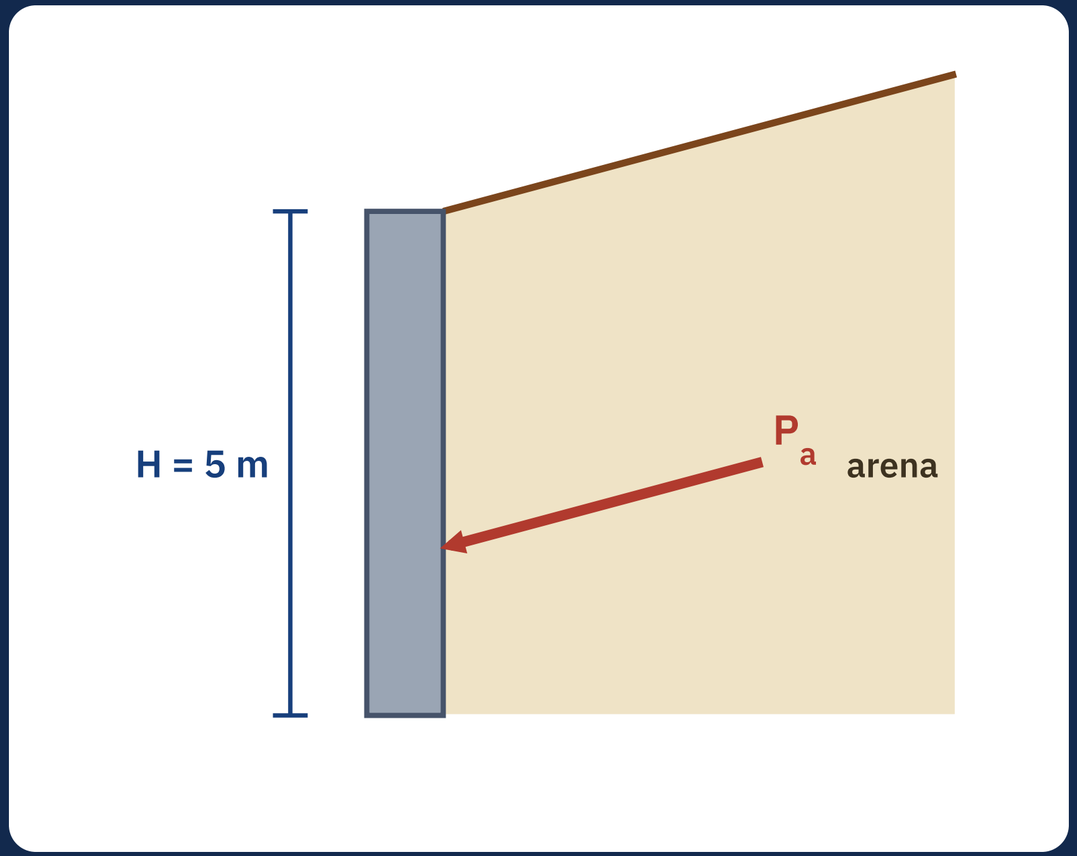
Presentación de clase de geotecnia · Empuje de tierras

Rankine: relleno inclinado y muro inclinado

Clase: solución de Rankine cuando la superficie del relleno está inclinada o la cara del muro es inclinada; presión paralela a la superficie, coeficientes K, relleno cohesivo y estratificado; ejemplo resuelto en cada tema.

- Relleno inclinado
- Activo y pasivo
- Muro inclinado · Chu (1991)
- Relleno cohesivo
- Relleno estratificado



Se basa en la página de teoría de GeoTerva · geoterva.com

Introducción

¿Qué aprenderemos en esta clase?

Que, cuando la superficie del relleno está inclinada, la presión es **paralela a la superficie**, y por qué K_a y K_p varían con α

La relación $K_aK_p = \cos^2\alpha$ y el límite **$\alpha \leq \varphi'$**

La solución de **Chu (1991)** para muro inclinado + relleno en pendiente: ψ, $K_{(R)}$, β y η

Determinar la **magnitud, la dirección (β) y la posición** de la fuerza; descomponerla en sus componentes horizontal y vertical

En un relleno cohesivo, el diagrama de presiones curvo, la profundidad de la zona de tracción y, en **arcilla sin drenaje**, la condición de estabilidad del talud

Usar el K propio de cada estrato en estratos paralelos a la superficie

DESARROLLO DE LA CLASE

Cada tema se desarrolla en **tres pasos**:

1 · **Teoría**: ¿cuál es la regla y por qué es así?

2 · **Enunciado**: datos y se pide

3 · **Solución**: paso a paso, con números

Las fuerzas se expresan por unidad de longitud de muro (kN/m); α y θ en grados, las presiones en kPa. El muro no presenta rozamiento.

La presión es paralela a la superficie

TEORÍA

Si la superficie del relleno sin cohesión situado detrás del muro forma un ángulo α con la horizontal, las presiones de Rankine ya no son horizontales: actúan **paralelas a la superficie**, es decir, inclinadas el ángulo α, y siguen aumentando linealmente con la profundidad:

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

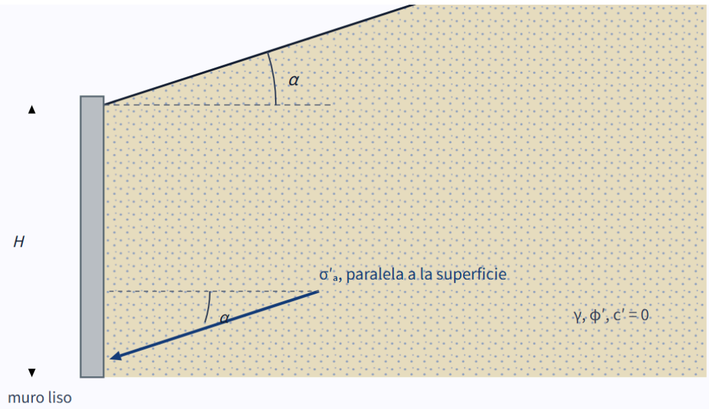
$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

Ambas fuerzas actúan a **H/3** por encima de la base y forman un ángulo α con la horizontal: $P_h = P \cos\alpha$, $P_v = P \sin\alpha$.

Para α = 0 las ecuaciones se reducen a $\tan^2(45° \mp \varphi'/2)$.

El producto es $\mathbf{K_a K_p = \cos^2\alpha}$; para α = 0 vale 1.

RELLENO INCLINADO



K_a y K_p – α y φ′

TEORÍA

ACTIVO K_a

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	0.3610	0.3333	0.3073	0.2827	0.2596	0.2379	0.2174
5°	0.3656	0.3372	0.3105	0.2855	0.2620	0.2399	0.2192
10°	0.3802	0.3495	0.3210	0.2944	0.2696	0.2464	0.2247
15°	0.4086	0.3729	0.3405	0.3108	0.2834	0.2581	0.2346
20°	0.4605	0.4142	0.3739	0.3381	0.3060	0.2769	0.2504
25°	0.5727	0.4936	0.4336	0.3847	0.3431	0.3070	0.2750

PASIVO K_p

α \ φ′	28°	30°	32°	34°	36°	38°	40°
0°	2.770	3.000	3.255	3.537	3.852	4.204	4.599
5°	2.715	2.943	3.196	3.476	3.788	4.136	4.527
10°	2.551	2.775	3.022	3.295	3.598	3.936	4.316
15°	2.284	2.502	2.740	3.002	3.293	3.615	3.977
20°	1.918	2.132	2.362	2.612	2.886	3.189	3.526
25°	1.434	1.664	1.894	2.135	2.394	2.676	2.987

Enunciado

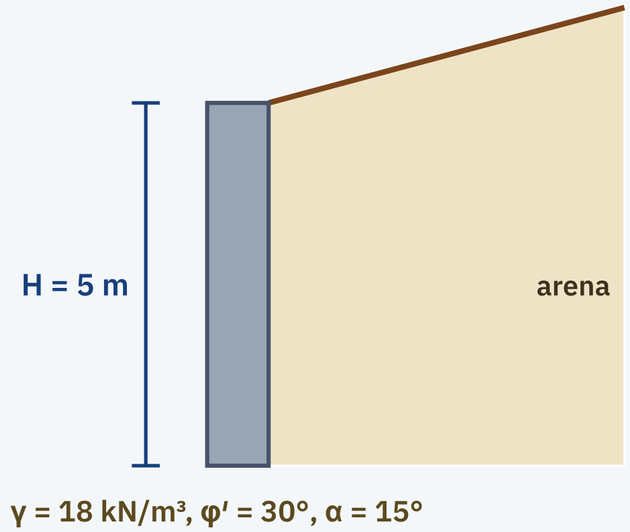
EJEMPLO

SE PIDE

K_a, **P_a**, altura de aplicación y dirección; componentes horizontal y vertical; comparación con el relleno horizontal.

Datos

Muro	$H = 5$ **m, vertical, sin fricción**
Relleno	**arena seca:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$, **inclinación de la superficie** $\alpha = 15°$



Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficiente: cos 15° = 0.9659; √(cos²α − cos²φ′) = √(0.9330 − 0.75) = 0.4278

$$K_a = \cos\alpha\,\frac{\cos\alpha - r}{\cos\alpha + r} = 0.9659\,\frac{0.5381}{1.3937} = \mathbf{0.3729}$$

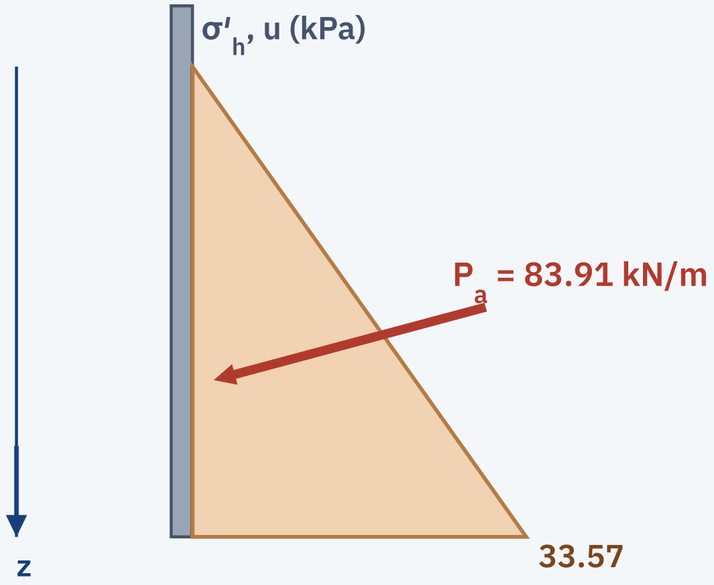
2 Presión en la base (paralela a la superficie)

$$\sigma'_a(5) = K_a\gamma H = 0.3729(18)(5) = \mathbf{33.57}\ \text{kPa}$$

3 Fuerza, posición y componentes

$$P_a = \tfrac{1}{2}(33.57)(5) = \mathbf{83.91}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

$$P_h = P_a\cos 15^\circ = 81.05 \qquad P_v = P_a\sin 15^\circ = 21.72\ \text{kN/m}$$



P_a = **83.91 kN/m**, con 15° respecto de la horizontal, a 1.67 m por encima de la base. Con relleno horizontal, P_a era de 75.00 kN/m: la inclinación aumenta la fuerza un 12%.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

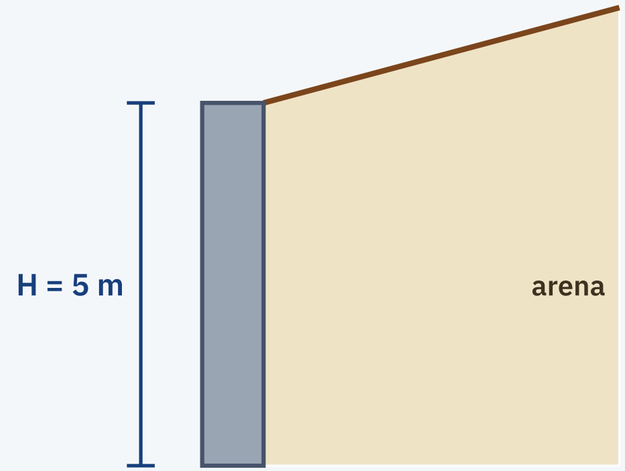
EJEMPLO

SE PIDE

K_p, P_p y sus componentes; comparación con el empuje pasivo en un relleno horizontal.

Datos

Muro y relleno	**El muro y el relleno del Ejemplo 1: $H = 5$ m, $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 30°$, $\alpha = 15°$**



Solución

SOLUCIÓN

1 Coeficiente (r = 0.4278)

$$K_p = \cos\alpha\,\frac{\cos\alpha + r}{\cos\alpha - r} = 0.9659\,\frac{1.3937}{0.5381} = \mathbf{2.5017}$$

2 Presión en la base y fuerza

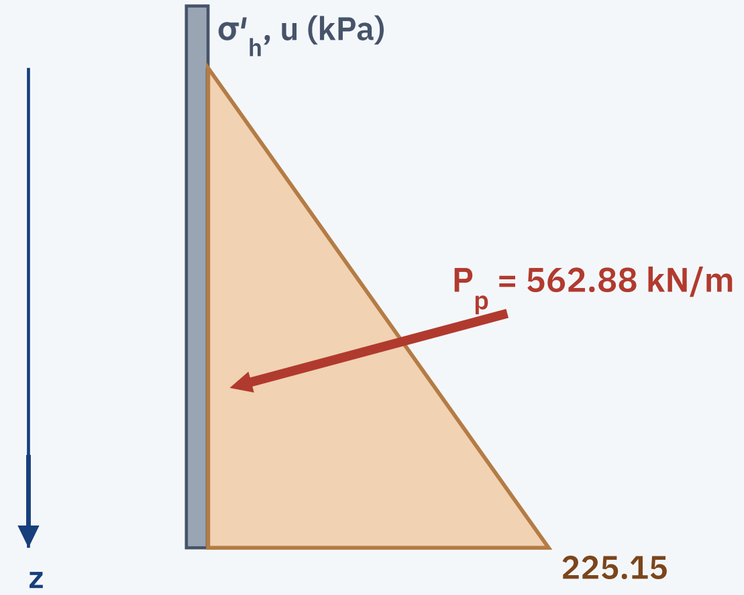
$$\sigma'_p(5) = K_p\gamma H = 2.5017(18)(5) = 225.15\ \text{kPa}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}(225.15)(5) = \mathbf{562.9}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = 1.67\ \text{m}$$

3 Componentes (15° con la horizontal)

$$P_h = P_p\cos 15^\circ = 543.7 \qquad P_v = P_p\sin 15^\circ = 145.7\ \text{kN/m}$$

P_p = **562.9 kN/m**. Con relleno horizontal era de 675.0 kN/m: la inclinación **reduce** la resistencia pasiva un 17% (mientras aumenta el empuje activo). Se cumple la comprobación $K_aK_p = 0.9330 = \cos^2 15°$.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

condición α ≤ φ′

TEORÍA

La expresión con raíz solo es real cuando **cos²α ≥ cos²φ′**, es decir, α ≤ φ′: un talud más inclinado que φ′ no puede mantenerse por sí mismo en un suelo sin cohesión. En el límite la raíz se anula y ambos coeficientes tienden al mismo valor:

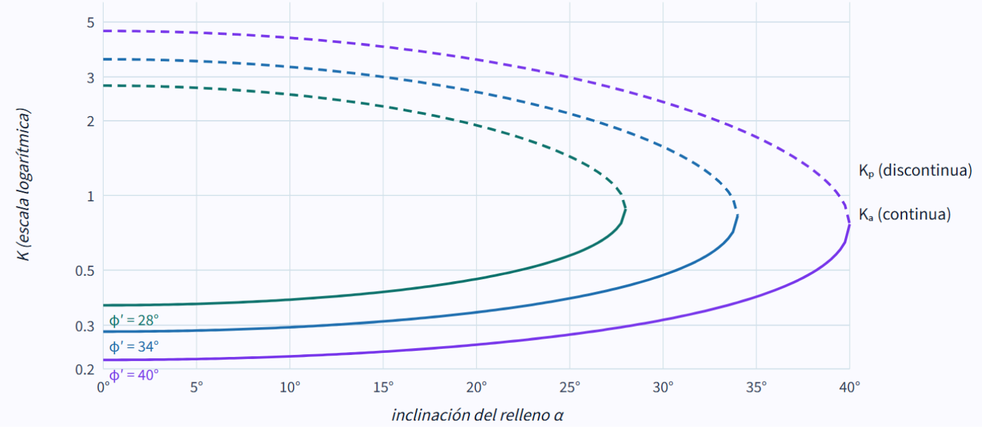
$$\alpha = \varphi' : \qquad K_a = K_p = \cos\varphi'$$

Al aumentar α, K_a crece y K_p disminuye; ambos coinciden en α = φ′ (los estados activo y pasivo dejan de distinguirse).

Este es el estado del suelo en su ángulo de reposo natural: el relleno ya se encuentra en el umbral de la rotura y la presión no cambia con el movimiento del muro.

Para α > φ′ no existe solución; el módulo muestra una advertencia.

K – α (escala log.; φ′ = 28°, 34°, 40°)



Enunciado

EJEMPLO

Datos

Suelo	**arena sin cohesión,** $\varphi' = 32^\circ$
Inclinaciones	$\alpha = 0^\circ,\ 10^\circ,\ 20^\circ,\ 30^\circ,\ 32^\circ$ **(y** 33°**)**

SE PIDE

K_a, K_p y su producto para cada inclinación; valor en el límite; resultado para α = 33°.

Solución

SOLUCIÓN

1 Ecuaciones para cada inclinación (φ′ = 32°; cos 32° = 0.8480)

α	K_a	K_p	K_aK_p	$\cos^2\alpha$
0°	0.3073	3.255	1.0000	1.0000
10°	0.3210	3.022	0.9698	0.9698
20°	0.3739	2.362	0.8830	0.8830
30°	0.5741	1.306	0.7500	0.7500
32°	0.8480	0.848	0.7192	0.7192

2 Límite: α = φ′ = 32° y α = 33°

$$\alpha = 32^\circ:\ \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'} = 0 \ \Rightarrow\ K_a = K_p = \cos 32^\circ = \mathbf{0.8480}$$

$$\alpha = 33^\circ:\ \cos^2 33^\circ - \cos^2 32^\circ < 0 \ \Rightarrow\ \text{sin raíz real}$$

Al aumentar α, K_a pasa de 0.307 → 0.574 y K_p de 3.25 → 1.306; para cada α, $K_aK_p = \cos^2\alpha$. Para α = φ′ = 32° ambos son iguales a cos φ′ = 0.848; para α = 33° **no existe solución** (talud empinado).

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Cara inclinada del muro y relleno en pendiente: activo

TEORÍA

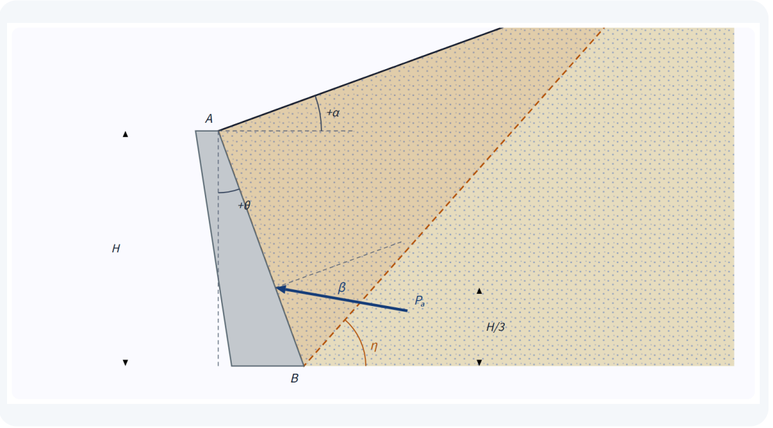
Si la cara del muro está inclinada θ respecto de la vertical y la superficie del relleno α respecto de la horizontal (ambos positivos como en la figura; muro sin rozamiento), la solución de Chu (1991) permite obtener la **magnitud y la dirección** de la fuerza:

$$\psi_a = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} - \alpha + 2\theta$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' - 2\sin\varphi'\cos\psi_a}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_a}{1-\sin\varphi'\cos\psi_a}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'}$$



β: ángulo de la fuerza respecto de la normal al paramento del muro; la fuerza actúa a **H/3** por encima de la base. **η**: ángulo que forma con la horizontal la cara BC de la cuña de deslizamiento en la base.

Para θ = 0, $K_{a(R)}$ se reduce a la fórmula del relleno inclinado (Ec. 1), y β se reduce a α.

En el caso pasivo cambian los signos

TEORÍA

En el caso pasivo, para la misma geometría cambian los signos:

$$\psi_p = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} + \alpha - 2\theta \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_p}{1+\sin\varphi'\cos\psi_p}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' + 2\sin\varphi'\cos\psi_p}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} \qquad P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p(R)}$$

La fuerza actúa a H/3 por encima de la base. El paramento del muro y la superficie se cortan con un ángulo de 90° − |α − θ|; si este ángulo se cierra, el muro se extiende a lo largo del talud y lo que actúa sobre el paramento es el peso del suelo situado encima; el módulo admite |α − θ| ≤ 75°.

Enunciado

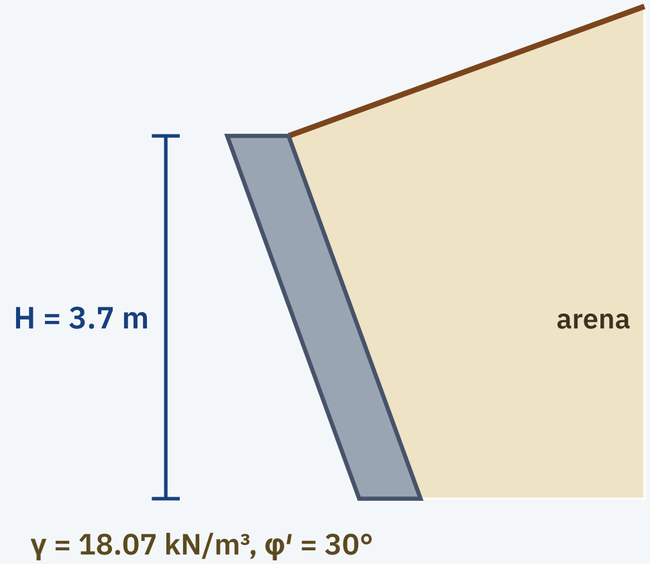
EJEMPLO

Datos

Muro	**sin rozamiento; cara inclinada $\theta = +20^\circ$ respecto de la vertical; $H = 3.658$ m (12 ft)**
Relleno	**arena seca: $\gamma = 18.07\ \mathrm{kN/m^3}$ (115 pcf), $\varphi' = 30^\circ$; inclinación de la superficie $\alpha = +20^\circ$**

SE PIDE

Ψ_a, $K_{a(R)}$, P_a, β, η y la altura de aplicación. El módulo se abre con este muro.



Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Ángulo auxiliar y ψ_a

$$\sin^{-1}\frac{\sin 20^\circ}{\sin 30^\circ} = 43.16^\circ$$

$$\psi_a = 43.16^\circ - 20^\circ + 2(20^\circ) = \mathbf{63.16^\circ}$$

2 Coeficiente $K_{a(R)}$

$$\sqrt{1+\sin^2 30^\circ - 2\sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = 0.8936 \qquad \cos^2 20^\circ = 0.8830$$

$$\sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ} = 0.3647$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos 0^\circ\,(0.8936)}{0.8830\,(0.9397 + 0.3647)} = \mathbf{0.776}$$

Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Fuerza y posición

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(0.7758) = \mathbf{93.79}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \tfrac{H}{3} = \mathbf{1.219}\ \text{m}$$

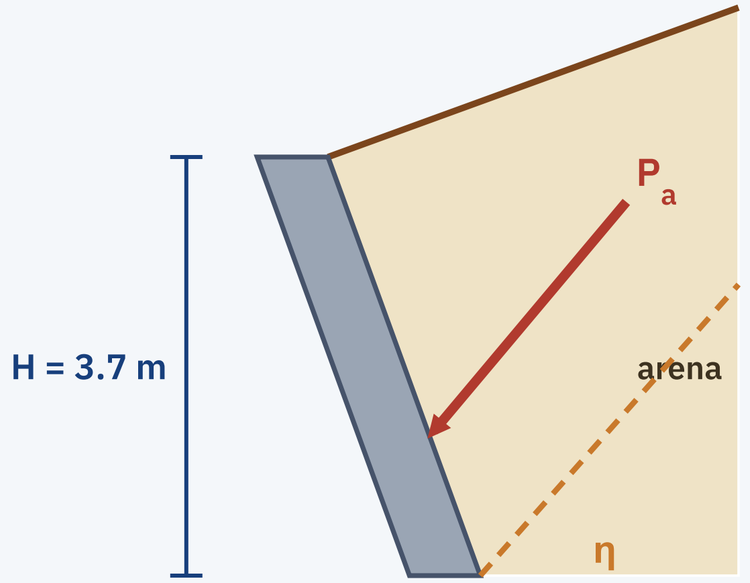
4 Rumbo β y ángulo de la cuña η

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\sin 30^\circ \sin 63.16^\circ}{1 - \sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = \mathbf{29.95}^\circ\ (\approx 30^\circ)$$

$$\eta = 45^\circ + 15^\circ + 10^\circ - \tfrac{1}{2}(43.16^\circ) = \mathbf{48.42}^\circ$$

5 Componentes (perpendicular y paralela a la cara)

$$N = P_a \cos\beta = 81.27 \qquad T = P_a \sin\beta = 46.83\ \text{kN/m}$$



P_a = **93.79 kN/m** (6,424 lb/ft en unidades de EE. UU.), a **30.0°** de la normal a la cara del muro, a H/3 = 1.22 m por encima de la base.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Enunciado

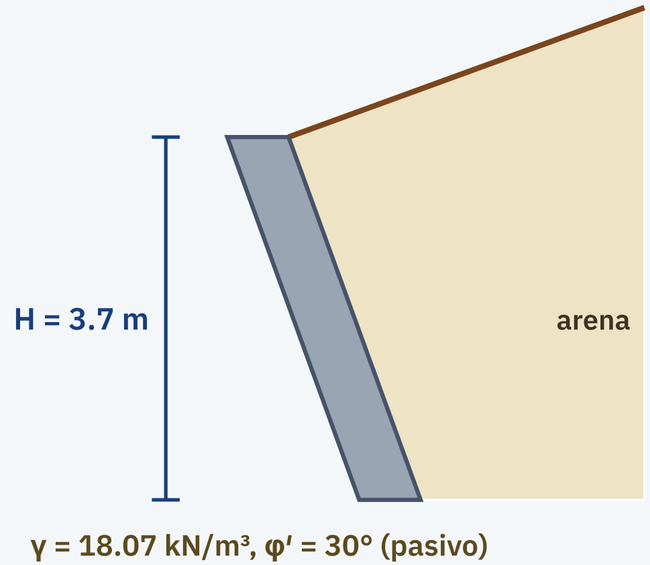
EJEMPLO

Datos

Muro y relleno	**Muro y relleno del Ejemplo 4:** $\theta = +20^\circ,\ \alpha = +20^\circ,\ \varphi' = 30^\circ,\ \gamma = 18.07\ \mathrm{kN/m^3},\ H = 3.658$ **m**

SE PIDE

Ψ_p, $K_{p(R)}$, P_p, β y η; comparación con el caso activo.



Solución

SOLUCIÓN

1 Ψ_p y $K_{p(R)}$

$$\psi_p = 43.16^\circ + 20^\circ - 2(20^\circ) = \mathbf{23.16^\circ}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos 0^\circ \sqrt{1 + \sin^2 30^\circ + 2 \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ}}{\cos^2 20^\circ \left(\cos 20^\circ - \sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ}\right)} = \mathbf{2.901}$$

2 Fuerza, dirección y ángulo de la cuña

$$P_p = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(2.9010) = \mathbf{350.7}\ \mathrm{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\sin 30^\circ \sin 23.16^\circ}{1 + \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ} = \mathbf{7.67^\circ} \qquad \eta = \mathbf{61.58^\circ}$$

P_p = **350.7 kN/m**, β = 7.7°; la fuerza activa del mismo muro era 93.79 kN/m (relación 3.7). En el caso pasivo la fuerza es casi perpendicular a la cara (β pequeño), mientras que en el activo está inclinada ~30°.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

¿Cómo modifica la fuerza la inclinación θ de la cara del muro?

TEORÍA

Si se mantiene constante la inclinación del relleno (α = 20°, φ′ = 30°) y solo se gira la cara del muro, varían $K_{a(R)}$ y β:

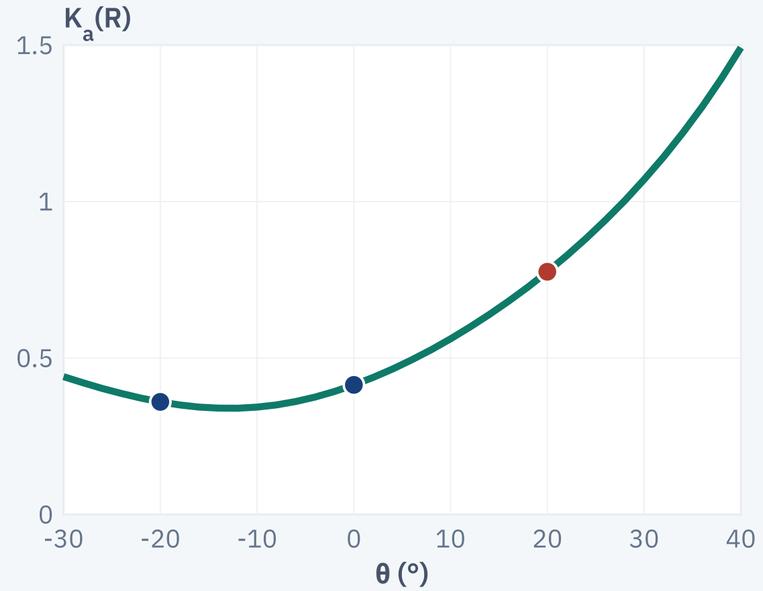
θ	$K_{a(R)}$	β
−20°	0.360	-15.5°
0°	0.414	20.0°
+20°	0.776	30.0°

Si θ es positivo (la cara se apoya sobre el relleno), el relleno queda sobre la cara del muro y la fuerza aumenta; si es negativo, disminuye.

Para θ = 0 y α = 20°, β = α = 20°: la fuerza es paralela a la superficie.

$K_{(R)}$ incluye conjuntamente las dos componentes de la fuerza, **paralela y perpendicular** a la cara; para la componente horizontal sola se toma P cos(β + θ).

$K_{a(R)}$ – θ (α = 20°, φ′ = 30°)



Mazindrani y Ganjali (1997)

TEORÍA

Para un suelo c′–φ′ con la superficie inclinada un ángulo α tras un muro vertical sin rozamiento, la presión activa a una profundidad dada:

$$\sigma'_a = \gamma z\, K'_a \cos\alpha \qquad r = \frac{c'}{\gamma z}$$

$$K'_a = \frac{2\cos^2\alpha + 2r\cos\varphi'\sin\varphi' - \sqrt{D}}{\cos^2\varphi'} - 1$$

$$D = 4\cos^2\alpha\left(\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'\right) + 4r^2\cos^2\varphi' + 8r\cos^2\alpha\sin\varphi'\cos\varphi'$$

$$z_c = \frac{2c'}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'}}$$

K'_a depende de la profundidad a través de c′/γz: la presión **no es lineal**; es negativa en la parte superior del terreno, y la profundidad de la grieta de tracción z_c es independiente de la inclinación.

En el caso pasivo, el signo delante de la raíz pasa a ser +. α = 0 → Rankine ($\sigma'_a = K_a\gamma z - 2c'\sqrt{K_a}$); c′ = 0 → Ec. 1.

En el cálculo con grieta se integra la parte situada por debajo de z_c; sin grieta se integra toda la altura; solo es válido para θ = 0.

PRESIÓN PARALELA A LA SUPERFICIE

Como en el caso sin cohesión, la presión actúa **paralela** a la superficie, es decir, formando un ángulo α con la horizontal; la componente de la fuerza perpendicular a la cara del muro es P cos α.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 5$ **m, vertical, sin fricción**
Relleno	$\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $\varphi' = 25°$, $c' = 10$ **kPa; inclinación de la superficie** $\alpha = 10°$

SE PIDE

z_c, la presión en la base, P_a con y sin grieta, y la altura de aplicación; comparación con el relleno horizontal.

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

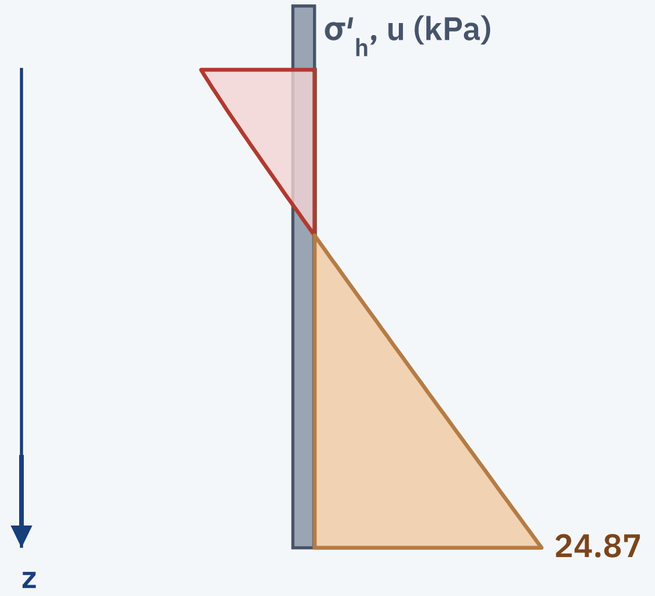
1 Profundidad de tracción (independiente de la inclinación)

$$z_c = \frac{2(10)}{18}\sqrt{\frac{1+\sin 25^\circ}{1-\sin 25^\circ}} = 1.111(1.5697) = \mathbf{1.744}\ \text{m}$$

2 En la base (z = 5 m): r = c′/γz = 10/(18·5) = 0.1111

$$D = 0.9467 \qquad K'_a = 0.2806$$

$$\sigma'_a(5) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(5)(0.2806)\cos 10^\circ = \mathbf{24.87}\ \text{kPa}$$



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Fuerza con grieta (área del diagrama curvo desde z_c hasta H, integración numérica)

$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma'_a \, dz = \mathbf{40.33}\ \mathrm{kN/m}\ (\text{paralelo a la superficie, } 10^\circ)$$

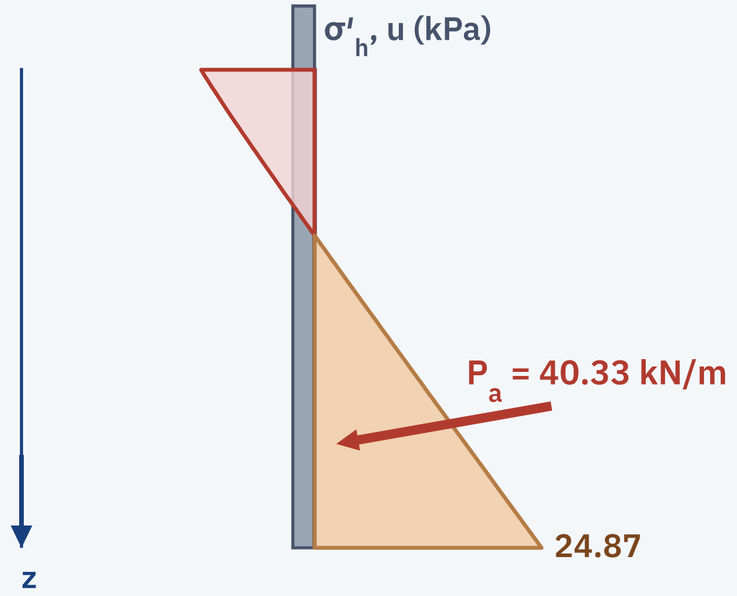
$$\bar{z} = 1.08\ \mathrm{m}\ (\text{desde la base})$$

4 Comparación

$$\text{sin grieta: } P_a = 29.16\ \mathrm{kN/m}$$

$$\text{relleno horizontal: } P_a = \tfrac{1}{2}(23.79)(3.256) = 38.72\ \mathrm{kN/m}$$

La fuerza con grieta es de **40.33 kN/m**, un 38% mayor que sin grieta; respecto del relleno horizontal (38.72 kN/m), la inclinación aumentó la fuerza un 4%. El valor con grieta es el valor de cálculo.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Estratos paralelos a la superficie

TEORÍA

Si el relleno está formado por estratos **paralelos a la superficie** (un sondeo vertical tras el muro corta los mismos espesores en todas partes), cada estrato se evalúa con sus propios γ, φ′ y c′ bajo el peso del terreno suprayacente, $\sigma'_v = \Sigma \gamma_i h_i$:

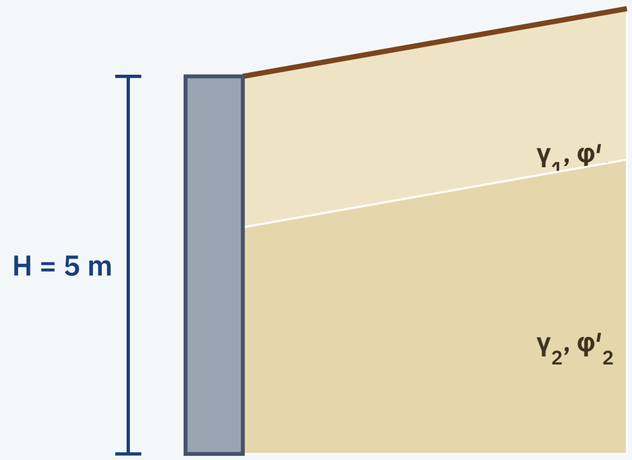
$$\sigma' = \sigma'_v \frac{K_{(R)} \cos\theta}{1 + \tan\theta \tan\alpha} \qquad \theta = 0 : \ \sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$$

Como K cambia en el límite de los estratos, la presión **salta**; la fuerza de cada estrato se descompone en las componentes N_i, perpendicular, y T_i, paralela a la cara del muro; $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$, $\beta = \tan^{-1}(T/N)$.

La **sobrecarga** q se suma a σ'_v como un estrato de peso q/cos α en la superficie; por debajo del nivel del **agua** se utiliza γ′ y u actúa perpendicularmente al muro.

Esta es la ampliación que hace el módulo de las soluciones de Chu y de Mazindrani–Ganjali a suelos estratificados (en la bibliografía no existe una solución cerrada para estratos); para un solo estrato reproduce la solución cerrada con una diferencia inferior a 10^{-8}.

ESTRATOS PARALELOS A LA SUPERFICIE



Enunciado

EJEMPLO

Datos

Muro	$H = 5$ **m, vertical, sin fricción**
Relleno	**inclinación de la superficie** $\alpha = 10°$**; dos estratos paralelos a la superficie (espesor vertical)**
Estrato 1 (2 m)	$\gamma = 17\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 30°$
Estrato 2 (3 m)	$\gamma = 19\ \mathrm{kN/m^3},\ \varphi' = 35°$

SE PIDE

En cada estrato: presiones, **P**, **N**, **T** y altura de aplicación.

Solución (1/2)

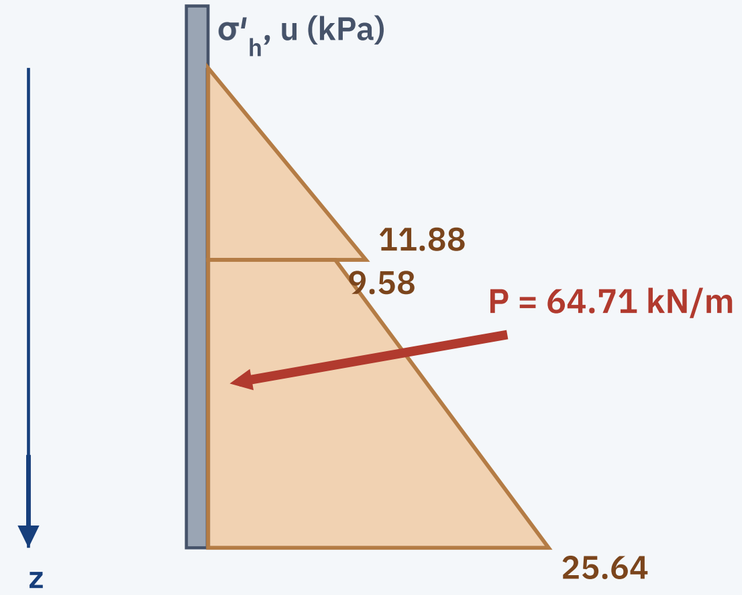
SOLUCIÓN

1 Coeficientes (α = 10°)

$$K_1(30^\circ) = \mathbf{0.3495}$$
$$K_2(35^\circ) = \mathbf{0.2818}$$

2 Tensiones verticales: en el límite 17(2) = 34; en la base 34 + 19(3) = 91 kPa

$$\sigma_1' = 0.3495(34) = \mathbf{11.88}\ \text{kPa (arriba)}$$
$$\sigma_2' = 0.2818(34) = \mathbf{9.58}\ \text{kPa (abajo)}$$
$$\sigma'(5) = 0.2818(91) = \mathbf{25.64}\ \text{kPa}$$



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Fuerzas (paralelas a la superficie): triángulo superior · rectángulo inferior · triángulo inferior

$$P = \tfrac{1}{2}(2)(11.88) + 3(9.58) + \tfrac{1}{2}(3)(16.06) = 11.88 + 28.74 + 24.09 = \mathbf{64.71}\ \mathrm{kN/m}$$

4 Componentes y altura de aplicación

$$N = P\cos 10^\circ = 63.73 \qquad T = P\sin 10^\circ = 11.24\ \mathrm{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1}(T/N) = 10^\circ \qquad \bar{z} = \mathbf{1.71}\ \mathrm{m}$$

P = **64.71 kN/m**, N = 63.73 kN/m perpendicular a la cara del muro; a 1.71 m por encima de la base. En el límite entre estratos la presión **disminuye** de 11.88 → 9.58 kPa, porque el valor de φ′ del estrato inferior es mayor; en cambio, σ'_v es continua.

Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Condición de estabilidad del talud

TEORÍA

La arcilla sin drenaje ($\varphi_u = 0$, c_u, tensión total) responde a la misma relación; se toma $\varphi' = 0$ y $c' = c_u$:

$$K'_a = 2\cos^2\alpha - 2\sqrt{r^2 - \sin^2\alpha\cos^2\alpha} - 1 \qquad r = \frac{c_u}{\gamma z}$$

La solución existe únicamente **mientras el talud se mantiene en pie**: la tensión tangencial en planos paralelos a la superficie no puede superar la cohesión:

$$\tau = \gamma z \sin\alpha\cos\alpha \le c_u \;\Rightarrow\; z_{max} = \frac{c_u}{\gamma \sin\alpha\cos\alpha} \qquad z_c = \frac{2c_u}{\gamma}$$

El módulo comprueba esta condición hasta la base del muro; si el muro es más alto que z_{max}, el cálculo se detiene.

Para $\alpha = 0$, $\sigma_a = \gamma z - 2c_u$, grieta de tracción $2c_u/\gamma$.

¿POR QUÉ EXISTE UN LÍMITE?

Bajo una superficie inclinada, la tensión tangencial en todo plano paralelo a la superficie aumenta con la profundidad; la arcilla solo puede soportar esta tensión hasta c_u. A mayor profundidad el talud desliza por su propio peso.

Enunciado

EJEMPLO

Datos

Relleno	**arcilla saturada, sin drenaje:** $\gamma = 18\ \mathrm{kN/m^3}$, $c_u = 20$ **kPa; inclinación de la superficie** $\alpha = 15^\circ$
Muro	$H = 4$ **m (y 5 m), vertical, sin fricción**

SE PIDE

z_{max}, z_c, la presión en la base y P_a con grieta; ¿qué ocurre para H = 5 m?

Solución (1/2)

SOLUCIÓN

1 Límite de estabilidad y profundidad de tracción

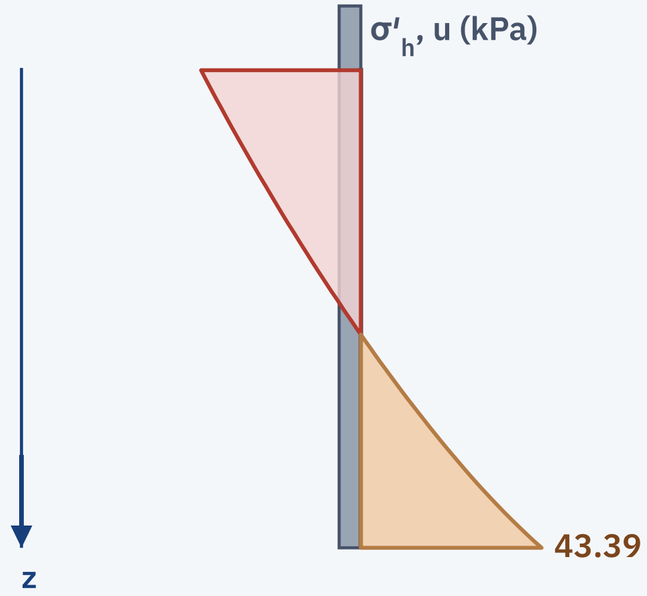
$$z_{max} = \frac{20}{18 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \mathbf{4.44}\ \text{m}$$

$$z_c = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{40}{18} = \mathbf{2.22}\ \text{m}$$

2 H = 4 m: τ(4) = 18(4) sin15° cos15° = 18.0 ≤ 20 kPa: el talud se sostiene; en la base r = 20/(18·4) = 0.2778

$$K'_a = 2\cos^2 15^\circ - 2\sqrt{r^2 - \sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ} - 1 = 0.6239$$

$$\sigma_a(4) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(4)(0.6239)\cos 15^\circ = \mathbf{43.39}\ \text{kPa}$$



Solución (2/2)

SOLUCIÓN

3 Fuerza con grieta (de z_c a 4 m)

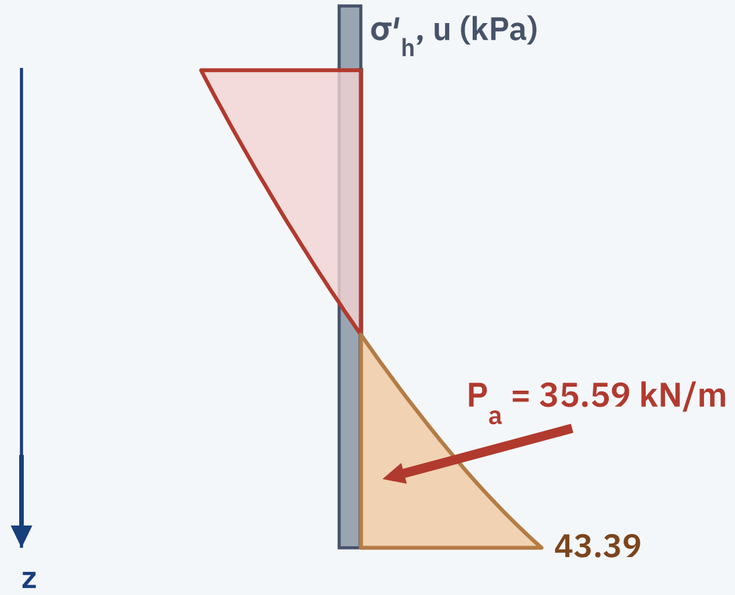
$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma_a \, dz = \mathbf{35.59}\ \text{kN/m}\ (15^\circ \text{ con la horizontal})$$

$$\bar{z} = 0.57\ \text{m} \qquad \text{sin grieta: } P_a = -9.37\ \text{kN/m}$$

4 H = 5 m: τ(5) = 22.5 kPa > c_u = 20 kPa

$$\tau(5) = 18(5)\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 22.5 > c_u \ \Rightarrow\ \text{el talud rompe}$$

Para H = 4 m, P_a con grieta de tracción = **35.59 kN/m**; la fuerza sin grieta es negativa (–9.37 kN/m), es decir, la hipótesis de la grieta es determinante. Como z_{max} = 4.44 m, no hay solución para un muro de 5 m.



Comprobar la solución en GeoTerva ↗

Alcance de la solución

TEORÍA

El muro no tiene fricción; en la solución de Chu la presión se da con un ángulo β respecto de la normal al muro (β procede únicamente del estado de tensiones del propio terreno, no de la fricción muro-terreno). Para un muro con fricción, véase el módulo de Coulomb.

El **relleno** es una superficie plana con una única inclinación uniforme; los estratos son paralelos a la superficie. Los cambios de inclinación de la superficie, las bermas o las superficies quebradas no figuran en esta solución.

El **relleno cohesivo** se da únicamente para muro vertical (θ = 0), según Mazindrani–Ganjali; se supone una grieta de tracción hasta z_c, y una grieta llena de agua debe considerarse por separado.

Geometría: la cara del muro y la superficie deben cortarse con un ángulo mínimo de 15° ($|\alpha - \theta| \leq 75°$); en caso contrario, la presión que actúa sobre la cara no es empuje de tierras, sino el peso del terreno suprayacente.

El **sismo** y el **muro con rozamiento** quedan fuera del alcance de este módulo (Mononobe–Okabe, Coulomb).

Resumen

Puntos clave

Relleno inclinado ($\alpha \le \varphi'$): la presión es **paralela** a la superficie, $K_a = \cos\alpha\,(\cos\alpha - r)/(\cos\alpha + r)$, K_p con signo contrario; $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$ a $H/3$ desde la base, con un ángulo α respecto a la horizontal

$K_aK_p = \cos^2\alpha$; al aumentar α, K_a aumenta y K_p disminuye; para $\alpha = \varphi'$ ambos valen $\cos\varphi'$ y para $\alpha > \varphi'$ no hay solución

Chu (1991): $\psi_a = \sin^{-1}(\sin\alpha/\sin\varphi') - \alpha + 2\theta$; $K_{a(R)}$, β y η en forma cerrada; la fuerza forma un ángulo β con la normal a la cara

Inclinación del muro θ: si es positiva la fuerza aumenta, si es negativa disminuye; en el caso pasivo, $\psi_p = \sin^{-1}(\ldots) + \alpha - 2\theta$

En un relleno **cohesivo**, K'_a depende de la profundidad y el diagrama es curvo; $z_c = (2c'/\gamma)\sqrt{((1+\sin\varphi')/(1-\sin\varphi'))}$ es independiente de la inclinación; lo esencial es la fuerza calculada con grieta

Relleno estratificado: $\sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$; salto en el límite, $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$

Arcilla sin drenaje: si se supera $z_{max} = c_u/(\gamma \sin\alpha \cos\alpha)$, el talud desliza bajo su propio peso y no existe solución

Referencias bibliográficas

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Chu, S.C. (1991). Rankine analysis of active and passive pressures on dry sands. Soils and Foundations, 31(4), 115–120.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Mazindrani, Z.H. and Ganjali, M.H. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 123(2), 110–112.

NOTA

Todos los ejemplos numéricos se han obtenido con el propio motor de cálculo del módulo; el módulo da los mismos valores. El módulo se abre con el muro del Ejemplo 4 (H = 3.658 m, γ = 18.07 kN/m³).

GeoTerva

Cálculos geotécnicos en línea

De la teoría a la práctica

Introducir en GeoTerva la inclinación del propio muro, la inclinación del relleno, los estratos y el agua subterránea; el módulo da a la vez la fuerza, su dirección y su altura de aplicación.

Abrir el módulo →

Página de teoría →

Abrir en el teléfono
Los módulos de prueba no requieren registro.

Si desea utilizarlas en sus clases: info@geoterva.com