Лекция по геотехнике · Боковое давление грунта

Пассивное давление грунта: логарифмическая спираль

Лекция: расчёт пассивного давления, действующего на шероховатую стенку, при криволинейной поверхности обрушения (логарифмическая спираль), пробная призма обрушения Terzaghi–Peck, решение Lancellotta, сопоставление с Coulomb; наклонная тыловая грань, наклонная поверхность, слои и вода; пример расчёта по каждой теме.

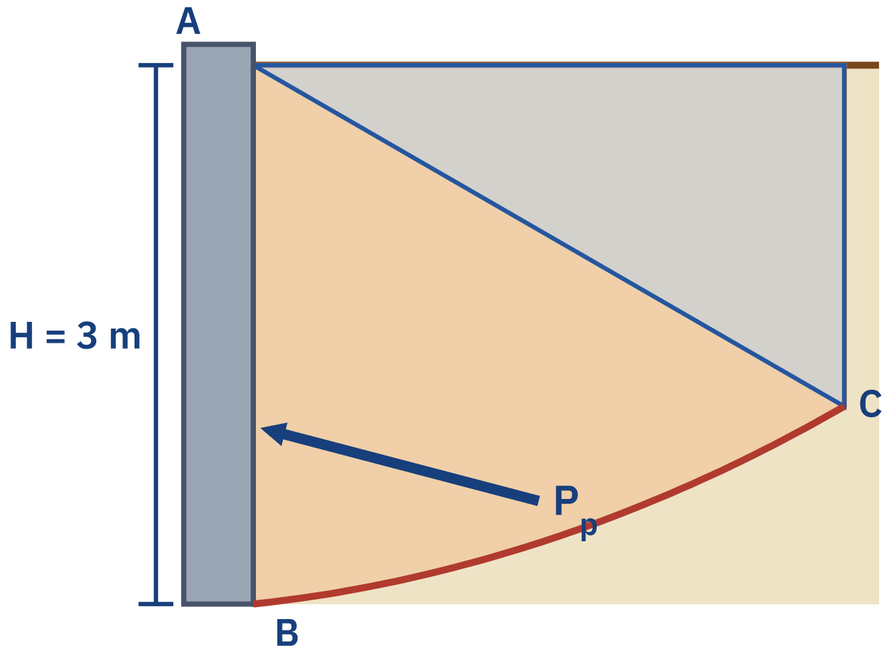
Трение о стенку

$r = r_0 e^{\omega \tan \varphi'}$

Призма Terzaghi – Peck

Lancellotta · Coulomb

Наклонная засыпка · слой · вода



Что мы изучим на этой лекции?

Почему для шероховатой стены вместо **плоской призмы** (Coulomb) требуется **криволинейная поверхность**

Логарифмическая спираль: $r = r_0 e^{\omega \tan \varphi'}$; подход каждого радиуса к кривой под углом φ' и прохождение равнодействующей через центр спирали

Расчёт P из равновесия моментов на пробной призме **Terzaghi–Peck**; определение силы по **наименьшей** пробной призме

Сравнение K_p с замкнутым решением **Lancellotta** и с Coulomb, Shields–Tolunay, Zhu–Qian

Обобщённая призма обрушения для наклонной задней грани, наклонной поверхности, пригрузки, **слоёв и воды**

Насколько **небезопасным** становится решение Coulomb при больших δ'

ХОД ЛЕКЦИИ

Каждая тема излагается **в три шага**:

1 · **Теория**: в чём правило и почему оно таково?

2 · **Условие**: дано и требуется определить

3 · **Решение**: пошагово, с числами

Силы приведены на единицу длины стены (kN/m); $P_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2$; трение грунта о стену δ' направлено в ту сторону, в которую стена смещает грунт вниз.

Почему в пассивном случае плоская поверхность не возникает?

ТЕОРИЯ

Плоская поверхность скольжения Coulomb — хорошее приближение для **активного** давления; для **пассивного** сопротивления шероховатой стены она, однако, даёт больше действительного сопротивления, причём тем больше, чем выше трение о стену: **в небезопасную сторону**.

Когда стена вдавливается в грунт, грунт поднимается относительно стены; стена смещает грунт **вниз** (положительное трение о стенку), и пассивная сила наклонена **вниз** на угол δ' от нормали к грани стены. В этом случае поверхность разрушения:

- вблизи низа стенки (BC) **криволинейна** (логарифмическая спираль)
- вблизи поверхности (CD) линия **прямая**: она составляет с горизонтом угол $45° - \varphi'/2$; зона ACD находится в пассивном состоянии по Rankine

НАСКОЛЬКО БОЛЬШЕ ДАЁТ COULOMB?

φ' / δ'	Спираль	Coulomb
30° / 15°	4.61	4.98
30° / 30°	6.68	10.10
40° / 20°	9.67	11.77
40° / 40°	18.86	92.59

Коэффициенты K_p; при $\varphi' = \delta' = 40°$ Coulomb даёт значение в 5 раз больше.

Свойство, делающее спираль полезной

ТЕОРИЯ

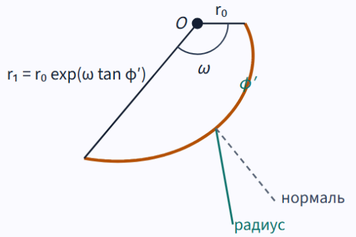
Криволинейный участок BC поверхности скольжения принимается в виде логарифмической спирали с центром в точке O:

$$r = r_0 \, e^{\omega \tan \varphi'}$$

r_0 — радиус при ω = 0. Свойство спирали: **каждый радиус пересекает кривую под углом φ′**. В несвязном грунте равнодействующая нормальных и касательных сил на поверхности скольжения также составляет с нормалью угол φ′; то есть на спирали равнодействующая направлена вдоль радиуса и **проходит через O**: из уравнения моментов относительно O она выпадает.

$$A_{OAB} = \frac{r_1^2 - r_0^2}{4 \tan \varphi'}$$

Это площадь сектора между r_0 и r_1; модуль определяет площадь призмы и положение центра тяжести численно.



равнодействующая F нормальных и касательных сил на спирали (под угло к нормали) лежит на радиусе — она проходит через точку O

Условие

ПРИМЕР

Дано

Спираль	**центр O; начальный радиус** $r_0 = 1.00$ **m;** $\varphi' = 30^\circ$
Угол	$\omega = 60^\circ$ **и** $\omega = 90^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$\mathbf{r_1}$, угол между радиусом и кривой и **площадь** сектора.

Решение

РЕШЕНИЕ

1 ω = 60° = 1.0472 rad

$$r_1 = r_0 e^{\omega \tan \varphi'} = 1.00\, e^{1.0472 \times 0.5774} = 1.00\, e^{0.6046}$$

$$r_1 = \mathbf{1.831}\ \text{m}$$

2 Площадь сектора

$$A = \frac{r_1^2 - r_0^2}{4 \tan \varphi'} = \frac{3.351 - 1.00}{4(0.5774)} = \mathbf{1.018}\ \text{m}^2$$

3 для ω = 90°

$$r_1 = 1.00\, e^{1.5708 \times 0.5774} = \mathbf{2.477}\ \text{m} \qquad A = \mathbf{2.223}\ \text{m}^2$$

Радиус увеличивается в $e^{\tan \varphi'}$ = 1.781 раза на каждый радиан; при ω = 60° r_1 = 1.831 m, площадь 1.018 m². Радиус образует с кривой угол **φ′ = 30° в каждой точке**; поэтому равнодействующая проходит через O.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Метод Terzaghi и Peck (1967)

ТЕОРИЯ

Для вертикальной стены AB высотой H:

Из точки A проводится прямая AC под углом **45° − φ′/2** к поверхности; на ней выбирается точка C.

На прямой AC находится центр **O** спирали радиусом r_0 = OB, проходящей через B и доходящей до C (r_1 = OC = $r_0 e^{\omega \tan \varphi'}$).

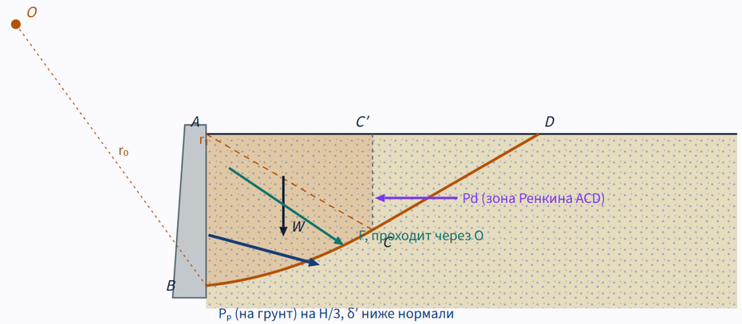
Грань CC′ воспринимает пассивную силу Rankine зоны ACD (горизонтальную, на d/3 выше C):

$$P_d = \tfrac{1}{2}\gamma d^2 \tan^2\left(45^\circ + \tfrac{\varphi'}{2}\right)$$

Момент относительно O для веса W призмы ABCC′, P_d и силы стены P (на высоте H/3, под углом δ′ ниже нормали) (равнодействующая F проходит через O):

$$P = \frac{W\, l_W + P_d\, l_1}{l_P} \qquad P_p = \min_C P \qquad K_p = \frac{2P_p}{\gamma H^2}$$

Пробное построение повторяется для многих значений C; наименьшая сила — пассивная. При δ′ = 0 спираль вырождается в плоскость, и $K_p = \tan^2(45° + \varphi'/2)$.



Условие

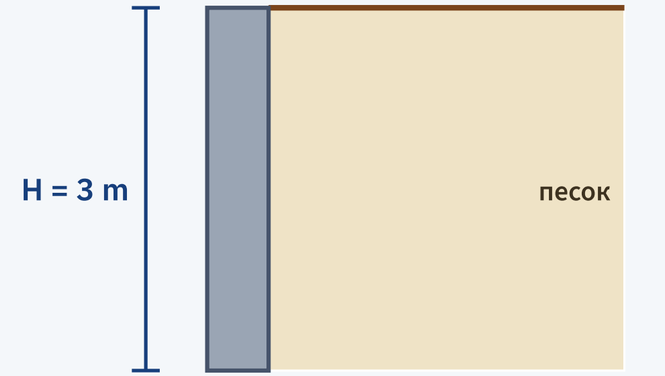
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 3$ **m, вертикальная; горизонтальная засыпка**
Грунт	**сухой песок:** $\gamma = 15.7$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$; **трение о стенку** $\delta' = 15°$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Геометрия наименьшей пробной призмы обрушения и P_p, K_p; сравнение с несколькими пробными призмами. Модуль открывается с этой стеной.



γ = 15.7 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15° (пассивное дав

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Геометрия (AC под углом 45° − 15° = 30° к горизонту)

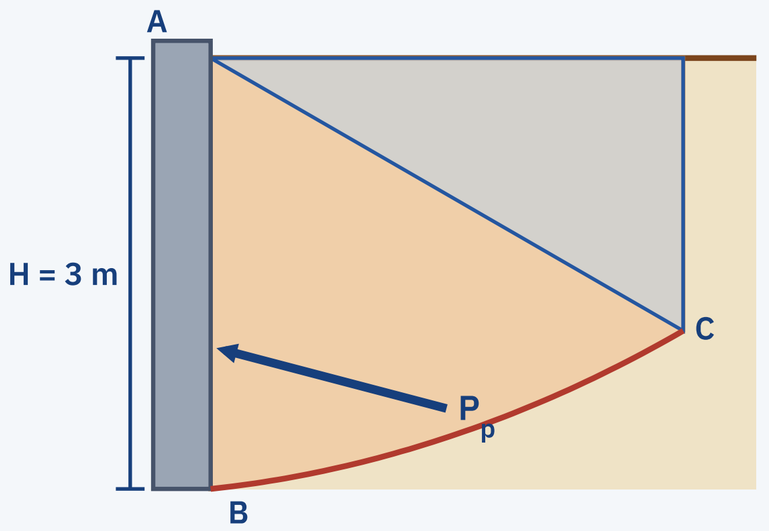
$$t = 3.80 \text{ m}: \; C = (3.29;\; 1.10) \text{ m}, \;\; d = H - y_C = 1.90 \text{ m}$$

$$O = (-3.76;\; 5.17) \text{ m}, \;\; r_0 = OB = 6.39 \text{ m}, \;\; r_1 = OC = 8.14 \text{ m}$$

2 Угол спирали и вес призмы

$$\omega = \ln(r_1/r_0)/\tan 30^\circ = 23.97^\circ$$

$$W = \gamma A_{ABCC'} = 15.7\,(8.480) = \mathbf{133.14} \text{ kN/m}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

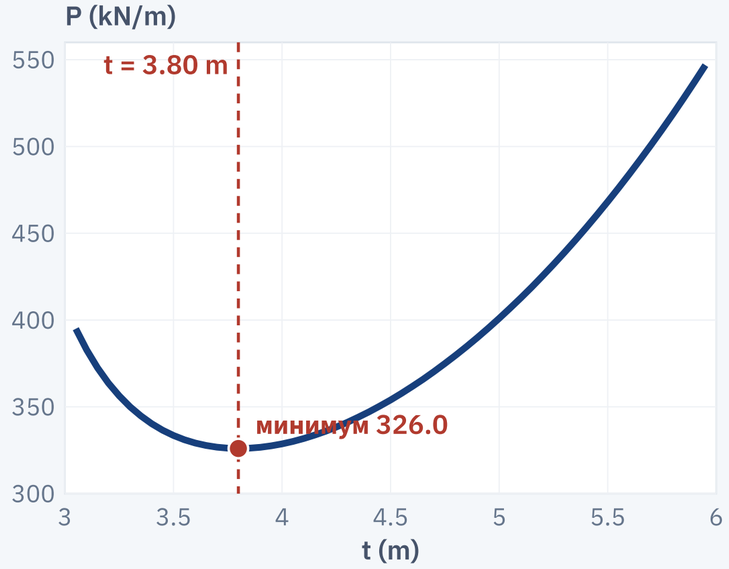
3 Зона Rankine: $P_d = \frac{1}{2}\gamma d^2 \tan^2 60°$

$$P_d = \tfrac{1}{2}(15.7)(1.899)^2(3) = \mathbf{84.96}\ \text{kN/m}$$

4 Момент относительно O (плечи $l_W = 5.289$, $|l_1| = 3.438$, $l_P = 3.056$ m)

$$P = \frac{W\, l_W + P_d\, |l_1|}{l_P} = \frac{133.14(5.289) + 84.96(3.438)}{3.056} = \mathbf{326.03}\ \text{kN/m}$$

Наименьшая пробная сила равна **P_p = 326.0 kN/m** (t = 3.80 m); $K_p = 2P_p/(\gamma H^2)$ = **4.615**. При меньшем или большем t сила возрастает (t = 3.2 m: 363.8; t = 4.5 m: 354.0 kN/m), т. е. пассивная сила соответствует **наименьшей** пробной призме.



Проверить решение в GeoTerva ↗

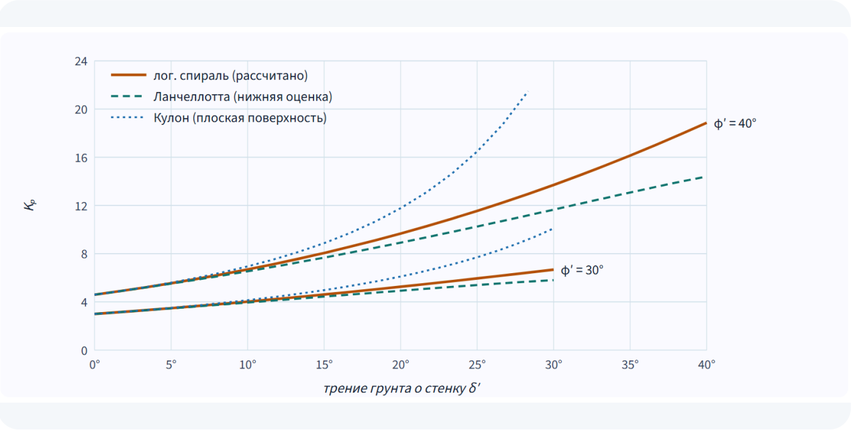
Спираль и другие решения

ТЕОРИЯ

Вертикальная стенка, горизонтальная засыпка: другие решения (во всех $P_p = ½K_p\gamma H^2$): Shields–Tolunay (метод отсеков, таблица), Sokolowskiĭ (метод характеристик, таблица), Zhu–Qian (треугольный отсек, таблица) и замкнутое решение **Lancellotta (2002)** (нижняя граница):

$$K_p = \frac{\cos\delta'}{1-\sin\varphi'}\left(\cos\delta' + \sqrt{\sin^2\varphi' - \sin^2\delta'}\right) e^{2\theta\tan\varphi'}\frac{1}{\cos\delta'} \qquad 2\theta = \sin^{-1}\frac{\sin\delta'}{\sin\varphi'} + \delta'$$

φ′	δ′	Лог. спираль	Lancellotta	Coulomb
20°	10°	2.56	2.52	2.64
20°	20°	3.07	2.87	3.53
30°	15°	4.61	4.44	4.98
30°	30°	6.68	5.80	10.10
40°	20°	9.67	8.92	11.77
40°	40°	18.86	14.39	92.59



Lancellotta даёт нижнюю границу, логарифмическая спираль — верхнюю; метод характеристик лежит между ними, очень близко к спирали.

Coulomb при больших δ′ даёт завышенное значение (φ′ = δ′ = 40°: 92.6).

Условие

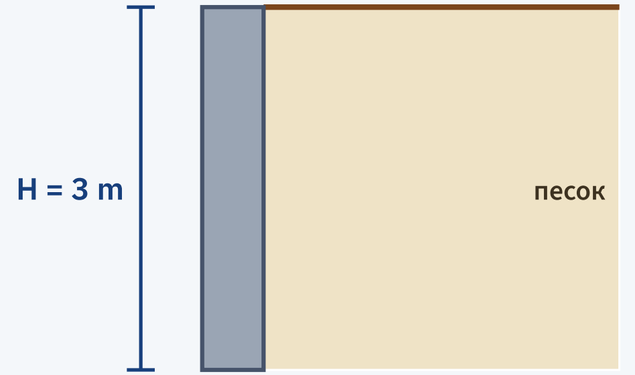
ПРИМЕР

Дано

Стена и грунт	**Стена из примера 2:** $H = 3$ m, $\gamma = 15.7$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$, $\delta' = 15^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Lancellotta: K_p по шагам; значения P_p пяти решений и их ранжирование.



γ = 15.7 kN/m³, φ′ = 30°, δ′ = 15° (пассивное дав

Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Lancellotta (нижняя граница): 2θ и K_p

$$2\theta = \sin^{-1}\frac{\sin 15^\circ}{\sin 30^\circ} + 15^\circ = 31.17^\circ + 15^\circ = 0.8059 \text{ rad}$$

$$K_p = \frac{\cos 15^\circ}{1-\sin 30^\circ}\left(\cos 15^\circ + 0.4278\right) e^{0.8059\tan 30^\circ}\frac{1}{\cos 15^\circ} = \mathbf{4.439}$$

Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

2 Пять решений ($P_p = ½K_p(15.7)(9) = 70.65\ K_p$)

Решение	K_p	P_p (kN/m)
Coulomb (1776), плоская поверхность	4.977	351.6
Terzaghi & Peck (логарифмическая спираль)	4.615	326.0
Shields & Tolunay (1973)	4.280	302.4
Zhu & Qian (2000)	4.575	323.2
Lancellotta (2002)	4.439	313.6

Плоское решение Coulomb даёт наибольшее значение (351.6 kN/m); решения с криволинейной поверхностью группируются в диапазоне **302–326 kN/m**. Lancellotta (нижняя граница) — 313.6, логарифмическая спираль (верхняя граница) — 326.0 kN/m.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

ПРИМЕР

Дано

Грунт	**песок, $\varphi' = 30^\circ$; вертикальная стена, горизонтальная засыпка**
Переменная	$\delta' = 0^\circ,\ 10^\circ,\ 15^\circ,\ 20^\circ,\ 30^\circ$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Для каждого δ' — $\mathbf{K_p}$ (лог. спираль, Lancellotta, Coulomb) и превышение относительно Coulomb.

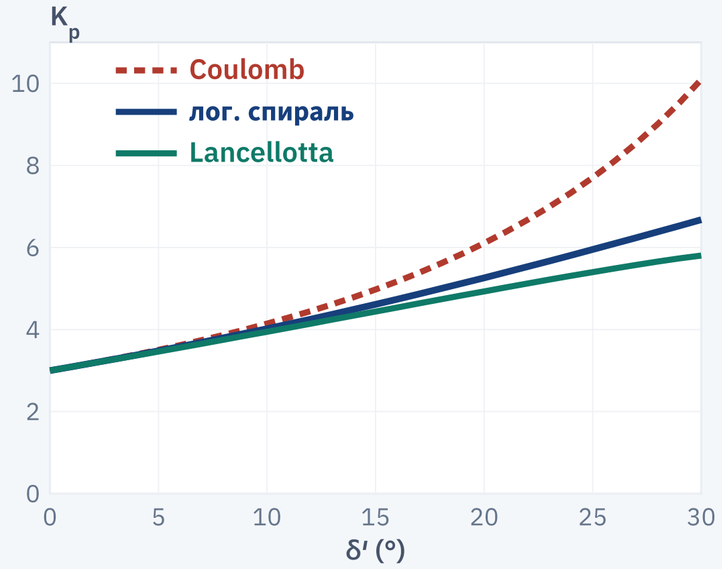
Решение

РЕШЕНИЕ

1 Четыре метода при одинаковом φ′ = 30°

δ′	Лог. спираль	Lancellotta	Coulomb	Coulomb / спираль
0°	3.000	3.000	3.000	1.00
10°	4.020	3.946	4.143	1.03
15°	4.615	4.439	4.977	1.08
20°	5.260	4.930	6.105	1.16
30°	6.677	5.804	10.095	1.51

При δ′ = 0 все три равны значению Rankine (3.00); с ростом δ′ значение Coulomb быстро превышает значение по логарифмической спирали: на 8% при δ′ = 15°, на 51% при δ′ = 30° (небезопасно). На практике для пассивного сопротивления применяется логарифмическая спираль или δ′ ≤ φ′/2.



Проверить решение в GeoTerva ↗

Наклонная задняя грань, наклонная поверхность, пригрузка, слой и вода

ТЕОРИЯ

Модуль обобщает призму Terzaghi–Peck на наклонную заднюю грань с углом θ и наклонную поверхность с углом α: область между AC и поверхностью находится в пассивном состоянии по Rankine для наклонной поверхности; спираль на AC проводится из точки O; спираль может вырождаться в плоскость (плоскость Coulomb — тоже механизм, принимается меньшее из двух).

$$P_p = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma} + q_e H K_{pq} \qquad q_e = q\frac{\cos\theta}{\cos(\theta-\alpha)}$$

Вклады веса грунта (H/3) и пригрузки (H/2) находятся по их собственным наименьшим пробным призмам. В **слоистой** засыпке каждый слой принимает свои значения $K_{p\gamma}$, K_{pq}; вес вышележащего грунта действует как пригрузка; **под водой** γ′ и u прикладываются перпендикулярно задней грани:

$$\sigma'_p = \left[K_{pq}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma}\left(\sigma'_v - \sigma'_{v,top}\right)\right]\cos\theta$$

Случай (δ′ = φ′ = 30°)	Номограммы K_p (Caquot–Kerisel)	K_p (модуль)	Разность
θ = 20°	3.84	3.82	−0.6 %
θ = 30°	2.76	2.80	+1.6 %
α/φ′ = 0.4 (α = 12°)	10.60	10.22	−3.6 %
α/φ′ = 0.8 (α = 24°)	15.10	14.51	−3.9 %

$K_p = K_{p\gamma}\cos^2\theta$ (в методе Caquot–Kerisel вместо H принимается длина тыльной грани $H_1 = H/\cos\theta$). Это слоистое расширение является инженерным расширением модуля.

CAQUOT – KERISEL R′

Номограммы Caquot–Kerisel построены для δ′ = φ′; для другого δ′ принимается $K_p = R' K_{p(\delta'=\varphi')}$. При φ′ = 30°, δ′/φ′ = 0.5 получаем R′ = 0.746.

Условие

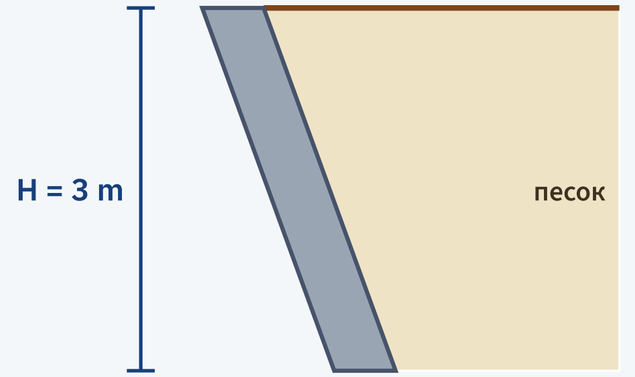
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 3$ m; задняя грань наклонена на $\theta = 20^\circ$ от вертикали; горизонтальная засыпка
Грунт	сухой песок: $\gamma = 15.7$ kN/m^3, $\varphi' = 30^\circ$; $\delta' = 30^\circ = \varphi'$

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

$K_{p\gamma}$, P_p; сравнение с K_p по номограмме; сопоставление со стеной с вертикальной задней гранью.



θ = 20°, φ′ = 30°, δ′ = 30° (пассивное давление)

Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициент спирали (модуль; δ′ = φ′ = 30°, θ = 20°)

$$K_{p\gamma} = \mathbf{4.321} \qquad K_{pq} = 4.127$$

2 Сравнение с усилием и номограммой

$$P_p = \tfrac{1}{2} K_{p\gamma} \gamma H^2 = \tfrac{1}{2}(4.321)(15.7)(9) = \mathbf{305.3}\ \text{kN/m}$$

$$K_p = K_{p\gamma} \cos^2 20^\circ = 4.321(0.8830) = \mathbf{3.82}\ \text{(номограмма 3.84)}$$

P_p = **305.3 kN/m**; в том же грунте стена с вертикальной задней гранью (θ = 0, δ′ = 30°) дала бы 471.8 kN/m: задняя грань с наклоном 20° **снижает** пассивное сопротивление на 35%. Расхождение с номограммой — 0.6%.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

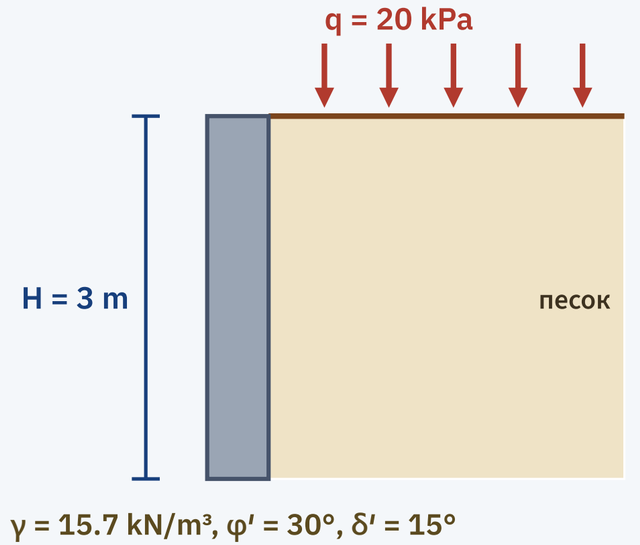
ПРИМЕР

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Доли грунта и пригрузки, суммарные $\mathbf{P_p}$ и $\bar{\mathbf{z}}$.

Дано

Стена и грунт	**Стена из примера 2:** $H = 3$ **m,** $\gamma = 15.7$ kN/m^3, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$
Пригрузка	$q = 20$ **kPa (на горизонтальной поверхности)**



Решение

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (модуль, δ′ = 15°)

$$K_{p\gamma} = \mathbf{4.615} \qquad K_{pq} = \mathbf{4.532} \qquad q_e = 20 \text{ kPa}$$

2 Силы: грунт (плечо H/3 = 1.00 m) + пригрузка (плечо H/2 = 1.50 m)

$$P_\gamma = \tfrac{1}{2} K_{p\gamma} \gamma H^2 = 326.03 \text{ kN/m}$$

$$P_q = K_{pq} q_e H = 4.532(20)(3) = 271.90 \text{ kN/m}$$

3 Сумма и положение

$$P_p = 326.03 + 271.90 = \mathbf{597.94} \text{ kN/m}$$

$$\bar{z} = \frac{326.03(1.00) + 271.90(1.50)}{597.94} = \mathbf{1.23} \text{ m}$$

P_p = **597.9 kN/m**, $\bar{z}$ = **1.23 m** (1.00 m без пригрузки); доля пригрузки составляет 83 % от доли грунта.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Условие

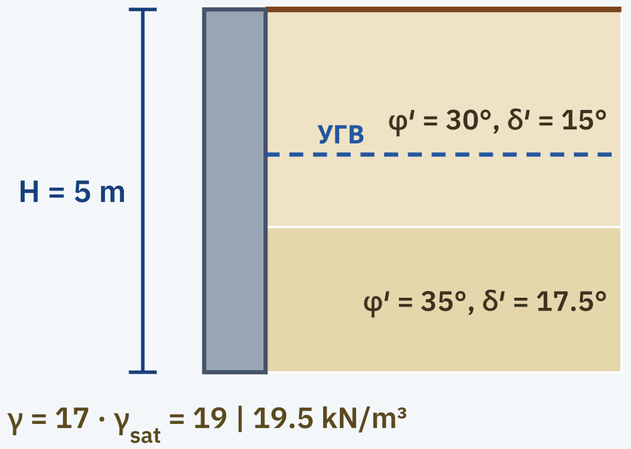
ПРИМЕР

Дано

Стена	$H = 5$ **m, вертикальная; горизонтальная засыпка; без пригрузки**
Слой 1 (0–3 m)	$\gamma = 17,\ \gamma_{sat} = 19$ kN/m^3, $\varphi' = 30°,\ \delta' = 15°$
Слой 2 (3–5 m)	$\gamma = 17,\ \gamma_{sat} = 19.5$ kN/m^3, $\varphi' = 35°,\ \delta' = 17.5°$
Грунтовые воды	**на глубине 2 m**

ТРЕБУЕТСЯ ОПРЕДЕЛИТЬ

Скачок давления на границе слоёв, составляющие, **P**, β и **z̄**.



Решение (1/2)

РЕШЕНИЕ

1 Коэффициенты (модуль)

$$\text{слой 1: } K_{p\gamma} = 4.615$$

$$\text{слой 2: } K_{p\gamma} = 6.522,\ K_{pq} = 6.351$$

2 Напряжения: $\sigma'_v(2) = 34$; $\sigma'_v(3) = 43.19$; $\sigma'_v(5) = 62.57$ kPa

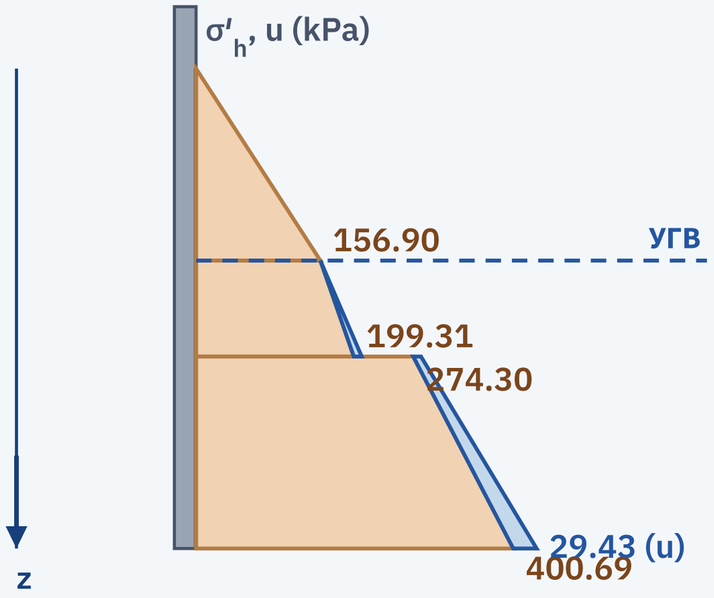
$$p(2) = 4.615(34) = 156.90$$

$$p(3^-) = 4.615(43.19) = 199.31$$

$$p(3^+) = K_{pq}\sigma'_v(3) = 6.351(43.19) = \mathbf{274.30}$$

$$p(5) = 274.30 + 6.522(19.38) = \mathbf{400.69} \text{ kPa}$$

$$u(5) = \mathbf{29.43} \text{ kPa}$$



Решение (2/2)

РЕШЕНИЕ

3 Силы и составляющие вдоль тыловой грани (с δ′ слоя)

$$P_s = 335.0 + 675.0 = 1{,}010.0 \text{ kN/m}$$

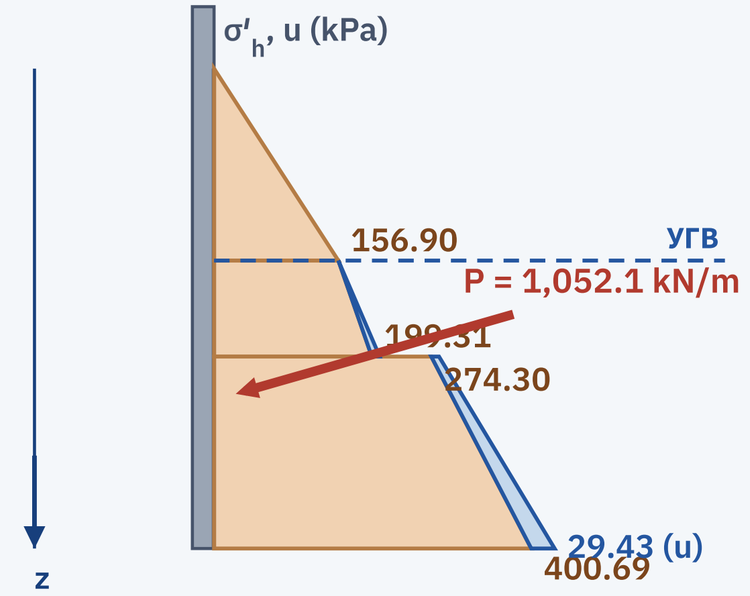
$$N_s = 967.3 \qquad T = 289.7 \text{ kN/m}$$

$$N_w = \tfrac{1}{2}(29.43)(3) = 44.15 \text{ kN/m (перпендикулярно гребню)}$$

4 Равнодействующая и положение

$$N = N_s + N_w = 1{,}011.5 \qquad P = \sqrt{N^2 + T^2} = \mathbf{1{,}052.1} \text{ kN/m}$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{T}{N} = 15.98^\circ \qquad \bar{z} = \mathbf{1.61} \text{ m}$$



P = **1,052.1 kN/m**, β = 16.0°, на 1.61 m выше основания. Доля воды составляет лишь 44.1 kN/m (4 %): при пассивном давлении сопротивление грунта очень велико по сравнению с водой; на границе p скачком возрастает с 199.3 до 274.3 kPa.

Проверить решение в GeoTerva ↗

Объём решения

ТЕОРИЯ

Несвязный грунт (c′ = 0); для пассивного давления связного грунта см. модули Rankine и Coulomb.

Логарифмическая спираль даёт верхнюю границу, Lancellotta — нижнюю; действительное сопротивление лежит между ними. Плоская схема Coulomb при больших δ′ небезопасна.

Обобщённая призма обрушения (наклонная тыльная грань, наклонная поверхность, слои, вода, пригрузка) является инженерным расширением модуля; замкнутого решения для слоистого случая не существует; доли веса грунта и пригрузки находятся по их собственным минимальным призмам.

Условия применимости: α < φ′; задняя грань и поверхность должны пересекаться под достаточным углом; если спираль выходит из грунта или вращение направлено не в ту сторону, механизма нет (плоскость является предельным случаем).

Для **землетрясения** используется модуль сейсмического пассивного давления.

Резюме

Главное

В пассивном случае плоская призма небезопасна: при трении о стенку поверхность обрушения у пятки криволинейна (спираль), а вблизи поверхности плоская (зона Rankine)

Спираль: $r = r_0 e^{\omega \tan \varphi'}$; каждый радиус встречает кривую под углом φ', равнодействующая проходит через O; площадь $(r_1^2 - r_0^2)/(4 \tan \varphi')$

Terzaghi–Peck: $P = (W\, l_W + P_d\, l_1)/l_P$; **наименьшее** значение P среди пробных призм — пассивная сила; $K_p = 2P_p/(\gamma H^2)$

Lancellotta (нижняя граница, решение в замкнутой форме), спираль (верхняя граница); при $\varphi' = \delta' = 40°$ Coulomb даёт в 5 раз больше

Обобщённая призма: $P = \tfrac{1}{2}\gamma H^2 K_{p\gamma} + q_e H K_{pq}$; $K_p = K_{p\gamma}\cos^2\theta$ (определение по номограмме); послойно $\sigma' = [K_{pq}\sigma'_{v,top} + K_{p\gamma}(\sigma'_v - \sigma'_{v,top})]\cos\theta$

Пример стены ($H = 3$ m, $\varphi' = 30°$, $\delta' = 15°$): Coulomb 351.6 · спираль 326.0 · Lancellotta 313.6 kN/m

Список литературы

Das, B.M. (2018). Principles of Geotechnical Engineering, 9th ed. Cengage Learning.

Terzaghi, K. and Peck, R.B. (1967). Soil Mechanics in Engineering Practice, 2nd ed. Wiley, New York.

Shields, D.H. and Tolunay, A.Z. (1973). Passive pressure coefficients by method of slices. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 99(SM12), 1043–1053.

Lancellotta, R. (2002). Analytical solution of passive earth pressure. Géotechnique, 52(8), 617–619.

Sokolowskiĭ, V.V. (1965). Statics of Granular Media. Pergamon, London.

Zhu, D.Y. and Qian, Q. (2000). Determination of passive earth pressure coefficients by the method of triangular slices. Canadian Geotechnical Journal, 37(2), 485–491.

Caquot, A. and Kerisel, J. (1948). Tables for the Calculation of Passive Pressure, Active Pressure and Bearing Capacity of Foundations. Gauthier-Villars, Paris.

Das, B.M. (2016). Principles of Foundation Engineering, 8th ed. Cengage Learning.

ПРИМЕЧАНИЕ

Все числовые примеры получены с помощью собственного расчётного ядра модуля; модуль даёт те же значения. Модуль открывается со стеной из Примера 2-3 (H = 3 m, $\delta' = 15°$).

GeoTerva

Геотехнические расчёты онлайн

От теории к практике

Ввести в GeoTerva наклон тыльной грани собственной стены, уклон засыпки, слои, пригрузку и грунтовые воды; модуль одновременно выдаёт критическую спираль, P_p и высоту точки приложения равнодействующей.

Открыть модуль → | **Страница теории →**

Открыть на телефоне
Для пробных модулей регистрация не требуется.