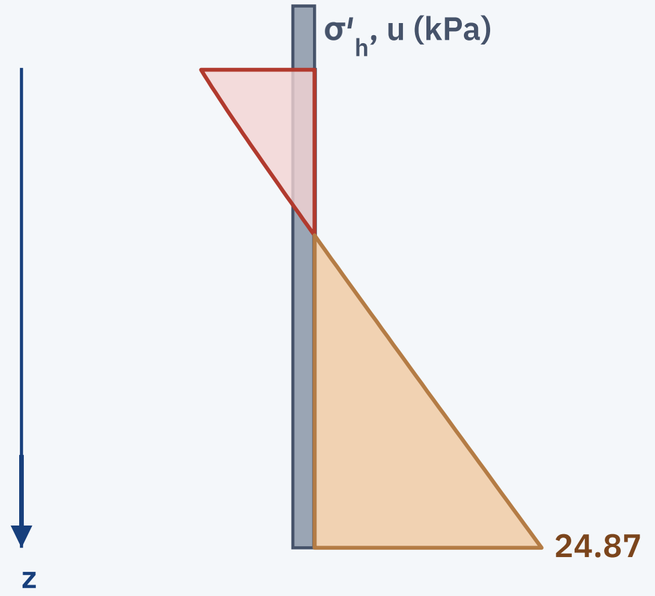
1 Profondeur de traction (indépendante de la pente)

$$z_c = \frac{2(10)}{18}\sqrt{\frac{1+\sin 25^\circ}{1-\sin 25^\circ}} = 1.111(1.5697) = \mathbf{1.744}\ \text{m}$$

2 À la base (z = 5 m) : r = c′/γz = 10/(18·5) = 0.1111

$$D = 0.9467 \qquad K'_a = 0.2806$$

$$\sigma'_a(5) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(5)(0.2806)\cos 10^\circ = \mathbf{24.87}\ \text{kPa}$$



Solution (2/2)

SOLUTION

3 Force avec fissure (aire du diagramme courbe de z_c à H, intégration numérique)

$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma'_a \, dz = \mathbf{40.33}\ \text{kN/m}\ (\text{parallèle à la surface, } 10^\circ)$$

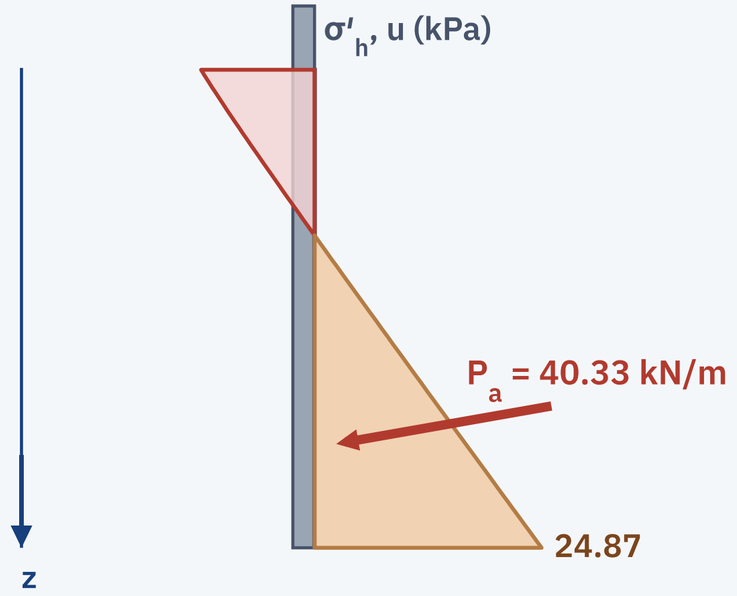
$$\bar{z} = 1.08\ \text{m}\ (\text{à partir de la base})$$

4 Comparaison

$$\text{sans fissure : } P_a = 29.16\ \text{kN/m}$$

$$\text{remblai horizontal : } P_a = \tfrac{1}{2}(23.79)(3.256) = 38.72\ \text{kN/m}$$

La force avec fissure de traction est de **40.33 kN/m**, soit 38 % de plus que sans fissure ; par rapport au remblai horizontal (38.72 kN/m), l'inclinaison a augmenté la force de 4 %. La valeur avec fissure est la valeur de dimensionnement.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Couches parallèles à la surface

THÉORIE

Si le remblai est constitué de couches **parallèles à la surface** (un sondage vertical derrière le mur recoupe partout les mêmes épaisseurs), chaque couche est traitée avec ses propres valeurs de γ, φ′ et c′, sous le poids des terres sus-jacentes $\sigma'_v = \Sigma \gamma_i h_i$:

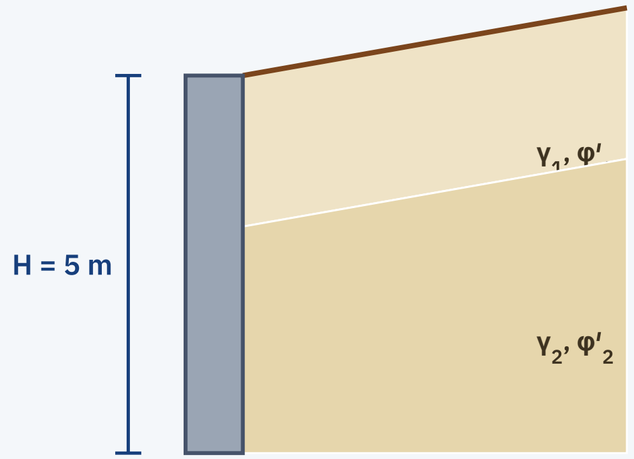
$$\sigma' = \sigma'_v \frac{K_{(R)} \cos\theta}{1 + \tan\theta \tan\alpha} \qquad \theta = 0 : \ \sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$$

Comme K change à la limite de couche, la pression **présente un saut** ; la force de chaque couche est décomposée en composantes N_i normale et T_i parallèle à la face du mur ; $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$, $\beta = \tan^{-1}(T/N)$.

La **surcharge** q est ajoutée à σ'_v comme une couche de poids $q/\cos\alpha$ à la surface ; sous le niveau de l'**eau**, on utilise γ′, et u agit perpendiculairement au mur.

Il s'agit de l'extension, par le module, des solutions de Chu et de Mazindrani–Ganjali aux sols stratifiés (il n'existe pas de solution stratifiée en forme fermée dans la littérature) ; pour une seule couche, il redonne la solution en forme fermée à 10^{-8} près.

COUCHES PARALLÈLES À LA SURFACE



Énoncé

EXEMPLE

Données

Mur	$H = 5$ **m, vertical, sans frottement**
Remblai	**pente du terrain** $\alpha = 10°$ **; deux couches parallèles à la surface (épaisseur verticale)**
Couche 1 (2 m)	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$
Couche 2 (3 m)	$\gamma = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35°$

À DÉTERMINER

Dans chaque couche, les pressions, **P**, **N**, **T** et la hauteur d'application.

Solution (1/2)

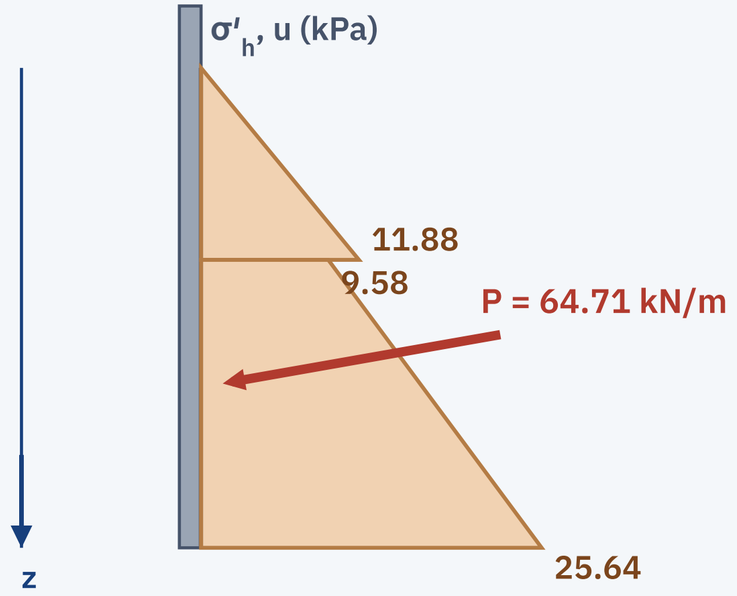
SOLUTION

1 Coefficients (α = 10°)

$$K_1(30^\circ) = \mathbf{0.3495}$$
$$K_2(35^\circ) = \mathbf{0.2818}$$

2 Contraintes verticales : à la limite 17(2) = 34 ; à la base 34 + 19(3) = 91 kPa

$$\sigma'_1 = 0.3495(34) = \mathbf{11.88}\ \text{kPa (en haut)}$$
$$\sigma'_2 = 0.2818(34) = \mathbf{9.58}\ \text{kPa (en bas)}$$
$$\sigma'(5) = 0.2818(91) = \mathbf{25.64}\ \text{kPa}$$



Solution (2/2)

SOLUTION

3 Forces (parallèles à la surface) : triangle supérieur · rectangle inférieur · triangle inférieur

$$P = \tfrac{1}{2}(2)(11.88) + 3(9.58) + \tfrac{1}{2}(3)(16.06) = 11.88 + 28.74 + 24.09 = \mathbf{64.71}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Composantes et hauteur d'application

$$N = P\cos 10^\circ = 63.73 \qquad T = P\sin 10^\circ = 11.24\ \mathrm{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1}(T/N) = 10^\circ \qquad \bar{z} = \mathbf{1.71}\ \mathrm{m}$$

P = **64.71 kN/m**, effort normal à la face du mur N = 63.73 kN/m ; à 1.71 m au-dessus de la base. À la limite, la pression **chute** de 11.88 → 9.58 kPa, car la valeur de φ′ de la couche inférieure est plus grande ; σ′$_v$, elle, est continue.

Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Condition de stabilité de la pente

THÉORIE

Argile non drainée ($\varphi_u = 0$, c_u, contraintes totales) : même relation ; on prend $\varphi' = 0$ et $c' = c_u$:

$$K'_a = 2\cos^2\alpha - 2\sqrt{r^2 - \sin^2\alpha\cos^2\alpha} - 1 \qquad r = \frac{c_u}{\gamma z}$$

Une solution n'existe que **tant que le talus tient** : la contrainte de cisaillement sur les plans parallèles à la surface ne peut dépasser la cohésion :

$$\tau = \gamma z \sin\alpha\cos\alpha \leq c_u \;\Rightarrow\; z_{max} = \frac{c_u}{\gamma \sin\alpha\cos\alpha} \qquad z_c = \frac{2c_u}{\gamma}$$

Le module vérifie cette condition jusqu'à la base du mur ; si le mur est plus haut que z_{max}, le calcul s'arrête.

Pour $\alpha = 0$, $\sigma_a = \gamma z - 2c_u$, profondeur de la fissure de traction $2c_u/\gamma$.

POURQUOI UNE LIMITE ?

Sous une surface inclinée, la contrainte de cisaillement sur tout plan parallèle à la surface augmente avec la profondeur ; l'argile ne peut supporter cette contrainte que jusqu'à c_u. Plus en profondeur, le talus glisse sous son propre poids.

Énoncé

EXEMPLE

Données

Remblai	**argile saturée, non drainé :** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $c_u = 20$ **kPa ; pente de la surface** $\alpha = 15^\circ$
Mur	$H = 4$ **m (et 5 m), vertical, sans frottement**

À DÉTERMINER

z_{max}, z_c, la pression à la base et P_a avec fissure ; que se passe-t-il pour H = 5 m ?

Solution (1/2)

SOLUTION

1 Limite de rupture et profondeur de traction

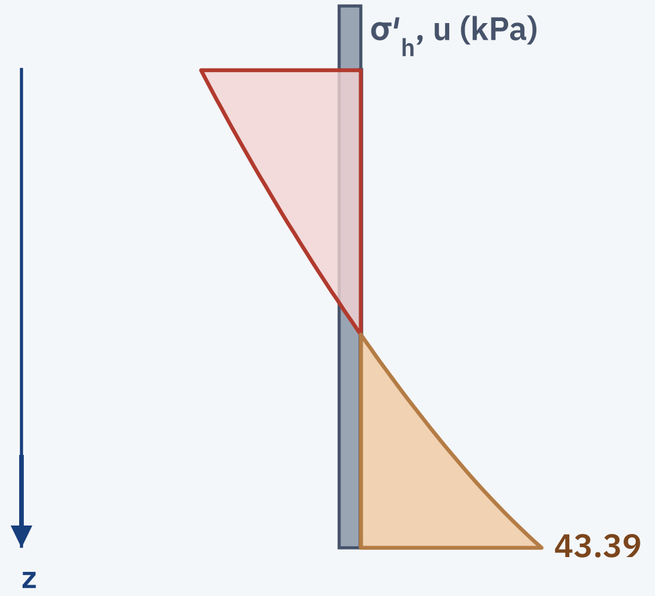
$$z_{max} = \frac{20}{18 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \mathbf{4.44}\ \text{m}$$

$$z_c = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{40}{18} = \mathbf{2.22}\ \text{m}$$

2 H = 4 m : τ(4) = 18(4) sin15° cos15° = 18.0 ≤ 20 kPa : le talus est stable ; à la base r = 20/(18·4) = 0.2778

$$K'_a = 2\cos^2 15^\circ - 2\sqrt{r^2 - \sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ} - 1 = 0.6239$$

$$\sigma_a(4) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(4)(0.6239)\cos 15^\circ = \mathbf{43.39}\ \text{kPa}$$



Solution (2/2)

SOLUTION

3 Force avec fissure (de z_c à 4 m)

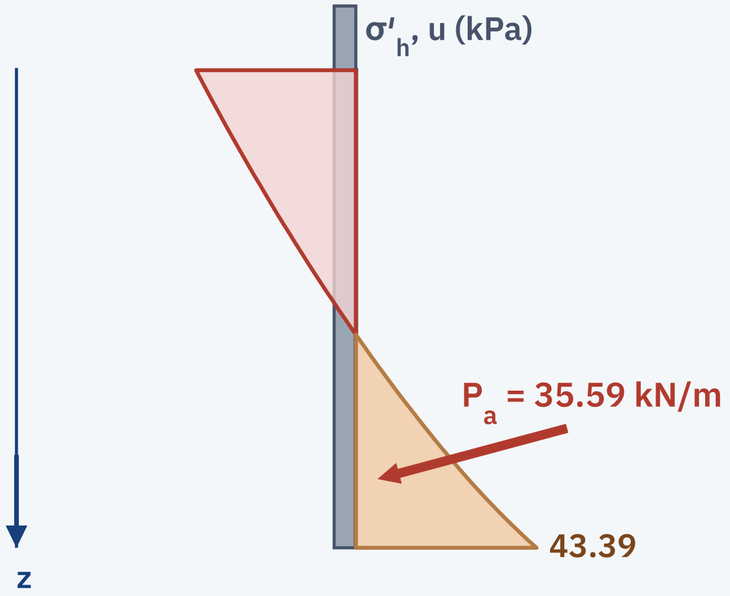
$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma_a \, dz = \mathbf{35.59}\ \mathrm{kN/m}\ (15^\circ \text{ avec l'horizontale})$$

$$\bar{z} = 0.57\ \mathrm{m} \qquad \text{sans fissure : } P_a = -9.37\ \mathrm{kN/m}$$

4 H = 5 m: τ(5) = 22.5 kPa > c_u = 20 kPa

$$\tau(5) = 18(5)\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 22.5 > c_u \ \Rightarrow\ \text{le talus se rompt}$$

Pour H = 4 m, P_a avec fissure de traction = **35.59 kN/m** ; la force sans fissure est négative (–9.37 kN/m), l'hypothèse de fissure est donc déterminante. Comme z_{max} = 4.44 m, il n'existe pas de solution pour un mur de 5 m.



Vérifier la solution dans GeoTerva ↗

Étendue de la solution

THÉORIE

Le mur est sans frottement ; dans la solution de Chu, la pression est donnée sous un angle β par rapport à la normale au mur (β provient uniquement de l'état de contrainte propre du sol, et non du frottement mur-sol). Pour un mur avec frottement, voir le module de Coulomb.

Le **remblai** est une surface plane à pente unique ; les couches sont parallèles à la surface. Une variation de pente, des gradins ou une surface brisée ne sont pas traités dans cette solution.

Le **remblai cohérent** n'est traité par Mazindrani–Ganjali que pour un mur vertical ($\theta = 0$) ; une fissure de traction est admise jusqu'à z_c, et une fissure remplie d'eau doit être examinée séparément.

Géométrie : le parement du mur et la surface doivent se couper sous un angle d'au moins 15° ($|\alpha - \theta| \leq 75°$) ; sinon, la pression agissant sur le parement n'est pas une poussée des terres, mais le poids des terres sus-jacentes.

Le **séisme** et le **mur avec frottement** sortent du cadre de ce module (Mononobe–Okabe, Coulomb).

Synthèse

Points à retenir

Remblai incliné ($\alpha \leq \varphi'$) : la pression est **parallèle** à la surface, $K_a = \cos\alpha\,(\cos\alpha - r)/(\cos\alpha + r)$, K_p de signe opposé ; $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$ appliquée à $H/3$ de la base, inclinée de α sur l'horizontale

$K_a K_p = \cos^2\alpha$; lorsque α augmente, K_a augmente et K_p diminue ; pour $\alpha = \varphi'$, les deux valent $\cos\varphi'$, et pour $\alpha > \varphi'$ il n'existe pas de solution

Chu (1991) : $\psi_a = \sin^{-1}(\sin\alpha/\sin\varphi') - \alpha + 2\theta$; $K_{a(R)}$, β et η sous forme fermée ; la force est inclinée de β par rapport à la normale au parement

Inclinaison du mur θ : si elle est positive, la force augmente, si elle est négative, elle diminue ; en butée, $\psi_p = \sin^{-1}(\ldots) + \alpha - 2\theta$

Dans un remblai **cohérent**, K'_a dépend de la profondeur et le diagramme est courbe ; $z_c = (2c'/\gamma)\sqrt{((1+\sin\varphi')/(1-\sin\varphi'))}$ est indépendant de l'inclinaison ; la force calculée avec fissure est celle à retenir

Remblai **stratifié** : $\sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$; saut à la limite, $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$

Argile non drainée : si $z_{max} = c_u/(\gamma \sin\alpha \cos\alpha)$ est dépassé, le talus glisse sous son propre poids et il n'existe pas de solution

Références bibliographiques

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Chu, S.C. (1991). Rankine analysis of active and passive pressures on dry sands. Soils and Foundations, 31(4), 115–120.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Mazindrani, Z.H. and Ganjali, M.H. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 123(2), 110–112.

REMARQUE

Tous les exemples numériques sont produits avec le moteur de calcul propre au module ; le module donne les mêmes valeurs. Le module s'ouvre avec le mur de l'Exemple 4 (H = 3.658 m, γ = 18.07 kN/m³).

GeoTerva

Calculs géotechniques en ligne

De la théorie à la pratique

Saisir dans GeoTerva l'inclinaison du mur étudié, la pente du remblai, les couches et la nappe phréatique ; le module fournit ensemble la force, sa direction et sa hauteur d'application.

Ouvrir le module →

Page de théorie →

Ouvrir sur smartphone
Les modules d'essai ne nécessitent pas d'inscription.

Si vous souhaitez les utiliser dans vos cours : info@geoterva.com