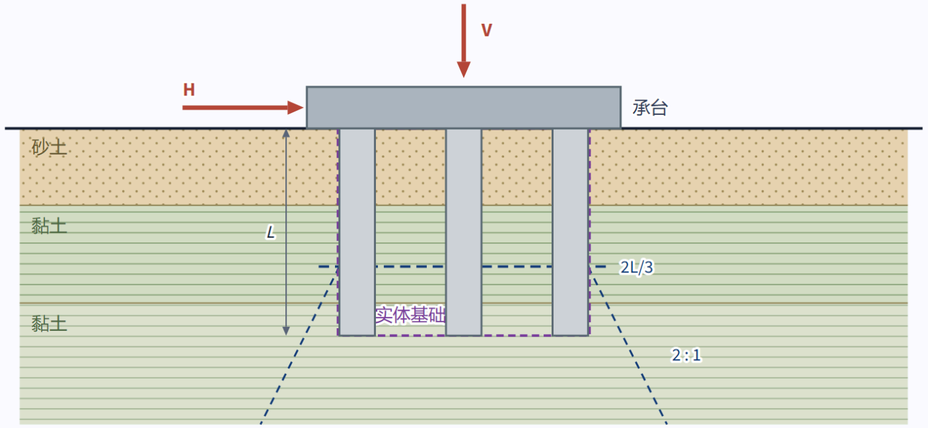
GeoTerva

岩土工程讲义 · 桩基工程

群桩分析

讲义：承台下群桩中每根桩所受荷载、承载力、沉降以及水平荷载下的性状；每个专题均配有工程算例。

刚性承台 | 群桩效应系数 · 块体 | 沉降 | 水平荷载：p-乘子 | 工程算例



本讲内容

- 求刚性承台下**每根桩所受的荷载**，并识别受拉的桩
- 按土层逐层建立**单桩**承载力，作为群桩承载力的基础
- 逐层应用**群桩效应系数**（Converse–Labarre、Los Angeles、Seiler–Keeney 公式；砂土中打入桩与钻孔灌注桩的规则）
- 验算群桩的**块体破坏**，并取**其中较小值**
- 计算弹性沉降(Vesic)和**固结**沉降（2:1应力扩散）
- 解读**水平荷载**作用下的p折减系数以及各排桩分担荷载的不均衡

讲授流程

每个主题按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：规则是什么，为什么如此?

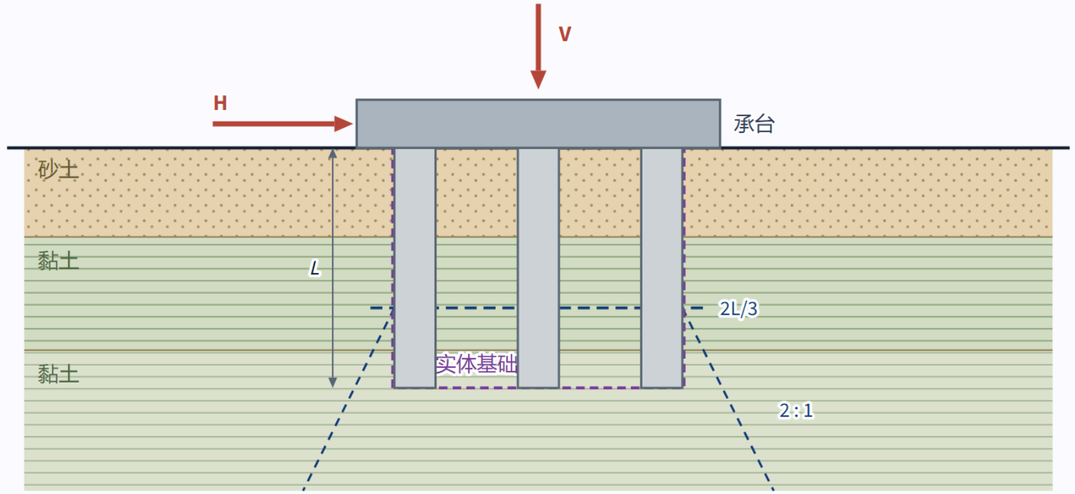
2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

本课件以**成层土中的桩**课件为基础：单桩的逐层计算已在该课件中讲解，此处讨论单桩在群桩中的作用。

桩共同工作时，会有什么变化?

理论



桩在**承台**下成排布置；桩距较近时，桩间及周围的土体必须同时为所有桩服务。以下三方面发生变化，模块将每一项作为单独的验算处理：

承载力：桩间土同时受到各桩桩身的应力作用；每根桩承担的荷载小于其单独存在时的承载量（效率η < 1）。若土体软弱且桩距较近，桩群与桩间土还可能作为单一**块体**发生破坏。

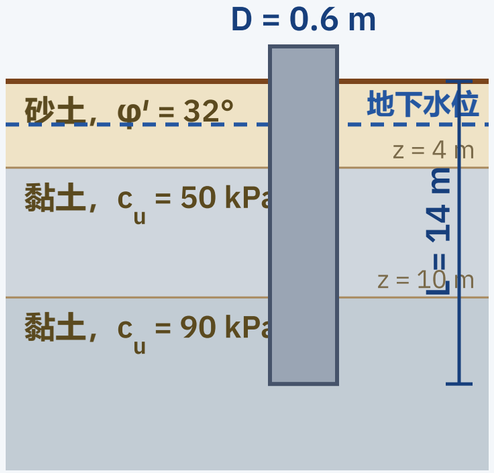
沉降：群桩荷载扩散到的是**整个桩群的面积**，而非单桩的面积，并到达桩端以下很深处的黏土层；群桩的沉降远大于单桩。

水平荷载：后排桩在已被前排桩推挤并产生应变的土体中工作；前排桩承担的荷载较多，其余各排较少。

本讲全程使用的桩群

算例群桩（模块打开的模型）

桩	**9根钻孔灌注桩（直径D = 0.60 m，桩长L = 14 m），3排×3根，承台底位于土中**
间距	$s_x = s_y = 1.80\ \text{m}\ (3.0\,D)$
土	**砂土0–4 m(φ′ = 32°)，黏土4–10 m(c_u = 50)，黏土10–18 m(c_u = 90 kPa)；γ = 18，γ_{sat} = 19 kN/m³**
地下水	**在2.0 m深度处**
荷载	$V = 1\,600\ \text{kN},\ H = 900\ \text{kN},\ M_y = 900\ \text{kN·m}$
材料、安全性	$E_p = 30\,000\ \text{MPa},\ E_s = 30\ \text{MPa},\ \nu_s = 0.30;\ FS = 3$



大多数算例采用该组；结果与模块**模型**选项卡中的数值一致。

刚性承台：各桩均为相同的弹簧

理论

假定承台为刚性，各桩为相同的竖向弹簧。刚性承台如同一个**平面**运动：其沉降和转角是仅有的未知量。因此每根桩所受荷载是其位置的**线性**函数（螺栓群规则）：

$$P_i = \frac{V}{n} + B\,x_i + C\,y_i$$

$$B = \frac{M_y}{\sum x^2} \qquad C = \frac{M_x}{\sum y^2} \qquad \left(\sum xy = 0\right)$$

$$\sum x^2 = n_y s_x^2\,\frac{n_x\left(n_x^2 - 1\right)}{12}$$

M_y为正时，在**+x**一侧（侧向荷载推向的一侧，即前侧）增加压力。弯矩取在**承台底面**：距底面高度h处的荷载H产生$M_y = H\,h$。

桩若呈交错（三角形）布置，则Σxy不为零；模块由桩位置取各项之和，并联立求解两个方程。

最大荷载由前排桩承担，最小荷载由后排桩承担；**弯矩较大时**，后排桩可能趋于受拉。

题目

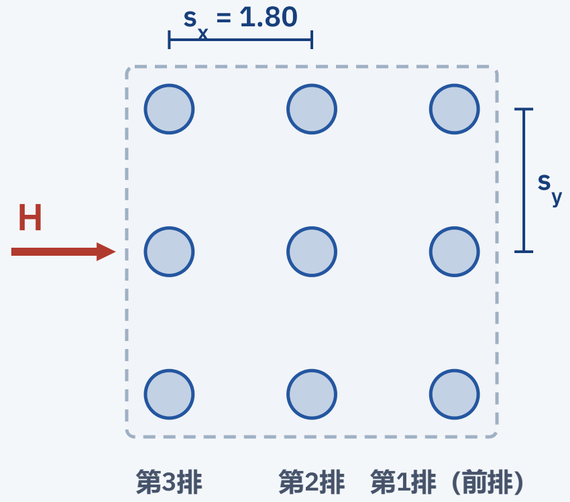
算例

已知条件

群桩	**9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m**
土	**砂土0–4 m(φ′ = 32°) · 黏土4–10 m(c_u = 50) · 黏土10–18 m(c_u = 90 kPa)**
荷载	$V = 1\,600$ kN, $M_y = 900$ kN·m **（承台底）**
标题	**刚性；各桩相同**

求

求**每根桩**承受的荷载。各排桩**由前向后**编号（前侧为水平荷载推动的一侧，+x）。



解答 (1/2)

解答

1 等分

$$\frac{V}{n} = \frac{1\,600}{9} = \mathbf{177.8}\ \text{kN}$$

2 Σx^2（对称群桩，闭合形式）

$$\sum x^2 = n_y s_x^2 \frac{n_x(n_x^2-1)}{12} = 3(1.8)^2 \frac{3(9-1)}{12} = \mathbf{19.44}\ \text{m}^2$$

3 力矩系数（因$M_x = 0$，故$C = 0$）

$$B = \frac{M_y}{\sum x^2} = \frac{900}{19.44} = \mathbf{46.30}\ \text{kN/m}$$

解答 (2/2)

解答

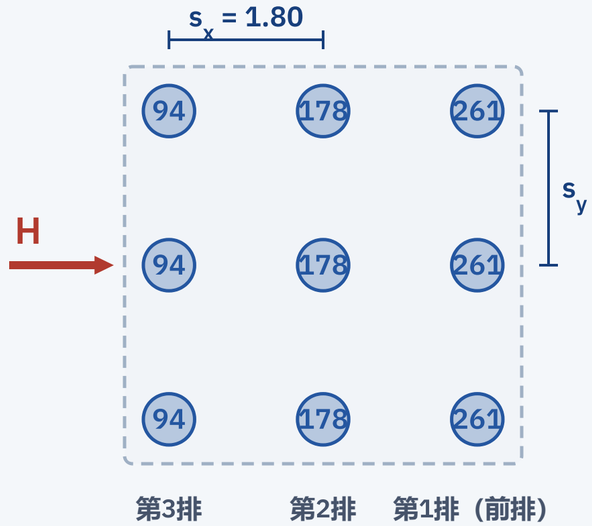
4 各排荷载：P = V/n + B x (x = +1.8; 0; −1.8 m)

$$P_1 = 177.8 + 46.30(1.8) = \mathbf{261.1}\ \text{kN}\quad \text{（前）}$$

$$P_2 = \mathbf{177.8}\ \text{kN}$$

$$P_3 = 177.8 - 46.30(1.8) = \mathbf{94.4}\ \text{kN}\quad \text{（后侧）}$$

合计：3(261.1 + 177.8 + 94.4) = **1,600 kN** = V。最大荷载出现在前排桩(261.1 kN)，最小荷载出现在后排桩(94.4 kN)；**没有任何一根桩受拉。**



在GeoTerva中验算解答 ↗

弯矩较大时，后排桩受拉

理论

当弯矩相对于竖向荷载较大时，位于弯矩反侧的桩**卸载**，并可能承受上拔。桩**仅通过桩身**承担上拔力：黏土层取全部桩侧阻力，砂土层取其受压时阻力的**四分之三**；桩端不提供抗力。

$$T_u = \sum_i \chi_i \, Q_{s,i} \qquad \chi = 1 \text{ (黏土)},\ \chi = 0.75 \text{ (砂土)}$$

$$T_g = \min(T_{ind},\, T_{block}) \quad T_{ind} = n_T \sum_i \eta_i \chi_i Q_{s,i}$$

受拔**单桩**：$T_{max} \le T_u/FS$。受拔桩**共同**作用：$\Sigma T \le T_g/FS$；块体依靠自重及侧面的剪力保持稳定。

受压验算

$$P_{max} \le \frac{Q_u}{FS}$$

最大桩荷载与**单桩**的容许荷载比较；此处不考虑群桩效应。在弯矩作用下，受荷最大的桩承受的荷载大于V/n，**即使桩群整体仍在其承载力范围之内**，该桩也可能超过其应分担的份额。

题目

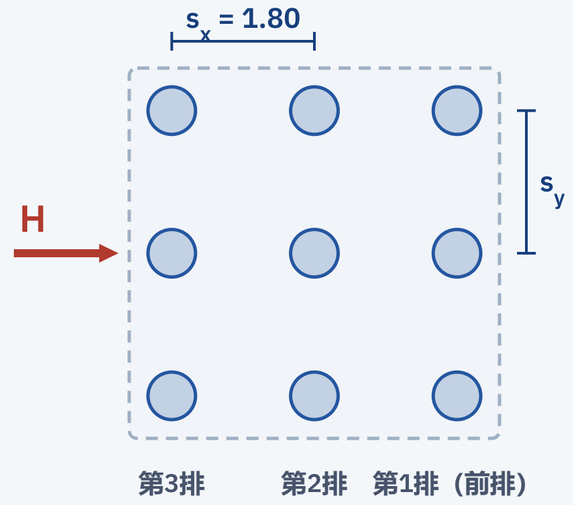
算例

已知条件

群桩	**9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m**
土	**砂土0–4 m(φ′ = 32°) · 黏土4–10 m(c_u = 50) · 黏土10–18 m(c_u = 90 kPa)**
荷载	$V = 1\,600$ kN，**弯矩增大：** $M_y = 2\,400$ kN·m
单桩	**Q_s贡献（算例3）：砂土49.8，黏土311.0，黏土317.2 kN**
效率	**砂土0.767，黏土0.727（算例5–6）**

求

求各桩荷载；取FS = 3，验算受拉单桩的承载力以及各受拉桩**共同作用**时的承载力。



解答 (1/2)

解答

1 荷载(B = $M_y/\Sigma x^2$)

$$B = \frac{2\,400}{19.44} = 123.46 \text{ kN/m}$$

$$P_{front} = 177.8 + 123.46(1.8) = \mathbf{400.0} \text{ kN}$$

$$P_{rear} = 177.8 - 123.46(1.8) = \mathbf{-44.4} \text{ kN}\ \text{（受拉）}$$

2 单桩抗拔承载力（砂土×0.75，黏土×1）

$$T_u = 0.75(49.8) + 311.0 + 317.2 = \mathbf{665.6} \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_u}{FS} = 221.9 \text{ kN}$$

受拉桩：T_{max} = **44.4 kN** ≤ T_u/FS = 221.9 kN → **满足要求**。受拉桩数为3根（后排），总拉力 ΣT = 133.3 kN；群桩验算见下一步骤。

解答 (2/2)

解答

3 3根桩共同受拉时的承载力：有效桩身之和乘以3

$$T_{ind} = 3\left[\eta_s \chi_s Q_{s1} + \eta_c Q_{s2} + \eta_c Q_{s3}\right] = \mathbf{1{,}456}\ \text{kN}$$

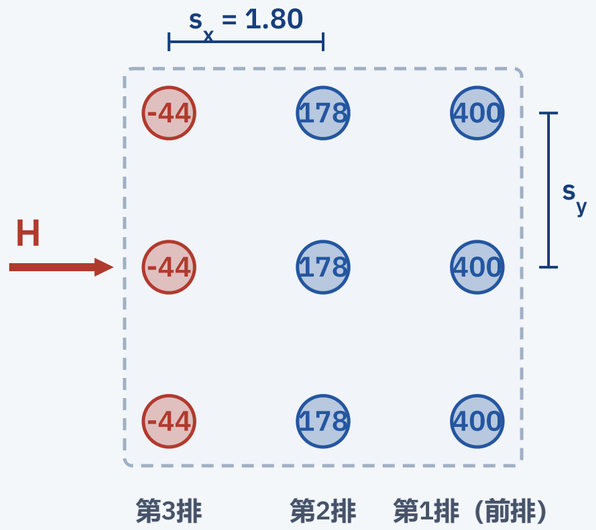
4 受拉块体（3根桩，L_t = D = 0.6 m，B_t = 4.2 m）：侧面剪切阻力 + 块体自重

$$T_{block} = \sum \tau_i P_t \Delta L_i + W = 6{,}692 + 369 = \mathbf{7{,}061}\ \text{kN}$$

5 验算：最小值与FS

$$T_g = \min(1{,}456;\ 7{,}061) = 1{,}456\ \text{kN}$$

$$\sum T = 133.3 \le \frac{T_g}{3} = 485\ \text{kN} \ \Rightarrow\ \text{足够}$$



在GeoTerva中验算解答 ↗

群桩承载力以单桩承载力为基础

理论

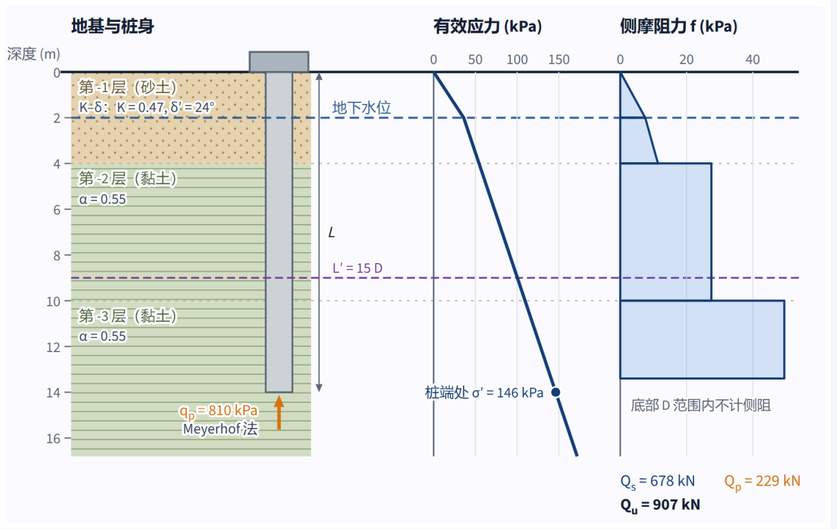
首先计算群桩中单根桩**单独**的承载力：各土层按自身材料的规则计算，**不输入承载力值**。规则与*分层土中的桩*讲义相同：

$$Q_u = Q_s + Q_p \qquad Q_s = p\sum_i f_i\,\Delta L_i \qquad Q_p = A_b\,q_p$$

砂土：f = Kσ′tanδ′（临界深度L′ = 15D）。钻孔灌注桩取**K = K₀ = 1 − sinφ′**，δ′ = 0.75φ′；打入桩取K = 1.4K₀。

黏土：α、λ或β。钻孔灌注桩取**α* = 0.55**($c_u/p_a \le 1.5$)，且在**顶部1.5 m和底部1D**范围内α* = 0。

桩端：采用桩端所在土层的规则：砂土中$q'N^*_q \le q_l$，黏土中$9c_u$（钻孔灌注桩可选用Reese–O'Neill法）。



题目

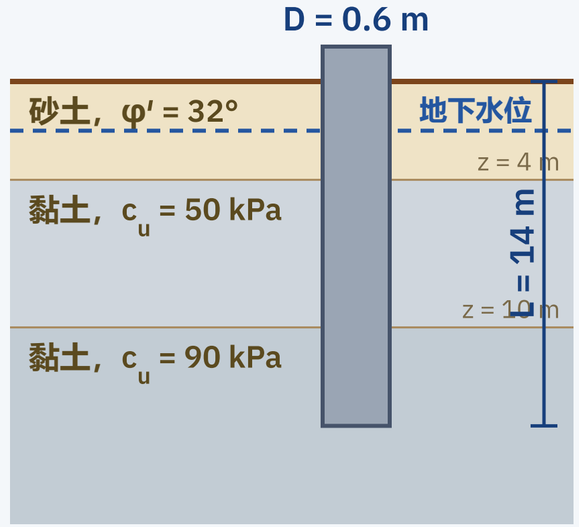
算例

已知条件

群桩	**9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m**
土	**砂土0–4 m(φ′ = 32°) · 黏土4–10 m(c_u = 50) · 黏土10–18 m(c_u = 90 kPa)**
建立	**钻孔灌注桩：K = K_0 = 0.47，δ′ = 0.75φ′ = 24°，α* = 0.55；桩端：Meyerhof**
地下水	**2.0 m**
重度	$\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 19$ kN/m^3

求

逐层确定单桩的**桩侧阻力**，并确定**桩端阻力**和Q_u值；验算$P_{max} \le Q_u/FS$。



解答 (1/3)

解答

1. 砂土(0–4 m)：L′ = 15D = 9 m > 4 m，无限值；σ′(2) = 18(2) = 36.0，σ′(4) = 36.0 + (19 − 9.81)(2) = 54.4 kPa

$$\bar{\sigma}' = \frac{126.4}{4} = 31.6 \text{ kPa}$$

$$f = K \tan\delta' \, \bar{\sigma}' = 0.47(0.4452)(31.6) = 6.61 \text{ kPa}$$

$$Q_{s1} = p \, f \, H = 1.885(6.61)(4) = \mathbf{49.8} \text{ kN}$$

解答 (2/3)

解答

2 黏土(4–10 m)：α* = 0.55 ($c_u/p_a = 0.5 \le 1.5$)；窗口1.5 → L − D = 13.4 m，完全覆盖该土层

$$f = 0.55(50) = 27.5 \text{ kPa} \qquad Q_{s2} = 1.885(27.5)(6) = \mathbf{311.0} \text{ kN}$$

3 黏土(10–14 m)：窗口止于13.4 m → 舍去底部1D = 0.6 m，有效长度13.4 − 10 = 3.4 m

$$f = 0.55(90) = 49.5 \text{ kPa} \qquad Q_{s3} = 1.885(49.5)(3.4) = \mathbf{317.2} \text{ kN}$$

解答 (3/3)

解答

4 桩侧阻力之和与桩端阻力（桩端所在土层：黏土，c_u = 90 kPa，Meyerhof N^*_c = 9）

$$Q_s = 49.8 + 311.0 + 317.2 \approx \mathbf{678.1}\ \text{kN}$$

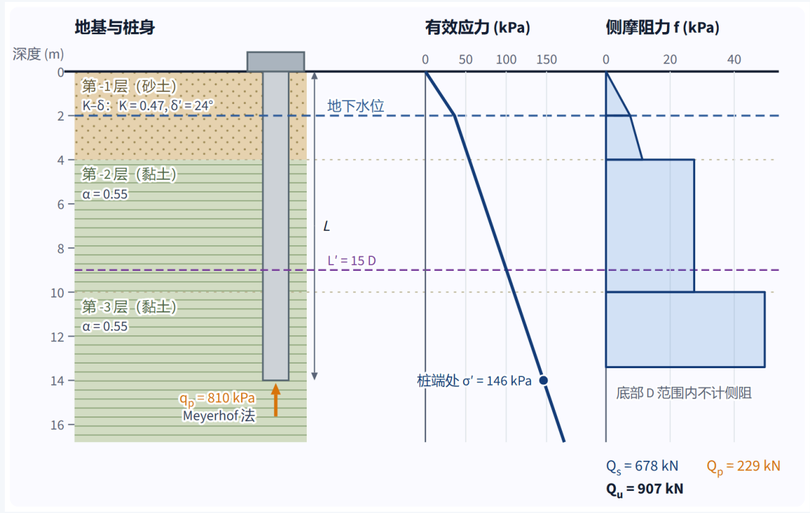
$$q_p = 9(90) = 810\ \text{kPa}$$

$$Q_p = A_b q_p = 0.2827(810) = \mathbf{229.0}\ \text{kN}$$

5 单桩承载力与验算

$$Q_u = 678.1 + 229.0 = \mathbf{907.1}\ \text{kN}$$

$$\frac{Q_u}{FS} = 302.4\ \text{kN} \geq P_{max} = 261.1\ \text{kN} \Rightarrow \text{足够}$$



在GeoTerva中验算解答 ↗

桩距较近时，各桩承载力低于其单独工作时的承载力

理论

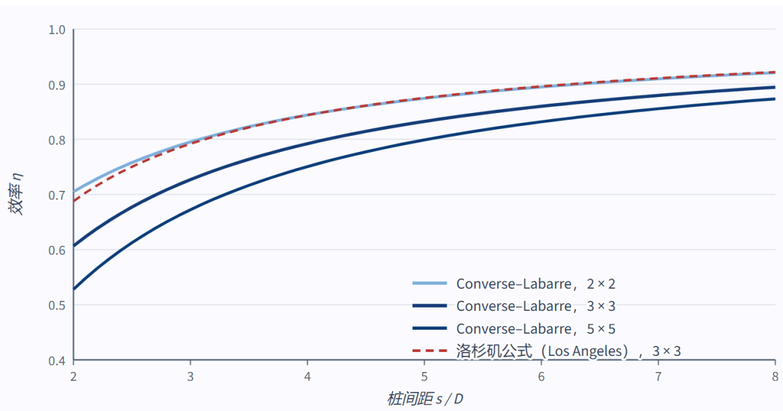
桩距减小时，各桩所剪切和变形的土体相互重叠。**群桩效应系数**为群桩承载力与各单桩承载力之和的比值。文献针对$n_1 \times n_2$根桩、桩径为D、间距为d的群桩给出三个经验公式：

$$\eta = \frac{Q_{g(u)}}{\sum Q_u}$$

$$\eta_{CL} = 1 - \frac{\theta}{90}\,\frac{(n_1-1)n_2 + (n_2-1)n_1}{n_1 n_2},\quad \theta = \tan^{-1}\frac{D}{d}\ (\text{度})$$

Converse–Labarre方法统计**相邻桩对**：前后排列的有$(n_1-1)n_2$对，并排排列的有$(n_2-1)n_1$对；每对均采用由其自身间距得到的角度$\theta = \tan^{-1}(D/d)$。

模块在黏土中采用该公式；并以此对黏土层的桩侧阻力以及桩端位于黏土中的桩的桩端阻力进行折减。



桩距增大时，群桩效应系数趋近于1；3 × 3群桩在桩距约3D时为0.7 – 0.8。

另外两个方程与限值

理论

文献中的另外两个公式同样适用于矩形群桩。**Los Angeles**公式和**Seiler–Keeney**公式（d以**ft**为单位）：

$$\eta_{LA} = 1 - \frac{D}{\pi d\, n_1 n_2}\left[n_1(n_2-1) + n_2(n_1-1) + \sqrt{2}(n_1-1)(n_2-1)\right]$$

$$\eta_{SK} = \left[1 - \frac{11d}{7(d^2-1)}\frac{n_1+n_2-2}{n_1+n_2-1}\right] + \frac{0.3}{n_1+n_2}$$

Seiler–Keeney公式在1 ft处存在极点，在2 ft以下无意义；模块自**2 ft**起给出该值。

小于2.5D的间距**予以标记**：这是文献为摩擦桩给出的最小间距，公式是按更大的间距建立的。

三角形布置时，Converse–Labarre公式通过统计相邻桩对的数目来表达；这是**模块的扩展**，在相同间距下给出的群桩效率低于方格布置。

题目

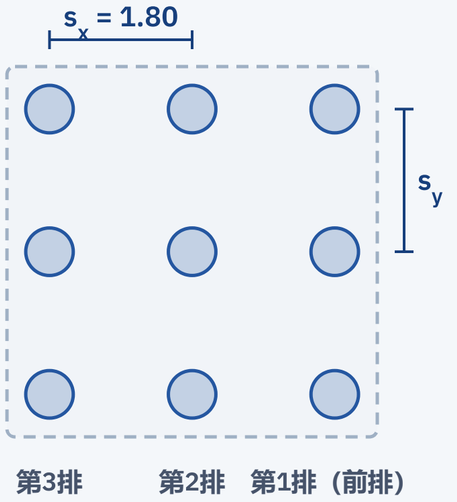
算例

求

用Converse–Labarre、Los Angeles和Seiler–Keeney公式求群桩效应系数。

已知条件

群桩	3 × 3桩，D = 0.60 m，间距d = 1.80 m（两个方向）
Seiler–Keeney	d以英尺计：1.80 m = 5.906 ft



解答

解答

1 Converse–Labarre：θ = tan⁻¹(D/d)；相邻对：(2)(3) + (2)(3) = 12

$$\theta = \tan^{-1}\frac{0.6}{1.8} = 18.43^\circ\ ;\quad \eta_{CL} = 1 - \frac{18.43}{90}\cdot\frac{12}{9} = \mathbf{0.727}$$

2 Los Angeles

$$\eta_{LA} = 1 - \frac{0.6}{\pi(1.8)(9)}\left[3(2) + 3(2) + \sqrt{2}(2)(2)\right] = \mathbf{0.792}$$

3 Seiler–Keeney (d = 5.906 ft)

$$\eta_{SK} = \left[1 - \frac{11(5.906)}{7(5.906^2 - 1)}\cdot\frac{4}{5}\right] + \frac{0.3}{6} = \mathbf{0.831}$$

三个公式的结果介于0.727 – 0.831之间。模块在黏土中采用**Converse–Labarre**公式(0.727)。

在GeoTerva中验算解答 ↗

砂土中的群桩效率：规则而非方程

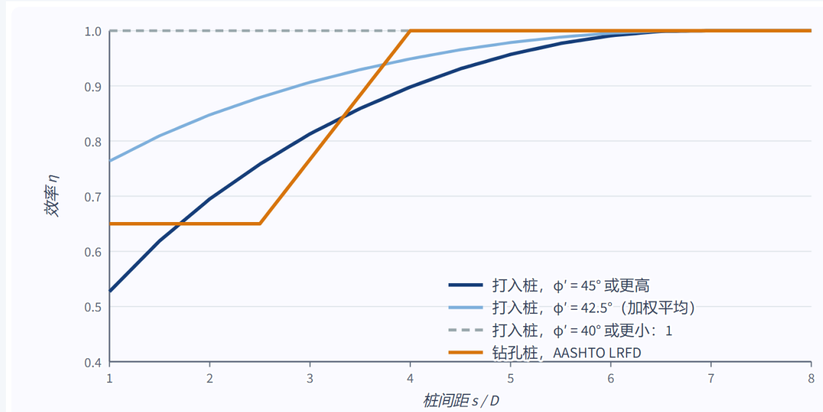
理论

打入桩使松砂或中密砂**密实**；在这种砂土中，群桩的承载力等于各单桩承载力之和（试验中甚至更高）。仅在密砂（φ′ > 40°左右）中，较小的桩距才会降低承载力。对于打入桩，模块采用所依文献的图表，并且**绝不使群桩效应系数超过1**：

- φ′ ≤ 40°: **η = 1**
- 40° < φ′ < 45°：在1与45°曲线之间**线性插值**
- φ′ ≥ 45°：45°曲线（s/D = 7时为1.0；s/D = 1时为0.53）

钻孔灌注桩不会挤密土体，甚至可能使土体松动。AASHTO LRFD将群桩中每根钻孔灌注桩的阻力，在s/D取2.5时乘以**0.65**，取4时乘以**1.0**：

$$\eta = 0.65 + 0.35\,\frac{s/D - 2.5}{1.5} \qquad 2.5 \le s/D \le 4$$



砂土层的群桩效率适用于该层的桩侧阻力，以及桩端位于砂土中的桩的桩端阻力。间距取**两桩之间的最小距离**。

题目

算例

已知条件

间距	**s = 1.80 m, D = 0.60 m: s/D = 3.0**
钻孔灌注桩	**砂土中的AASHTO规则**
打入桩	**砂土，$\varphi' = 42^\circ$（s/D = 3时的45°曲线：$\eta_{45} = 0.813$）**

求

分别求砂土层对**钻孔灌注桩**以及φ′ = 42°砂土中**打入桩**的群桩效应系数；φ′ = 35°时结果如何?

解答

解答

1 钻孔灌注桩(AASHTO)：s/D = 3.0

$$\eta = 0.65 + 0.35\,\frac{3.0 - 2.5}{1.5} = \mathbf{0.767}$$

2 打入桩，φ′ = 42°：权重w = (φ′ − 40)/5和45°曲线

$$w = \frac{42 - 40}{5} = 0.4 \qquad \eta = 1 - w(1 - \eta_{45}) = 1 - 0.4(1 - 0.813) = \mathbf{0.925}$$

3 打入桩，φ′ = 35°

$$\varphi' \le 40^\circ \;\Rightarrow\; \eta = \mathbf{1.000}$$

在相同范围内，砂土中**钻孔灌注**桩取0.767，而**打入**桩（松散–中密砂中）取1.00：打入使土体挤密，钻孔则不会。

在GeoTerva中验算解答 ↗

每一土层的模量即该土自身的模量

理论

桩身在土层界面处分段，各段按各自的方法计算。与土有关的群桩效应也应**逐段**施加：某一土层取该土的群桩效应系数，而**桩端**取其所支承土层的群桩效应系数：

$$Q_{ind} = n\left(\sum_i \eta_i\, Q_{s,i} + \eta_b\, Q_p\right)$$

$$\eta_{group} = \frac{Q_{ind}}{\sum Q_u}$$

黏土层和桩端位于黏土中的桩底：Converse–Labarre。

砂土层：打入桩采用图表，钻孔桩采用AASHTO规则。

群桩效应系数**不是输入值**，而是各土层贡献的**加权平均**：荷载主要由砂土承担的桩体现该砂土的群桩效应，悬浮于黏土中的桩则体现黏土的群桩效应。

题目

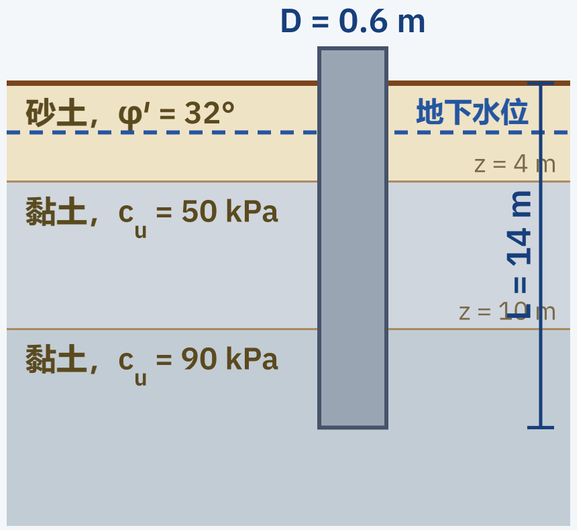
算例

已知条件

单桩（算例3）	Q_{s1} = 49.8（砂土），Q_{s2} = 311.0，Q_{s3} = 317.2（黏土），Q_p = 229.0 kN
效率	砂土（钻孔桩，s/D = 3）：0.767；黏土：0.727；桩端（黏土）：0.727
群桩	9根桩

求

什么是Q_{ind}和**群桩效应系数**$\eta = Q_{ind}/\Sigma Q_u$?



解答

解答

1 各部分的有效贡献(η Q)：砂土桩身、黏土桩身1、黏土桩身2、桩端

$$0.767(49.8) = 38.2\ ;\quad 0.727(311.0) = 226.1$$
$$0.727(317.2) = 230.6\ ;\quad 0.727(229.0) = 166.5$$

2 单桩有效承载力及群桩

$$\sum \eta Q = 38.2 + 226.1 + 230.6 + 166.5 = \mathbf{661.4}\ \text{kN}$$
$$Q_{ind} = 9(661.4) \approx \mathbf{5{,}952}\ \text{kN}$$

3 群桩效应系数

$$\eta = \frac{Q_{ind}}{n\,Q_u} = \frac{5{,}952}{9(907.1)} = \mathbf{0.729}$$

群桩承担各桩单独承载力之和的**73%**（砂土η = 0.767，黏土η = 0.727）。

在GeoTerva中验算解答 ↗

群桩可能如同深基础一样发生破坏

理论

桩距较近时，桩群与桩间土可能**一起**向下移动：构成一个尺寸为$L_g \times B_g$、深度为L的深基础。其承载力为四个侧面上的**剪切**阻力加上底面以下的**承载**阻力：

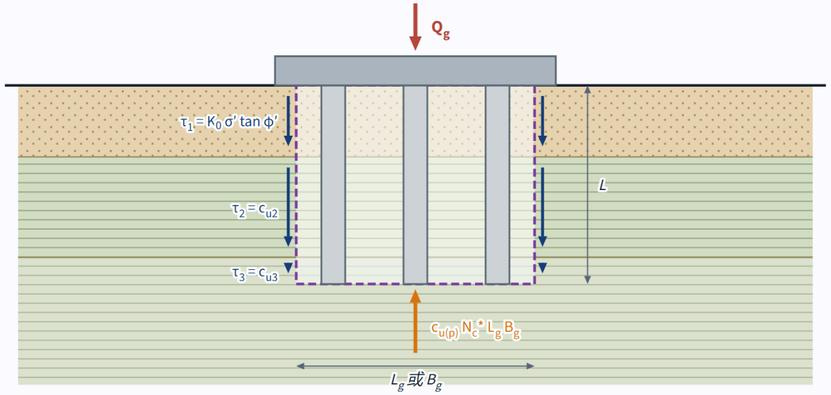
$$Q_{block} = \sum_i \tau_i \, P_b \, \Delta L_i + q_b \, L_g B_g \qquad P_b = 2(L_g + B_g)$$

黏土侧面：$\tau = c_u$（土沿土滑动，不按α折减）。

砂土侧面（模块在文献方法基础上的扩展）：$\tau = K_0 \sigma' \tan\varphi'$，$K_0 = 1 - \sin\varphi'$。

黏土底面：$q_b = c_u N^*_c$；N^*_c由图表按L/B_g和L_g/B_g查取。**砂土底面**：nQ_p。

$$Q_{g(u)} = \min(Q_{ind}, Q_{block}) \qquad Q_{all} = \frac{Q_{g(u)}}{FS}$$



题目

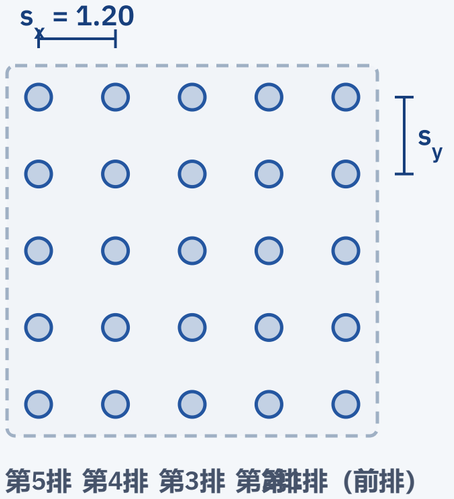
算例

已知条件

群桩	9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m
土	砂土0–4 m($\varphi' = 32°$) · 黏土4–10 m($c_u = 50$) · 黏土10–18 m($c_u = 90$ kPa)
块体	$L_g = B_g = (3 - 1)(1.8) + 0.6$
侧面	砂土：$\tau = K_0\sigma'_v\tan\varphi'$ ($\sigma'_v = 31.6$ kPa)；黏土：$\tau = c_u$
底面	黏土，$c_u = 90$ kPa；N^*_c由图表查得($L_g/B_g = 1$)
单独	$Q_{ind} = 5{,}952$ kN（算例6）；V = 1,600 kN，FS = 3

求

求Q_{block}值、群桩承载力及其容许荷载。



解答 (1/2)

解答

1 块体尺寸与周长

$$L_g = B_g = 4.2\ \text{m} \qquad P_b = 2(L_g + B_g) = \mathbf{16.8}\ \text{m}$$

2 侧面上的剪切(τ P_b ΔL)

$$\text{砂土}: \tau = K_0 \bar{\sigma}' \tan\varphi' = 0.470(31.6)(0.6249) = 9.28 \ \Rightarrow\ 624\ \text{kN}$$

$$\text{黏土1}: \tau = 50 \ \Rightarrow\ 50(16.8)(6) = 5{,}040\ \text{kN}$$

$$\text{黏土2}: \tau = 90 \ \Rightarrow\ 90(16.8)(4) = 6{,}048\ \text{kN}$$

解答 (2/2)

解答

3 底面：按$L/B_g = 14/4.2 = 3.33$和$L_g/B_g = 1$由图表查取N^*_c

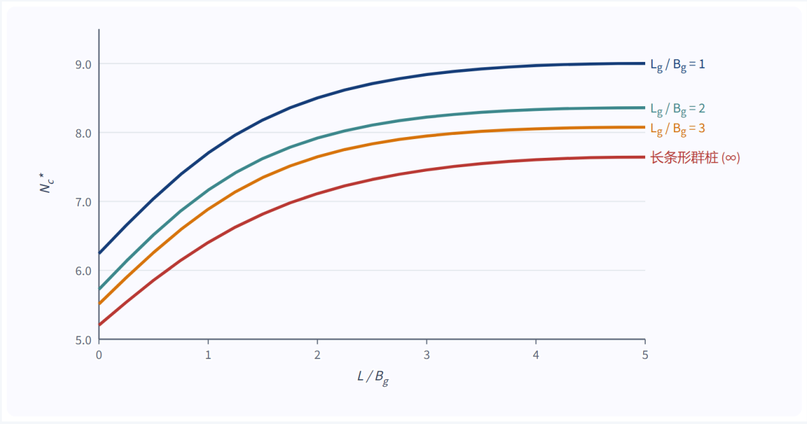
$$q_b L_g B_g = c_u N_c^* \, L_g B_g = 90(8.90)(17.64) = \mathbf{14{,}126}\ \text{kN}$$

4 块体承载力、群桩承载力与容许荷载

$$Q_{block} = 11{,}712 + 14{,}126 = 25{,}838\ \text{kN}$$

$$Q_{g(u)} = \min(5{,}952;\ 25{,}838) = \mathbf{5{,}952}\ \text{kN}$$

$$Q_{all} = \frac{5{,}952}{3} = 1{,}984\ \text{kN} \geq V = 1\,600\ \text{kN}$$



块体承载力超过单桩承载力之和的**4倍**：此桩群中**由单桩控制**（单桩）。块体破坏在桩距较小、桩数较多的桩群中起作用；旁侧为图表。

在GeoTerva中验算解答 ↗

题目

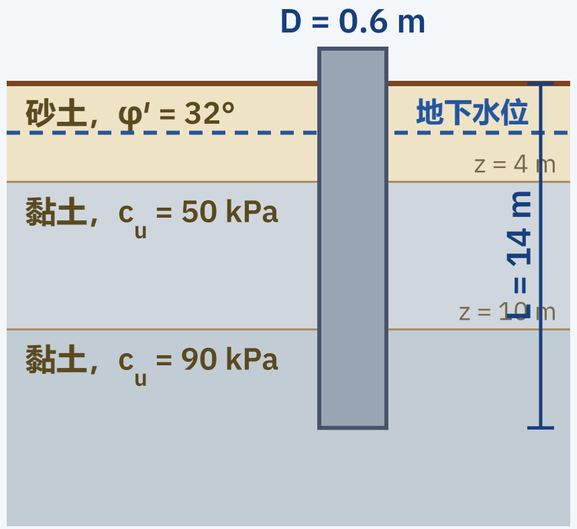
算例

已知条件

群桩	5 × 5打入桩，D = 0.40 m，s = 1.20 m (3D)，L = 12 m
土	单一砂土层，φ′ = 32°，γ = 18，γ_{sat} = 19 kN/m³，地下水位位于3 m处
单桩	Q_s = 285.7，Q_p = 318.0 kN（打入桩，K–δ法和Meyerhof法）
效率	打入桩，φ′ < 40°的砂土中：η = 1

求

比较Q_{ind}与Q_{blok}，求群桩的承载力。



解答 (1/2)

解答

1 单桩(η = 1)

$$Q_{ind} = n\,Q_u = 25(603.7) = \mathbf{15{,}094}\ \text{kN}$$

2 块体：$L_g = B_g = 4(1.2) + 0.4 = 5.2$ m；$\sigma'(3) = 54.0$，$\sigma'(12) = 136.7$ kPa

$$P_b = 2(5.2 + 5.2) = 20.8\ \text{m} \qquad \bar{\sigma}' = \frac{939.2}{12} = 78.3\ \text{kPa}$$

$$\tau = K_0 \bar{\sigma}' \tan\varphi' = 0.470(78.3)(0.6249) = 22.99\ \text{kPa}$$

$$\text{侧向滑移} = 22.99(20.8)(12) = \mathbf{5{,}738}\ \text{kN}$$

解答 (2/2)

解答

3 块体底面位于砂土：底面阻力为各桩桩端阻力之和

$$\text{底面} = nQ_p = 25(318.0) = \mathbf{7{,}950}\ \text{kN} \qquad Q_{block} = 5{,}738 + 7{,}950 = \mathbf{13{,}689}\ \text{kN}$$

4 群桩承载力与群桩效应系数

$$Q_{block} = 13{,}689 \ < \ Q_{ind} = 15{,}094$$

$$Q_{g(u)} = \mathbf{13{,}689}\ \text{kN} \qquad \eta_{group} = \frac{13{,}689}{15{,}094} = \mathbf{0.907}$$

此处**块体破坏起控制作用**：在大型群桩中，各桩桩身摩阻力之和大于群桩外围周边的抗剪承载力。尽管单桩逐一验算时η = 1.00，但群桩的承载力仅为各桩承载力之和的**91%**。

在GeoTerva中验算解答 ↗

Vesic：三部分，再到群桩

理论

单桩沉降由三部分组成：桩身自身的缩短、桩底以下土体的压缩，以及桩身侧面受荷土体的压缩。Vesic (1969)对工作荷载Q_w将这三部分相加（Q_{ws}为桩身的分担部分，Q_{wp}为桩底的分担部分）：

$$s_e = s_{e1} + s_{e2} + s_{e3}$$

$$s_{e1} = \frac{(Q_{wp} + \xi Q_{ws})L}{A_p E_p} \qquad s_{e2} = \frac{q_{wp} D}{E_s}(1 - \mu_s^2) I_{wp}$$

$$s_{e3} = \frac{Q_{ws}}{pL}\frac{D}{E_s}(1 - \mu_s^2) I_{ws} \qquad I_{ws} = 2 + 0.35\sqrt{L/D}$$

$$S_{g(e)} = \sqrt{\frac{B_g}{D}}\, s_e$$

工作荷载Q_w = V/n；模块按**Q_s : Q_p**的比例将其分配给桩侧和桩端。

在相同桩荷载下，群桩的沉降为单桩的**$\sqrt{(B_g/D)}$**倍（砂土中桩的Vesic经验关系）。

ξ：桩侧阻力的分布，介于0.5（均匀）与0.67（随深度增大）之间；I_{wp} = 0.85。

题目

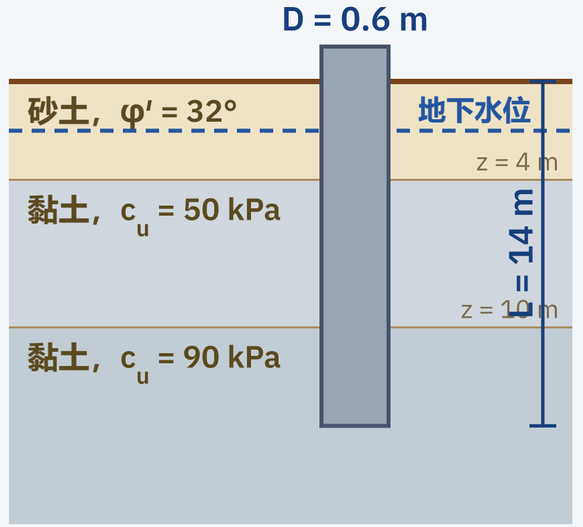
算例

已知条件

群桩	**9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m**
土	**砂土0–4 m(φ′ = 32°) · 黏土4–10 m(c_u = 50) · 黏土10–18 m(c_u = 90 kPa)**
工作荷载	**Q_w = V/n = 177.8 kN；Q_s : Q_p = 678.1 : 229.0（算例3)**
材料	$E_p = 30\,000$ MPa, $E_s = 30$ MPa, $\nu_s = 0.30$, $\xi = 0.6$, $I_{wp} = 0.85$

求

分三部分求单桩的弹性沉降，并求**群桩**的弹性沉降。



解答 (1/2)

解答

1 工作荷载的分配

$$Q_{ws} = Q_w \frac{Q_s}{Q_u} = 177.8 \frac{678.1}{907.1} = 132.9 \text{ kN} \qquad Q_{wp} = 177.8 - 132.9 = 44.9 \text{ kN}$$

2 桩身压缩

$$s_{e1} = \frac{(44.9 + 0.6(132.9))(14)}{(0.2827)(30\,000\,000)} = 0.21 \text{ mm}$$

3 底面

$$q_{wp} = \frac{Q_{wp}}{A_b} = 158.7 \text{ kPa} \quad s_{e2} = \frac{158.7(0.6)}{30\,000}(1 - 0.3^2)(0.85) = 2.46 \text{ mm}$$

解答 (2/2)

解答

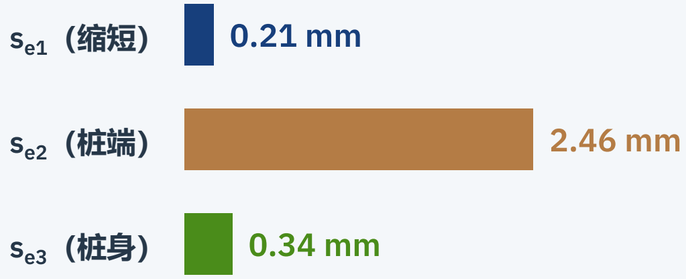
4 桩身：$I_{ws} = 2 + 0.35\sqrt{(14/0.6)} = 3.69$

$$s_{e3} = \frac{132.9}{(1.885)(14)} \cdot \frac{0.6}{30\,000}(0.91)(3.69) = 0.34 \text{ mm}$$

5 单桩与群桩

$$s_e = 0.21 + 2.46 + 0.34 \approx 3.00 \text{ mm}$$

$$S_{g(e)} = \sqrt{\frac{B_g}{D}}\, s_e = \sqrt{\frac{4.2}{0.6}}(3.00) = \mathbf{7.9} \text{ mm}$$



沉降的**82%**来自基底分量(s_{e2})；总弹性沉降为**7.9 mm**。黏土层的主要沉降见下一步骤：固结。

在GeoTerva中验算解答 ↗

黏土层的沉降缓慢且量值大

理论

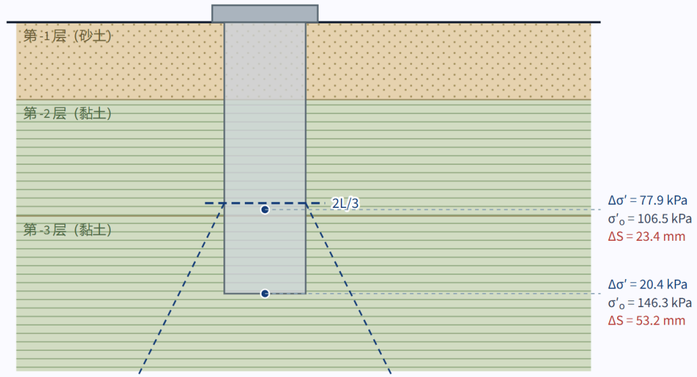
承台下方的黏土缓慢沉降，且主要为**固结沉降**。文献将群桩荷载作用于承台标高**以下2L/3**处的等效基础上（桩已将部分荷载传给上部土体），并在其下按**竖向2：水平1**扩散。在黏土层中部，即2L/3标高以下z处，附加应力为：

$$\Delta\sigma'_i = \frac{Q_g}{(B_g + z_i)(L_g + z_i)}$$

$$\Delta S_i = \frac{C_c H_i}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'_i}{\sigma'_o} \quad \text{(NC)}$$

超固结黏土中，直至先期固结压力为止采用C_s（未给定时取$C_c/5$），超过该压力后采用C_c。

黏土层位于2L/3**以下**的部分参与计算；σ'_o取该部分的中点处，依土层和水位确定。$S_c = \Sigma\Delta S_i$。



题目

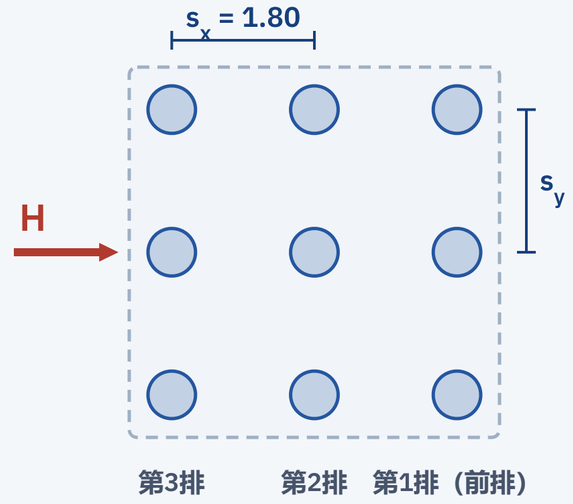
算例

已知条件

群桩	**9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m**
土	**砂土0–4 m(φ′ = 32°) · 黏土4–10 m(c_u = 50) · 黏土10–18 m(c_u = 90 kPa)**
荷载	$Q_g = V = 1\,600$ kN；**块体**$L_g = B_g = 4.2$ m
黏土1(4–10 m)	$e_0 = 0.90,\ C_c = 0.28$ **(NC)**
黏土2(10–18 m)	$e_0 = 0.70,\ C_c = 0.20$ **(NC)**

求

确定2L/3所在深度，计算**各黏土层**（2L/3以下部分）的沉降以及总固结沉降。



解答 (1/2)

解答

1 2L/3深度处（自承台底面起算）

$$z_0 = \frac{2L}{3} = \frac{2(14)}{3} = \mathbf{9.33}\ \text{m} \ \Rightarrow\ \text{黏土1的9.33–10 m部分及黏土2全部计入}$$

2 黏土1(4–10 m)：9.33–10 m，H = 0.67 m；中点9.67 m，z = 0.33 m

$$\Delta\sigma' = \frac{1\,600}{(4.2+0.33)(4.2+0.33)} = 77.9\ \text{kPa} \qquad \sigma'_o = 106.5\ \text{kPa}$$

$$\Delta S = \frac{0.28(0.67)}{1+0.90}\log\frac{106.5+77.9}{106.5} = \mathbf{23.4}\ \text{mm}$$

解答 (2/2)

解答

3 黏土2(10–18 m)：10.00–18 m，H = 8.00 m；中点14.00 m，z = 4.67 m

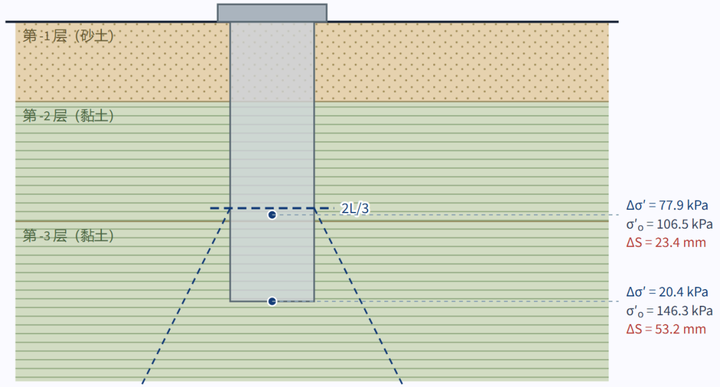
$$\Delta\sigma' = \frac{1\,600}{(4.2+4.67)(4.2+4.67)} = 20.4 \text{ kPa} \qquad \sigma'_o = 146.3 \text{ kPa}$$

$$\Delta S = \frac{0.20(8.00)}{1+0.70}\log\frac{146.3+20.4}{146.3} = \mathbf{53.2} \text{ mm}$$

4 总固结沉降及其与弹性分量的组合

$$S_c = 23.4 + 53.2 = \mathbf{76.7} \text{ mm}$$

$$S = S_{g(e)} + S_c = 7.9 + 76.7 = \mathbf{84.6} \text{ mm}$$



沉降的**91%**来自固结，其中又有69%来自10–18 m的黏土层：决定群桩沉降的是桩端**以下很深处**的厚黏土层；单桩的沉降反映不出这一点。

在GeoTerva中验算解答 ↗

后排桩处于前排桩的阴影区内

理论

水平荷载下，桩推动土体，土体沿桩长产生反力（水平荷载模块中的p–y曲线）。当桩沿荷载方向**前后成排**布置时，每根桩均处于前方桩已使之变形并推动过的土体中工作。试验（Brown等，1988；McVay等，1995；Rollins等，2006）表明，群桩中的p–y曲线形状不变，但被**p乘子P_m**折减；该乘子取决于桩排位置和桩间距：

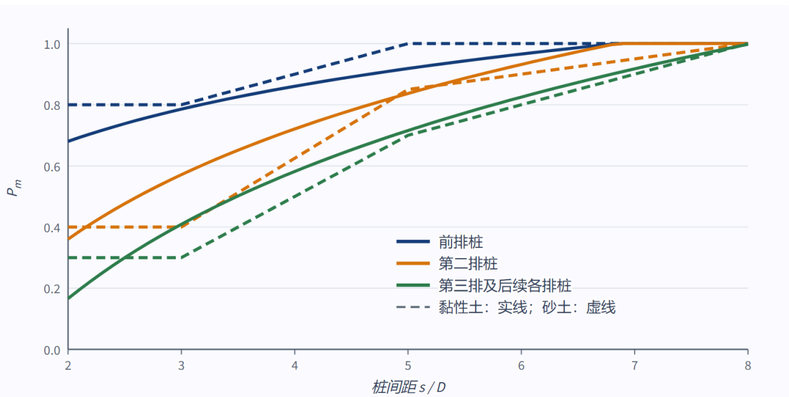
$$p_{group}(y) = P_m \; p_{single}(y)$$

黏土(Rollins)：

$$P_{m1} = 0.26 \ln \frac{s}{D} + 0.5$$
$$P_{m2} = 0.52 \ln \frac{s}{D}$$
$$P_{m3} = 0.60 \ln \frac{s}{D} - 0.25$$

砂土：AASHTO LRFD系数（3D和5D时：0.8·0.4·0.3和1.0·0.85·0.7；中间线性内插）。

在分层土中，**每一土层**的p–y曲线乘以该层土类所对应的系数进行折算。若荷载**反向**，则每一排取该组各排折减系数的平均值。



题目

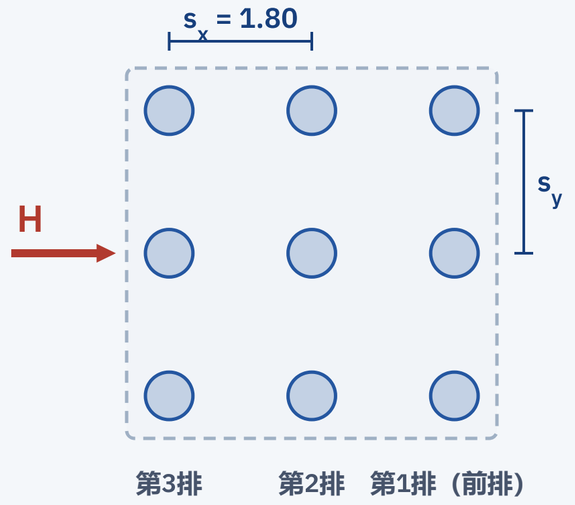
算例

求

求黏土层中三排桩的**p乘子**；若荷载**反向**，黏土和砂土中各排的平均乘子是多少？

已知条件

间距（沿荷载方向）	s_x = 1.80 m, D = 0.60 m: s/D = 3
黏土	Rollins等(2006)的公式
砂土	AASHTO LRFD：三维时$P_m = 0.8 \cdot 0.4 \cdot 0.3$



解答

解答

1 黏土：ln(s/D) = ln 3 = 1.099

$$P_{m1} = 0.26(1.099) + 0.5 = \mathbf{0.786}$$

$$P_{m2} = 0.52(1.099) = \mathbf{0.571}$$

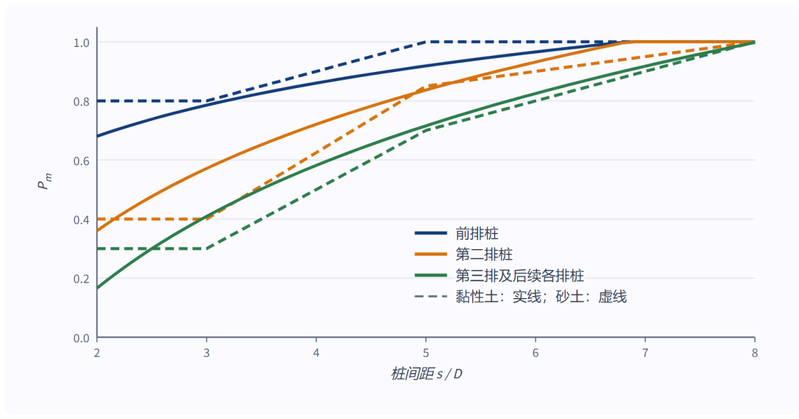
$$P_{m3} = 0.60(1.099) - 0.25 = \mathbf{0.409}$$

2 往复荷载：各排的平均值

$$\bar{P}_{m,clay} = \frac{0.786 + 0.571 + 0.409}{3} = \mathbf{0.589}$$

$$\bar{P}_{m,sand} = \frac{0.8 + 0.4 + 0.3}{3} = \mathbf{0.500}$$

前排保留曲线的约79%，第三排及其后各排仅保留41%（黏土中）；砂土中分别为80%和30%。随着间距增大，折减系数趋近于1（间距为5D时，砂土为1.0 · 0.85 · 0.7）。



在GeoTerva中验算解答 ↗

承台只发生一个位移

理论

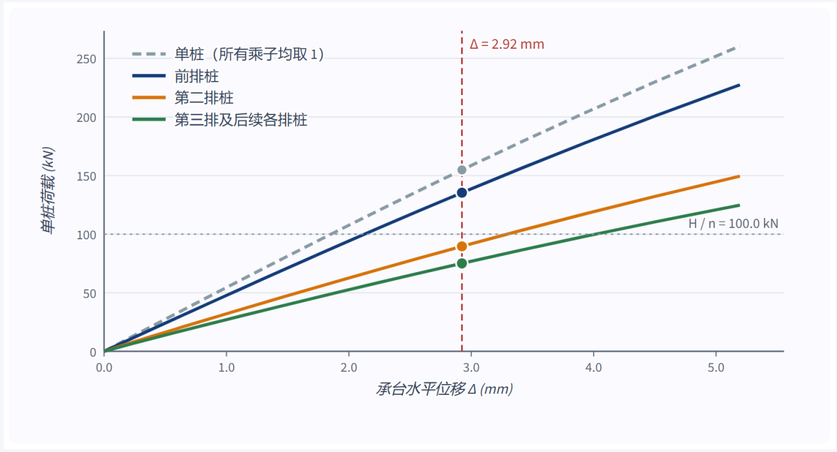
承台为刚性且转动受到约束：**每个桩头发生相同的位移Δ**；但由于p–y曲线的缩放比例不同，各排桩承担的荷载不同。模块求出使各排荷载之和等于承台荷载的Δ：

$$\sum_{k=1}^{n_x} n_y \, H_k(\Delta) = H$$

第k排的桩即**水平受荷桩模块**中的单桩（有限元 + Newton法）；其曲线按该排的乘子进行缩放。

加载为**位移控制**式：桩顶保持在位移Δ处并读取其反力；因此软化（循环加载黏土）曲线的峰值点也能被追踪到。

群桩所能承受的最大荷载为各行求和曲线的**第一个峰值**；若所需荷载大于此值，模块会给出提示。



题目

算例

已知条件

解答（模块）	**Δ = 2.92 mm；每根桩的荷载：第1排135.3，第2排89.6，第3排75.1 kN**
单桩	**在Δ处承载154.8 kN；100 kN作用下位移为1.85 mm**
荷载	**H = 900 kN，n = 9：均分份额H/n = 100 kN**

求

验算平衡；求承台位移与单桩位移之比以及**水平荷载下的群桩效应系数。**

解答

解答

1 平衡：$\Sigma n_\gamma H_k = H$

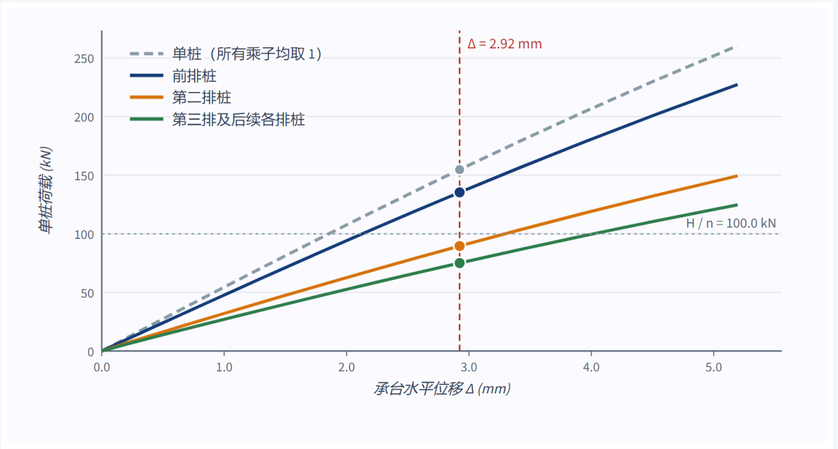
$$3(135.3 + 89.6 + 75.1) = \mathbf{900}\ \text{kN} = H\ \checkmark$$

2 承台位移与单桩位移之比

$$\frac{\Delta}{y_{single}} = \frac{2.92}{1.85} = \mathbf{1.58}$$

3 水平荷载下的群桩效应系数：每桩平均荷载/相同Δ下单桩所受荷载

$$\eta_{lateral} = \frac{H/n}{H_{single}(\Delta)} = \frac{100.0}{154.8} = \mathbf{0.65}$$



前排承担均分份额的**1.35倍**，第三排承担0.75倍；承台位移是单桩的**1.58倍**。最大弯矩出现在桩头：207 kN·m。

在GeoTerva中验算解答 ↗

哪个数值用于哪项验算?

理论

桩荷载：$P_{max} \le Q_u/FS$（单桩，无群桩效应）；受拔单桩$T_{max} \le T_u/FS$，受拔桩共同作用时 $\Sigma T \le T_g/FS$

群桩承载力：$V \le Q_{all} = Q_{g(u)}/FS$；起控制作用的模式（单桩或块体）

沉降：弹性沉降+固结沉降，与输入的容许值比较

水平方向：承台位移、前排桩荷载、最大弯矩和水平效率；与容许位移比较

每根桩所受的荷载和弯矩即桩截面**结构设计**所用的荷载

算例组：验算

验算	结果
$P_{max} \le Q_u/FS$	261 ≤ 302 kN ✓
$V \le Q_{all}$	1 600 ≤ 1,984 kN ✓
沉降	84.6 mm
Δ（侧向）	2.92 mm

题目

算例

已知条件

群桩	**9根钻孔灌注桩，3排×3根，D = 0.60 m，L = 14 m，s = 1.80 m**
土	**砂土0–4 m($\varphi' = 32°$) · 黏土4–10 m($c_u = 50$) · 黏土10–18 m($c_u = 90$ kPa)**
变化	**桩间距s = 2.5D · 3D · 4D · 5D · 6D（两个方向）**
荷载	**V = 1 600, H = 900 kN, M_y = 900 kN·m**

求

间距增大时，群桩承载力、群桩效率和承台位移如何变化?

解答 (1/2)

解答

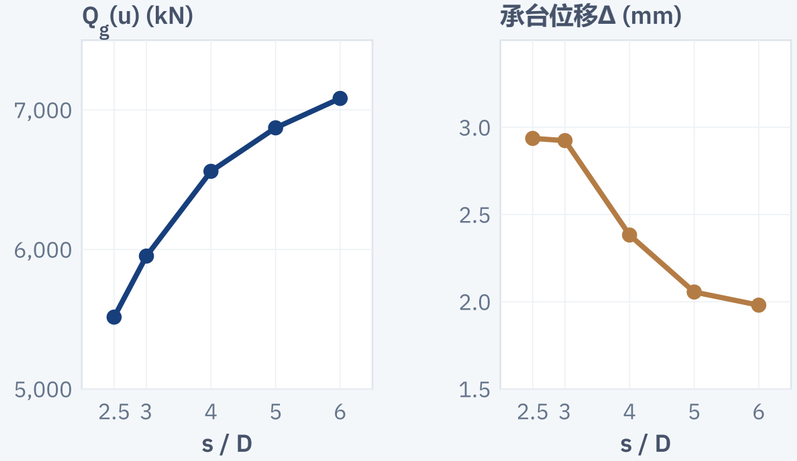
s / D	s (m)	η砂土	η黏土	$Q_{g(u)}$ (kN)	η群桩	Δ (mm)
2.5	1.50	0.65	0.677	5,515	**0.676**	2.94
3.0	1.80	0.77	0.727	5,952	**0.729**	2.92
4.0	2.40	1.00	0.792	6,560	**0.803**	2.38
5.0	3.00	1.00	0.832	6,871	**0.842**	2.06
6.0	3.60	1.00	0.860	7,083	**0.868**	1.98

s = 2.5D → 6D：承载力**5,515 → 7,083 kN**，群桩效应系数0.68 → 0.87，承台位移**2.94 → 1.98 mm**。随着桩距增大，群桩效应系数和p乘数均趋近于1；2.5D是文献给出的最小桩距。

解答 (2/2)

解答

说明。将间距由2.5D增至6D，承载力提高28%，承台位移减小33%；但承台随之增大，桩分散得更远。在工程实践中，这是介于3D – 3.5D与5D之间的一种折中。图中左侧为$Q_{g(u)}$，右侧为Δ。



在GeoTerva中验算解答 ↗

数值背后的假定

理论

群桩：矩形网格或三角形排列的竖直桩，截面和桩长单一，位于刚性承台之下。承台传递荷载，但不增加抗力（被动土压力、承台底面摩擦和承载力均作偏安全处理）。

单桩：分层土规则，不输入任何阻力。

群桩效率：黏土中打入桩采用经验公式；砂土中仅取单一间距（最小距离）。三角形布置时，Converse–Labarre公式属于**扩展**。

块体：黏土中沿用文献的基础；砂土中的滑动及砂土基底为**模块的扩展**。

荷载：V包含承台自重；水平荷载和弯矩作用于承台底面。抗拔时仅计桩侧阻力，砂土取¾。

沉降：为可选项；弹性部分采用单一的E_s和ν_s，固结沉降采用2:1应力扩散法，在每一土层的中点处计算。

水平向：p乘子来自在特定土体和桩间距条件下进行的试验；间距小于3D的情形予以标出。

小结

要点回顾

刚性承台：**P = V/n + Bx + Cy**；最大荷载在前排桩，最小荷载在后排桩；弯矩较大时，后排桩承受**拉力**

单桩逐层计算；群桩承载力在此基础上建立

群桩效应系数逐层取用：黏土中用Converse–Labarre公式，打入砂土中用图表($\eta \le 1$)，钻孔灌注桩用AASHTO规则

承载力 = **min(单桩，块体)**；块体破坏在桩距小、桩数多的群桩中起控制作用

沉降：弹性沉降（Vesic法，计入$\sqrt{(B_g/D)}$）与固结沉降（自2L/3处按2:1扩散）之和；群桩沉降由厚黏土层控制

水平向：p乘子由前排向后排递减；承台只产生同一个位移Δ，各排桩承担的荷载不相等

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Meyerhof, G.G. (1976). Bearing capacity and settlement of pile foundations. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 102(GT3), 197–228.

Vesic, A.S. (1977). Design of Pile Foundations. NCHRP Synthesis of Highway Practice 42, Transportation Research Board, Washington.

Coyle, H.M. and Castello, R.R. (1981). New design correlations for piles in sand. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 107(GT7), 965–986.

Mansur, C.I. and Hunter, A.H. (1970). Pile tests, Arkansas River project. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 96(SM5), 1545–1582.

Terzaghi, K., Peck, R.B. and Mesri, G. (1996). Soil Mechanics in Engineering Practice, 3rd ed. John Wiley & Sons, New York.

Vijayvergiya, V.N. and Focht, J.A. (1972). A new way to predict capacity of piles in clay. Proceedings of the 4th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1718.

Burland, J.B. (1973). Shaft friction of piles in clay — a simple fundamental approach. Ground Engineering, 6(3), 30–42.

O’Neill, M.W. and Reese, L.C. (1999). Drilled Shafts: Construction Procedures and Design Methods. FHWA-IF-99-025, Federal Highway Administration, Washington.

Reese, L.C. and O’Neill, M.W. (1989). Drilled Shafts: Construction Procedures and Design Methods. FHWA-HI-88-042, Federal Highway Administration, Washington; the base of a drilled shaft in clay.

Terzaghi, K. and Peck, R.B. (1967). Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York.

Kishida, H. and Meyerhof, G.G. (1965). Bearing capacity of pile groups under eccentric loads in sand. Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal, 2, 270–274.

Vesic, A.S. (1969). Experiments with instrumented pile groups in sand. Performance of Deep Foundations, ASTM STP 444, 177–222.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

American Association of State Highway and Transportation Officials (2012). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 6th ed.: the p-multipliers of pile groups and the resistance of shaft groups in cohesionless soil.

Washington State Department of Transportation (2010). Bridge Design Memorandum No. 07-2010, Bearing resistance of shaft groups.

Brown, D.A., Morrison, C. and Reese, L.C. (1988). Lateral load behavior of pile group in sand. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 114(11), 1261–1276.

McVay, M., Casper, R. and Shang, T.-I. (1995). Lateral response of three-row groups in loose to dense sands at 3D and 5D pile spacing. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 121(5), 436–441.

Rollins, K.M., Olsen, R.J., Egbert, J.J., Jensen, D.H., Olsen, K.G. and Garrett, B.H. (2006). Pile spacing effects on lateral pile group behavior: analysis. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132(10), 1272–1283.

Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1204, 577–594.

Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 2080, 473–485.

American Petroleum Institute (2000). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design, API RP 2A-WSD, 21st ed.

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中逐步计算本讲义中的算例群桩：数值相同。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。

如需在课堂教学中使用：info@geoterva.com