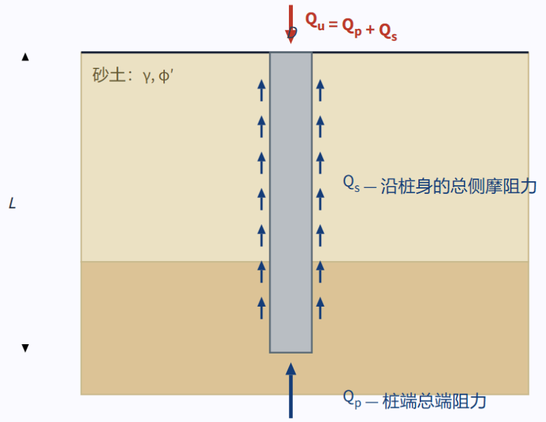
岩土工程讲义 · 桩基工程

砂土中桩的承载力

讲义：桩端阻力、桩侧摩阻力和临界深度。每种方法的理论，随后是一个工程算例。

- Meyerhof (1976)
- Vesic (1977)
- Coyle和Castello (1981)
- 工程算例



本讲内容

- 能够解释单桩如何以**桩端阻力**和**桩侧摩阻力**的形式承担荷载
- 能够得出包括水位在内的砂土**有效应力**剖面
- 能够用三种方法计算桩端阻力：**Meyerhof**、**Vesic**、**Coyle和Castello**
- 能够解释桩侧摩阻力以及**临界深度**(L')的作用
- 得出**容许承载力**，并综合评价各方法的结果

讲授流程

每种方法按**三个步骤**讲解：

1 · **理论**：方法如何运作，为何如此?

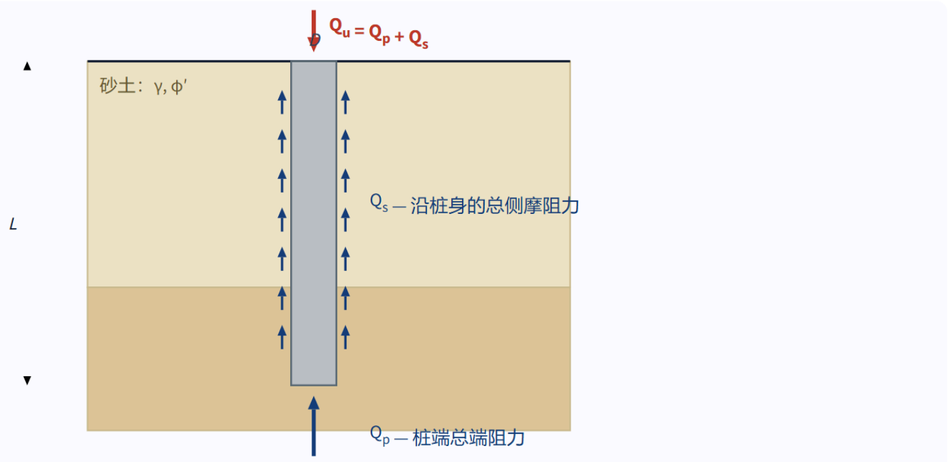
2 · **题目**：已知条件与所求

3 · **解答**：逐步计算，代入数值

各算例均采用同一根桩：以便并列比较各方法。

荷载通过两种途径传递

理论



桩将荷载**同时通过两条途径**传递给土：桩端以下的土以**桩端阻力**(Q_p)抵抗，沿桩身的砂土以**桩侧摩阻力**(Q_s)抵抗。

$$Q_u = Q_p + Q_s \qquad Q_{all} = \frac{Q_u}{FS}$$

桩侧摩阻力在**较小**的位移下即可达到其全部数值，而桩端阻力则要在**大得多**的位移下才能达到；两个分量不会同时达到峰值。

本讲：**单桩**、**砂土**($c' = 0$)、打入桩或钻孔灌注桩、等截面。

砂土中各项均与有效应力成正比

理论

在砂土中，**桩端阻力**和**单位桩侧摩阻力**均与有效竖向应力成正比。计算从正确确定剖面中的σ'_v值开始。

$$\sigma'_v = \underbrace{\sum \gamma_i h_i}_{\text{地下水位以上}} + \underbrace{\sum (\gamma_{sat,i} - \gamma_w)\, h_i}_{\text{地下水位以下}}$$

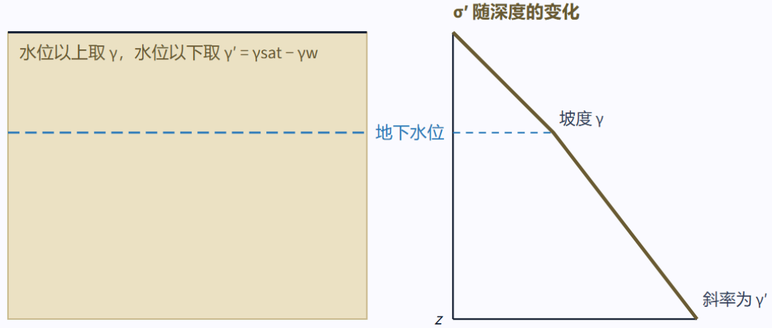
γ：湿重度（地下水位以上）

γ_{sat}：饱和重度（地下水位以下）

$\gamma_w = 9.81\ kN/m^3$：水的重度

地下水位：地下水面所在的位置

> 地下水位以下应力梯度**减小**：$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$



题目

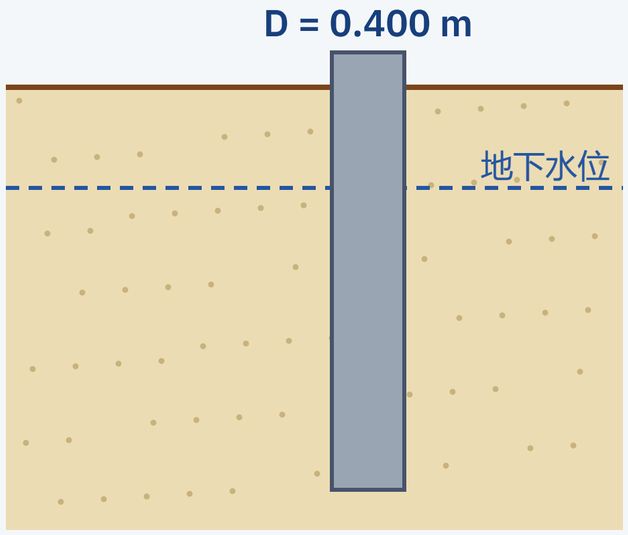
算例

已知条件

砂土，地下水位以上	$\gamma = 17\ \text{kN/m}^3$
砂土，地下水位以下	$\gamma_{sat} = 19.5\ \text{kN/m}^3$
地下水位深度	**2.0 m**
水的重度	$\gamma_w = 9.81\ \text{kN/m}^3$

求

求**8 m深度处**的总竖向应力、孔隙水压力和**有效竖向应力**。



解答

解答

1 总竖向应力（地下水位以上取湿重度，以下取饱和重度）

$$\sigma_v = 17(2) + 19.5(6) = 34 + 117 = \mathbf{151.0}\ \text{kPa}$$

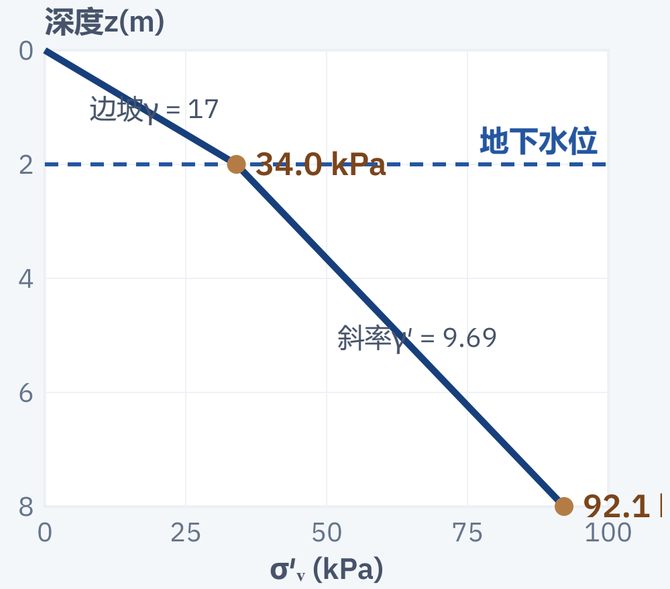
2 孔隙水压力（地下水位以下6 m水头）

$$u = \gamma_w\, h_w = 9.81\,(6) = \mathbf{58.9}\ \text{kPa}$$

3 竖向有效应力

$$\sigma'_v = \sigma_v - u = 151.0 - 58.9 = \mathbf{92.1}\ \text{kPa}$$

结果相同：$\sigma'_V = 17(2) + (19.5 - 9.81)(6) = \mathbf{92.1\ kPa}$。地下水位以下的有效重度为9.69 kN/m³。



在GeoTerva中验算解答 ↗

桩端阻力：通用表达式

理论

桩端下方的砂土如同基础下方一样，以**承载力破坏**的方式失效；但桩端所在深度处的**上覆土压力**对砂土形成紧密的围压。

砂土中$c' = 0$，故仅剩深度（上覆压力）项。由于桩径较小，忽略宽度项$(0.5\gamma' D N_\gamma)$：

$$q_p = \sigma'_v \, N_q^* \qquad Q_p = A_p \, q_p$$

σ'_v：桩端所在深度处的有效竖向应力

N^*_q：桩基问题的承载力系数

A_p：桩端面积

N^*_q从何而来？三种途径

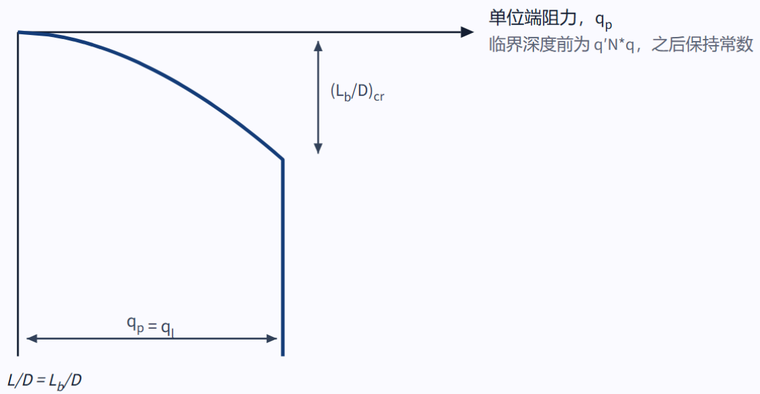
Meyerhof (1976)：N^*_q仅取决于φ'；q_p以一个**极限值**为上限

Vesic (1977)：空腔扩张理论；同时考虑砂土的**刚度**

Coyle和Castello (1981)：根据24次足尺静载试验拟合；N^*_q还取决于L/D

桩端阻力不会无限增大

理论



在均质砂土中，单位桩端阻力随嵌入比增大，并在**$(L_b/D)_{cr}$处达到峰值**；此后保持不变(q_l)。

VESIC (1970) · OGEECHEE河基桩试验(D = 0.457 m)

L (m)	L/D	q_p (kN/m²)
3.02	6.61	3 304
6.12	13.39	9 365
8.87	19.40	11 472
12.00	26.26	11 587
15.00	32.82	13 971

q_p最大值约为**12 000 kN/m²**

$(L/D)_{cr}$约为**16 – 18**

对于平均$N_{60} \approx 30$，$4p_aN_{60} = 4(100)(30) = 12\,000$ kN/m²：**该相关关系与实测平台值相符**

Meyerhof：由φ′确定N*q，并设上限

理论

Meyerhof仅根据**内摩擦角**取N^*_q（采用其自己的图表，见下）。计算得到的q_p不得超过某**一极限值**：

$$q_p = \sigma'_v N^*_q \leq q_l \qquad q_l = 0.5\, p_a\, N^*_q \tan\varphi'$$

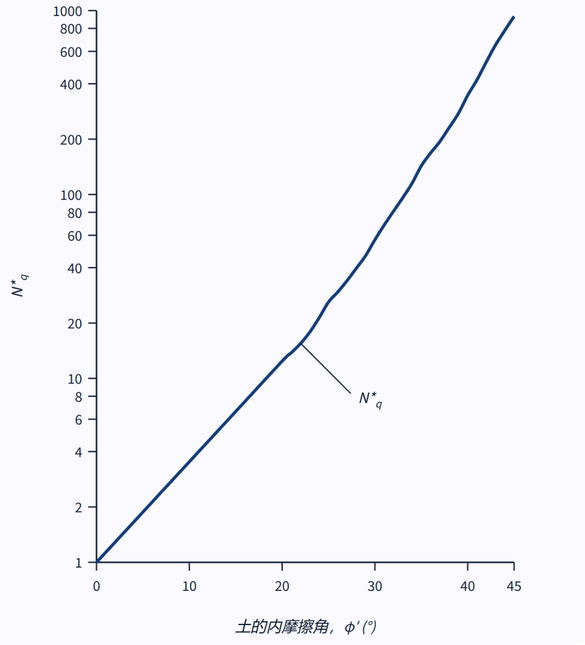
p_a = 100 kN/m²：大气压力

φ′：桩端标高处砂土的有效内摩擦角

N^*_q值（Meyerhof图；模块所读取的数据系列）

φ′ (°)	20	25	30	32	34	35	36	38	40	42	45
N^*_q	12.4	26.0	56.7	81.0	115.0	143.0	168.0	231.0	346.0	525.0	930.0

φ′ = 35°时，N^*_q = 143.0，q_l = 5,006 kPa；在γ = 18 kN/m³的砂土中，约在**1.9 m**深度处达到该限值



Meyerhof：分步计算及限值的含义

理论

计算步骤

1. 计算桩端标高处的σ'_v

2. 根据φ'由图或表查取N^*_q值

3. $q_p = \sigma'_v N^*_q$

4. $q_l = 0.5\ p_a\ N^*_q\ \tan\varphi'$

5. q_p取$\sigma'_v N^*_q$和q_l中的较小值，$Q_p = A_p q_p$



曲线在**极限值起控制作用之前**沿$\sigma' N^*_q$直线变化；此后保持水平。若无该极限，q_p将随深度无限增大，而现场试验并未显示这一点。

题目

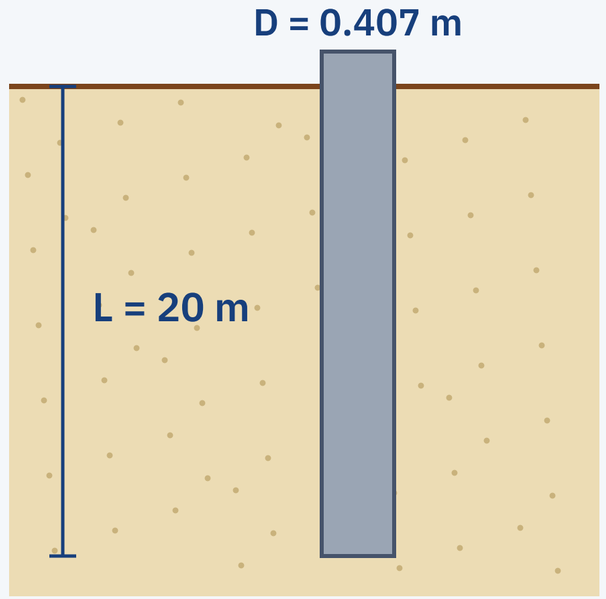
算例

已知条件

桩	**钢筋混凝土，打入式，方形截面**
截面尺寸	**D = 0.407 m**
长度	**L = 20 m**
砂土（均质）	$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 35^\circ$
地下水	**无**

求

按Meyerhof (1976)方法求桩的**桩端阻力** Q_p。



解答

解答

1 截面积及桩端处有效应力

$$A_p = 0.407^2 = 0.1656\ \text{m}^2 \qquad \sigma'_v = \gamma L = 18(20) = 360\ \text{kPa}$$

2 N*q值（φ′ = 35°，Meyerhof表）和σ′N*q

$$N_q^* = 143.0 \qquad \sigma'_v N_q^* = 360(143.0) = 51{,}480\ \text{kPa}$$

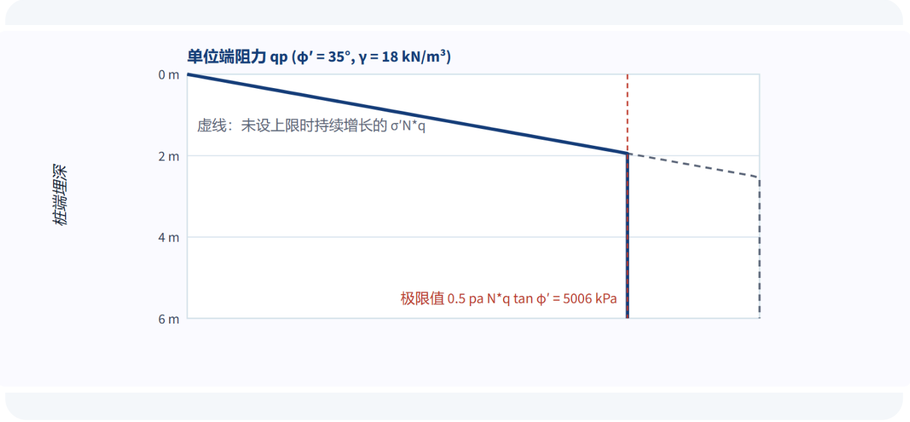
3 限值

$$q_l = 0.5\, p_a N_q^* \tan\varphi' = 0.5(100)(143.0)\tan 35^\circ = 5{,}006\ \text{kPa}$$

4 单位桩端阻力：取二者较小值；限值起控制作用

$$q_p = \min(51{,}480;\ 5{,}006) = \mathbf{5{,}006}\ \text{kPa}$$

$Q_p = A_p\, q_p = 0.1656 \times 5{,}006 =$ **829 kN**。若不设限值，则约为8,528 kN。



在GeoTerva中验算解答 ↗

Vesic：桩端下方砂土如同空腔般扩张

理论

Vesic由**空腔扩张理论**推导桩端阻力：桩端使其周围土体中的空腔扩张；因此其结果中不仅有砂土的**强度**，还有其**刚度**。

$$Q_p = A_p \, \bar{\sigma}'_o \, N^*_\sigma$$

此处$\bar{\sigma}'_o$并非**竖向**应力，而是桩端标高处的**平均有效法向应力**：

$$\bar{\sigma}'_o = \frac{1 + 2K_o}{3} \, q' \qquad K_o = 1 - \sin\varphi'$$

K_o：静止侧向土压力系数

q'：桩端标高处的竖向有效应力($= \sigma'_v$)

与MEYERHOF的关系

$$N^*_\sigma = \frac{3 \, N^*_q}{1 + 2K_o}$$

公式形式与Meyerhof公式相同；两种方法的区别在于**系数由什么导出**，而不在于公式的形式。

Vesic：折减刚度指数

理论

N*σ取决于砂土的**折减刚度指数**I_{rr}和φ′；I_{rr}还考虑了塑性区内的体积变化：

$$I_{rr} = \frac{I_r}{1 + I_r\,\Delta} \qquad I_r = \frac{E_s}{2(1+\mu_s)\,q'\tan\varphi'} = \frac{G_s}{q'\tan\varphi'}$$

E_S：土的弹性模量，μ_S：泊松比，G_S：剪切模量

Δ：桩端以下塑性区内的平均体积应变

实用方法（CHEN与KULHAWY，1994；25° ≤ φ′ ≤ 45°）

$$\frac{E_s}{p_a} = m \quad \mu_s = 0.1 + 0.3\,\frac{\varphi' - 25}{20} \quad \Delta = 0.005\left(1 - \frac{\varphi' - 25}{20}\right)$$

唯一输入：$m = E_s / p_a$

砂土	m
松散	100 – 200
中密	200 – 500
密实	500 – 1000

刚度指数一般为**75 – 150**（相对密实度为50 – 80%的砂土）

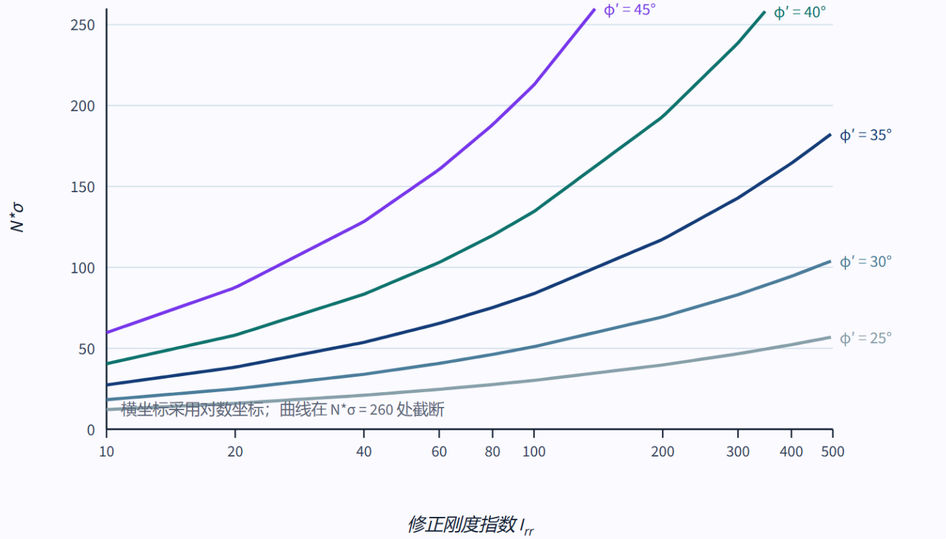
若有CPT：$I_r = 300/F_r(\%)$（机械式），$170/F_r(\%)$（电测锥）

Vesic：逐步计算

理论

计算步骤

1. $K_o = 1 - \sin\varphi'$，$\bar{\sigma}'_o = (1 + 2K_o)q'/3$
2. $E_s = m \cdot p_a$, μ_s, I_r
3. Δ和$I_{rr} = I_r/(1 + I_r\Delta)$
4. 由φ'和I_{rr}确定N^*_σ（查表，对数插值）
5. $q_p = \bar{\sigma}'_o N^*_\sigma$和$Q_p = A_p q_p$



每个φ'对应一条曲线：**刚度增大，N^*_σ随之增大**；密实且刚度大的砂土提供的桩端阻力远大于松砂。

题目

算例

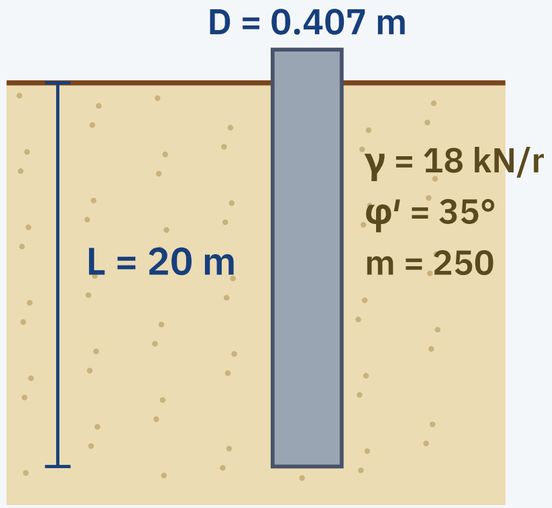
已知条件

桩	**与算例2相同：D = 0.407 m，L = 20 m**
砂土	$\gamma = 18$ kN/m^3, $\varphi' = 35^\circ$
地下水	**无**
弹性模量比	$m = E_s/p_a = 250$ **（中密–密实）**
大气压力	$p_a = 100$ kPa

求

按**Vesic (1977)方法求桩的桩端阻力** Q_p。

桩端有效应力：q′ = 18(20) = 360 kPa



解答 (1/3)

解答

1 静止土压力系数及平均有效法向应力

$$K_o = 1 - \sin 35^\circ = 0.426 \qquad \bar{\sigma}'_o = \frac{1 + 2(0.426)}{3}(360) = \mathbf{222.3}\ \text{kPa}$$

2 土的性质

$$E_s = m\,p_a = 250(100) = 25{,}000\ \text{kPa} \quad \mu_s = 0.1 + 0.3\frac{35 - 25}{20} = 0.25$$

3 刚度指数与体积应变

$$I_r = \frac{25{,}000}{2(1 + 0.25)(360)\tan 35^\circ} = \mathbf{39.7} \qquad \Delta = 0.005\left(1 - \frac{35 - 25}{20}\right)\frac{360}{100} = 0.0090$$

解答 (2/3)

解答

4 折减刚度指数

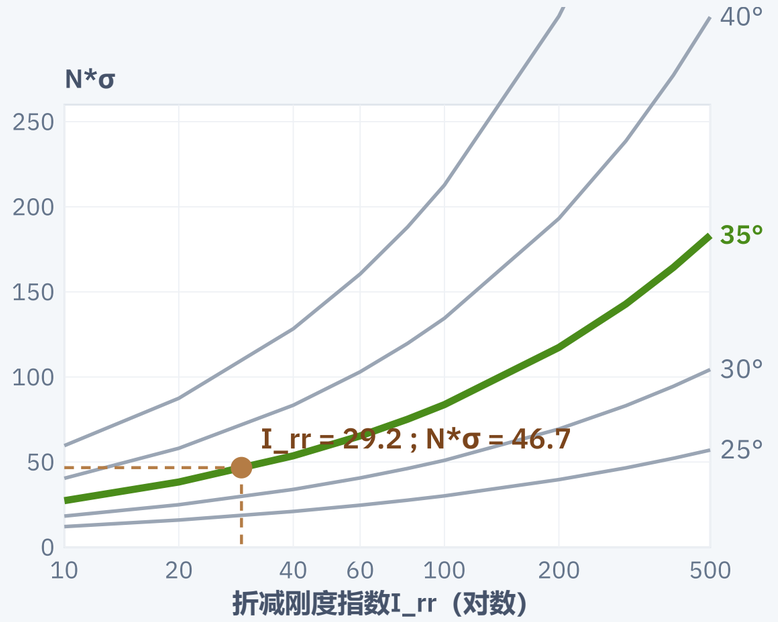
$$I_{rr} = \frac{I_r}{1 + I_r \Delta} = \frac{39.7}{1 + (39.7)(0.0090)} = \mathbf{29.2}$$

5 N*σ：在表中φ′ = 35°一行，对I_{rr} = 29.2在20与40之间作对数插值

$$N_\sigma^* = 38.32 + \frac{\log 29.2 - \log 20}{\log 40 - \log 20}(53.67 - 38.32)$$

$$= \mathbf{46.7}$$

图中绿色曲线对应φ′ = 35°：它与I_{rr} = 29.2的竖线相交处，**$N^*_\sigma \approx 46.7$**。



解答 (3/3)

解答

6 单位桩端阻力

$$q_p = \bar{\sigma}'_o N^*_\sigma = 222.3(46.7) = \mathbf{10{,}389}\ \text{kPa}$$

7 桩端阻力

$$Q_p = A_p\, q_p = 0.1656(10{,}389) = \mathbf{1{,}721}\ \text{kN}$$

对于同一根桩，**Meyerhof：829 kN**，**Vesic：1,721 kN**。由于Vesic法考虑了砂土的刚度(m = 250)，其结果约为Meyerhof限制值的2.1倍。

在GeoTerva中验算解答 ↗

Coyle与Castello：经验值N*q

理论

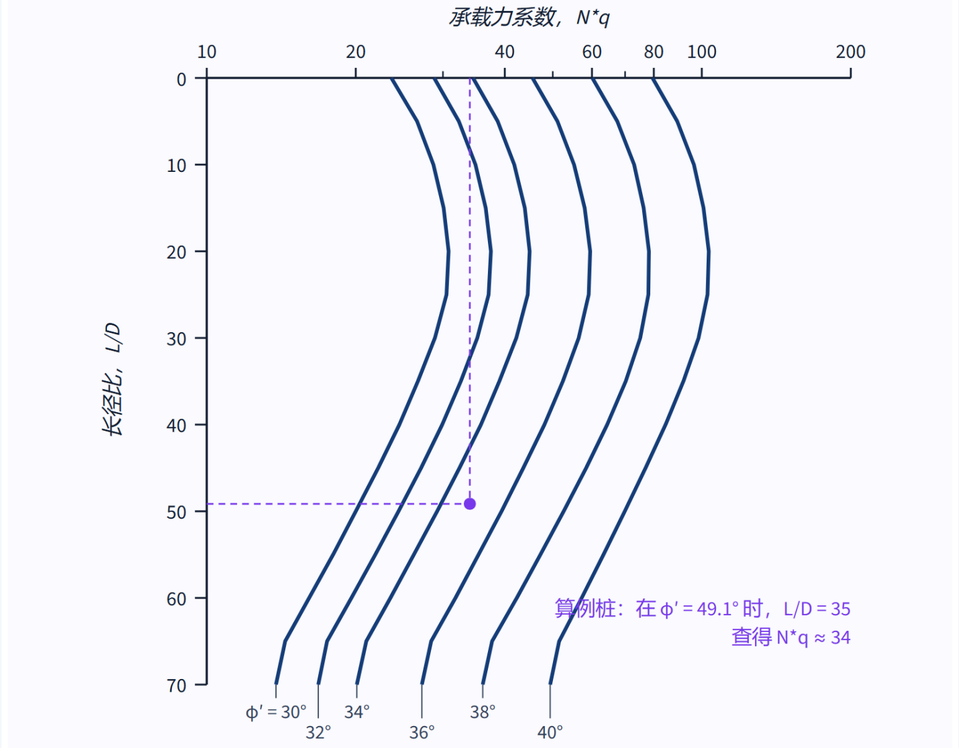
Coyle和Castello考察了**24组大尺度打入桩现场载荷试验**，并针对砂土提出如下关系：

$$Q_p = q' \, N_q^* \, A_p$$

q′为桩端处的有效竖向应力；N^*_q除取决于φ′外，还取决于**嵌入比L/D**（图表见旁侧）。

> 该系数**远小于**Meyerhof的系数：φ′ = 35°且为深桩时约为**34**，而Meyerhof为**143**。这是因为它是按**实测承载力**拟合得到的，而不是依据某种破坏机理。

> 当嵌入比超过约20时，系数**减小**：直径相同而更长的桩，其N^*_q取值更小。



题目

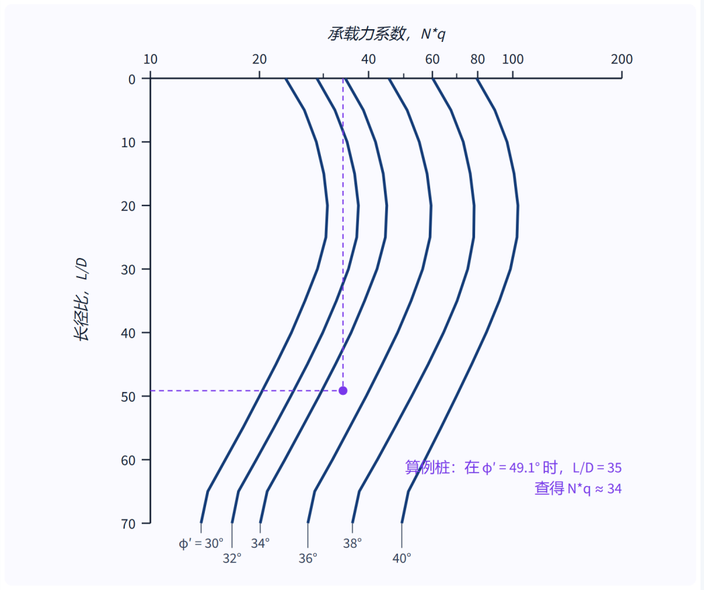
算例

已知条件

桩与砂土	**与算例2相同：L = 20 m，D = 0.407 m，φ′ = 35°，γ = 18 kN/m³**
埋置比	$L/D = 20/0.407 = 49.1$
由图表查得的系数	$N_q^* \approx 34$（**图7；φ′ = 35°，L/D ≈ 49**）

求

按Coyle和Castello (1981)法求桩的**桩端阻力**Q_p。



解答

解答

1 桩端处的有效应力及系数（由图表近似读取）

$$q' = \gamma L = 18(20) = 360 \text{ kPa} \qquad N_q^* \approx 34$$

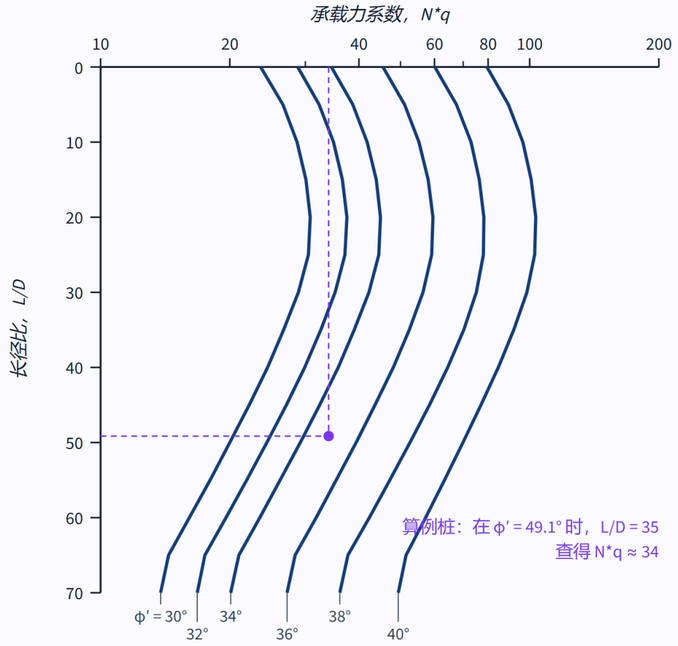
2 单位桩端阻力

$$q_p = q' N_q^* = 360(34) = 12{,}240 \text{ kPa}$$

3 桩端阻力

$$Q_p = A_p q_p = 0.1656(12{,}240) = \mathbf{2{,}028} \text{ kN}$$

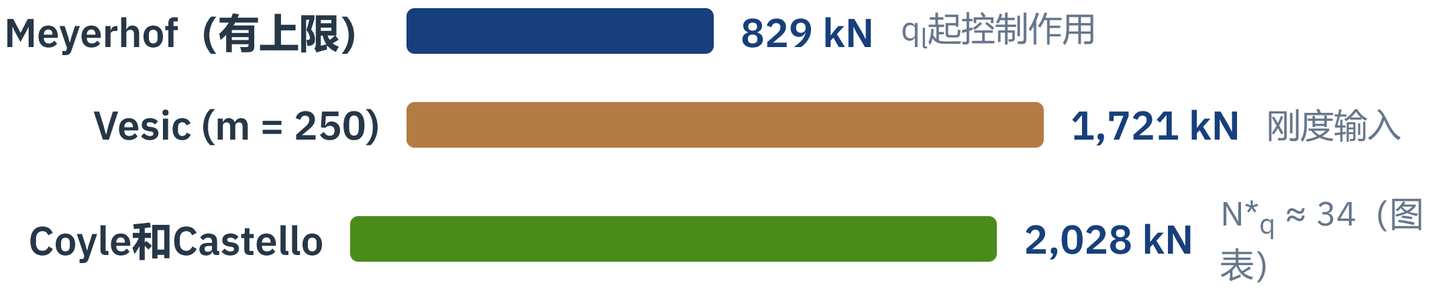
由图表查得的N^*_q为近似值；随φ′和L/D的不同可能相差±1 – 2个单位。结果取三种方法中的最大值：**2,028 kN**。



在GeoTerva中验算解答 ↗

三种方法，同一根桩

理论



各方法建立在**互不相同的假定**之上，因此结果也各不相同。这一区间如实反映了桩端阻力能够被确定到何种程度。

Meyerhof：因限值作用而**偏保守**

Vesic：通过m明确输入砂土密实度

Coyle–Castello：基于实测打入桩数据；从图表读数为近似值

工程实践中：至少计算两种方法，考察其取值范围；在没有**静载试验**或地区经验时，选取接近保守端的数值。

桩侧摩阻力：$f = K\,\sigma'\tan\delta'$

理论

桩侧摩阻力等于单位摩阻力沿桩身表面的积分：

$$Q_s = \sum p\,\Delta L\,f$$

单位摩阻力f随深度可写为（L′：临界深度）：

$$f = K\,\sigma'_o\tan\delta' \quad (0 \le z \le L')$$
$$f = f_{z=L'} \quad (L' \le z \le L)$$

p：桩截面周长，ΔL：p和f取为常数的长度

K：有效侧向土压力系数，σ'_o：该深度处的有效竖向应力

δ′：桩土摩擦角（通常为0.5φ′ – 0.8φ′）

K值（按桩型）

桩类型	K
钻孔桩或射水沉桩	≈ Ko = 1 – sin φ′
小排土打入桩	≈ Ko 至 1.4Ko = 1.4(1 – sin φ′)
挤土打入桩	≈ Ko 至 1.8Ko = 1.8(1 – sin φ′)

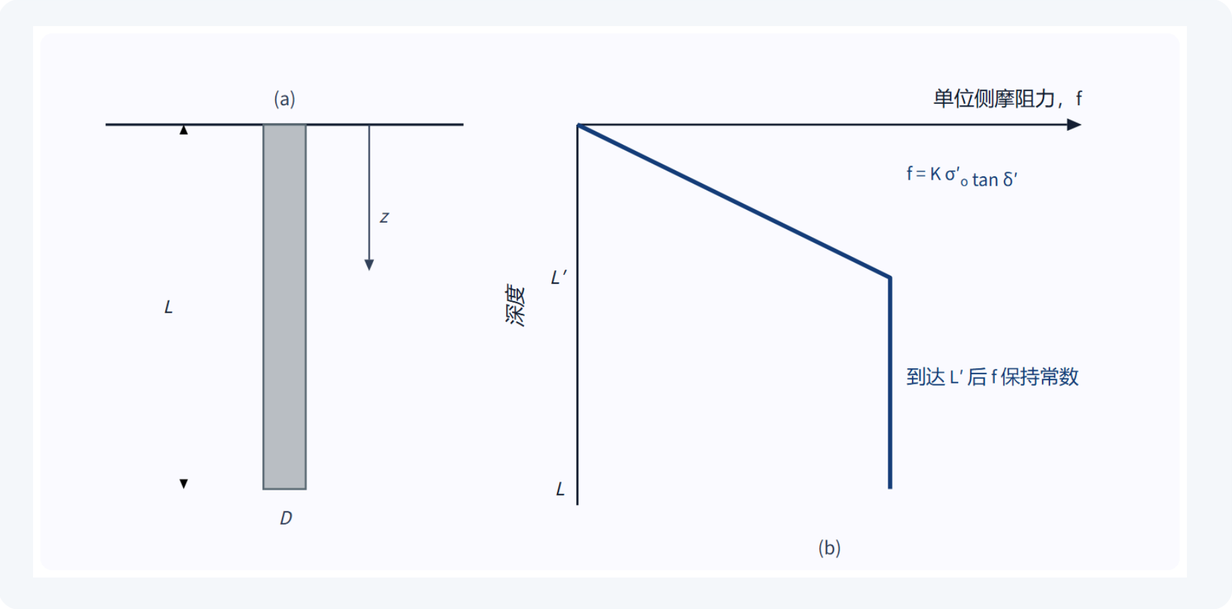
打入使桩周砂土被挤密（影响范围达约2.5D）

挤土量大的桩比挤土量小的桩获得更大的桩侧摩阻力

钻孔桩/射水桩的摩阻力低于打入桩

临界深度：摩阻力为何不再增大?

理论



实测摩阻力不像有效应力那样随深度**无限增大**；它增大至约**临界深度**，之后保持不变。

$$L' \approx 15\,D$$

通常的解释是**土拱效应**：砂土不会将桩身周围的全部上覆应力传给桩。模块在L′以下将有效应力**保持为L′深度处的数值**；单位侧摩阻力直至桩端保持不变。

> 资料给出L′为15D – 20D；偏保守的取值为**15D**

题目

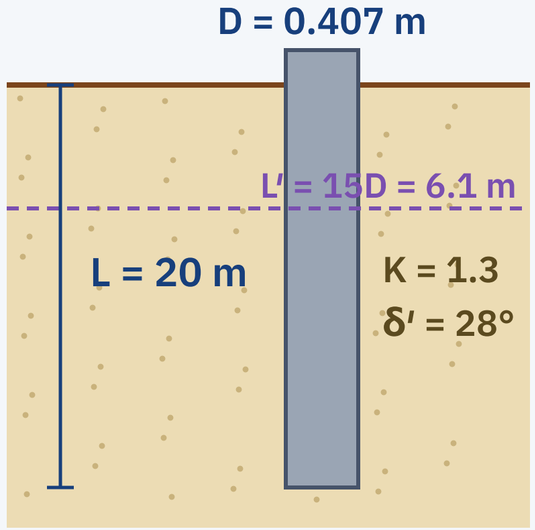
算例

已知条件

桩与砂土	**与算例2相同：L = 20 m，D = 0.407 m，γ = 18 kN/m³**
周长	$p = 4D = 4(0.407) = 1.628$ m
系数	$K = 1.3$（高挤土打入桩），$\delta' = 28^\circ$（$\approx 0.8\varphi'$）

求

考虑临界深度($L' = 15D$)，求桩的**桩侧摩阻力**Q_s。



解答

解答

1 临界深度及该深度处的应力

$$L' = 15D = 15(0.407) = \mathbf{6.105}\ \text{m} \qquad \sigma'(L') = 18(6.105) = 109.9\ \text{kPa}$$

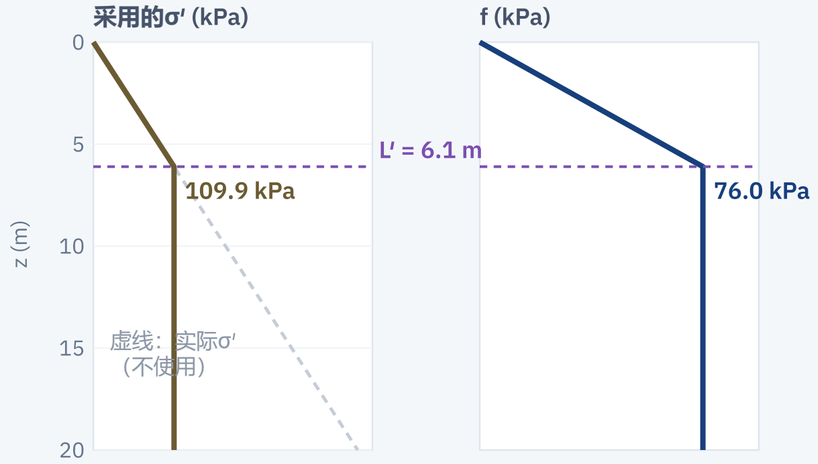
2 L′与桩端处的单位桩侧摩阻力（L′以下为常数）

$$f_{L'} = K\,\sigma'(L')\tan\delta' = 1.3(109.9)\tan 28^\circ = \mathbf{76.0}\ \text{kPa}$$

3 Q_s：三角形(0 – L′)与矩形(L′ – L)的面积之和乘以周长

$$Q_s = p\left[\tfrac{1}{2} f_{L'} L' + f_{L'}(L - L')\right]$$
$$= 1.628\left[\tfrac{1}{2}(76.0)(6.10) + (76.0)(13.89)\right]$$

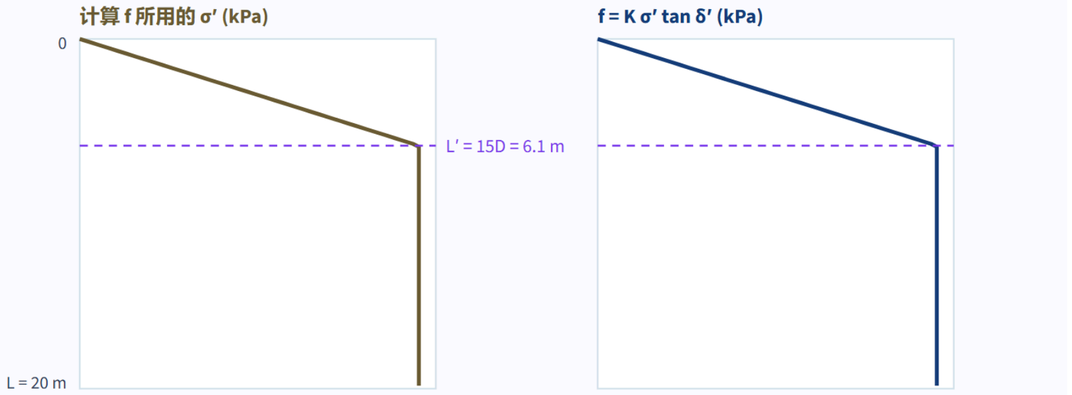
Q_S = 1,628 [231.9 + 1,055.4] = **2,096 kN**.



在GeoTerva中验算解答 ↗

若忽略临界深度，会产生什么后果?

理论



超过 L′ 后，计算侧摩阻力所用的有效应力保持 L′ 处的数值不变，因此 f 停止增长 (K = 1.3, δ′ = 28°)。

对同一根桩，**不考虑L′**，按应力直至桩端线性增大计算：

$$f_L = 1.3(360)\tan 28^\circ = 248.8 \text{ kPa}$$
$$Q_s = p\,\tfrac{1}{2} f_L L = 4{,}051 \text{ kN}$$

2,096 kN而非4,051 kN：后者**高出约93%**。在长桩中忽略临界深度，会在不安全一侧产生很大的误差。

Coyle与Castello：采用单一平均应力

理论

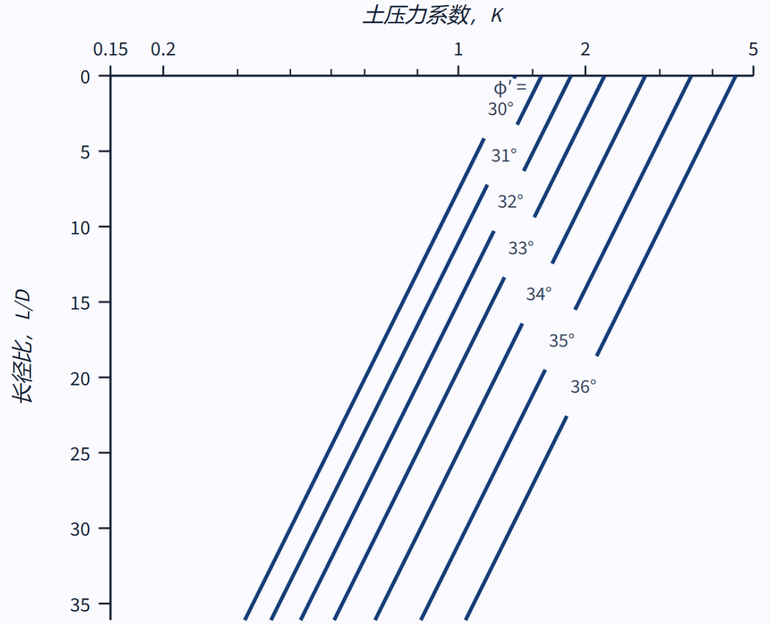
Coyle和Castello建议按**沿埋入长度的平均有效应力一次性**计算桩侧摩阻力：

$$Q_s = f_{av}\, p\, L = (K\, \bar{\sigma}'_o \tan\delta')\, p\, L$$
$$\delta' = 0.8\varphi'$$

K由试验确定，按**L/D**和φ′从图表中查取（见旁侧图）。

不存在单独的临界深度：取平均值即可解决这一问题

因此，两种桩侧摩阻力计算方法用于**长桩时差异可能很大**



题目

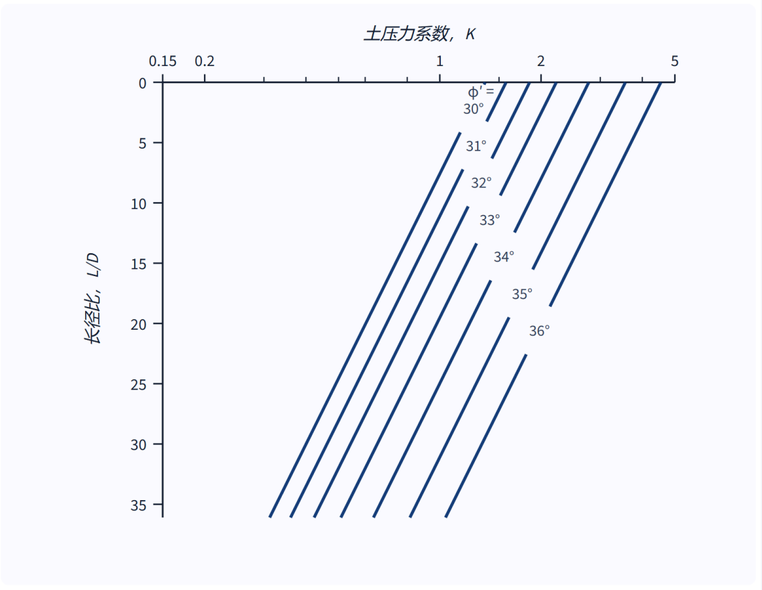
算例

已知条件

桩与砂土	**与算例2相同：L = 20 m，D = 0.407 m，φ′ = 35°，γ = 18 kN/m³**
系数	$K \approx 0.41$ **（图10；图表仅绘至L/D = 36，对于L/D ≈ 49需将曲线外延后读取；在模块的K框中输入该值，模块会按自身的图表读数填入0.48）**
摩擦角	$\delta' = 0.8\varphi' = 0.8(35^\circ) = 28^\circ$

求

按Coyle和Castello (1981)方法求桩的**桩侧摩阻力**Q_s。



解答

解答

1 沿桩身的平均有效应力（均质砂土，无地下水位）

$$\bar{\sigma}'_o = \frac{\gamma L}{2} = \frac{18(20)}{2} = \mathbf{180}\ \text{kPa}$$

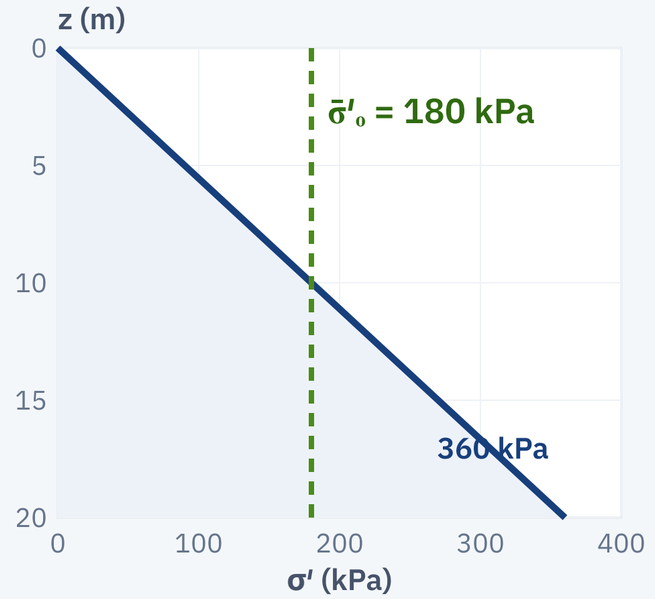
2 平均单位桩侧摩阻力

$$f_{av} = K\,\bar{\sigma}'_o \tan\delta' = 0.41(180)\tan 28^\circ = \mathbf{39.2}\ \text{kPa}$$

3 桩侧摩阻力

$$Q_s = f_{av}\,p\,L = 39.2(1.628)(20) = \mathbf{1{,}278}\ \text{kN}$$

K–δ′法（采用L′）得**2,096 kN**，Coyle–Castello法得**1,278 kN**：对这根长桩，二者相差约64%。



在GeoTerva中验算解答 ↗

采用单一安全系数的总和

理论

极限承载力等于两个分量之和；容许承载力由**对该总和整体采用单一安全系数**求得：

$$Q_{all} = \frac{Q_p + Q_s}{FS}$$

单桩通常取**FS = 2.5 – 4**

若地层仅由少数几个钻孔确定，或承载力主要由**桩端**承担，则取上限值

桩端和桩侧阻力的计算方法可**相互独立**地选取；结果应综合分析

题目

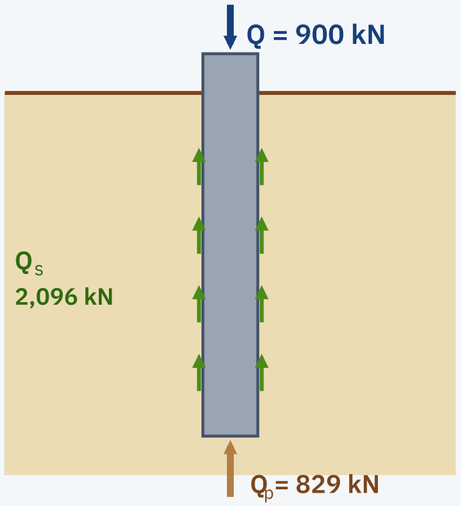
算例

已知条件

桩端阻力	Q_p = 829 kN（Meyerhof，算例2）
桩侧摩阻力	Q_s = 2,096 kN（K–δ′，算例5）
安全系数	FS = 3
作用于桩的工作荷载	Q = 900 kN

求

桩的**容许承载力**Q_{all}是多少？工作荷载是否**满足要求**？



解答

解答

1 极限承载力

$$Q_u = Q_p + Q_s = 829 + 2{,}096 = \mathbf{2{,}925}\ \text{kN}$$

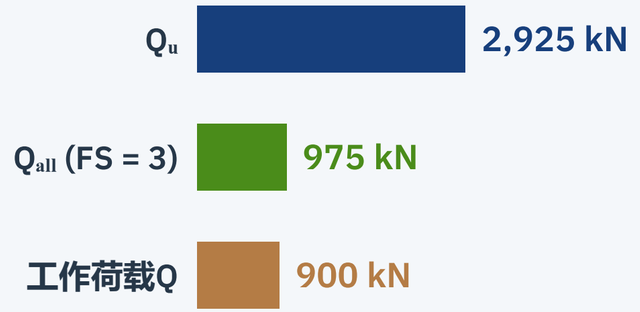
2 容许承载力

$$Q_{all} = \frac{Q_u}{FS} = \frac{2{,}925}{3} = \mathbf{975}\ \text{kN}$$

3 验算

$$Q = 900\ \text{kN} \ \le\ Q_{all} = 975\ \text{kN} \quad \Rightarrow \quad \text{足够}$$

利用率Q / Q_{all} = 900 / 975 = **0.92**。



在GeoTerva中验算解答 ↗

同一根桩：Q_u与Q_{all}(FS = 3)

理论

Q_u · Q_{all}（kN）

	Q_s：K–δ′（采用L′） 2,096 kN	Q_s: Coyle–Castello 1,278 kN
Q_p: Meyerhof 829 kN	2,925 · **975**	2,107 · **702**
Q_p: Vesic 1,721 kN	3,817 · **1,272**	2,999 · **1,000**
Q_p: Coyle–Castello 2,028 kN	4,123 · **1,374**	3,305 · **1,102**

对于长二十米的桩，两种桩侧阻力方法与三种桩端阻力方法组合可得到六个不同的Q_u：**2,107 – 4,123 kN**。选用哪一种组合属于**工程判断问题**。

解读取值范围，勿依赖单一数值

桩侧摩阻力占总值的大部分：**临界深度**的判定起决定作用

条件允许时，用**基桩静载试验**验证

小结

要点回顾

$Q_u = Q_p + Q_s$；在砂土中，两个分量均取决于**有效应力**

Meyerhof：N^*_q由φ'确定，q_p有上限($q_l = 0.5 p_a N^*_q \tan\varphi'$)

Vesic：$\sigma'_o N^*_\sigma$；计入砂土刚度的影响(m, I_{rr})

Coyle和Castello：根据实测承载力拟合的$N^*_q(\varphi', L/D)$和$K(\varphi', L/D)$

桩侧摩阻力：$f = K\sigma'\tan\delta'$，**$L' \approx 15D$以下取常值**

$Q_{all} = (Q_p + Q_s)/FS$, $FS = 2.5 – 4$

参考文献

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning; 本页面遵循该书。

Meyerhof, G.G. (1976). Bearing capacity and settlement of pile foundations. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 102(GT3), 197–228.

Vesic, A.S. (1977). Design of Pile Foundations. NCHRP Synthesis of Highway Practice 42, Transportation Research Board.

Coyle, H.M. and Castello, R.R. (1981). New design correlations for piles in sand. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 107(GT7), 965–986.

注

本课件中的图件取自GeoTerva理论页面；所有数值算例均由模块自带的计算库生成，模块给出的数值与之相同。

GeoTerva

在线岩土工程计算

从理论到应用

在GeoTerva中逐步计算本讲义中的算例桩：数值相同。

打开模块→

理论页面 →

用手机打开

试用模块无需注册。