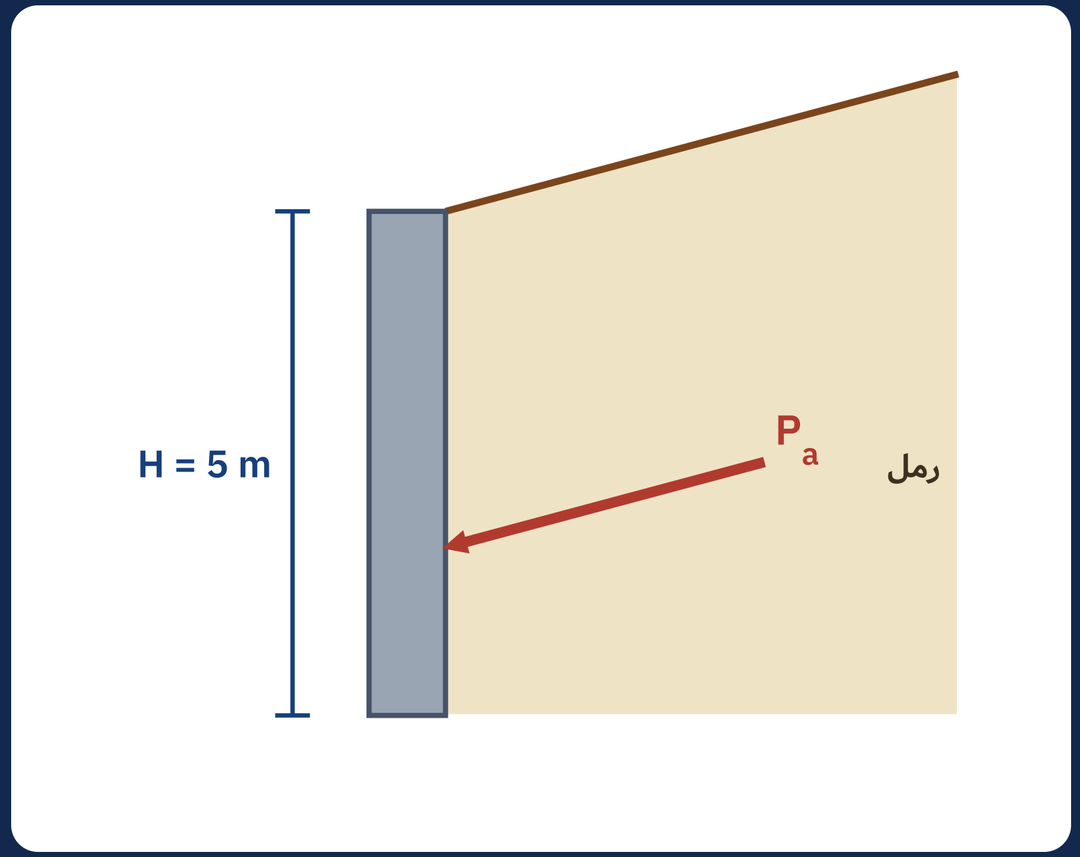


شرائح محاضرات الجيوتكنيك · ضغط التربة الجانبي

Rankine: الردم الخلفي المائل والجدار المائل

المحاضرة: حل Rankine عندما يكون سطح الردم مائلاً أو وجه الجدار مائلاً؛ توازي الضغط مع السطح، ومعاملات K، والردم المتماسك والطبقي؛ مع مثال محلول لكل موضوع.

ردم مائل · الفعال والمنفعل · جدار مائل · Chu (1991) · ردم متماسك · ردم طبقي

ماذا سنتعلم في هذه المحاضرة؟

- كون الضغط **موازياً للسطح** عندما يكون سطح الردم مائلاً، وسبب تغير K_a و K_p مع α
- العلاقة $K_aK_p = \cos^2\alpha$ والحد **$\alpha \le \varphi'$**
- حل **Chu (1991)** للجدار المائل + الردم المائل: β، $K_{(R)}$، ψ و η
- تحديد **مقدار القوة واتجاهها (β) وموضعها**؛ وفصل مركبتيها الأفقية والرأسية
- في الردم المتماسك: مخطط الضغط المنحني، وعمق الشد، و**في الطين غير المصرف** شرط ثبات المنحدر
- استخدام قيمة K الخاصة بكل طبقة في حالة الطبقات الموازية للسطح

تسلسل المحاضرة

يعالج كل موضوع في **ثلاث خطوات**:

1 · **النظرية**: ما القاعدة، ولماذا هي كذلك؟

2 · **المسألة**: المعطيات والمطلوب

3 · **الحل**: خطوة بخطوة، بالأرقام

القوى لكل وحدة طول من الجدار (kN/m)؛ α و θ بالدرجات، والضغوط بوحدة kPa. الجدار عديم الاحتكاك.

النظرية

الضغط موازٍ للسطح

إذا صنع سطح الردم غير المتماسك خلف الجدار زاوية α مع الأفقي فلا تكون ضغوط Rankine أفقية بعد ذلك: بل تؤثر **موازية للسطح**، أي بميل α، وتزداد خطياً مع العمق كما سبق:

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_a = \tfrac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

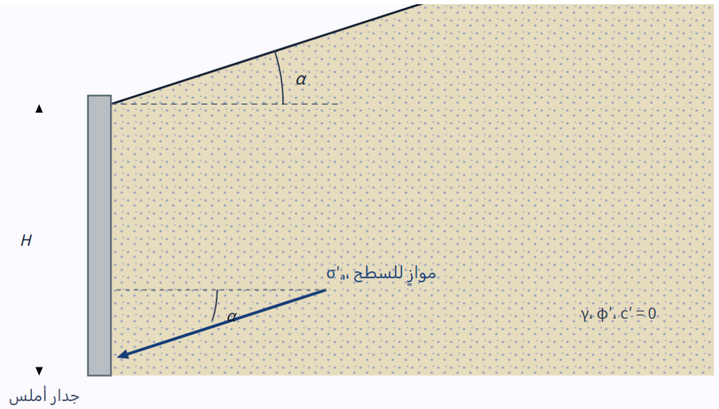
$$K_p = \cos\alpha \frac{\cos\alpha + \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}}{\cos\alpha - \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'}} \qquad P_p = \tfrac{1}{2} K_p \gamma H^2$$

تؤثر القوتان كلتاهما على ارتفاع **H/3** فوق القاعدة وتصنعان زاوية α مع الأفقي: $P_h = P\cos\alpha$، $P_v = P\sin\alpha$.

عند $\alpha = 0$ تؤول المعادلات إلى $\tan^2(45° \mp \varphi'/2)$.

حاصل الضرب $K_a K_p = \cos^2\alpha$؛ وعند $\alpha = 0$ يساوي 1.

ردم مائل



K_a و K_p – α و φ'

النظرية

K_a الفعال

φ \ α'	40°	38°	36°	34°	32°	30°	28°
0°	0.2174	0.2379	0.2596	0.2827	0.3073	0.3333	0.3610
5°	0.2192	0.2399	0.2620	0.2855	0.3105	0.3372	0.3656
10°	0.2247	0.2464	0.2696	0.2944	0.3210	0.3495	0.3802
15°	0.2346	0.2581	0.2834	0.3108	0.3405	0.3729	0.4086
20°	0.2504	0.2769	0.3060	0.3381	0.3739	0.4142	0.4605
25°	0.2750	0.3070	0.3431	0.3847	0.4336	0.4936	0.5727

K_p المنفعل

φ \ α'	40°	38°	36°	34°	32°	30°	28°
0°	4.599	4.204	3.852	3.537	3.255	3.000	2.770
5°	4.527	4.136	3.788	3.476	3.196	2.943	2.715
10°	4.316	3.936	3.598	3.295	3.022	2.775	2.551
15°	3.977	3.615	3.293	3.002	2.740	2.502	2.284
20°	3.526	3.189	2.886	2.612	2.362	2.132	1.918
25°	2.987	2.676	2.394	2.135	1.894	1.664	1.434

المسألة

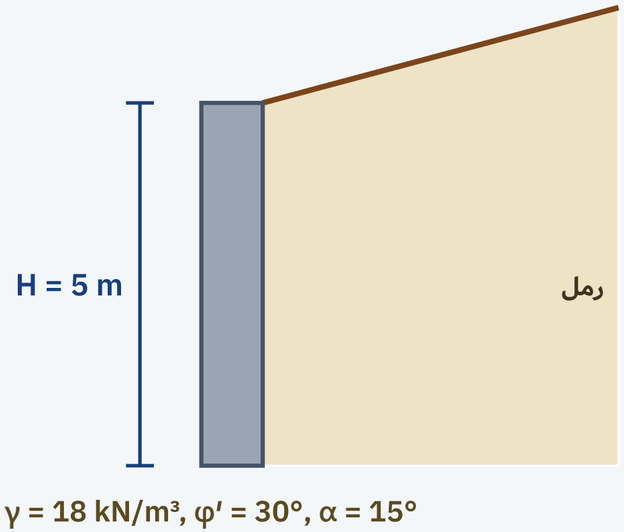
مثال

المعطيات

الجدار	**رأسي، دون احتكاك**، $H = 5$ m
الردم	**رمل جاف:** $\varphi' = 30^\circ$، $\gamma = 18$ kN/m^3، **ميل السطح** $\alpha = 15^\circ$

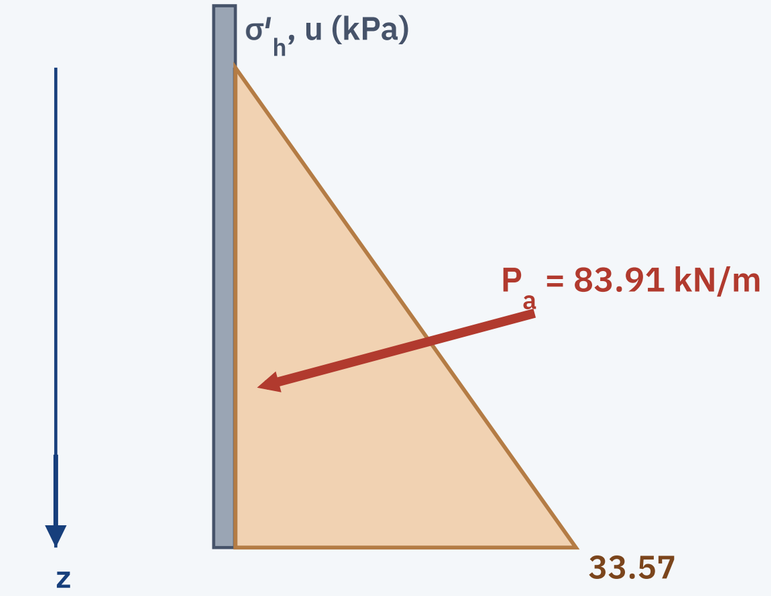
المطلوب

K_a وP_a وارتفاع نقطة التأثير واتجاه القوة؛ المركبة الأفقية والرأسية؛ المقارنة مع الردم الأفقي.



الحل

الحل



1 المعامل: $\cos 15° = 0.9659$؛ $\sqrt{(\cos^2\varphi - \cos^2\alpha')} = \sqrt{(0.9330 - 0.75)} = 0.4278$

$$K_a = \cos\alpha \frac{\cos\alpha - r}{\cos\alpha + r} = 0.9659 \frac{0.5381}{1.3937} = \mathbf{0.3729}$$

2 الضغط عند القاعدة (بموازاة السطح)

$$\sigma'_a(5) = K_a \gamma H = 0.3729(18)(5) = \mathbf{33.57}\ \text{kPa}$$

3 القوة وموضعها ومركباتها

$$P_a = \tfrac{1}{2}(33.57)(5) = \mathbf{83.91}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = \tfrac{5}{3} = 1.67\ \text{m}$$

$$P_h = P_a \cos 15^\circ = 81.05 \qquad P_v = P_a \sin 15^\circ = 21.72\ \text{kN/m}$$

P_a = **83.91 kN/m**، بزاوية 15° مع الأفق، وعلى ارتفاع 1.67 m فوق القاعدة. وكانت P_a = 75.00 kN/m في الردم الأفقي: فالميل يزيد القوة بنسبة 12%.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

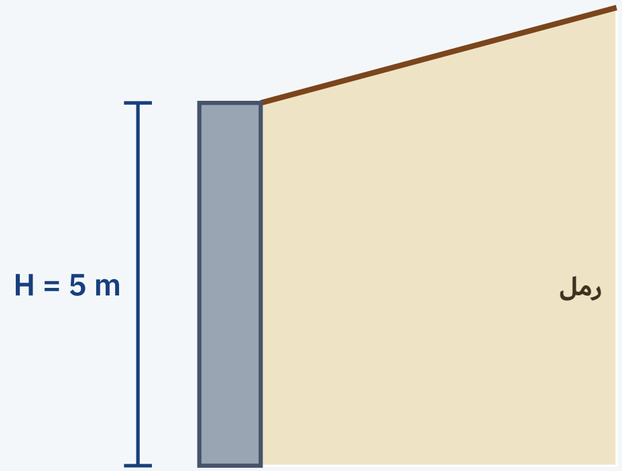
المعطيات

الجدار والردم

الجدار والردم في المثال 1: $H = 5\ \text{m}$، $\gamma = 18\ \text{kN/m}^3$، $\varphi' = 30^\circ$، $\alpha = 15^\circ$

المطلوب

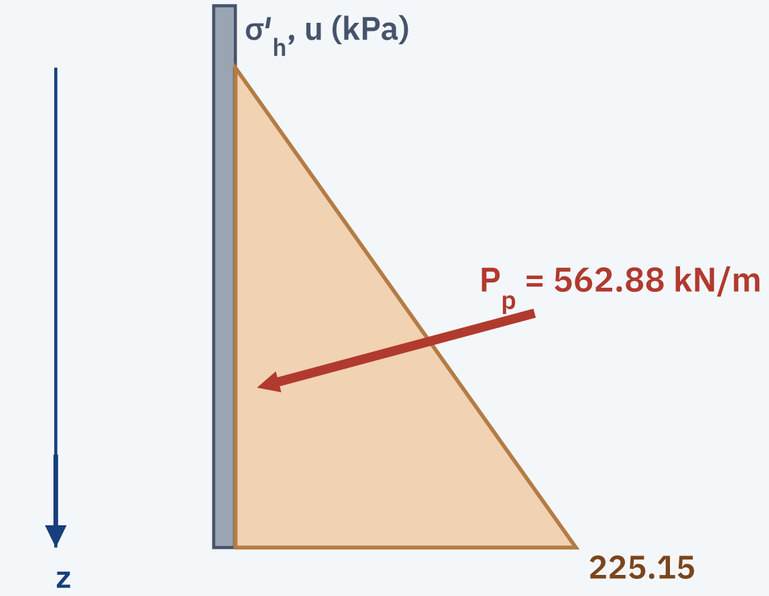
K_p و P_p ومركباتها؛ ومقارنة مع القوة المنفعلة في الردم الأفقي.



(الحالة المنفعلة) γ = 18 kN/m³، φ′ = 30°، α = 15°

الحل

الحل



1 المعامل (r = 0.4278)

$$K_p = \cos\alpha\,\frac{\cos\alpha + r}{\cos\alpha - r} = 0.9659\,\frac{1.3937}{0.5381} = \mathbf{2.5017}$$

2 الضغط عند القاعدة والقوة

$$\sigma'_p(5) = K_p\gamma H = 2.5017(18)(5) = 225.15\ \text{kPa}$$

$$P_p = \tfrac{1}{2}(225.15)(5) = \mathbf{562.9}\ \text{kN/m} \qquad \bar{z} = 1.67\ \text{m}$$

3 المركبات (15° مع الأفق)

$$P_h = P_p\cos 15^\circ = 543.7 \qquad P_v = P_p\sin 15^\circ = 145.7\ \text{kN/m}$$

P_p = **562.9 kN/m**. وكانت 675.0 kN/m في الردم الأفقي: فالميل **يخفض** المقاومة المنفعلة بنسبة 17% (بينما تزداد القوة الفعالة).
والتحقق $K_aK_p = 0.9330 = \cos^2 15°$ محقق.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

شرط $\varphi \le \alpha'$

النظرية

يكون التعبير الجذري حقيقي القيمة فقط عندما $\cos^2\alpha \ge \cos^2\varphi'$، أي $\alpha' \le \varphi$: فالمنحدر الأشد انحداراً من φ' لا يثبت من تلقاء نفسه في تربة غير متماسكة. وعند الحد يصبح الجذر صفراً ويقترب كلا المعاملين من القيمة نفسها:

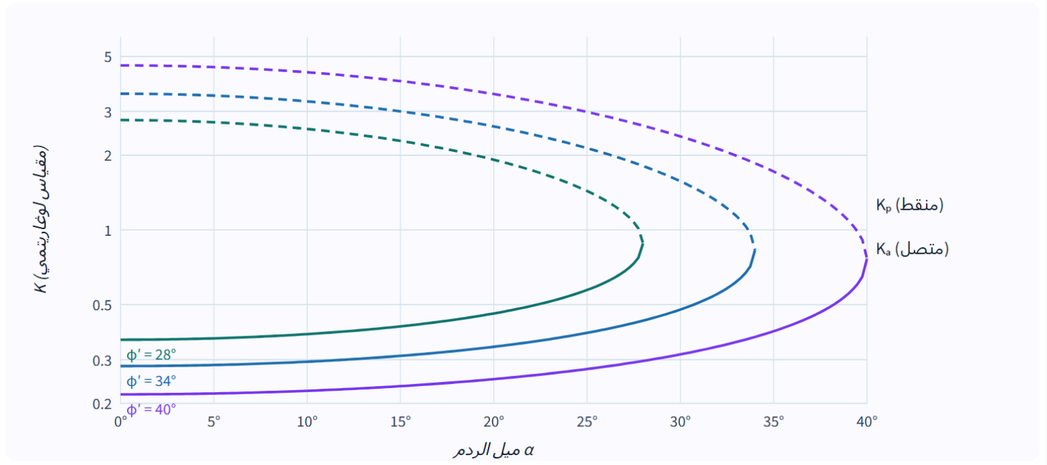
$$\alpha = \varphi' : \qquad K_a = K_p = \cos\varphi'$$

كلما زادت α ارتفعت K_a وانخفضت K_p؛ ويلتقيان عند $\alpha' = \varphi$ (فلا يمكن التمييز بين الحالة الفعالة والحالة المنفعلة).

هذه حالة التربة عند زاوية الميل الطبيعي (زاوية الاستقرار الطبيعي): فالردم في حافة الانهيار أصلاً، ولا يتغير الضغط بحركة الجدار.

لا يوجد حل عندما $\alpha' > \varphi$؛ وتصدر الوحدة تحذيراً.

K – α (مقياس لوغاريتمي؛ φ′ = 28°، 34°، 40°)



المسألة

مثال

المعطيات

التربة — **رمل غير متماسك،** $\varphi' = 32^\circ$

الميول — $\alpha = 0^\circ,\ 10^\circ,\ 20^\circ,\ 30^\circ,\ 32^\circ$ **(و** 33°**)**

المطلوب

قيم K_a وK_p وحاصل ضربهما لكل ميل؛ القيمة عند الحد؛ النتيجة من أجل α = 33°.

الحل

الحل

1 معادلات لكل منحدر ($\varphi' = 32°$؛ $\cos 32° = 0.8480$)

α	K_a	K_p	K_aK_p	$\cos^2\alpha$
0°	0.3073	3.255	1.0000	1.0000
10°	0.3210	3.022	0.9698	0.9698
20°	0.3739	2.362	0.8830	0.8830
30°	0.5741	1.306	0.7500	0.7500
32°	0.8480	0.848	0.7192	0.7192

2 الحد: $\alpha = \varphi' = 32°$ و $\alpha = 33°$

$$\alpha = 32^\circ : \ \sqrt{\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'} = 0 \ \Rightarrow \ K_a = K_p = \cos 32^\circ = \mathbf{0.8480}$$

$$\alpha = 33^\circ : \ \cos^2 33^\circ - \cos^2 32^\circ < 0 \ \Rightarrow \ \text{لا يوجد جذر حقيقي}$$

كلما زادت α ازدادت K_a من 0.307 إلى 0.574 وتناقصت K_p من 3.25 إلى 1.306؛ ولكل قيمة α يكون $K_aK_p = \cos^2\alpha$. وعند $\alpha = \varphi' = 32°$ يتساوى المعاملان ويساويان $\cos\varphi' = 0.848$؛ أما عند $\alpha = 33°$ فإنه **لا يوجد حل** (المنحدر شديد الانحدار).

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

النظرية

وجه الجدار المائل والردم المنحدر: الحالة الفعالة

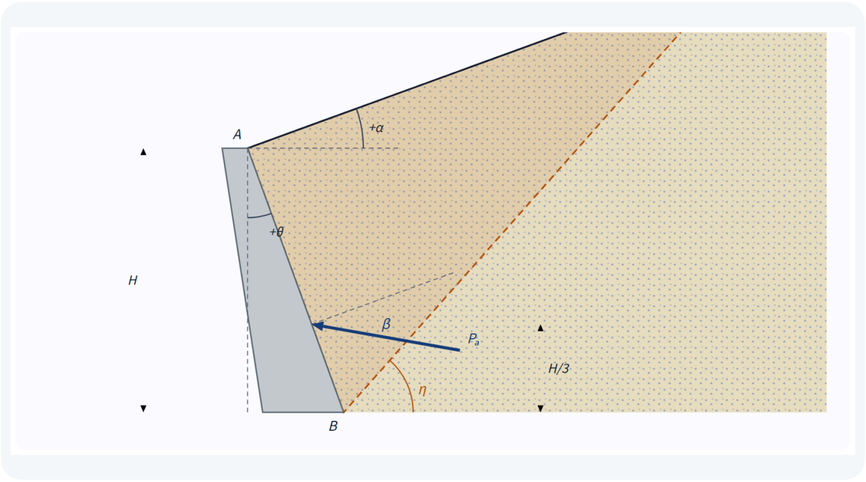
إذا كان وجه الجدار مائلاً بزاوية θ عن الرأسي وسطح الردم مائلاً بزاوية α عن الأفقي (وكلتاهما موجبة كما في الشكل؛ والجدار عديم الاحتكاك)، فإن حل Chu (1991) يعطي **مقدار القوة واتجاهها**:

$$\psi_a = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} - \alpha + 2\theta$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' - 2\sin\varphi'\cos\psi_a}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha + \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_a}{1-\sin\varphi'\cos\psi_a}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'}$$



β: زاوية القوة مع العمودي على وجه الجدار؛ وتؤثر القوة على ارتفاع **H/3** فوق القاع. **η**: زاوية الوجه BC عند القاع لإسفين الانزلاق مع الأفقي.

عند θ = 0 تختزل إلى صيغة الردم الخلفي المائل لـ $K_{a(R)}$ (المعادلة 1)، وتختزل β إلى α.

في الحالة المنفعلة تتغير الإشارات

النظرية

في الحالة المنفعلة، وبالهندسة نفسها، تتغير الإشارات:

$$\psi_p = \sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} + \alpha - 2\theta \qquad \beta = \tan^{-1}\frac{\sin\varphi'\sin\psi_p}{1+\sin\varphi'\cos\psi_p}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos(\alpha-\theta)\sqrt{1+\sin^2\varphi' + 2\sin\varphi'\cos\psi_p}}{\cos^2\theta\left(\cos\alpha - \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\alpha}\right)}$$

$$\eta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi'}{2} + \frac{\alpha}{2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi'} \qquad P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p(R)}$$

تؤثر القوة على ارتفاع H/3 فوق القاعدة. يتقاطع وجه الجدار مع السطح بزاوية قدرها 90° − |α − θ|؛ وإذا انغلقت هذه الزاوية امتد الجدار على طول المنحدر وصار ما يؤثر في الوجه هو وزن التربة العلوية؛ وتقبل الوحدة الحالات التي يكون فيها |α − θ| ≤ 75°.

المسألة

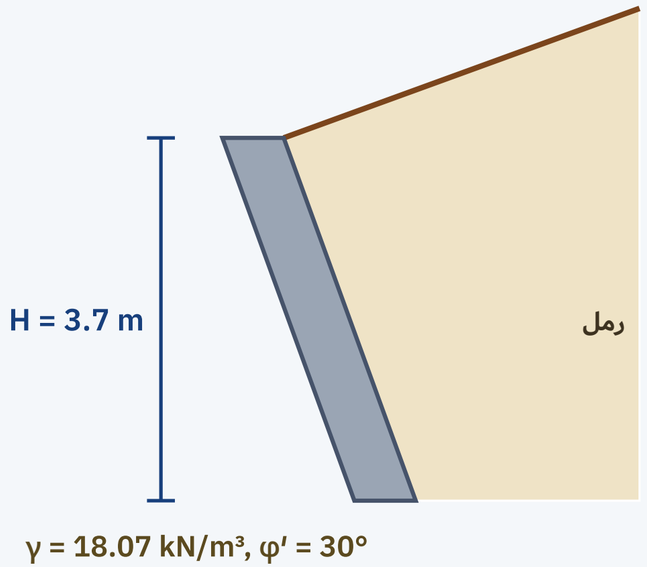
مثال

المعطيات

الجدار	**دون احتكاك؛ الوجه مائل بزاوية** $\theta = +20^\circ$ **عن الرأسي؛** $H = 3.658$ **m (12 ft)**
الردم	**رمل جاف:** $\gamma = 18.07$ kN/m^3 **(115 pcf)،** $\varphi' =$ 30°**؛ ميل السطح** $\alpha = +20^\circ$

المطلوب

ψ_a و$K_{a(R)}$ وP_a وβ وη وارتفاع نقطة التأثير. هذا الجدار هو المثال الابتدائي للوحدة.



الحل (1/2)

الحل

1 الزاوية المساعدة ψ_a

$$\sin^{-1}\frac{\sin 20^\circ}{\sin 30^\circ} = 43.16^\circ$$

$$\psi_a = 43.16^\circ - 20^\circ + 2(20^\circ) = \mathbf{63.16^\circ}$$

2 المعامل $K_{a(R)}$

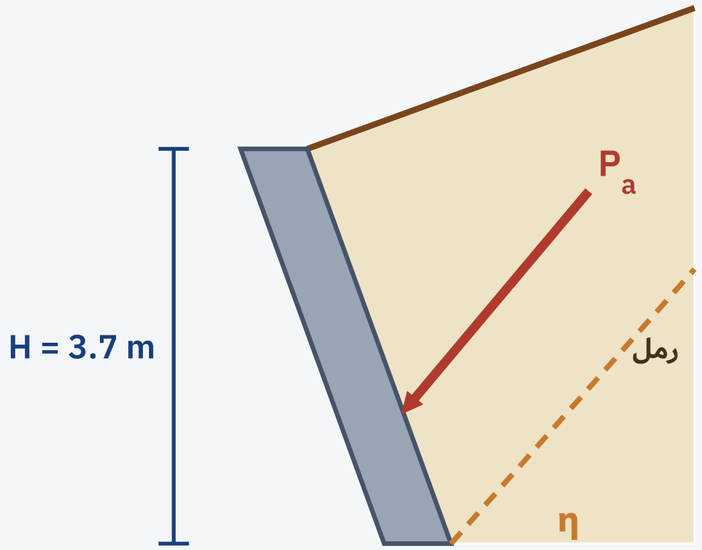
$$\sqrt{1+\sin^2 30^\circ - 2\sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = 0.8936 \qquad \cos^2 20^\circ = 0.8830$$

$$\sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ} = 0.3647$$

$$K_{a(R)} = \frac{\cos 0^\circ\,(0.8936)}{0.8830\,(0.9397 + 0.3647)} = \mathbf{0.776}$$

الحل (2/2)

الحل



3 القوة والموقع

$$P_a = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{a(R)} = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(0.7758) = \mathbf{93.79}\ \text{kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{H}{3} = \mathbf{1.219}\ \text{m}$$

4 الاتجاه β وزاوية الإسفين η

$$\beta = \tan^{-1}\frac{\sin 30^\circ \sin 63.16^\circ}{1 - \sin 30^\circ \cos 63.16^\circ} = \mathbf{29.95^\circ}\ (\approx 30^\circ)$$

$$\eta = 45^\circ + 15^\circ + 10^\circ - \tfrac{1}{2}(43.16^\circ) = \mathbf{48.42^\circ}$$

5 المكونات (عمودية على الوجه وموازية له)

$$N = P_a \cos\beta = 81.27 \qquad T = P_a \sin\beta = 46.83\ \text{kN/m}$$

P_a = **93.79 kN/m** (6,424 lb/ft بالوحدات الأمريكية)، وتميل بزاوية **30.0°** عن العمود على وجه الجدار، وتقع على ارتفاع H/3 = 1.22 m فوق القاعدة.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

المسألة

مثال

المعطيات

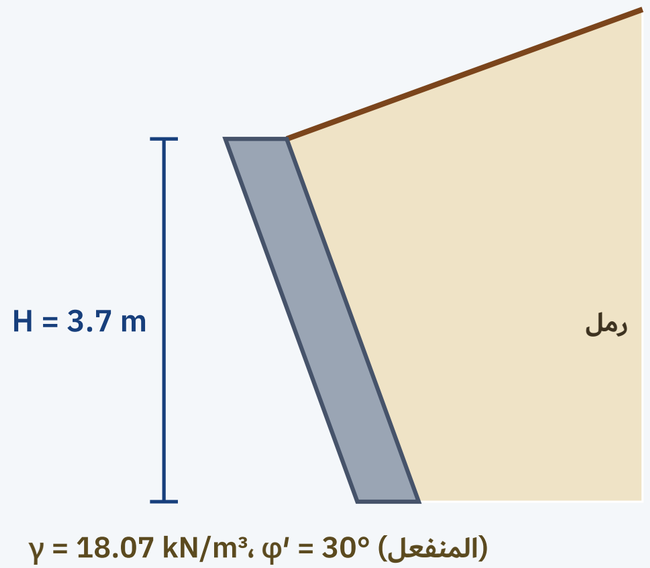
الجدار والردم الخلفي في المثال 4:

الجدار والردم

$\theta = +20^\circ,\ \alpha = +20^\circ,\ \varphi' = 30^\circ,\ \gamma = 18.07\ \text{kN/m}^3,\ H = 3.658\ \text{m}$

المطلوب

ψ_p و $K_{p(R)}$ و P_p و β و η؛ والمقارنة مع الحالة الفعالة.



الحل

الحل

1 $K_{p(R)}$ و ψ_p

$$\psi_p = 43.16^\circ + 20^\circ - 2(20^\circ) = \mathbf{23.16^\circ}$$

$$K_{p(R)} = \frac{\cos 0^\circ \sqrt{1 + \sin^2 30^\circ + 2 \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ}}{\cos^2 20^\circ \left(\cos 20^\circ - \sqrt{\sin^2 30^\circ - \sin^2 20^\circ}\right)} = \mathbf{2.901}$$

2 القوة والاتجاه وزاوية الإسفين

$$P_p = \tfrac{1}{2}(18.07)(3.658)^2(2.9010) = \mathbf{350.7}\ \text{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\sin 30^\circ \sin 23.16^\circ}{1 + \sin 30^\circ \cos 23.16^\circ} = \mathbf{7.67^\circ} \qquad \eta = \mathbf{61.58^\circ}$$

P_p = **350.7 kN/m**، β = 7.7°؛ وكانت القوة الفعالة للجدار نفسه 93.79 kN/m (النسبة 3.7). في الحالة المنفعلة تكاد القوة تكون عمودية على الوجه (β صغيرة)، أما في الحالة الفعالة فيبلغ ميلها نحو 30°.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

كيف يؤثر ميل وجه الجدار θ في القوة؟

النظرية

إذا أُبقي ميل الردم ثابتاً ($\alpha = 20°$، $\varphi' = 30°$) وأُدير وجه الجدار فقط، فإن $K_{a(R)}$ وβ يتغيران:

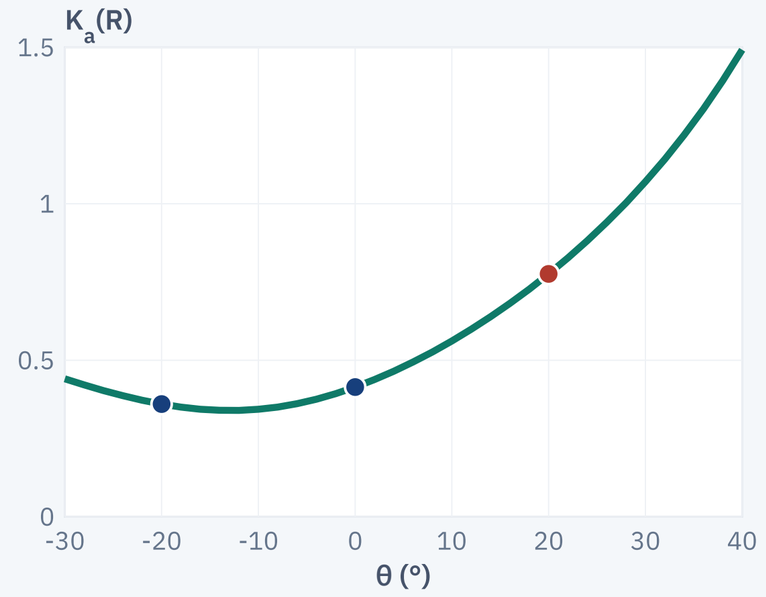
θ	$K_{a(R)}$	β
20°–	0.360	15.5°-
0°	0.414	20.0°
20°+	0.776	30.0°

إذا كانت θ موجبة (يميل الوجه مستنداً على أعلى الردم) فإن الردم يستقر على أعلى وجه الجدار وتزداد القوة؛ وإذا كانت سالبة فإنها تتناقص.

عند $\theta = 0$ و $\alpha = 20°$ يكون $\beta = \alpha = 20°$: القوة موازية للسطح.

تشمل $K_{(R)}$ مركبتي القوة معاً، **الموازية للوجه والعمودية عليه**؛ وللمركبة الأفقية وحدها تؤخذ $P\cos(\beta + \theta)$.

$K_{a(R)} - \theta$ ($\alpha = 20°$, $\varphi' = 30°$)



النظرية

Mazindrani و Ganjali (1997)

بالنسبة لتربة ذات تماسك وزاوية احتكاك داخلي φ′–c′ سطحها مائل بزاوية α خلف جدار رأسي عديم الاحتكاك، ضغط التربة الفعال عند العمق:

$$\sigma'_a = \gamma z\, K'_a \cos\alpha \qquad r = \frac{c'}{\gamma z}$$

$$K'_a = \frac{2\cos^2\alpha + 2r\cos\varphi'\sin\varphi' - \sqrt{D}}{\cos^2\varphi'} - 1$$

$$D = 4\cos^2\alpha\left(\cos^2\alpha - \cos^2\varphi'\right) + 4r^2\cos^2\varphi' + 8r\cos^2\alpha\sin\varphi'\cos\varphi'$$

$$z_c = \frac{2c'}{\gamma}\sqrt{\frac{1+\sin\varphi'}{1-\sin\varphi'}}$$

يرتبط K'_a بالعمق عبر النسبة $c'/\gamma z$: ولذلك **الضغط غير خطي**؛ وهو سالب في الجزء العلوي من التربة، ولا يتأثر عمق شق الشد z_c بالميل.

في الحالة المنفعلة تصبح الإشارة أمام الجذر +. ($\sigma'_a = K_a\gamma z - 2c'\sqrt{K_a}$) Rankine ← $\alpha = 0$؛ $c' = 0$ ← المعادلة 1.

في الحساب المتشقق تُكامل القيمة z_c وما دونها، وفي حالة عدم التشقق يُكامل الارتفاع بأكمله؛ وهذا صحيح فقط عند $\theta = 0$.

الضغط الموازي للسطح

كما في التربة غير المتماسكة، يؤثر الضغط **موازياً** للسطح، أي بزاوية α مع الأفقي؛ وتبلغ مركبة القوة العمودية على وجه الجدار P cos α.

المسألة

مثال

المعطيات

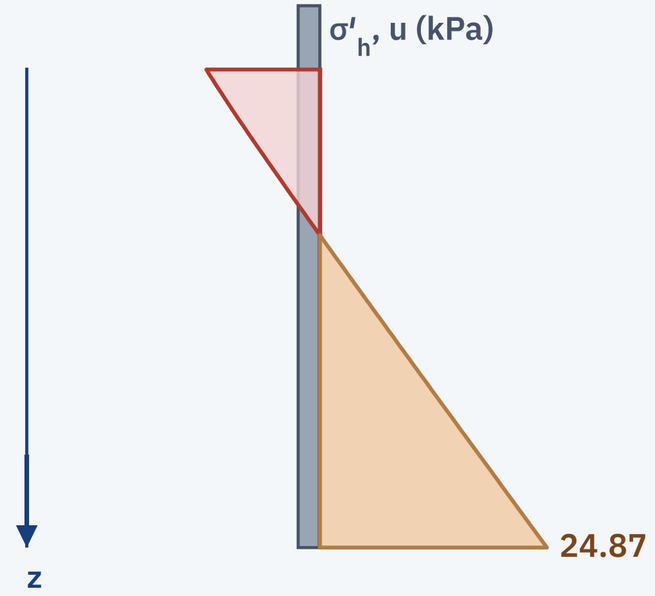
الجدار	**رأسي، دون احتكاك**، $H = 5$ **m**
الردم	$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 25^\circ$, $c' = 10$ **kPa**؛ **ميل السطح** $\alpha = 10^\circ$

المطلوب

z_c والضغط عند القاعدة وP_a مع الشق ودونه وارتفاع نقطة التأثير؛ المقارنة مع الردم الأفقي.

الحل (1/2)

الحل



1 عمق الشد (مستقل عن الميل)

$$z_c = \frac{2(10)}{18}\sqrt{\frac{1+\sin 25^\circ}{1-\sin 25^\circ}} = 1.111(1.5697) = \mathbf{1.744}\ \text{m}$$

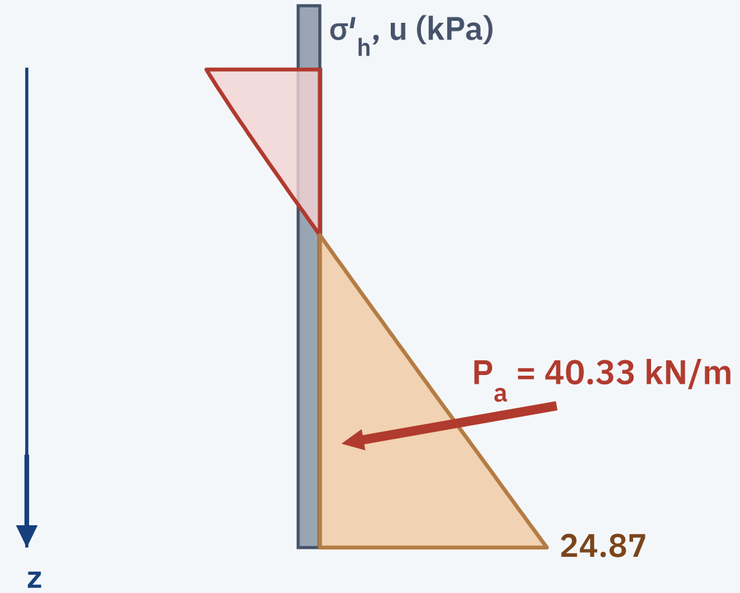
2 عند القاع (z = 5 m): r = c′/γz = 10/(18·5) = 0.1111

$$D = 0.9467 \qquad K'_a = 0.2806$$

$$\sigma'_a(5) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(5)(0.2806)\cos 10^\circ = \mathbf{24.87}\ \text{kPa}$$

الحل (2/2)

الحل



3 القوة مع وجود الشق (مساحة المخطط المنحني من z_c إلى H، تكامل عددي)

$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma'_a \, dz = \mathbf{40.33}\ \text{kN/m}$$ (10 °بالتوازي مع السطح،)

$$\bar{z} = 1.08\ \text{m}$$ (من القاعدة)

4 المقارنة

دون شق: $P_a = 29.16\ \text{kN/m}$

ردم أفقي: $P_a = \frac{1}{2}(23.79)(3.256) = 38.72\ \text{kN/m}$

القوة مع الشق **40.33 kN/m**، وهي أكبر بنسبة 38% من القوة دون شق؛ وبالمقارنة مع الردم الأفقي (38.72 kN/m) زاد الميل القوة بنسبة 4%. والقيمة مع الشق هي قيمة التصميم.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

طبقات موازية للسطح

النظرية

إذا كان الردم مكونا من طبقات **موازية للسطح** (أي أن جسة رأسية خلف الجدار تقطع السماكات نفسها في كل موضع) فإن كل طبقة تقيم بقيم γ و φ′ و c′ الخاصة بها تحت وزن التربة التي تعلوها $\sigma'_v = \Sigma \gamma_i h_i$:

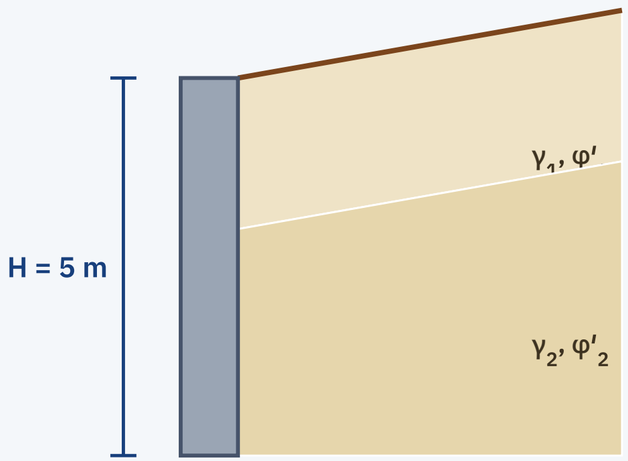
$$\sigma' = \sigma'_v \frac{K_{(R)} \cos\theta}{1 + \tan\theta \tan\alpha} \qquad \theta = 0 : \ \sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$$

لما كان K يتغير عند حد الطبقة فإن الضغط **يقفز**؛ وتحلل قوة كل طبقة إلى مركبتين N_i عمودية على وجه الجدار و T_i موازية له؛ $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$، $\beta = \tan^{-1}(T/N)$.

يضاف **الحمل الإضافي** q إلى σ'_v كأنه طبقة وزنها $q/\cos\alpha$ على السطح؛ وتحت منسوب **الماء** يستخدم γ′، ويؤثر u عمودياً على الجدار.

هذا امتداد قامت به الوحدة لحلّي Chu و Mazindrani–Ganjali ليشمل التربة الطبقية (إذ لا يوجد في الأدبيات حل مغلق للتربة الطبقية)؛ وفي حالة الطبقة الواحدة يعيد الحل المغلق بفارق لا يتجاوز 10^{-8}.

طبقات موازية للسطح



المسألة

مثال

المعطيات

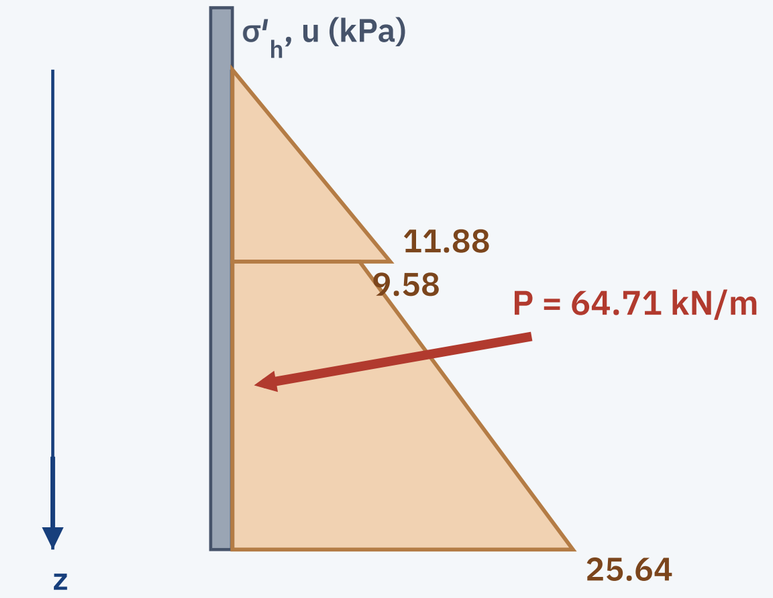
الجدار	**$H = 5$ m، رأسي، دون احتكاك**
الردم	**ميل السطح $\alpha = 10^\circ$؛ طبقتان موازيتان للسطح (السماكة الرأسية)**
الطبقة 1 (2 m)	$\gamma = 17$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$
الطبقة 2 (3 m)	$\gamma = 19$ kN/m^3, $\varphi' = 35^\circ$

المطلوب

في كل طبقة، الضغوط **P** و**N** و**T** وارتفاع تأثيرها.

الحل (1/2)

الحل



1 المعاملات (α = 10°)

$$K_1(30^\circ) = \mathbf{0.3495}$$
$$K_2(35^\circ) = \mathbf{0.2818}$$

2 الإجهادات الرأسية: عند الحد 17(2) = 34؛ وعند القاع 34 + 19(3) = 91 kPa

$$\sigma'_1 = 0.3495(34) = \mathbf{11.88}\ \text{kPa}\ \text{(في الأعلى)}$$
$$\sigma'_2 = 0.2818(34) = \mathbf{9.58}\ \text{kPa}\ \text{(الأسفل)}$$
$$\sigma'(5) = 0.2818(91) = \mathbf{25.64}\ \text{kPa}$$

الحل (2/2)

الحل

3 القوى (موازية للسطح): المثلث العلوي · المستطيل السفلي · المثلث السفلي

$$P = \tfrac{1}{2}(2)(11.88) + 3(9.58) + \tfrac{1}{2}(3)(16.06) = 11.88 + 28.74 + 24.09 = \mathbf{64.71}\ \text{kN/m}$$

4 المركبات وارتفاع نقطة التأثير

$$N = P\cos 10^\circ = 63.73 \qquad T = P\sin 10^\circ = 11.24\ \text{kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1}(T/N) = 10^\circ \qquad \bar{z} = \mathbf{1.71}\ \text{m}$$

P = 64.71 kN/m، والمركبة العمودية على وجه الجدار N = 63.73 kN/m؛ وتؤثر على ارتفاع 1.71 m فوق القاعدة. وعند الحد الفاصل **ينخفض** الضغط من 11.88 إلى 9.58 kPa لأن قيمة φ′ للطبقة السفلية أكبر، بينما يظل σ'_v مستمراً.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

شرط استقرار المنحدر

النظرية

الطين غير المصّرف ($\varphi_u = 0$، c_u، الإجهاد الكلي) تنطبق عليه العلاقة نفسها؛ مع أخذ $\varphi' = 0$ و $c' = c_u$:

$$K'_a = 2\cos^2\alpha - 2\sqrt{r^2 - \sin^2\alpha\cos^2\alpha} - 1 \qquad r = \frac{c_u}{\gamma z}$$

لا يوجد حل إلا **ما دام المنحدر قائماً**: فإجهاد القص على المستويات الموازية للسطح لا يمكن أن يتجاوز التماسك:

$$\tau = \gamma z \sin\alpha\cos\alpha \le c_u \;\Rightarrow\; z_{max} = \frac{c_u}{\gamma \sin\alpha\cos\alpha} \qquad z_c = \frac{2c_u}{\gamma}$$

يتحقق البرنامج من هذا الشرط حتى قاعدة الجدار؛ فإذا كان ارتفاع الجدار أكبر من z_{max} يتوقف الحساب.

عند $\alpha = 0$: $\sigma_a = \gamma z - 2c_u$، وعمق شق الشد $2c_u/\gamma$.

لماذا يوجد حد؟

تحت السطح المائل يزداد إجهاد القص على كل مستوى يوازي السطح مع العمق؛ ولا يتحمل الطين هذا الإجهاد إلا بمقدار c_u. وعلى عمق أكبر ينزلق المنحدر تحت وزنه الذاتي.

المسألة

مثال

المعطيات

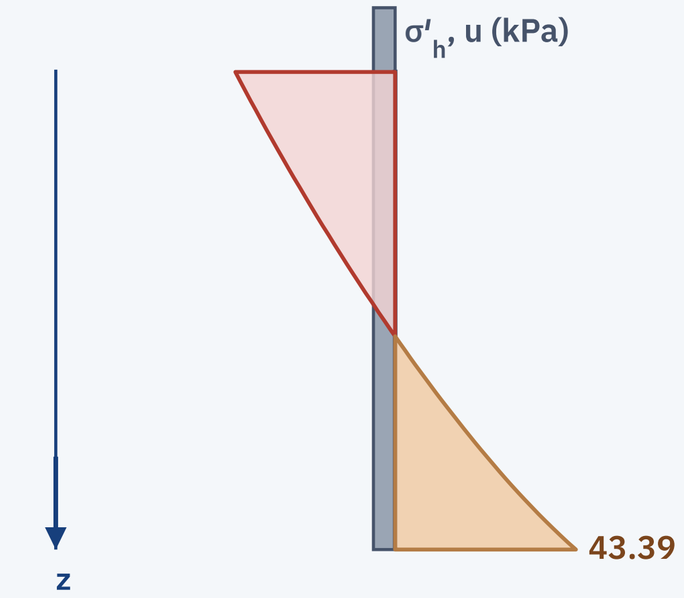
الردم	**طين مشبع، غير مصرف:** $\gamma = 18$ kN/m^3، $c_u = 20$ **kPa**؛ **ميل السطح** $\alpha = 15^\circ$
الجدار	$H = 4$ m **(و 5 m)، رأسي، عديم الاحتكاك**

المطلوب

z_{max} وz_c والضغط عند القاعدة وP_a مع الشق؛ وماذا يحدث عند H = 5 m؟

الحل (1/2)

الحل



1 حد الاستقرار وعمق منطقة الشد

$$z_{max} = \frac{20}{18 \sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \mathbf{4.44}\ \text{m}$$

$$z_c = \frac{2c_u}{\gamma} = \frac{40}{18} = \mathbf{2.22}\ \text{m}$$

2 المنحدر مستقر؛ عند القاعدة: H = 4 m: $\tau(4) = 18(4)\sin15^\circ\cos15^\circ = 18.0 \le 20$ kPa

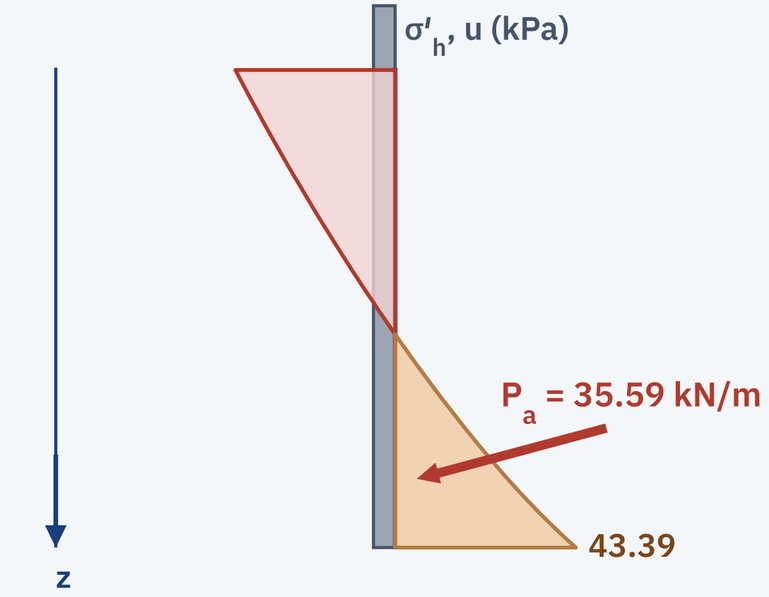
$r = 20/(18\cdot4) = 0.2778$

$$K'_a = 2\cos^2 15^\circ - 2\sqrt{r^2 - \sin^2 15^\circ \cos^2 15^\circ} - 1 = 0.6239$$

$$\sigma_a(4) = \gamma z K'_a \cos\alpha = 18(4)(0.6239)\cos 15^\circ = \mathbf{43.39}\ \text{kPa}$$

الحل (2/2)

الحل



3 القوة مع الشق (من z_c حتى 4 m)

$$P_a = \int_{z_c}^{H} \sigma_a \, dz = \mathbf{35.59}\ \text{kN/m}\ (15^\circ \text{ مع الأفقي})$$

$$\bar{z} = 0.57\ \text{m} \qquad \text{دون شق: } P_a = -9.37\ \text{kN/m}$$

4 H = 5 m: τ(5) = 22.5 kPa > c_u = 20 kPa

$$\tau(5) = 18(5)\sin 15^\circ \cos 15^\circ = 22.5 > c_u \ \Rightarrow \ \text{ينزلق المنحدر}$$

عند H = 4 m تكون P_a مع شق الشد **35.59 kN/m**؛ أما القوة دون شق فسالبة (−9.37 kN/m)، أي أن فرضية الشق هي الحاسمة. ولأن z_{max} = 4.44 m فلا يوجد حل لجدار ارتفاعه 5 m.

تحقق من الحل في GeoTerva ↗

نطاق الحل

النظرية

الجدار عديم الاحتكاك؛ ويعطى الضغط في حل Chu بزاوية β بالنسبة إلى العمودي على الجدار (تنشأ β من حالة إجهاد التربة نفسها فقط، وليست احتكاك الجدار والتربة). وبالنسبة إلى الجدار ذي الاحتكاك يرجع إلى وحدة Coulomb.

الردم سطح مستو واحد الميل في اتجاه واحد؛ والطبقات موازية للسطح. ولا يتضمن هذا الحل تغير ميل السطح ولا المصاطب ولا السطح المنكسر.

يعطى **الردم المتماسك** بحسب Mazindrani–Ganjali للجدار الرأسي فقط ($\theta = 0$)؛ ويفترض شق شد حتى العمق z_c، ويجب النظر في الشق الممتلئ بالماء على حدة.

الشكل الهندسي: يجب أن يتقاطع وجه الجدار مع السطح بزاوية لا تقل عن 15° ($|\alpha - \theta| \le 75°$)؛ وإلا فإن الضغط المؤثر على الوجه ليس ضغط تربة جانبياً بل وزن التربة العلوية.

الزلزال واحتكاك الجدار خارج نطاق هذه الوحدة (Mononobe–Okabe، Coulomb).

النقاط الرئيسية

الردم المائل ($\alpha' \le \varphi'$): يكون الضغط **موازياً** للسطح، $K_a = \cos\alpha\,(\cos\alpha - r)/(\cos\alpha + r)$، و K_p بإشارة معاكسة؛ $P = \tfrac{1}{2}K\gamma H^2$ تؤثر على ارتفاع $H/3$ من القاع، وتصنع زاوية α مع الأفقي

$K_aK_p = \cos^2\alpha$؛ كلما زادت α زادت K_a ونقصت K_p؛ وعند $\alpha' = \varphi'$ تصبح كل منهما $\cos\varphi'$، ولا يوجد حل عند $\alpha' > \varphi'$

Chu (1991): $\psi_a = \sin^{-1}(\sin\alpha/\sin\varphi') - \alpha + 2\theta$؛ $K_{a(R)}$ و β و η بصيغة مغلقة؛ وتميل القوة بزاوية β عن العمود على الوجه

ميل الجدار θ: تزداد القوة إذا كان موجباً وتقل إذا كان سالباً؛ وفي الحالة المنفعلة $\psi_p = \sin^{-1}(\ldots) + \alpha - 2\theta$

في الردم **المتماسك** تتوقف K'_a على العمق ويكون المخطط منحنياً؛ و $z_c = (2c'/\gamma)\sqrt{((1+\sin\varphi')/(1-\sin\varphi'))}$ لا يتوقف على الميل؛ والقوة المحسوبة مع الشق هي المعتمدة

ردم **طبقي**: $\sigma' = \sigma'_v K_{(R)}$؛ قفزة عند الحد، $P = \sqrt{(N^2 + T^2)}$

الطين غير المصّرف: إذا تم تجاوز $z_{max} = c_u/(\gamma \sin\alpha \cos\alpha)$ انزلق المنحدر تحت وزنه الذاتي ولا يوجد حل

المراجع

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Chu, S.C. (1991). Rankine analysis of active and passive pressures on dry sands. Soils and Foundations, 31(4), 115–120.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

Mazindrani, Z.H. and Ganjali, M.H. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 123(2), 110–112.

ملاحظة

جميع الأمثلة العددية ناتجة عن محرك الحساب الخاص بالوحدة؛ وتعطي الوحدة القيم نفسها. والجدار الابتدائي للوحدة هو جدار المثال 4 (H = 3.658 m، γ = 18.07 kN/m³).

حسابات الجيوتكنيك عبر الإنترنت

من النظرية إلى التطبيق

أدخل في GeoTerva ميل الجدار الخاص بك وميل الردم الخلفي والطبقات والمياه الجوفية؛ وتعطي الوحدة القوة واتجاهها وارتفاع نقطة تأثيرها معا.

افتح الوحدة ←

صفحة النظرية ←

افتح على الهاتف

لا تتطلب الوحدات التجريبية تسجيلاً.

إذا رغبت في استخدامها في محاضراتك: info@geoterva.com