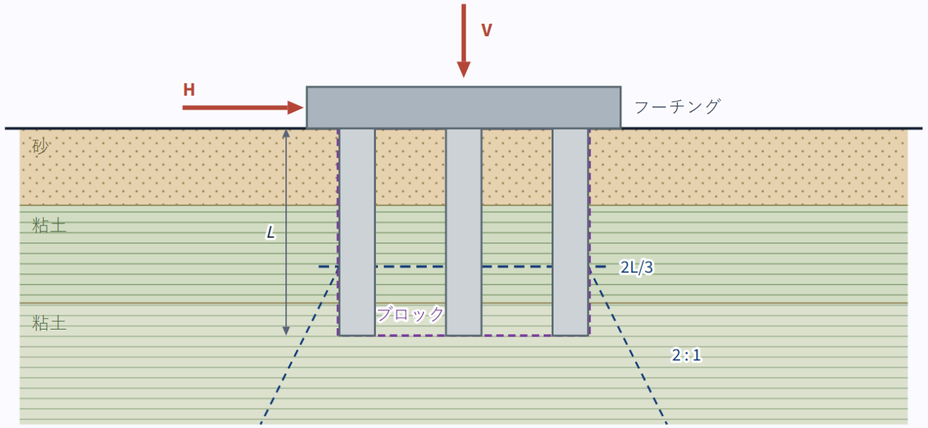
GeoTerva

地盤工学の講義スライド・杭

群杭の解析

講義：フーチング下の群杭における各杭の負担荷重、その支持力、沈下および水平載荷時の挙動；各項目に計算例を付す。

剛体フーチング
群杭効率・ブロック
沈下
水平載荷：p係数
計算例



この講義で学ぶこと

剛なフーチング下で**各杭に作用する荷重**を求め、引張となる杭を識別すること

単杭の支持力を、群杭支持力の基礎として層ごとに構築すること

群杭効率（Converse–Labarre、Los Angeles、Seiler–Keeney；砂中の打込み杭および場所打ち杭の規則）を層ごとに適用すること

群杭の**ブロック破壊**を照査し、**小さい方**を選ぶこと

弾性沈下（Vesic）と**圧密**沈下（2:1分布）を計算すること

水平荷重下におけるp係数と列ごとの不均等な分担を解釈すること

講義の流れ

各項目は**3つの手順**で扱う：

1 · **理論**：規則は何か、なぜそうなるのか

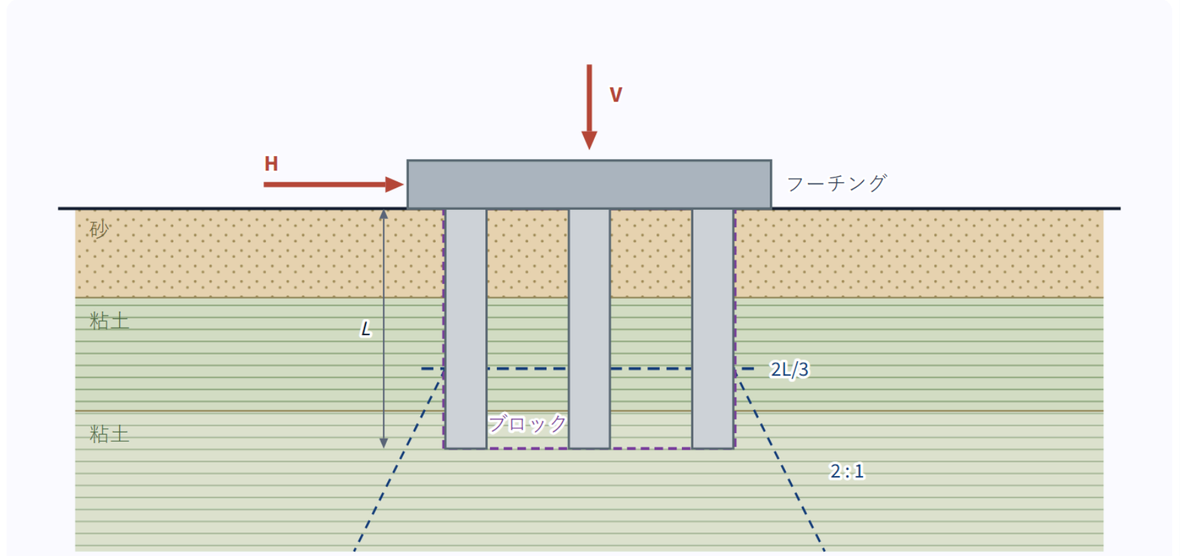
2 · **問題**：与条件と求めるもの

3 · **解答**：数値を用いて手順ごとに

本スライドは**成層地盤中の杭**のスライドを基礎とする。単杭の層ごとの計算はそこで説明済みであり、ここでは群杭内におけるその位置づけを扱う。

杭が群として作用すると何が変わるか。

理論



杭は**フーチング**の下に列状に配置される；互いに近接すると、杭間および周囲の地盤がすべての杭に同時に寄与しなければならない。3つのことが変化し、モジュールはそれぞれを別個の照査として扱う：

支持力：杭間の地盤は各杭の周面から引張られるため、各杭は単独時の支持力より小さくしか支持しない（群杭効率 $\eta < 1$）。地盤が軟弱で杭が近接している場合、群杭とその間の地盤が単一の**ブロック**として破壊することもある。

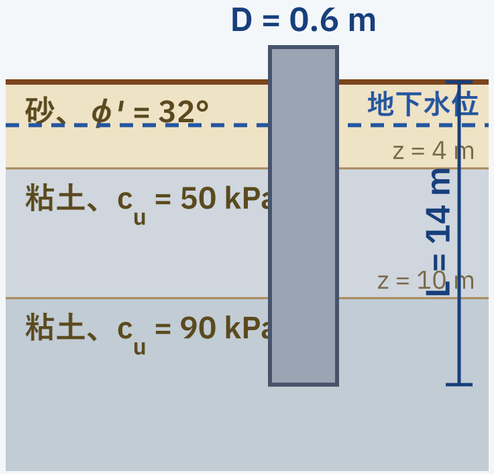
沈下：群杭の荷重は単杭の面積ではなく**群杭全体の面積**にわたって伝播し、先端のはるか下方の粘土層にまで達する。群杭は単杭よりもはるかに大きく沈下する。

水平荷重：後列の杭は先行杭に押されひずみを受けた地盤中で働く；前列はより多くの荷重を受け、他はより少ない。

講義全体で用いるグループ

例題グループ（モジュールを開いたときのモデル）

杭	**場所打ち杭9本（直径D = 0.60 m、長さL = 14 m）、3列×3本、基礎底面は地中**
間隔	$s_x = s_y = 1.80\ \mathrm{m}\ (3.0\,D)$
地盤	**砂 0–4 m（ϕ' = 32°）、粘土 4–10 m（c_u = 50）、粘土 10–18 m（c_u = 90 kPa）、γ = 18、γ_{sat} = 19 kN/m³**
地下水	**深さ2.0 mにおいて**
荷重	$V = 1\,600\ \mathrm{kN},\ H = 900\ \mathrm{kN},\ M_y = 900\ \mathrm{kN\cdot m}$
材料、安全性	$E_p = 30\,000\ \mathrm{MPa},\ E_s = 30\ \mathrm{MPa},\ \nu_s = 0.30;\ FS = 3$



例題の多くはこのグループで行う；結果はモジュールの**Model**タブの数値と同一である。

剛体フーチング：杭は同一のばねである

理論

フーチングは剛体、杭は同一の鉛直ばねと仮定する。剛体フーチングは**平面**として移動する：その沈下と回転のみが未知量である。したがって各杭に作用する荷重は、その位置の**線形**関数となる（ボルト群の規則）：

$$P_i = \frac{V}{n} + B\,x_i + C\,y_i$$

$$B = \frac{M_y}{\sum x^2} \qquad C = \frac{M_x}{\sum y^2} \qquad \left(\sum xy = 0\right)$$

$$\sum x^2 = n_y s_x^2\,\frac{n_x(n_x^2-1)}{12}$$

M_yが正なら**+x**側（水平荷重に押される前面側）に土圧を加える。モーメントは**フーチング底面**で取る：底面から高さhにある荷重Hは$M_y = H\,h$を与える。

杭が千鳥（三角形）配置の場合、Σxyはゼロにならない；モジュールは杭位置から総和を求め、2つの式を連立して解く。

最大の荷重は前側の杭に、最小の荷重は後側の杭に生じる；**モーメントが大きい場合**、後側の杭は引張となる可能性がある。

問題

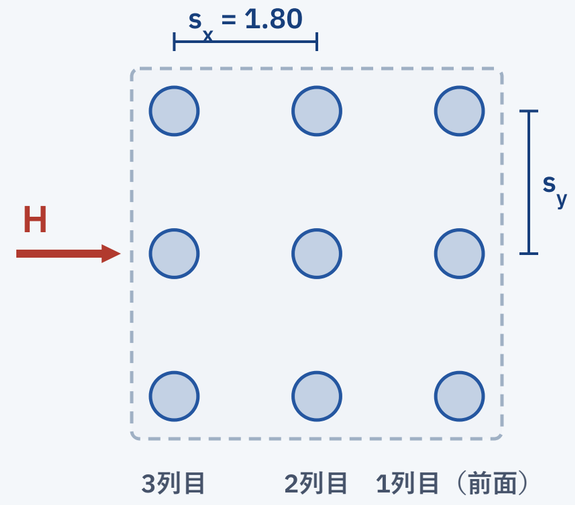
例題

与条件

群	**場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m**
地盤	**砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（$c_u = 50$）・粘土10–18 m（$c_u = 90$ kPa）**
荷重	$V = 1\,600$ kN, $M_y = 900$ kN·m（**見出しの下部**）
タイトル	**剛体；杭は同一**

求めるもの

各杭に作用する荷重を求めよ。列は**前方から**番号付けする（前方＝水平荷重に押される側、+x）。



解答 (1/2)

解答

1 等間隔

$$\frac{V}{n} = \frac{1\,600}{9} = \mathbf{177.8}\ \text{kN}$$

2 Σx²（対称群、閉形式）

$$\sum x^2 = n_y s_x^2 \, \frac{n_x(n_x^2-1)}{12} = 3(1.8)^2 \, \frac{3(9-1)}{12} = \mathbf{19.44}\ \text{m}^2$$

3 モーメント係数（$M_x = 0$であるため$C = 0$）

$$B = \frac{M_y}{\sum x^2} = \frac{900}{19.44} = \mathbf{46.30}\ \text{kN/m}$$

解答 (2/2)

解答

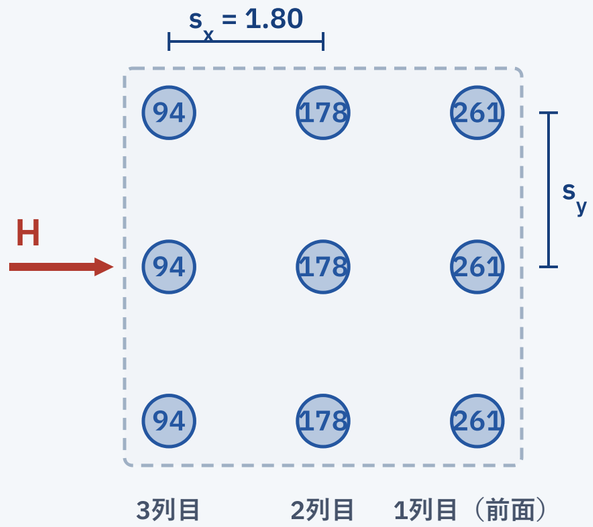
4 列荷重：P = V/n + B x（x = +1.8；0；−1.8 m）

$$P_1 = 177.8 + 46.30(1.8) = \mathbf{261.1}\ \text{kN}\quad（前面）$$

$$P_2 = \mathbf{177.8}\ \text{kN}$$

$$P_3 = 177.8 - 46.30(1.8) = \mathbf{94.4}\ \text{kN}\quad（背面）$$

合計：3(261.1 + 177.8 + 94.4) = **1,600 kN** = V。最大荷重は前面の杭（261.1 kN）、最小は後面の杭（94.4 kN）である。**引張状態の杭はない。**



GeoTervaで解答を確認する ↗

モーメントが大きい場合、背後の杭は引張となる

理論

モーメントが鉛直荷重に比べて大きい場合、モーメントの反対側にある杭は**除荷**され、引張を受ける可能性がある。杭は**周面のみ**で引張に抵抗する：粘土層は全強度で、砂層は圧縮時の抵抗の**4分の3**で抵抗し、先端は何も寄与しない。

$$T_u = \sum_i \chi_i \, Q_{s,i} \qquad \chi = 1 \text{ (粘土)},\ \chi = 0.75 \text{ (砂)}$$

$$T_g = \min(T_{ind},\, T_{block}) \quad T_{ind} = n_T \sum_i \eta_i \chi_i Q_{s,i}$$

引張を受ける**単杭**：$T_{max} \le T_u/FS$。引張を受ける杭が**群**として：$\Sigma T \le T_g/FS$；ブロックは自重と側面のせん断によって保持される。

圧縮に対する照査

$$P_{max} \le \frac{Q_u}{FS}$$

最大杭荷重は**単杭**の許容荷重と比較する。ここでは群杭効果は考慮しない。モーメント作用下では最も荷重の大きい杭はV/nより大きく受け、**群杭全体がその支持力内にあっても**この杭の分担分を超えることがある。

問題

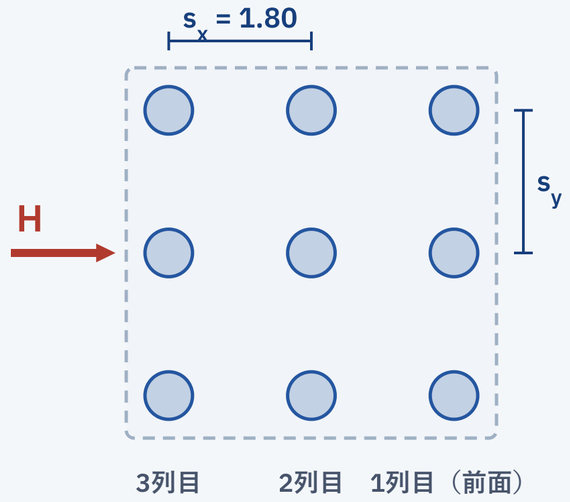
例題

与条件

群	**場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m**
地盤	**砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（c_u = 50）・粘土10–18 m（c_u = 90 kPa）**
荷重	**$V = 1\,600$ kN、モーメントを増加：$M_y = 2\,400$ kN·m**
単杭	**Q_sの寄与（例題3）：砂49.8、粘土311.0、粘土317.2 kN**
効率	**砂0.767、粘土0.727（例題5–6）**

求めるもの

荷重を求めよ；引張となる杭および引張となる杭の**全体**の支持力をFS = 3で照査せよ。



解答 (1/2)

解答

1 荷重（$B = M_y / \Sigma x^2$）

$$B = \frac{2\,400}{19.44} = 123.46 \text{ kN/m}$$

$$P_{front} = 177.8 + 123.46(1.8) = \mathbf{400.0} \text{ kN}$$

$$P_{rear} = 177.8 - 123.46(1.8) = \mathbf{-44.4} \text{ kN}\ （引張）$$

2 引張を受ける単杭の支持力（砂 × 0.75、粘土 × 1）

$$T_u = 0.75(49.8) + 311.0 + 317.2 = \mathbf{665.6} \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \frac{T_u}{FS} = 221.9 \text{ kN}$$

引張を受ける杭：T_{max} = **44.4 kN** ≤ T_u/FS = 221.9 kN → **十分**。引張を受ける杭の数は3本（後列）、総引張力 Σ T = 133.3 kN；群杭の照査は次の手順で行う。

解答 (2/2)

解答

3 引張における3本の杭の複合支持力：有効周面摩擦力の合計 × 3

$$T_{ind} = 3\left[\eta_s \chi_s Q_{s1} + \eta_c Q_{s2} + \eta_c Q_{s3}\right] = \mathbf{1{,}456}\ \text{kN}$$

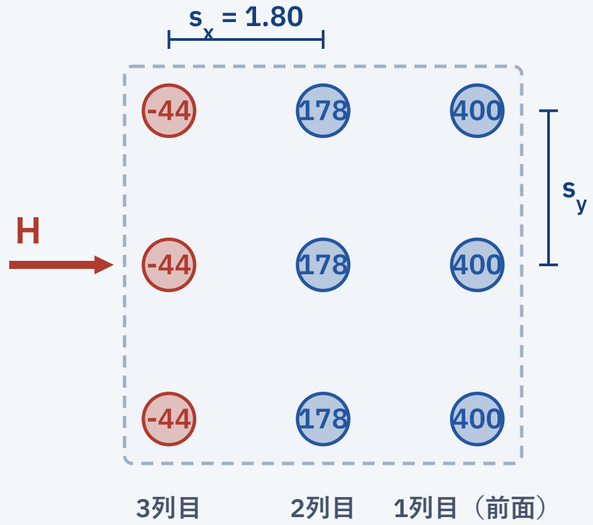
4 引抜きブロック（3本杭、L_t = D = 0.6 m、B_t = 4.2 m）：周面せん断抵抗 + ブロック重量

$$T_{block} = \sum \tau_i P_t \Delta L_i + W = 6{,}692 + 369 = \mathbf{7{,}061}\ \text{kN}$$

5 照査：最小値とFS

$$T_g = \min(1{,}456;\ 7{,}061) = 1{,}456\ \text{kN}$$

$$\sum T = 133.3 \le \frac{T_g}{3} = 485\ \text{kN} \ \Rightarrow\ \text{十分}$$



GeoTervaで解答を確認する ↗

群杭の支持力は単杭の支持力を基礎として算定する

理論

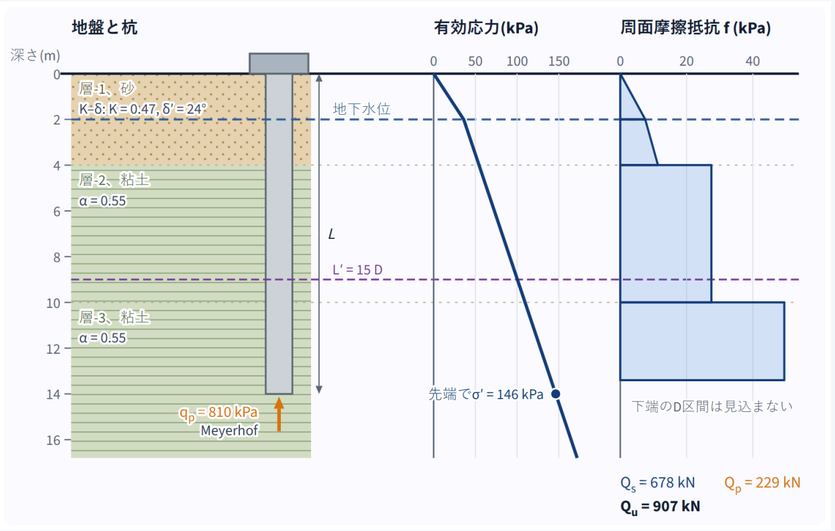
まず群杭中の1本の杭の**単杭**としての抵抗を計算する：各層をそれぞれの材料に対する規則で扱い、**入力された抵抗は用いない**。規則は*成層地盤中の杭のプレゼンテーション*と同じである：

$$Q_u = Q_s + Q_p \qquad Q_s = p\sum_i f_i\,\Delta L_i \qquad Q_p = A_b\,q_p$$

砂：$f = K\,\sigma'_v \tan\delta'$（臨界深さ $L' = 15D$）。場所打ち杭では**$K = K_0 = 1 - \sin\phi'$**、$\delta' = 0.75\,\phi'$；打込み杭では $K = 1.4K_0$。

粘土：α、λ または β。場所打ち杭では**$\alpha^* = 0.55$**（$c_u/p_a \le 1.5$）、また**上部1.5 mと下端1D**にわたって $\alpha^* = 0$とする。

先端：先端が位置する層の規則：砂では$q'N^*_q \le q_l$、粘土では$9c_u$（場所打ち杭ではReese–O'Neillを選択できる）。



問題

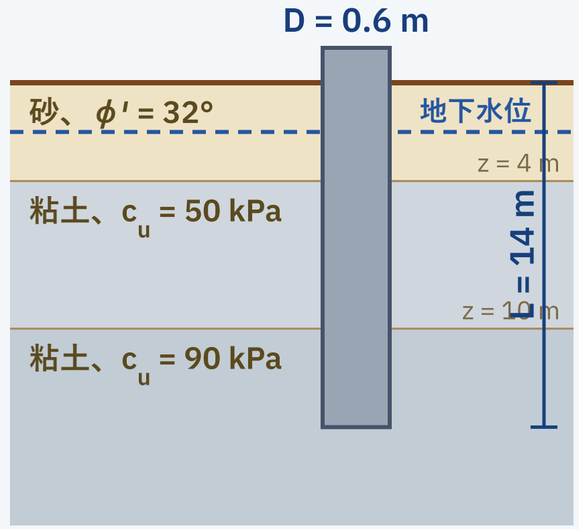
例題

与条件

群	**場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m**
地盤	**砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（c_u = 50）・粘土10–18 m（c_u = 90 kPa）**
設立	**場所打ち杭：K = K_0 = 0.47、$\delta' = 0.75\phi' = 24°$、$\alpha^* = 0.55$；先端：Meyerhof**
地下水	**2.0 m**
単位体積重量	$\gamma = 18,\ \gamma_{sat} = 19\ \mathrm{kN/m^3}$

求めるもの

単杭の**周面**摩擦抵抗を層ごとに、**先端**支持力および$\mathbf{Q_u}$の値を求めよ。$P_{max} \le Q_u/FS$の照査を行え。



解答 (1/3)

解答

1 砂（0–4 m）：L′ = 15D = 9 m > 4 m、キャップなし；σ′(2) = 18(2) = 36.0、σ′(4) = 36.0 + (19 − 9.81)(2) = 54.4 kPa

$$\bar{\sigma}' = \frac{126.4}{4} = 31.6 \text{ kPa}$$

$$f = K \tan\delta' \, \bar{\sigma}' = 0.47(0.4452)(31.6) = 6.61 \text{ kPa}$$

$$Q_{s1} = p \, f \, H = 1.885(6.61)(4) = \mathbf{49.8} \text{ kN}$$

解答 (2/3)

解答

2 粘土（4–10 m）：$\alpha^* = 0.55$（$c_u/p_a = 0.5 \le 1.5$）；1.5の範囲 → L − D = 13.4 mで層を完全に覆う

$$f = 0.55(50) = 27.5 \text{ kPa} \qquad Q_{s2} = 1.885(27.5)(6) = \mathbf{311.0} \text{ kN}$$

3 粘土（10–14 m）：ウィンドウは13.4 mで終わる → 下部1D = 0.6 mを除外し、有効長13.4 − 10 = 3.4 m

$$f = 0.55(90) = 49.5 \text{ kPa} \qquad Q_{s3} = 1.885(49.5)(3.4) = \mathbf{317.2} \text{ kN}$$

解答 (3/3)

解答

4 周面の合計と先端（先端の層：粘土、c_u = 90 kPa、MeyerhofのN*$_c$ = 9）

$$Q_s = 49.8 + 311.0 + 317.2 \approx \mathbf{678.1}\ \text{kN}$$

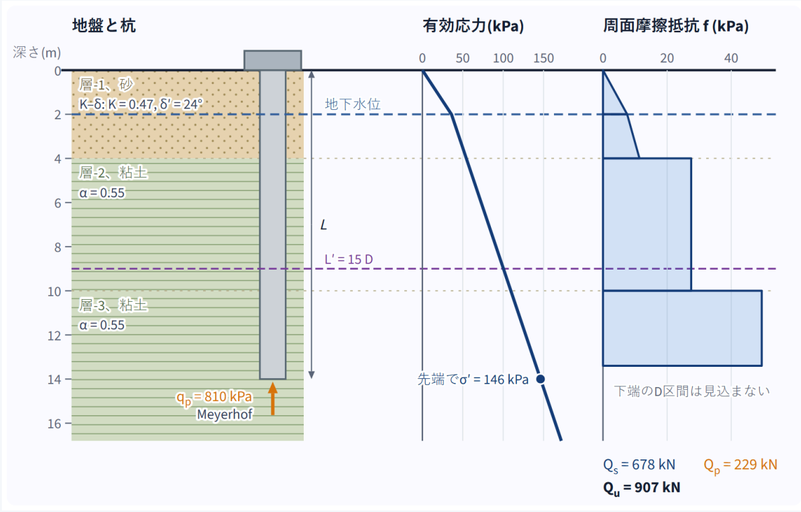
$$q_p = 9(90) = 810\ \text{kPa}$$

$$Q_p = A_b q_p = 0.2827(810) = \mathbf{229.0}\ \text{kN}$$

5 単杭の支持力と照査

$$Q_u = 678.1 + 229.0 = \mathbf{907.1}\ \text{kN}$$

$$\frac{Q_u}{FS} = 302.4\ \text{kN} \geq P_{max} = 261.1\ \text{kN} \Rightarrow \text{十分}$$



GeoTervaで解答を確認する ↗

近接した杭は単独の場合より支持力が小さい

理論

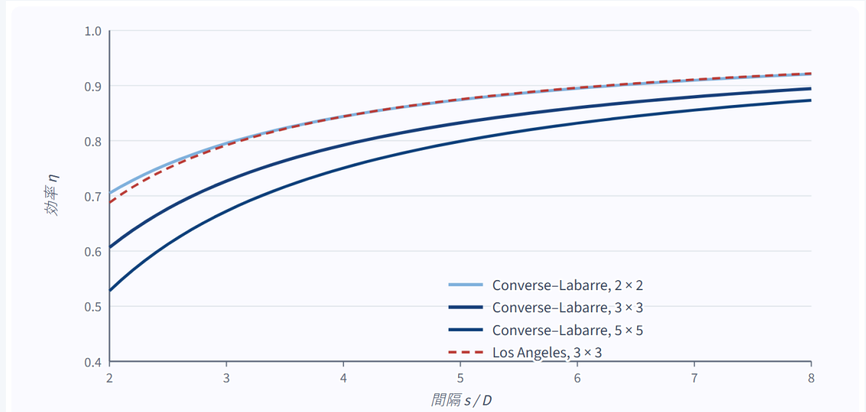
杭が近づくほど、各杭がせん断しひずませる地盤が重なり合う。**群杭効率**は、群杭の支持力を各杭単独の支持力の総和で除した比である。文献は$n_1 \times n_2$本、直径D、間隔dの群杭について3つの経験式を与える：

$$\eta = \frac{Q_{g(u)}}{\sum Q_u}$$

$$\eta_{CL} = 1 - \frac{\theta}{90}\,\frac{(n_1-1)n_2 + (n_2-1)n_1}{n_1 n_2},\quad \theta = \tan^{-1}\frac{D}{d}\ (\text{度})$$

Converse–Labarreは**隣接する杭のペア**を数える：縦方向に$(n_1 - 1)n_2$組、横方向に$(n_2 - 1)n_1$組であり、各ペアはそれぞれの間隔に応じた角度$\theta = \tan^{-1}(D/d)$をもつ。

モジュールは粘土に対してこの式を用いる；粘土層の周面および先端が粘土にある杭の先端をこれで低減する。



間隔が増すほど効率は1に近づき、3 × 3群杭では約3Dで0.7 – 0.8となる。

残り2つの式と限界

理論

出典の他の2つの式も長方形配置の群杭に対するものである。**Los Angeles**の式および**Seiler–Keeney**の式（dは**ft**単位）：

$$\eta_{LA} = 1 - \frac{D}{\pi d\, n_1 n_2}\left[n_1(n_2-1) + n_2(n_1-1) + \sqrt{2}(n_1-1)(n_2-1)\right]$$

$$\eta_{SK} = \left[1 - \frac{11d}{7(d^2-1)}\,\frac{n_1+n_2-2}{n_1+n_2-1}\right] + \frac{0.3}{n_1+n_2}$$

Seiler–Keeneyは1 ftに極を持ち、2 ft未満では無意味である；モジュールは**2 ft**から与える。

2.5Dより小さい間隔は**警告される**：これは文献が摩擦杭について与える最小間隔であり、式はより広い間隔に対して書かれている。

三角形配置ではConverse–Labarreは隣接する対の数え上げで表される。これは**モジュールの拡張**であり、同じ間隔の格子より低い効率を与える。

問題

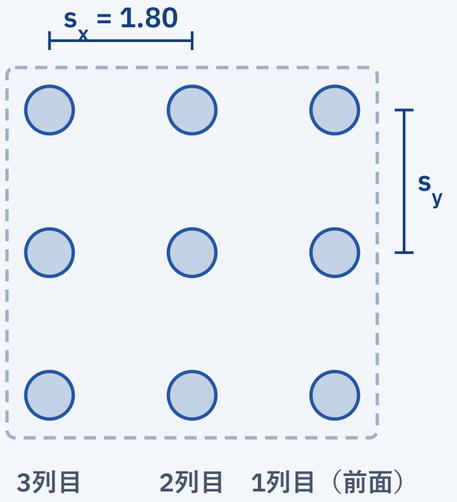
例題

与条件

群	**3 × 3 本の杭、D = 0.60 m、杭間隔 d = 1.80 m（両方向）**
Seiler–Keeney	**dをフィートで表すと：1.80 m = 5.906 ft**

求めるもの

群杭効率を**Converse–Labarre**、**Los Angeles**および**Seiler–Keeney**の式で求める。



解答

解答

1 Converse–Labarre： θ = tan⁻¹(D/d)；隣接する組：(2)(3) + (2)(3) = 12

$$\theta = \tan^{-1}\frac{0.6}{1.8} = 18.43^\circ\ ;\quad \eta_{CL} = 1 - \frac{18.43}{90}\cdot\frac{12}{9} = \mathbf{0.727}$$

2 Los Angeles

$$\eta_{LA} = 1 - \frac{0.6}{\pi(1.8)(9)}\left[3(2) + 3(2) + \sqrt{2}(2)(2)\right] = \mathbf{0.792}$$

3 Seiler–Keeney (d = 5.906 ft)

$$\eta_{SK} = \left[1 - \frac{11(5.906)}{7(5.906^2 - 1)}\cdot\frac{4}{5}\right] + \frac{0.3}{6} = \mathbf{0.831}$$

3つの式は0.727 – 0.831の範囲にある。モジュールは粘土では**Converse–Labarre**（0.727）を用いる。

GeoTervaで解答を確認する ↗

砂における効率：式ではなく規則

理論

打込み杭は緩いまたは中位の密な砂を**締め固める**；この砂では群杭は杭の総和と同程度（実験ではそれ以上）の支持力を持つ。密な砂（ϕ' > 約40°）においてのみ、近接した間隔が支持力を低下させる。打込み杭の場合、モジュールは資料の下限値を採用し、効率を**決して1を超えさせない**：

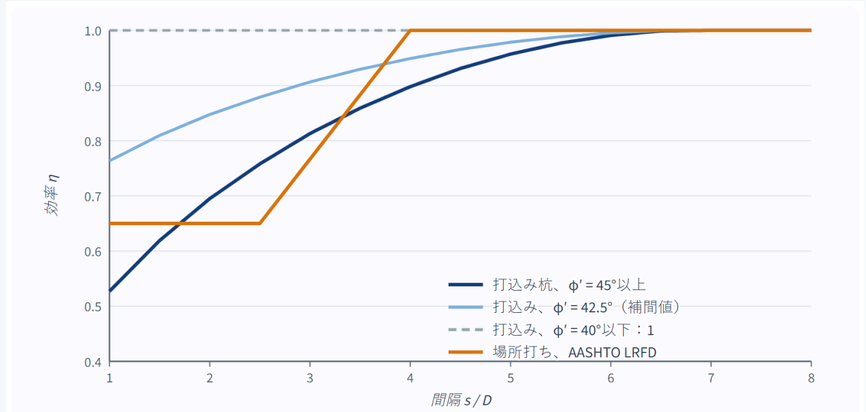
> $\phi' \le 40°$: $\eta = 1$

> $40° < \phi' < 45°$：1と45°の曲線の間で**線形補間**

> $\phi' \ge 45°$：45°曲線（s/D = 7で1.0；s/D = 1で0.53）

場所打ち杭は地盤を締め固めず、逆に緩めることさえある。AASHTO LRFDでは、群杭中の各場所打ち杭の抵抗に、s/D = 2.5で**0.65**、4で**1.0**を乗じる：

$$\eta = 0.65 + 0.35\,\frac{s/D - 2.5}{1.5} \qquad 2.5 \le s/D \le 4$$



砂層の支持力は、その層の周面および先端が砂中にある杭の先端支持力に適用する。間隔：**2本の杭間の最小距離**。

問題

例題

与条件

間隔	**s = 1.80 m, D = 0.60 m: s/D = 3.0**
場所打ち杭	**砂におけるAASHTOの規定**
打込み杭	**砂、$\varphi' = 42^\circ$（s/D = 3における45°曲線：$\eta_{45} = 0.813$）**

求めるもの

砂層の効率を**場所打ち**杭および$\phi' = 42°$の砂中の**打込み**杭について求めよ；$\phi' = 35°$の場合はどうなるか。

解答

解答

1 場所打ち杭（AASHTO）：s/D = 3.0

$$\eta = 0.65 + 0.35\,\frac{3.0 - 2.5}{1.5} = \mathbf{0.767}$$

2 打込み杭、ϕ' = 42°：重みw = (ϕ' − 40)/5と45°曲線

$$w = \frac{42 - 40}{5} = 0.4 \qquad \eta = 1 - w(1 - \eta_{45}) = 1 - 0.4(1 - 0.813) = \mathbf{0.925}$$

3 打込み杭、ϕ' = 35°

$$\varphi' \leq 40^\circ \;\Rightarrow\; \eta = \mathbf{1.000}$$

同じ範囲で、**場所打ち**杭は砂中で0.767、**打込み**杭は（緩〜中密な砂で）1.00となる：打込みは締め固め、削孔は締め固めない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

各層の変形係数はその土の変形係数である

理論

杭の胴体は層境界で分割され、各部分はそれぞれの方法で計算される。地盤に関する群効果も**部分ごと**に適用しなければならない：ある層の支持力はその地盤の支持力、**先端**は支持する地盤の支持力をとる：

$$Q_{ind} = n\left(\sum_i \eta_i\, Q_{s,i} + \eta_b\, Q_p\right)$$

$$\eta_{group} = \frac{Q_{ind}}{\sum Q_u}$$

粘土層および先端が粘土中にある杭の先端：Converse–Labarre。

砂層：打込み杭では図表、場所打ち杭ではAASHTOの規定。

群杭の効率は**入力値ではなく**、各層の寄与による**重み付き平均**である：荷重の大部分を砂から受ける杭はその砂の群効果を、粘土に支持される杭は粘土の群効果を示す。

問題

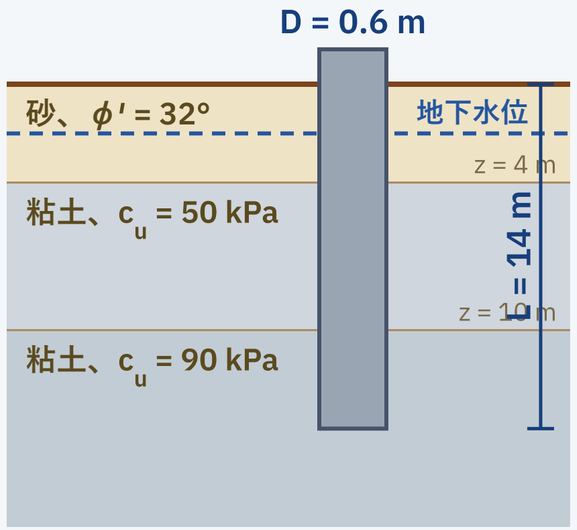
例題

与条件

単杭（例題3）	Q_{s1} = 49.8（砂）、Q_{s2} = 311.0、Q_{s3} = 317.2（粘土）、Q_p = 229.0 kN
効率	砂（場所打ち、s/D = 3）：0.767；粘土：0.727；先端（粘土）：0.727
群	9本の杭

求めるもの

Q_{ind} と**群効果** $\eta = Q_{ind} / \Sigma Q_u$ とは何か。



解答

解答

1 各部位の有効寄与（η Q）：砂質土の周面部、粘性土の周面部1、粘性土の周面部2、先端部

$$0.767(49.8) = 38.2\ ;\quad 0.727(311.0) = 226.1$$

$$0.727(317.2) = 230.6\ ;\quad 0.727(229.0) = 166.5$$

2 単杭の許容支持力と群杭

$$\sum \eta Q = 38.2 + 226.1 + 230.6 + 166.5 = \mathbf{661.4}\ \text{kN}$$

$$Q_{ind} = 9(661.4) \approx \mathbf{5{,}952}\ \text{kN}$$

3 群効果（群杭効率）

$$\eta = \frac{Q_{ind}}{n\,Q_u} = \frac{5{,}952}{9(907.1)} = \mathbf{0.729}$$

群杭は単杭の合計の**73%**を支持する（砂 η = 0.767、粘土 η = 0.727）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

群杭は深い基礎のように破壊する可能性がある

理論

杭が近接している場合、群杭とその間の地盤は**一体となって**下方へ移動することがある：$L_g \times B_g$ の寸法、深さLの深礎基礎とみなす。その支持力は四面の**せん断**に底面下の**支持**を加えたものである：

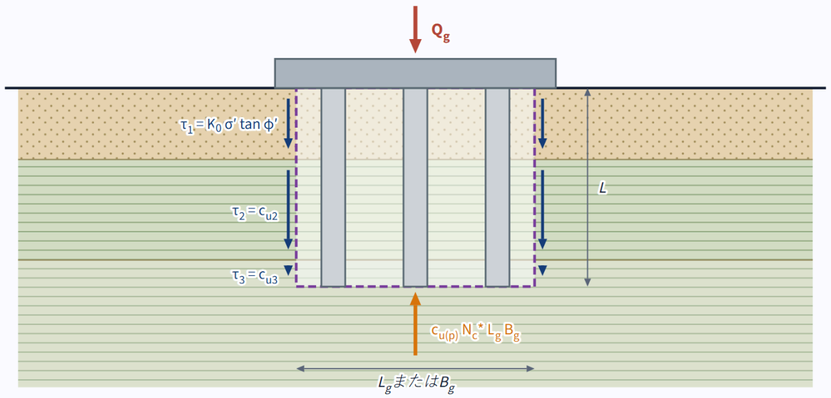
$$Q_{block} = \sum_i \tau_i \, P_b \, \Delta L_i + q_b \, L_g B_g \qquad P_b = 2(L_g + B_g)$$

粘性土の周面：$\tau = c_u$（土と土のすべりであり、α では低減しない）。

砂の側面（出典によるモジュールの拡張）：$\tau = K_0 \, \bar{\sigma}' \tan\phi'$、$K_0 = 1 - \sin\phi'$。

粘土の支持地盤：$q_b = c_u N^*_c$。N^*_c は L/B_g および L_g/B_g に応じて図表から求める。**砂の支持地盤**：nQ_p。

$$Q_{g(u)} = \min(Q_{ind},\, Q_{block}) \qquad Q_{all} = \frac{Q_{g(u)}}{FS}$$



問題

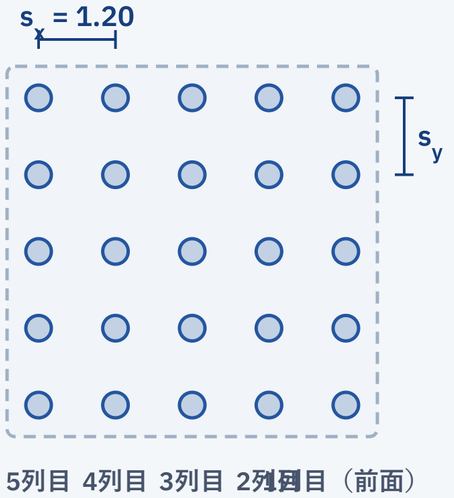
例題

与条件

群	場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m
地盤	砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（c_u = 50）・粘土10–18 m（c_u = 90 kPa）
ブロック	$L_g = B_g = (3 - 1)(1.8) + 0.6$
側面	砂：$\tau = K_0 \bar{\sigma}'_v \tan\phi'$（$\bar{\sigma}'_v$ = 31.6 kPa）；粘土：$\tau = c_u$
底面	粘土、c_u = 90 kPa；N^*_cは図表から（L_g/B_g = 1）
単杭	Q_{ind} = 5,952 kN（例題6）、V = 1 600 kN、FS = 3

求めるもの

Q_{block}の値、群杭の支持力および許容荷重を求めよ。



解答 (1/2)

解答

1 ブロックの寸法と周長

$$L_g = B_g = 4.2\ \text{m} \qquad P_b = 2(L_g + B_g) = \mathbf{16.8}\ \text{m}$$

2 側面におけるせん断（τ P_b ΔL）

$$\text{砂}: \tau = K_0 \bar{\sigma}' \tan\varphi' = 0.470(31.6)(0.6249) = 9.28 \ \Rightarrow\ 624\ \text{kN}$$

$$\text{粘土1}: \tau = 50 \ \Rightarrow\ 50(16.8)(6) = 5{,}040\ \text{kN}$$

$$\text{粘土2}: \tau = 90 \ \Rightarrow\ 90(16.8)(4) = 6{,}048\ \text{kN}$$

解答 (2/2)

解答

3 底面：$L/B_g = 14/4.2 = 3.33$ および $L_g/B_g = 1$ に対する図表から N^*_c

$$q_b L_g B_g = c_u N_c^* \, L_g B_g = 90(8.90)(17.64) = \mathbf{14{,}126}\ \text{kN}$$

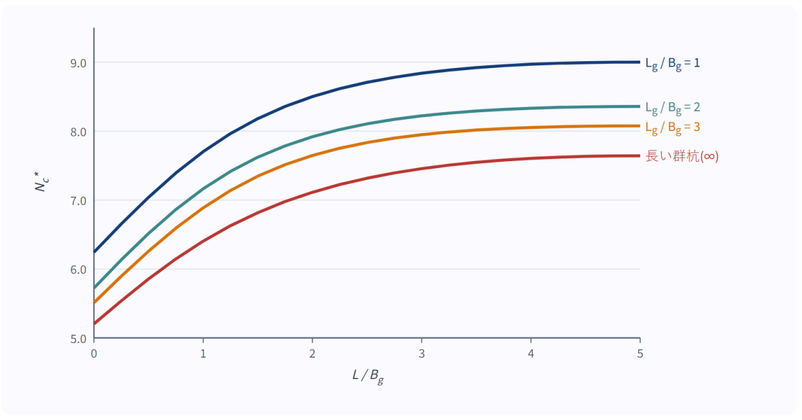
4 ブロック支持力、群杭の支持力および許容荷重

$$Q_{block} = 11{,}712 + 14{,}126 = 25{,}838\ \text{kN}$$

$$Q_{g(u)} = \min(5{,}952;\ 25{,}838) = \mathbf{5{,}952}\ \text{kN}$$

$$Q_{all} = \frac{5{,}952}{3} = 1{,}984\ \text{kN} \geq V = 1\,600\ \text{kN}$$

ブロックの支持力は個別杭合計の**4倍以上**である：この群杭では**個別杭が支配的**。ブロックは杭間隔が小さく杭数の多い群杭で考慮される。右側の図表を参照。



GeoTervaで解答を確認する ↗

問題

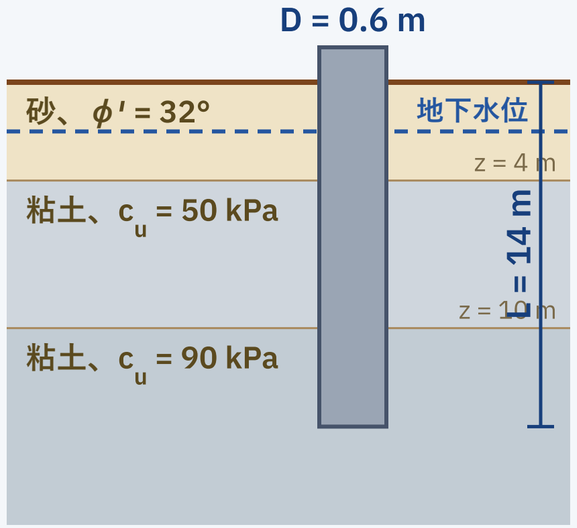
例題

与条件

群	5 × 5本の打込み杭、D = 0.40 m、s = 1.20 m（3D）、L = 12 m
地盤	単一の砂、$\phi' = 32°$、$\gamma = 18$、$\gamma_{sat} = 19$ kN/m³、地下水位3 m
単杭	$Q_s = 285.7$、$Q_p = 318.0$ kN（打込み杭、K–δおよびMeyerhof）
効率	打込み杭、$\phi' < 40°$の砂中：$\eta = 1$

求めるもの

Q_{ind}とQ_{block}の値を比較し、群杭の支持力を求める。



解答 (1/2)

解答

1 単杭（$\eta = 1$）

$$Q_{ind} = n\,Q_u = 25(603.7) = \mathbf{15{,}094}\ \text{kN}$$

2 ブロック：$L_g = B_g = 4(1.2) + 0.4 = 5.2$ m；$\sigma'(3) = 54.0$、$\sigma'(12) = 136.7$ kPa

$$P_b = 2(5.2 + 5.2) = 20.8\ \text{m} \qquad \bar{\sigma}' = \frac{939.2}{12} = 78.3\ \text{kPa}$$

$$\tau = K_0 \bar{\sigma}' \tan\varphi' = 0.470(78.3)(0.6249) = 22.99\ \text{kPa}$$

$$\text{側方すべり} = 22.99(20.8)(12) = \mathbf{5{,}738}\ \text{kN}$$

解答 (2/2)

解答

3 ブロック底面が砂中：底面は杭の先端支持力の合計である

$$\text{底面} = nQ_p = 25(318.0) = \mathbf{7{,}950}\ \text{kN} \qquad Q_{block} = 5{,}738 + 7{,}950 = \mathbf{13{,}689}\ \text{kN}$$

4 群杭の支持力と効率

$$Q_{block} = 13{,}689 \ < \ Q_{ind} = 15{,}094$$

$$Q_{g(u)} = \mathbf{13{,}689}\ \text{kN} \qquad \eta_{group} = \frac{13{,}689}{15{,}094} = \mathbf{0.907}$$

ここでは**ブロックが支配的**である：大きな群杭では杭の周面合力が群杭外周面のせん断抵抗力を上回る。杭を個別に見ると η = 1.00であっても、群杭の支持力は個別の合計の**91%**である。

GeoTervaで解答を確認する ↗

Vesic：3つの部分、次いで群杭

理論

単杭は、自身の長さの縮み、先端下の地盤および周面から載荷される地盤の圧縮によって沈下する。Vesic (1969)はこれら3成分を作業荷重Q_wについて合算する（Q_{ws}は周面の分担、Q_{wp}は先端の分担）：

$$s_e = s_{e1} + s_{e2} + s_{e3}$$

$$s_{e1} = \frac{(Q_{wp} + \xi Q_{ws})L}{A_p E_p} \qquad s_{e2} = \frac{q_{wp} D}{E_s}(1 - \mu_s^2) I_{wp}$$

$$s_{e3} = \frac{Q_{ws}}{pL}\frac{D}{E_s}(1 - \mu_s^2) I_{ws} \qquad I_{ws} = 2 + 0.35\sqrt{L/D}$$

$$S_{g(e)} = \sqrt{\frac{B_g}{D}}\, s_e$$

使用荷重Q_w = V/n；モジュールはこれを**Q_s : Q_p**の比で周面と先端に配分する。

群杭は同じ杭荷重の下で単杭より**$\sqrt{(B_g/D)}$**倍多く沈下する（砂中の杭に対するVesicの経験式）。

ξ：周面抵抗の分布、0.5（一様）から0.67（深さとともに増加）の間；I_{wp} = 0.85。

問題

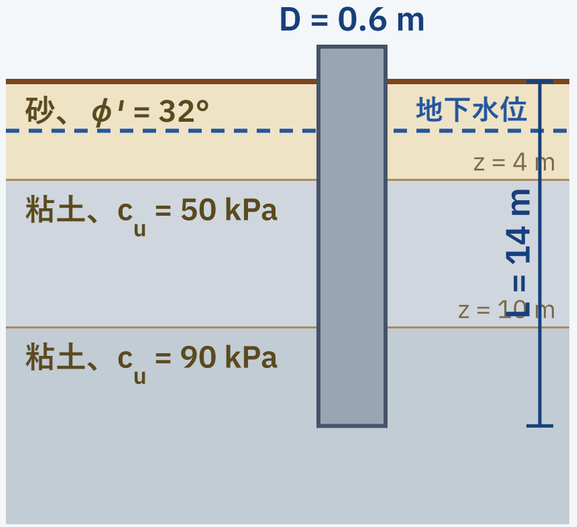
例題

与条件

群	**場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m**
地盤	**砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（c_u = 50）・粘土10–18 m（c_u = 90 kPa）**
使用荷重	**$Q_w = V/n$ = 177.8 kN、$Q_s : Q_p$ = 678.1 : 229.0（例題3）**
材料	$E_p = 30\,000$ MPa, $E_s = 30$ MPa, $\nu_s = 0.30$, $\xi = 0.6$, $I_{wp} = 0.85$

求めるもの

単杭の弾性沈下を3つの部分に分けて求め、**群杭**の弾性沈下を求めよ。



解答 (1/2)

解答

1 使用荷重の配分

$$Q_{ws} = Q_w \frac{Q_s}{Q_u} = 177.8 \frac{678.1}{907.1} = 132.9 \text{ kN} \qquad Q_{wp} = 177.8 - 132.9 = 44.9 \text{ kN}$$

2 杭の短縮

$$s_{e1} = \frac{(44.9 + 0.6(132.9))(14)}{(0.2827)(30\,000\,000)} = 0.21 \text{ mm}$$

3 底面

$$q_{wp} = \frac{Q_{wp}}{A_b} = 158.7 \text{ kPa} \quad s_{e2} = \frac{158.7(0.6)}{30\,000}(1 - 0.3^2)(0.85) = 2.46 \text{ mm}$$

解答 (2/2)

解答

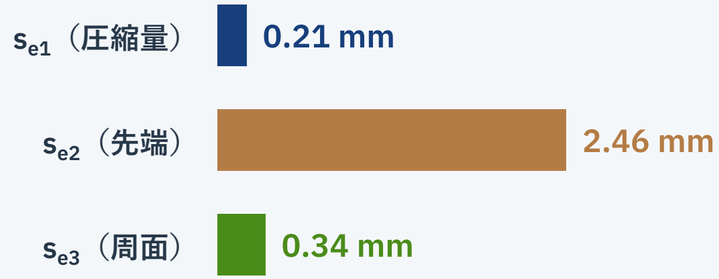
4 周面：$I_{ws} = 2 + 0.35\sqrt{(14/0.6)} = 3.69$

$$s_{e3} = \frac{132.9}{(1.885)(14)} \cdot \frac{0.6}{30\,000}(0.91)(3.69) = 0.34 \text{ mm}$$

5 単杭と群杭

$$s_e = 0.21 + 2.46 + 0.34 \approx 3.00 \text{ mm}$$

$$S_{g(e)} = \sqrt{\frac{B_g}{D}}\, s_e = \sqrt{\frac{4.2}{0.6}}(3.00) = \mathbf{7.9} \text{ mm}$$



沈下の**82%**は先端成分（s_{e2}）に由来する。全弾性沈下量は**7.9 mm**である。粘土層の主要な沈下は次の手順、すなわち圧密による。

GeoTervaで解答を確認する ↗

粘土層のゆっくりとした大きな沈下

理論

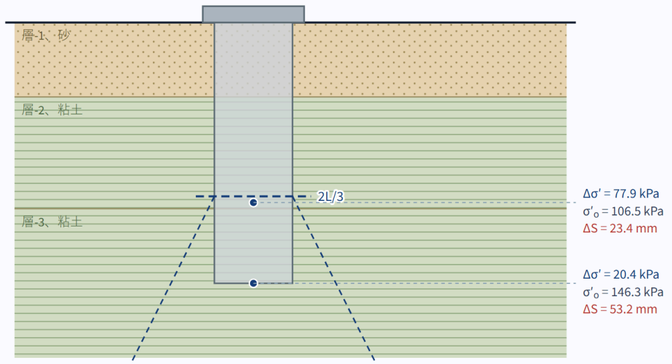
基礎スラブ下の粘土はゆっくりと、主として**圧密**によって沈下する。本ソフトウェアは群杭の荷重を基礎スラブ面から**2L/3下方**の等価な基礎に作用させ（杭は荷重の一部を上部の地盤に伝達している）、その下方では**鉛直2：水平1**の勾配で分散させる。粘土層の中央において、2L/3のレベルからz下方での付加応力は：

$$\Delta\sigma'_i = \frac{Q_g}{(B_g + z_i)(L_g + z_i)}$$

$$\Delta S_i = \frac{C_c H_i}{1 + e_0} \log \frac{\sigma'_o + \Delta\sigma'_i}{\sigma'_o} \quad \text{(NC)}$$

過圧密粘土では、先行圧密応力までは C_s（与えられていない場合は $C_c/5$）を用い、それ以降は C_c を用いる。

粘土層の2L/3**より下**の部分が計算に含まれる；σ'_oはこの部分の中央で、層と水位に応じて取る。$S_c = \Sigma\, \Delta S_i$。



問題

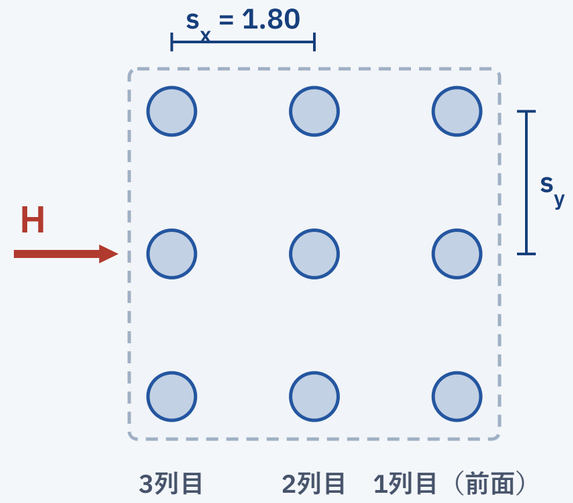
例題

与条件

群	**場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m**
地盤	**砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（$c_u = 50$）・粘土10–18 m（$c_u = 90$ kPa）**
荷重	$Q_g = V = 1\,600$ kN；**ブロック**$L_g = B_g = 4.2$ m
粘土1（4–10 m）	$e_0 = 0.90,\ C_c = 0.28$ **(NC)**
粘土2（10–18 m）	$e_0 = 0.70,\ C_c = 0.20$ **(NC)**

求めるもの

2L/3のレベルを求め、**各粘土層**（2L/3以下の部分）の沈下と全圧密沈下を計算する。



解答 (1/2)

解答

1 2L/3の高さ（底版下面から）

$$z_0 = \frac{2L}{3} = \frac{2(14)}{3} = \mathbf{9.33}\ \text{m} \ \Rightarrow$$ 粘土1の9.33–10 mの部分と粘土2の全体が計算に含まれる

2 粘土1（4–10 m）：9.33–10 m、H = 0.67 m；中点9.67 m、z = 0.33 m

$$\Delta\sigma' = \frac{1\,600}{(4.2+0.33)(4.2+0.33)} = 77.9\ \text{kPa} \qquad \sigma'_o = 106.5\ \text{kPa}$$

$$\Delta S = \frac{0.28(0.67)}{1+0.90}\log\frac{106.5+77.9}{106.5} = \mathbf{23.4}\ \text{mm}$$

解答 (2/2)

解答

3 粘土2（10–18 m）：10.00–18 m、H = 8.00 m；中点14.00 m、z = 4.67 m

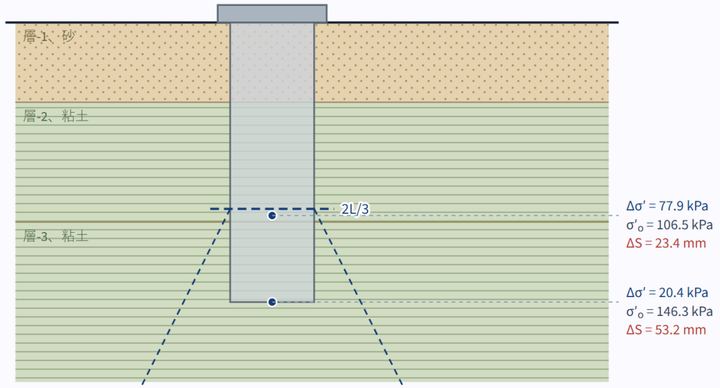
$$\Delta\sigma' = \frac{1\,600}{(4.2+4.67)(4.2+4.67)} = 20.4 \text{ kPa} \qquad \sigma'_o = 146.3 \text{ kPa}$$

$$\Delta S = \frac{0.20(8.00)}{1+0.70}\log\frac{146.3+20.4}{146.3} = \mathbf{53.2} \text{ mm}$$

4 全圧密沈下量と弾性成分との合算

$$S_c = 23.4 + 53.2 = \mathbf{76.7} \text{ mm}$$

$$S = S_{g(e)} + S_c = 7.9 + 76.7 = \mathbf{84.6} \text{ mm}$$



沈下の**91%**は圧密によるものであり、そのうち69%は10–18 mの粘土層に起因する。群杭の沈下は先端の**はるか下方**にある厚い粘土層によって決まり、単杭の沈下ではこれを表せない。

GeoTervaで解答を確認する ↗

後列は前列の陰に入る

理論

水平荷重を受けると杭は地盤を押し、地盤は杭の全長にわたって反応する（水平モジュールにおけるp–y曲線）。杭が荷重方向に**一列に並ぶ**と、各杭は前方の杭によってひずみを与えられ押された地盤の中で働く。実験（Brown et al. 1988; McVay et al. 1995; Rollins et al. 2006）は、群杭のp–y曲線が形状を保ちつつ**p倍率P_m**によって低減されることを示す。倍率は列と間隔に依存する：

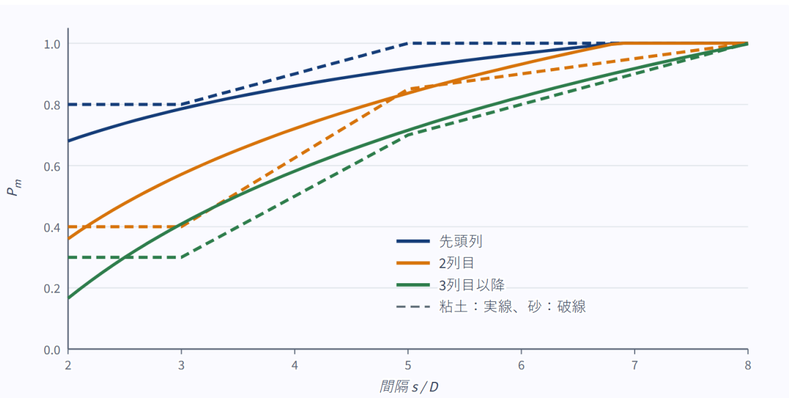
$$p_{group}(y) = P_m \; p_{single}(y)$$

粘土（Rollins）：

$$P_{m1} = 0.26 \ln \frac{s}{D} + 0.5$$
$$P_{m2} = 0.52 \ln \frac{s}{D}$$
$$P_{m3} = 0.60 \ln \frac{s}{D} - 0.25$$

砂：AASHTO LRFDの係数（3Dおよび5Dで：0.8·0.4·0.3および1.0·0.85·0.7、その間は線形）。

成層地盤では**各層**のp–y曲線を、その層の土質に対応する係数でスケーリングする。荷重が**逆転**する場合、各列はその群の列係数の平均をとる。



問題

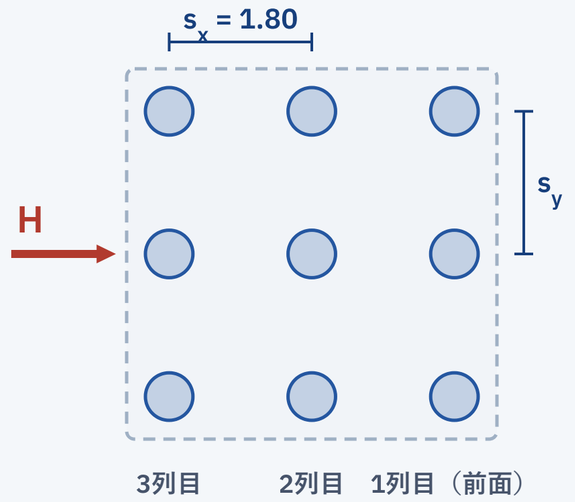
例題

求めるもの

粘土層について3列の**p係数**を求めよ；荷重が**逆向き**になる場合、粘土と砂について列の平均係数はいくらか。

与条件

間隔（載荷方向）	**s_x = 1.80 m, D = 0.60 m: s/D = 3**
粘土	**Rollinsら(2006)の式**
砂	**AASHTO LRFD：3DではP_m = 0.8 · 0.4 · 0.3**



解答

解答

1 粘土：ln(s/D) = ln 3 = 1.099

$$P_{m1} = 0.26(1.099) + 0.5 = \mathbf{0.786}$$

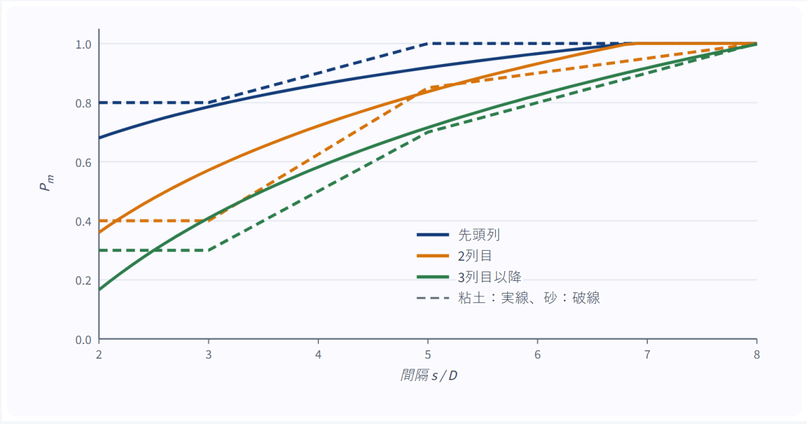
$$P_{m2} = 0.52(1.099) = \mathbf{0.571}$$

$$P_{m3} = 0.60(1.099) - 0.25 = \mathbf{0.409}$$

2 繰返し載荷：各列の平均

$$\bar{P}_{m,clay} = \frac{0.786 + 0.571 + 0.409}{3} = \mathbf{0.589}$$

$$\bar{P}_{m,sand} = \frac{0.8 + 0.4 + 0.3}{3} = \mathbf{0.500}$$



先頭列は曲線の約79%を、3列目以降はわずか41%を保持する（粘土の場合）。砂では80%と30%である。間隔が広がるにつれて係数は1に近づく（5Dでは砂で1.0・0.85・0.7）。

GeoTervaで解答を確認する ↗

フーチングは単一の変位をする

理論

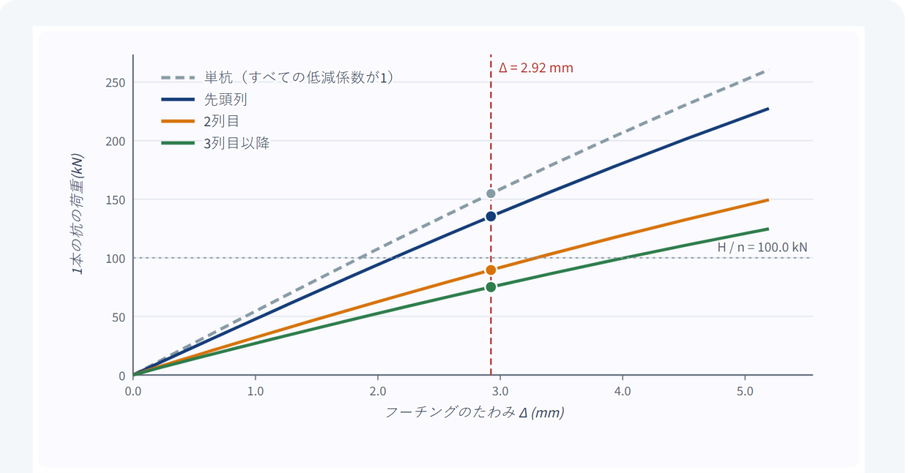
フーチングは剛で回転が拘束されている：**各杭頭は同じ Δ だけ変位する**；しかしp–y曲線のスケールが異なるため、列ごとに異なる荷重を負担する。モジュールは、各列の荷重の合計がフーチング上の荷重に等しくなる Δ を求める：

$$\sum_{k=1}^{n_x} n_y \, H_k(\Delta) = H$$

k番目の列の杭は**杭の水平抵抗モジュール**の単杭である（有限要素＋Newton）；曲線はその列の係数でスケーリングされる。

変位は**制御**される：杭頭を Δ に保持してその反力を読み取る。これにより軟化する（繰返し載荷を受けた粘土）曲線のピークも追跡できる。

群杭が支持できる最大荷重は、各列の和の**最初のピーク**である。要求荷重がこれより大きければ、モジュールはその旨を出力する。



問題

例題

与条件

解答（モジュール）	**Δ = 2.92 mm；杭1本あたりの荷重：1列目 135.3、2列目 89.6、3列目 75.1 kN**
単杭	**Δ′で154.8 kNを支持し、100 kNの下で1.85 mm変位する。**
荷重	**H = 900 kN、n = 9：等配分 H/n = 100 kN**

求めるもの

釣合いを照査せよ；基礎スラブの変位と単杭の変位との比、および**横載荷時の群杭効率**を求めよ。

解答

解答

1 釣合い：$\Sigma n_\gamma H_k = H$

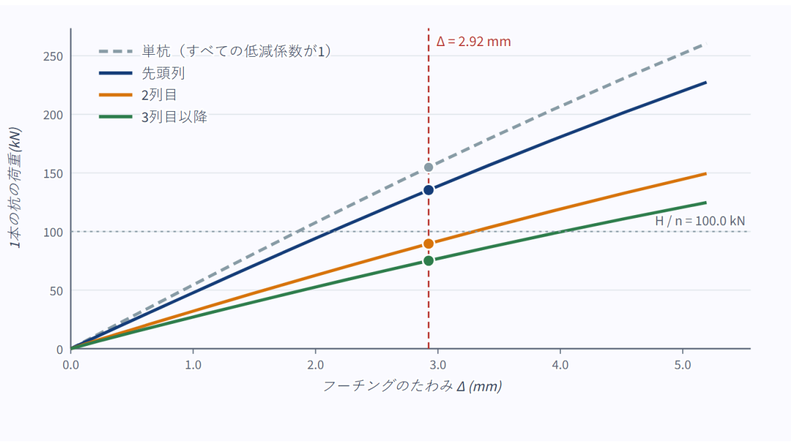
$$3(135.3 + 89.6 + 75.1) = \mathbf{900}\ \text{kN} = H\ \checkmark$$

2 単杭の変位に対するフーチング変位の比

$$\frac{\Delta}{y_{single}} = \frac{2.92}{1.85} = \mathbf{1.58}$$

3 水平載荷時の群効果：平均杭荷重／同一の Δ における単杭の荷重

$$\eta_{lateral} = \frac{H/n}{H_{single}(\Delta)} = \frac{100.0}{154.8} = \mathbf{0.65}$$



最前列は等分担の**1.35倍**を、3列目は0.75倍を負担する。フーチングは単杭の場合より**1.58倍**大きく変位する。最大曲げモーメントは杭頭に生じ、207 kN·mである。

GeoTervaで解答を確認する ↗

どの値がどの照査に対応するか

理論

杭荷重：$P_{max} \leq Q_u/FS$（単杭、群杭効果なし）。引抜き杭は$T_{max} \leq T_u/FS$、引抜き杭の合計は$\Sigma T \leq T_g/FS$

群杭の支持力：$V \leq Q_{all} = Q_{g(u)}/FS$。いずれ（単杭かブロックか）が支配的か。

沈下：弾性沈下＋圧密沈下、入力した許容値と比較する

水平：基礎の変位、前列の荷重、最大曲げモーメントおよび水平効率；許容変位と比較する

杭1本あたりの荷重と曲げモーメントは、杭断面の**構造設計**用の荷重である

例題グループ：照査

照査	結果
$P_{max} \leq Q_u/FS$	261 ≤ 302 kN ✓
$V \leq Q_{all}$	1 600 ≤ 1,984 kN ✓
沈下	84.6 mm
Δ（水平）	2.92 mm

問題

例題

与条件

群	場所打ち杭9本、3列×3本、D = 0.60 m、L = 14 m、s = 1.80 m
地盤	砂0–4 m（$\phi' = 32°$）・粘土4–10 m（c_u = 50）・粘土10–18 m（c_u = 90 kPa）
変化する	杭間隔 s = 2.5D・3D・4D・5D・6D（両方向）
荷重	V = 1 600, H = 900 kN, M_y = 900 kN·m

求めるもの

間隔が大きくなるにつれて、群杭の支持力、効率および杭頭変位はどのように変化するか。

解答 (1/2)

解答

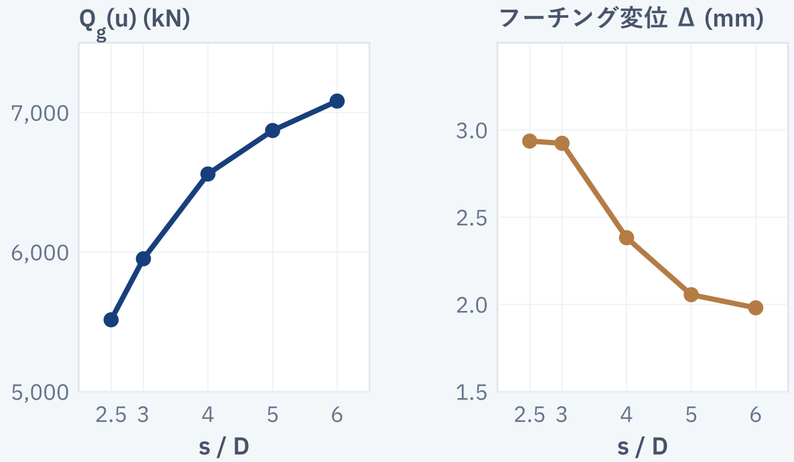
s / D	s (m)	η 砂	η 粘土	$Q_{g(u)}$ (kN)	η 群	Δ (mm)
2.5	1.50	0.65	0.677	5,515	**0.676**	2.94
3.0	1.80	0.77	0.727	5,952	**0.729**	2.92
4.0	2.40	1.00	0.792	6,560	**0.803**	2.38
5.0	3.00	1.00	0.832	6,871	**0.842**	2.06
6.0	3.60	1.00	0.860	7,083	**0.868**	1.98

s = 2.5D → 6D：支持力は**5,515 → 7,083 kN**、群杭効率は0.68 → 0.87、フーチング変位は**2.94 → 1.98 mm**。間隔が広がるにつれて効率とp係数の双方が1に近づく。2.5Dは文献が与える最小間隔である。

解答 (2/2)

解答

考察。間隔を2.5Dから6Dに広げると支持力は28%増加し、フーチングの変位は33%減少する；しかしフーチングは大きくなり、杭は遠くに分散する。実務では3D – 3.5Dと5Dの間の妥協点となる。図の左が$Q_{g(u)}$、右がΔである。



GeoTervaで解答を確認する ↗

数値の背後にある仮定

理論

群杭：矩形配置または三角形配置で、同一断面および同一長さの鉛直杭を剛なフーチング下に配置する。フーチングは荷重を伝達するが、抵抗は付加しない（受働土圧、その下の摩擦および支持力は安全側に無視する）。

単杭：層状地盤の規則、いかなる抵抗も入力しない。

効率：粘土中の打込み杭については経験式；砂中では単一の間隔（最小距離）。三角形配置ではConverse–Labarreは**拡張**である。

ブロック：粘土における発生源の基礎；砂中のすべりと砂の底面は**モジュールの拡張**である。

荷重：Vはキャップの重量を含む。水平荷重とモーメントはキャップ底面に作用する。引抜きでは胴部のみを考慮し、砂は¾。

沈下：オプションである；弾性部分は単一のE_sとν_sで、圧密は2:1拡散で、各層の中央において計算する。

水平：p係数は特定の地盤と間隔で行われた実験から得られる；3Dのものに印を付ける。

まとめ

ポイントのまとめ

剛な基礎：**P = V/n + Bx + Cy**；最大荷重は前の杭、最小荷重は後の杭に生じる；モーメントが大きいと後の杭は**引張**となる

単杭は層ごとに計算する；群杭の支持力はそれを基礎として構築する

効率は層ごとに適用する：粘土ではConverse–Labarre、砂の打込み杭では図表（$\eta \leq 1$）、場所打ち杭ではAASHTOの規則

支持力 = **min(単杭、ブロック)**。ブロック破壊は杭間隔が狭く杭本数の多い群杭で支配的となる

沈下：弾性沈下（Vesic、$\sqrt{(B_g/D)}$を用いる）＋圧密沈下（2L/3から2:1の広がり）；群杭の沈下は厚い粘土層が支配する

水平方向：p係数は前列から後列へと減少する；基礎スラブは単一の Δ を生じ、各列は不均等な荷重を負担する

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning, Boston.

Meyerhof, G.G. (1976). Bearing capacity and settlement of pile foundations. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 102(GT3), 197–228.

Vesic, A.S. (1977). Design of Pile Foundations. NCHRP Synthesis of Highway Practice 42, Transportation Research Board, Washington.

Coyle, H.M. and Castello, R.R. (1981). New design correlations for piles in sand. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 107(GT7), 965–986.

Mansur, C.I. and Hunter, A.H. (1970). Pile tests, Arkansas River project. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 96(SM5), 1545–1582.

Terzaghi, K., Peck, R.B. and Mesri, G. (1996). Soil Mechanics in Engineering Practice, 3rd ed. John Wiley & Sons, New York.

Vijayvergiya, V.N. and Focht, J.A. (1972). A new way to predict capacity of piles in clay. Proceedings of the 4th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1718.

Burland, J.B. (1973). Shaft friction of piles in clay — a simple fundamental approach. Ground Engineering, 6(3), 30–42.

O’Neill, M.W. and Reese, L.C. (1999). Drilled Shafts: Construction Procedures and Design Methods. FHWA-IF-99-025, Federal Highway Administration, Washington.

Reese, L.C. and O’Neill, M.W. (1989). Drilled Shafts: Construction Procedures and Design Methods. FHWA-HI-88-042, Federal Highway Administration, Washington；粘土中の場所打ち杭の先端部について用いる。

Terzaghi, K. and Peck, R.B. (1967). Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York.

Kishida, H. and Meyerhof, G.G. (1965). Bearing capacity of pile groups under eccentric loads in sand. Proceedings of the 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal, 2, 270–274.

Vesic, A.S. (1969). Experiments with instrumented pile groups in sand. Performance of Deep Foundations, ASTM STP 444, 177–222.

Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, 7, 355–358.

American Association of State Highway and Transportation Officials (2012). AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 6th ed.：群杭のp低減係数、および砂質土中の場所打ち杭群の抵抗について用いる。

Washington State Department of Transportation (2010). Bridge Design Memorandum No. 07-2010, Bearing resistance of shaft groups.

Brown, D.A., Morrison, C. and Reese, L.C. (1988). Lateral load behavior of pile group in sand. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 114(11), 1261–1276.

McVay, M., Casper, R. and Shang, T.-I. (1995). Lateral response of three-row groups in loose to dense sands at 3D and 5D pile spacing. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 121(5), 436–441.

Rollins, K.M., Olsen, R.J., Egbert, J.J., Jensen, D.H., Olsen, K.G. and Garrett, B.H. (2006). Pile spacing effects on lateral pile group behavior: analysis. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 132(10), 1272–1283.

Matlock, H. (1970). Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay. Proceedings of the 2nd Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 1204, 577–594.

Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D. (1974). Analysis of laterally loaded piles in sand. Proceedings of the 6th Offshore Technology Conference, Houston, Paper OTC 2080, 473–485.

American Petroleum Institute (2000). Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms — Working Stress Design, API RP 2A-WSD, 21st ed.

GeoTerva

オンライン地盤工学計算

理論から実務へ

本プレゼンテーションの例題群をGeoTervaで手順を追って計算する：数値は同一である。

モジュールを開く →

理論ページ →

スマートフォンで開く

お試しモジュールは登録不要です。

講義で使用したい場合：info@geoterva.com